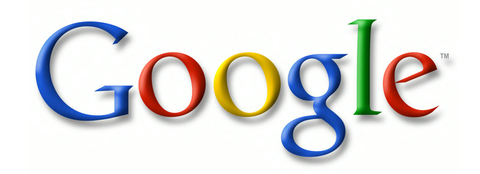
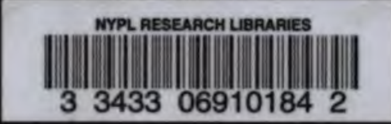










HANDBUCH

DER

PHYSIK

UNTER MITWIRKUNG

VON

PROF. DR. F. AUERBACH-JENA, PROF. DR. F. BRAUN-TÜBINGEN, DR. E. BRODHUN-BERLIN, DR. S. CZAPSKI-JENA, PROF. Dr. P. DRUDE-LEIPZIG, PROF. DR. K. EXNER-WIEN, PROF. DR. W. FEUSSNER-MARBURG, PROF. DR. L. GRÄTZ-MÜNCHEN, PROF. DR. H. KAYSER-BONN, PROF. DR. F. MELDE-MARBURG, PORF. DR. A. OBERBECK-GREIFSWALD, PROF. DR. J. PERNET-ZÜRICH, DR. F. POCKELS-GÖTTINGEN, DR. K. PULFRICH-JENA, PROF. DR. F. STENGER (†), DR. R. STRAUBEL-JENA, PROF. DR. K. WAITZ-TÜBINGEN.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr. A. WINKELMANN

ORD. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT JENA.

MIT 206 ABBILDUNGEN.

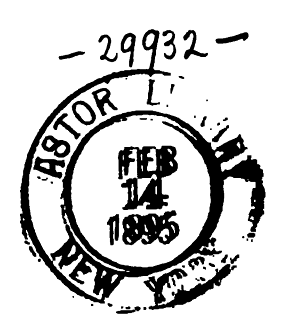
DRITTER BAND, ZWEITE ABTHEILUNG.



BRESLAU,

VERLAG VON EDUARD TREWENDT.

1895.


-29932-
ASTOR L
FEB
14
1895
NEW Y



Inhaltsverzeichniss

zu Band III, 1. Abth.

Seite

Potentialtheorie bearbeitet von GRAETZ 3
Definition des Potentials 3
Eigenschaften des NEWTON'schen Raumpotentials 9
Potentialtheorie in der Elektrostatik 13
Potential einer Doppelschicht 18
Die charakteristische Gleichung des Potentials in der Theorie des inducirten Magnetismus und der Dielektrika 20
Elektrostatik bearbeitet von GRAETZ 24
Grunderfahrungsthatsachen 24
Vertheilung der Elektricität auf Leitern 28
Arbeit und Energie im elektrischen Feld 34
Theorie der elektrischen Ansammlungsapparate 36
Elektrische Ansammlungsapparate. Accumulatoren und Condensatoren 41
Messung und Vergleichung von Capacitäten 43
Entladung der Elektricität 46
Elektrisirmaschinen und ähnliche Apparate bearbeitet von GRAETZ 52
Elektroskope und Elektrometer bearbeitet von GRAETZ 59
Eigenschaften der Dielectrica bearbeitet von GRAETZ 67
Grundthatsachen in Bezug auf dielektrische Eigenschaften der Körper 67
Ursache der dielektrischen Erscheinungen 69
Bestimmung der Dielektricitätsconstanten fester Körper 72
Bestimmung der Dielektricitätsconstanten von Krystallen 78
Bestimmung der Dielektricitätsconstanten von Flüssigkeiten 81
Bestimmung der Dielektricitätsconstanten von Gasen 88
Elektricitätsleitung in dielektrischen Körpern 90
Elektrischer Rückstand 96
Spannungen in Isolatoren. Elektrostriction 98
Doppelbrechung in [illegible] 104
Berührungs[illegible] 107
Galvanische [illegible] 137
Galvanische [illegible] 137
Bestimm[illegible] 149
Ele[illegible] 170
[illegible]

Sinusbussole 216
Galvanometer 218
Elektrodynamometer 239
Stromwaagen 243
Voltameter 246
Andere Methoden der Strommessung 248
Elektricitätszähler 249
Methoden zur Bestimmung von Widerständen und Leitungsfähigkeiten bearbeitet von GRAETZ 250
Hilfsapparate zur Messung von Widerständen 250
Methoden zur Vergleichung von Widerständen und zur Bestimmung der Leitungsfähigkeit 259
Elektrisches Leitungsvermögen von metallisch leitenden Körpern bearbeitet von GRAETZ 267
Vorbemerkung 267
Elektrische Leitungsfähigkeit der reinen Metalle 268
Elektrische Leitungsfähigkeit der Legirungen 278
Beziehung der elektrischen Leitungsfähigkeit der Metalle und Legirungen zu ihrer Wärmeleitungsfähigkeit 280
Andere metallisch leitende Substanzen mit theilweise eigenthümlichem Verhalten. Uebergang zu den Elektrolyten 282
Elektrische Leitungsfähigkeit von metallischen Krystallen 286
Elektrisches Leitungsvermögen von elektrolytisch leitenden Körpern bearbeitet von GRAETZ 286
Leitungsfähigkeit der Lösungen; Allgemeines 286
Lösungen bis zu mässiger Verdünnung 290
Aeusserst verdünnte Lösungen 298
Leitungsvermögen von gemischten Lösungen 315
Leitungsfähigkeit von festen und geschmolzenen Salzen 316
Leitungsfähigkeit von Krystallen 322
Leitungsfähigkeit sehr schlecht leitender flüssiger und fester Elektrolyte 324
Die Elektricitätsleitung der Gase bearbeitet von STENGER 325
Allgemeiner Ueberblick über die Erscheinungen des Elektricitätsüberganges durch Gase . 325
Entladung in verdünnten Gasen unter Benutzung constanter Batterien 337
Das elektrische Leitungsvermögen erhitzter Gase und Dämpfe 342
Elektricitätsleitung der Flammen 344
Ueber die Elektricität der Flamme. Die Elektricitätserregung beim Contacte von Gasen und glühenden Körpern 349
Die Funkenentladung und ihre Gesetze 351
Der Lichtbogen 353
Ueber den Einfluss des Lichtes auf elektrische Erscheinungen 369
Theorie der Gasentladungen 376
Thermoelektricität bearbeitet von BRAUN 387
Allgemeine Uebersicht 387
Speciellere Behandlung 391
Einige numerische Angaben 407
Die elektrische Beleuchtung bearbeitet von GRAETZ 410
Das elektrische Bogenlicht 410
Das elektrische Glühlicht 413
Schaltung von Bogenlampen und Glühlampen 415
Hilfsapparate für elektrische Beleuchtung 416
Wärme und elektrische Arbeit von Ketten bearbeitet von BRAUN 417
Wärme in Folge des Widerstandes 417
Arbeit und chemischer Umsatz 420
Elektrolyse bearbeitet von GRAETZ 441
Allgemeine Resultate 441

Inhaltsverzeichniss.

Specielle Elektrolyse 472
Elektrische Endosmose und Strömungsströme bearbeitet von GRAETZ 493
Elektrische Endosmose 493
Strömungsströme 504
Theorie von v. HELMHOLTZ 509
Polarisation bearbeitet von GRAETZ 516
Allgemeines 516
Messung der elektromotorischen Kraft der Polarisation 518
Vorstellungen über das Wesen der Polarisation 520
Das Maximum der Polarisation 522
Polarisation durch Kräfte unterhalb des Maximums 528
Elektromotorische Kraft sehr dünner Schichten 531
Accumulatoren bearbeitet von GRAETZ 533
Herstellung von Accumulatoren 533
Chemie der Accumulatoren 536
Eigenschaften und Behandlung der Accumulatoren 537
Druckfehlerverzeichniss und kleine Zusätze 538
Sachregister für Band III, 1. Abth. 540
Namenregister für Band III, 1. Abth. 542



Inhaltsverzeichniss

zu Band III, 2. Abth.

Seite

Magnetismus bearbeitet von AUERBACH 3
Grunderscheinungen 3
Gesetz der Wirkung zwischen Polen 6
Wirkung zwischen Polpaaren 8
Das magnetische Feld 20
Constitution der Magnete 29
Wirkung der Magnete nach Aussen 36
Besondere magnetische Ercheinungen 48
Material, Form und Herstellung der Magnete 54

Magnetische Messungen bearbeitet von AUERBACH 59
Magnetometer 60
Bifilarmethoden 72
Magnetische Waagen 78
Methode der Inductionsströme 81
Messung der Verticalintensität des Erdmagnetismus 82
Messung von Deklination und Inklination 84
Relative Messung magnetischer Intensitäten und Richtungen 94
Messung magnetischer Felder 100
Weitere magnetische Messungen 103

Erdmagnetismus bearbeitet von AUERBACH 106
Oertliche Vertheilung 106
Zeitliche Aenderungen 119
Theorie des Erdmagnetismus 127

Magnetische Induction bearbeitet von AUERBACH 139
Allgemeine Theorie 141
Anwendung der Theorie auf einzelne Körperformen 146
Molekulartheorie 156
Experimentelle Untersuchungen 161
Messungsmethoden 162
Ergebnisse der Messungen 166
Empirische Magnetisirungsformeln 183

Magnetismus der verschiedenen Körper bearbeitet von AUERBACH 187
Ferromagnetismus 188
Paramagnetismus und Diamagnetismus 199
Theorie des Para- und Diamagnetismus 217
Krystall-Magnetismus 223

Beziehungen des Magnetismus zu anderen Erscheinungen bearbeitet von AUERBACH 233

Inhaltsverzeichniss.

Beziehungen zur Elektricität, Mechanik und Akustik 234
Beziehungen zur Wärme 256
Beziehungen zum Licht 275
Elektromagnetismus bearbeitet von AUERBACH 296
Wirkung von Strömen auf Magnete 297
Wirkung von Magneten auf elektrische Ströme 309
Elektromagnetische Rotations- und Schwingungsapparate 312
Magnetisirung durch elektrische Ströme 319
HALL'sches Phänomen und verwandte Erscheinungen 322
Elektrodynamik bearbeitet von OBERBECK 336
Uebersicht der Grunderscheinungen 336
Das AMPÈRE'sche Grundgesetz 338
Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement 340
Wirkung zweier geschlossener Ströme auf einander 342
Andere Grundgesetze 343
Anwendungen der Elektrodynamik. Weitere Literatur 345
Induction bearbeitet von OBERBECK 346
Entdeckung der Inductionserscheinungen. Empirische Gesetze derselben. Inductionsapparate 346
Aeltere theoretische Untersuchungen über die Induction 360
Ueber den Verlauf von Inductionsströmen, sowie allgemein von veränderlichen Strömen in Drahtleitungen 377
Induction in körperlichen Leitern 403
Elektrische Schwingungen von sehr grosser Schwingungszahl. Ausbreitung der elektrischen Kraft 415
Die MAXWELL'sche Theorie der Elektricität und des Magnetismus. Neuere Untersuchungen über dieselbe. Anwendungen auf specielle Fälle 449
Absolutes Maass bei magnetischen und elektrischen Grössen bearbeitet von OBERBECK 473
Magnetische Grössen 473
Elektrische Grössen 474
Beziehungen zwischen magnetischen und elektrischen Grössen 475
Ableitung der verschiedenen Maasssysteme 476
Absolute Einheiten und Dimensionen der einzelnen Grössen nach den beiden Hauptsystemen 477
Das internationale absolute Maasssystem 479
Ohmbestimmungen 480
Bestimmung der Constante, von welcher die Verhältnisse der elektromagnetischen zu den elektrostatischen Einheiten abhängen 487
Technische Anwendungen der Induction bearbeitet von OBERBECK 490
Dynamoelektrische Maschinen. Kraftübertragung 490
Telephonie 521
Pyro- und Piëzoelektricität bearbeitet von POCKELS 527
Pyroelektricität 527
Piëzoelektricität 535
Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 547
Aenderung der Doppelbrechung piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde . . . 549
Wärmeeffekt in pyroelektrischen Krystallen durch dielektrische Polarisation 549
Erklärungsversuche für die elektrischen Erscheinungen bearbeitet von GRAETZ 550
Fernwirkungstheorien 550
Modificirte Fernwirkungstheorien 559
Mechanische Theorien 560

Elektricität und Magnetismus.

Magnetismus.

Uebersicht. Die Kenntniss der magnetischen Eigenschaft geht zwar ebenso wie die der elektrischen bis in sehr frühe Zeiten zurück; einige der wichtigsten Grundthatsachen wurden aber erst in der Neuzeit entdeckt, und erst im gegenwärtigen Jahrhundert hat das Gebiet die jetzige, früher nicht geahnte Ausdehnung angenommen. Während ferner die magnetischen Erscheinungen früher ein in sich abgeschlossenes Ganze bildeten, haben sie nunmehr einen mehrfachen und zum Theil sehr innigen Zusammenhang mit den elektrischen Erscheinungen gewonnen, und zwar einerseits durch jene Wechselwirkungen zwischen magnetischen und elektrischen Vorgängen oder Wirkungen, welche man als elektromagnetische und magnetelektrische Erscheinungen bezeichnet, andererseits und im Zusammenhange hiermit, insofern man vielfach Magnete als elektrische Stromgebilde und umgekehrt elektrische Ströme als magnetische Gebilde aufzufassen gut thut, um zu einer einfachen und übereinstimmenden Auffassung der betreffenden Erscheinungen zu gelangen.

Diese Verhältnisse machen es erklärlich, dass im Folgenden vielfach von elektrischen Dingen die Rede sein wird, deren Kenntniss in entsprechendem Maasse vorauszusetzen ist, sie machen es aber auch nothwendig, eine Gliederung des Gebietes eintreten zu lassen. Es soll daher in diesem ersten Artikel nur von dem Magnetismus im allgemeinen, den Grundthatsachen, den Grundgesetzen, den Wirkungen starrer Magnete nach aussen, ihren Formen u. s. w. die Rede sein, im übrigen aber eine Reihe weiterer Artikel selbständig angefügt werden [Magnetische Messungen, Erdmagnetismus, Magnetische Induction, Elektromagnetismus, Besondere Erscheinungen des Magnetismus, Para- und Diamagnetismus, einschliesslich Krystall-Magnetismus, Beziehungen des Magnetismus zur Mechanik, Wärme, zum Licht und zur Elektricität, soweit diese nicht anderweitig Platz finden [1])].

Grunderscheinungen.

Anziehung. Gewisse Körper zeigen entweder, wie der Magneteisenstein, in dem Zustande, in welchem man sie in der Natur findet, oder, wie der

[1]) Von der älteren Literatur über den Magnetismus kann in den folgenden Artikeln nur das Wichtigste angeführt werden; eine sehr ausführliche Zusammenstellung findet man in LAMONT, Handbuch des Magnetismus, Leipz. 1867, pag. 423—450. Als Begründer der wissenschaftlichen Lehre vom Magnetismus ist der Engländer GILBERT anzusehen: De Magnete magneticisque corporibus etc. London 1600. Eine Reihe von Thatsachen ist aber schon im Alterthum oder im Mittelalter bekannt geworden.

Stahl, nach einer bestimmten künstlichen Behandlung, die Eigenschaft, Eisentheilchen, die nicht zu schwer sind, anzuziehen und festzuhalten. Die Anziehung haben also diese Körper, die man (vermuthlich wegen des zuerst in der Nähe von Magnesia aufgefundenen Minerals) Magnete nennt, mit den elektrischen gemein, freilich mit der Beschränkung, dass nicht alle, oder mindestens zahlreiche, sondern nur einige wenige Stoffe in irgendwie höherem Grade magnetisch sein oder werden können, und dass ebenso nicht beliebige, sondern nur eiserne und einige andere Stofftheilchen angezogen werden; dagegen unterscheiden sich die Magnete von den elektrischen Körpern dadurch, dass sie die angezogenen Theilchen nicht wieder abstossen, sondern, wie gesagt, festhalten. Wie man sieht, besteht zwischen der elektrischen und der magnetischen Grundthatsache eine gewisse Analogie, aber auch ein gewisser Gegensatz, ein Verhalten, welches sich auch bei den weiteren Erscheinungen vielfach wiederholt und auf das jedes Mal hinzuweisen bei seiner theoretischen Wichtigkeit von besonderem Interesse ist.

Pole. Die magnetische Eigenschaft tritt nicht an allen Punkten der Oberfläche eines Magneten gleich stark hervor, es giebt vielmehr Stellen, wo sie sich am stärksten äussert, wo also am meisten Eisentheilchen haften, und andererseits Stellen, wo sie sich wenig oder gar nicht äussert, die also von Eisentheilchen fast oder gänzlich frei bleiben. Jene Stellen grösster Wirkung heissen — vorbehaltlich späterer, besserer und präciserer Fassung dieses Begriffes — Pole, diese Stellen schwächster Wirkung Indifferenzzonen oder in Fällen, wo diese Bezeichnung passend erscheint, Aequator. Bei der Elektricität spielen die Pole, wo sie überhaupt auftreten, nicht entfernt die wichtige Rolle wie hier. In der grossen Mehrzahl der Fälle besitzt ein Magnet zwei Pole, deren Verbindungslinie dann Axe heisst, und eine Indifferenzzone; bei symmetrisch gestalteten Körpern liegt die Indifferenzzone meist in dem mittleren Gürtel, die Pole an entsprechenden Stellen zu beiden Seiten, und insbesondere bei stabförmigen Magneten, bei denen sich die Erscheinungen überhaupt am einfachsten gestalten, liegen die Pole an den beiden Enden oder wenigstens nicht weit von ihnen. Hier haften, wenn man den Stab in Eisenfeilicht taucht und wieder herauszieht, die grössten Mengen, nach der Mitte hin immer geringere und in der Mitte so gut wie gar keine. Uebrigens darf die Symmetrie eines Magneten, auch wenn sie im geometrischen Sinne vorhanden ist, nicht auch im magnetischen ohne weiteres angenommen werden (s. Art. Magn. Messungen).

Art der Wirkung zwischen zwei Magneten; entgegengesetzte Natur der beiden Pole. Bei Wahl eines geeigneten Magneten erhält man bei dem beschriebenen Versuch eine ganz symmetrische Anordnung des Feilichts. Man könnte hieraus schliessen, dass die beiden Stabhälften ihrem magnetischen Zustande nach durchaus identisch seien, und dass insbesondere von den beiden Polen dasselbe gelte. Dass dies trotzdem in einer gewissen Hinsicht nicht der Fall ist, zeigt sich, wenn man den magnetischen Stab auf einen andern Magnetstab wirken lässt, welch' letzteren man zu diesem Zwecke beweglich anbringt, indem man ihn entweder auf Quecksilber oder (mit Hilfe eines Schiffchens, in das man ihn legt) auf Wasser schwimmen lässt oder aber an einem oder zwei Fäden aufhängt. Nähert man alsdann den einen Pol des ersten Magneten einmal dem einen, das andere Mal dem anderen Pole des freien Magneten, so beobachtet man nur in dem einen Falle eine Anziehung, in dem anderen aber eine ebenso grosse Abstossung, und dasselbe, nur mit vertauschten Rollen der beiden freien Pole, findet statt, wenn man den zweiten Pol des ersten Magneten nach einander

den beiden Polen des freien Magneten nähert. Es muss also zwischen den beiden Polen eines Magneten ein gewisser Gegensatz bestehen. Ein anderer Versuch, der dies bestätigt, besteht darin, dass man dicht über einen horizontal hingelegten Magnetstab, der aus gewissen Gründen sehr kräftig sein muss, einen in horizontaler Ebene freien, also schwimmenden, schwebenden oder hängenden Magnetstab bringt; der letztere stellt sich dann nicht nur dem ersteren parallel, wie es nach obigem zu erwarten ist, sondern auch stets so, dass ein bestimmtes seiner beiden Enden über ein bestimmtes Ende des anderen zu liegen kommt, d. h. die beiden Magnete bringen nicht nur ihre Richtungen, sondern auch deren Sinn in Uebereinstimmung.

Richtkraft. Eine derartige Einseitigkeit offenbart sich auch schon unter Benutzung eines einzigen Magneten, wenn man diesen so aufsetzt oder aufhängt, dass er in horizontaler Ebene drehbar ist; man sieht dann, dass er sich stets in eine bestimmte Richtung, die nahe mit der Süd- und Nordrichtung zusammenfällt, einstellt, und zwar stets mit einem bestimmten Ende nach Norden. Dieser Fall hat eine solche Aehnlichkeit mit dem vorigen, dass man unwillkürlich zu der Annahme gelangt, den Körper, welcher sich hier unter dem freien Magnet befindet, nämlich die Erde selbst, als einen Magneten zu betrachten, dessen Pole nahe ihren geographischen Polen liegen. Die Richtung, in welche sich der Magnet einstellt, nennt man den magnetischen Meridian (näheres hierüber im Art. Erdmagnetismus).

Anziehung und Abstossung. Wiederholt man jetzt die Versuche, betreffend die Anziehung und Abstossung zwischen den Polen zweier Magnete, so findet man, dass diejenigen Pole, welche bei Aufhängung der Stäbe nach Norden zeigen würden, sich abstossen, ebenso diejenigen, welche nach Süden zeigen würden, dass dagegen der nach Norden zeigende Pol den nach Süden zeigenden und umgekehrt anzieht. Man erhält also das Gesetz: Gleichartige Pole stossen sich ab, ungleichartige ziehen sich an. Hierin liegt gleichzeitig, dass die Kraft zwischen zwei Polen in die Richtung ihrer Verbindungslinie fällt, was eigentlich selbstverständlich ist, da die Pole als Punkte oder jedenfalls als Grössen ohne ausgezeichnete Richtung keine Seitlichkeit der Erscheinung involviren können.

Nordpol und Südpol. Es liegt nahe, die beiden in dieser Weise entgegengesetzten Pole als Nordpol und Südpol des Magneten zu bezeichnen. Dabei kann man entweder den dem geographischen Nordpol der Erde nahe gelegenen magnetischen Pol derselben als Nordpol bezeichnen, den anderen als Südpol, muss dann aber den nach Norden zeigenden, also vom Nordpol der Erde angezogenen Pol in dem Magneten als seinen Südpol betrachten und umgekehrt; oder man nennt den nach Norden zeigenden Pol eines Magneten eben deshalb Nordpol, den anderen Südpol, muss dann aber annehmen, dass der dem geographischen Nordpol der Erde nahe gelegene Pol derselben ein Südpol und umgekehrt sei. Die letztere Bezeichnungsweise ist offenbar die praktischere, sie hat sich daher auch fast allgemein eingebürgert. Den Nordpol kann man auch als positiven, den Südpol als negativen bezeichnen[1]).

Jedem Nordpol ist auch stets ein Südpol zugehörig, ein Magnet setzt sich immer aus einem Nordpol und einem Südpol zusammen (allgemeiner gesprochen, aus einer gleichen Anzahl von Nord- und Südpolen, wobei in gewissen Fällen

[1]) Die Gegensätzlichkeit der beiden Pole scheint zuerst von HARTMANN in Nürnberg um 1540 klar erkannt worden *zu sein*, dann folgten PORTA (1580) und GILBERT (1600, s. o.).

mehrere Pole einem einzigen äquivalent oder umgekehrt zu rechnen sind). Ein ähnlicher Dualismus besteht auch bei den elektrischen Körpern, jedoch in anderem Sinne, nämlich nicht nothwendig innerhalb des einzelnen Körpers, wie denn z. B. von zwei an einander geriebenen Körpern der eine vollständig positiv, der andere negativ elektrisch wird; es giebt also positiv elektrische Körper, nicht aber giebt es positive Magnete oder negative Magnete, sondern jeder Körper ist, wenn überhaupt magnetisch, mit Polen beider Art ausgestattet.

Gesetz der Wirkung zwischen Polen.

Abhängigkeit von der Entfernung. Obgleich einzelne Magnetpole in Wirklichkeit nicht existiren, ist es doch einleuchtend, dass die Wirkung zwischen zwei solchen einzelnen Polen einfacher sein würde, als die zwischen zwei ganzen Magneten, dass sie überhaupt die einfachste Wirkung sein würde, welche im Gebiete des Magnetismus vorgestellt werden kann, und dass sie daher das Grundgesetz des Magnetismus liefern würde. Um dieses zu finden, muss man also Versuchsbedingungen ausfindig machen, unter denen die Wechselwirkung zwischen zwei Polen alle übrigen im System stattfindenden Wirkungen so bedeutend übertrifft, dass man die letzteren, soweit man sie nicht mehr oder minder genau zu berücksichtigen vermag, vernachlässigen kann. So ging COULOMB[1]) von der nahe liegenden und leicht festzustellenden Thatsache aus, dass die Wechselwirkung zwischen zwei Polen rasch abnimmt, wenn der Abstand zunimmt, und er verwendete demgemäss zwei Magnete von solcher Länge, dass, wenn zwei ihrer Pole einander nahe gebracht wurden, die anderen als nahezu unendlich weit entfernt betrachtet werden konnten. Bei der einen seiner Versuchsreihen benutzte er die Drehwaage, mit welcher er das elektrische Grundgesetz auffand (s. Art. »Elektrometer«, pag. 61), und zwar ging er in derselben Weise wie dort zu Werke (vergl. Art. »Elektrostatik«, pag. 27), d. h. er suchte verschiedene Stellungen auf, in welchen die magnetische Wechselwirkung durch die eben stattfindende Torsion des Aufhängefadens des drehbaren Magneten gerade äquilibrirt wurde. Er fand für die drei folgenden Entfernungen die darunter gesetzten Torsionskräfte, denen also, da Gleichgewicht stattfand, die magnetischen Kräfte gleichzusetzen sind:

Entfernung d	12	17	24
Kraft K	3312	1692	864
$\frac{1}{1000} Kd^2$	477	488	498

Die Zahlen der letzten Reihe sind so ziemlich constant, ihre geringen Differenzen rühren, wie man leicht einsehen kann, von störenden Einflüssen, namentlich der beiden entfernten Pole der Magnete her. Bei einer anderen Versuchsreihe wurden die horizontalen Schwingungen einer kleinen Magnetnadel untersucht, von welcher ein Pol sich dem Pole eines vertikal gestellten kräftigen Magnetstabes gegenüber befand, während der andere Pol des letzteren in Folge der Länge des Stabes sich in beträchtlicher Höhe darüber befand. Auch hier ergab sich die obige Beziehung. Man erhält also den Satz:

Die Wechselwirkung zwischen zwei Magnetpolen steht im umgekehrten Verhältniss zum Quadrat ihres Abstandes. Später ist dieses Gesetz noch auf manche andere Weise und in strengerem Maasse verificirt

[1]) COULOMB, Mém. Ac. Roy. de Paris 1785, pag. 606. Als Vorläufer von COULOMB hinsichtlich der Entdeckung des Entfernungsgesetzes sind T. MAYER (Gött. Anz. 1760) und LAMBERT (*Hist.* de l'Ac. de Berlin 1765, pag. 22) zu nennen.

worden, namentlich, indem die Wirkung zwischen zwei Polpaaren, also dünnen Magnetstäben experimentell ermittelt und hieraus rückwärts die Wirkung zwischen zwei einzelnen Polen berechnet wurde (s. unten); die umfassendste Bestätigung aber liegt in der Thatsache, dass die gesammte, auf dieser Grundlage aufgebaute Theorie des Magnetismus zu Ergebnissen geführt hat, welche mit der Erfahrung in Uebereinstimmung stehen. Nach dem gefundenen Grundgesetze gehört der Magnetismus ebenso wie die Gravitation, der Schall, das Licht und die Elektricität zu den Erscheinungen, deren Ausbreitung in den Raum man als eine Vertheilung über immer grössere Flächen (daher die quadratische Abnahme) ansehen kann.

Abhängigkeit von den Polstärken. Da es Magnete von sehr verschiedener Stärke des Magnetismus giebt, muss man auch den Polen verschiedene Stärke beilegen, und es ist offenbar, dass hiervon die Stärke der Wirkung ebenfalls abhängen wird. In der That, lässt man verschieden starke Pole A und B der Reihe nach auf einen in der Einheit des Abstandes befindlichen dritten P wirken, so erhält man verschieden starke Wirkungen. Eine Beziehung zwischen der Grösse der Wirkung und der Polstärke kann man hieraus freilich nicht ableiten, da man wohl die beiden Wirkungen, nicht aber die beiden Polstärken, für welche man ein Maass sich erst noch zu verschaffen haben wird, durch vergleichbare Zahlen auszudrücken im Stande ist. Lässt man nun aber die beiden Pole A und B auf einen andern, ebenso wie P zu ihnen gelegenen Pol Q wirken, so findet man, dass das Verhältniss der beiden Wirkungen diesmal dasselbe ist, wie vorhin. Das Verhältniss der Wirkungen zweier Pole A und B ist also für alle dritte Pole das gleiche, $a:b$. Nimmt man statt des Poles B einen anderen C, so erhält man für die Pole A und C ein anderes Wirkungsverhältniss, welches, auf denselben Zähler a reducirt, $a:c$ genannt werden mag, für B und C wieder ein drittes, aber das letztgenannte Wirkungsverhältniss ist gleich dem Verhältniss der beiden ersten Wirkungsverhältnisse, es ist $b:c$. Hieraus ist zu schliessen, dass die Zahlen abc die Polstärken der drei Pole ABC beliebigen anderen Polen gegenüber (wenn nur die Entfernung dieselbe ist) charakterisiren, dass man geradezu diese Zahlen als Polstärken, zunächst mit relativer Bedeutung, bezeichnen und mit ihnen die Wirkungen der Pole proportional setzen kann. Man erhält dann den Satz: Die Kraft zwischen zwei Magnetpolen ist dem Produkt ihrer Polstärken direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional. In Formel, wenn m_1 und m_2 die Polstärken, r die Entfernung und K die Kraft ist:

$$K \infty \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Einheit der Polstärke. Ersetzt man diese Proportionalität durch eine Gleichheit, so definirt man damit die Einheit der Polstärke und gelangt damit von der relativen zur absoluten Bestimmung, weil für die Einheit beider Polstärken und die Einheit der Entfernung dann auch die Kraft gleich der Einheit wird. Die Einheit der Polstärke ist also die Stärke desjenigen Poles, welcher auf einen gleichen, in der Einheit der Entfernung befindlichen Pol die Einheit der Kraft ausübt. Dabei steht noch die Wahl der mechanischen Einheiten frei. Früher wählte man nach dem Vorgange von GAUSS vielfach *mm* als Längeneinheit und *mgr* als Gewichtseinheit, gegenwärtig ist allgemein das *cm-gr-sec*-System (*CGS*-System) angenommen (vergl. auch Art. »Absolutes Maass« Bd. 1, pag. 28), d. h. es hat derjenige Pol die Einheit der Stärke, welcher auf einen gleichen, in 1 *cm* Entfernung befindlichen, eine solche Kraft ausübt, dass

er ihm, wenn derselbe die Masse von 1 *gr* besässe, eine Beschleunigung von 1 *cm* in der Secunde ertheilen würde. Die Dimension der Polstärke m ist hiernach

$$(m) = \sqrt{Kr^2} = \sqrt{LMT^{-2}L^2},$$

also

$$(m) = (L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}). \qquad (1)$$

Die Gauss'sche Einheit verhält sich zur jetzigen wie 1 : 1000, d. h. man muss, um von Zahlen, die in Gauss'schen Einheiten ausgedrückt sind, zu *CGS*-Zahlen überzugehen, mit 1000 dividiren.

Setzt man noch fest, dass Abstossung (Vergrösserung der Entfernung) eine positive, Anziehung eine negative Grösse sein soll, und dass die Polstärken m_1 und m_2 zugleich auch ausdrücken sollen, ob es sich um einen Nordpol (+) oder Südpol (—) handelt, so erhält man die Formel

$$K = \frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad (2)$$

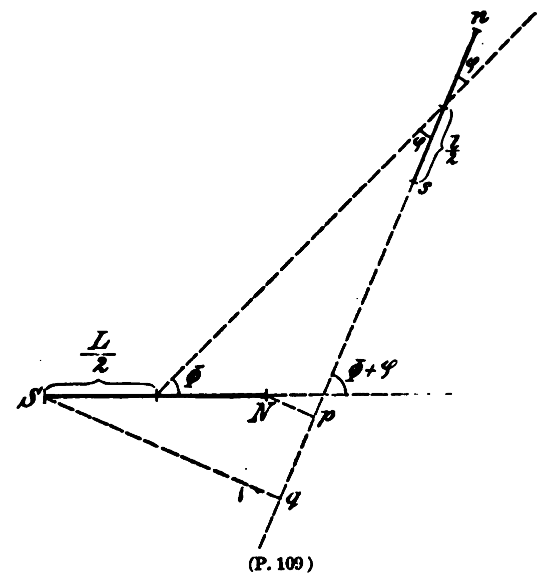
Wirkung zwischen Polpaaren.

Polpaare, einfache oder ideale Magnete. Ein wirklicher Magnet besteht, wie die räumliche Ausdehnung des anhängenden Eisenpulvers zeigt, aus zahllosen magnetisch wirksamen Paaren. Da aber, je gestreckter seine Gestalt ist, in desto höherem Grade die Wirkung der beiden Paare, die alsdann seinen Enden naherücken, die Wirkung der übrigen Paare übertrifft, so wird man einen einfacheren Grenzfall eines Magneten erhalten, wenn man ihn sich überhaupt nur als Combination zweier entgegengesetzter, um eine gewisse Strecke entfernter, an Stärke gleicher Pole, als ein Polpaar, denkt. Einen solchen Magneten kann man auch als idealen oder als einfachen Magneten (in nahe liegender Analogie mit dem einfachen Pendel im Gegensatz zum physischen) bezeichnen. Die Bedeutung eines solchen liegt aber nicht bloss darin, dass er den einfachsten Grenzfall darstellt, sondern wesentlich darin, dass, wie sich zeigen wird, jeder wirkliche Magnet in Bezug auf seine Wirkung nach aussen mit einem derartigen idealen Magneten bis zu einem gewissen Grade identificirt werden kann.

Die Wirkung zwischen zwei idealen Magneten kann man natürlich auf ganz dieselbe Weise wie die zwischen zwei Polen angenähert beobachten — die Annäherung wird hier aus naheliegenden Gründen sogar eine bessere sein — man kann sie aber auch aus der Wirkung zwischen zwei Polen berechnen. Die Wirkung zwischen zwei Polpaaren NS und ns mit den Polstärken $\pm M$ und $\pm m$ setzt sich nämlich aus den vier Wirkungen zwischen je zwei Polen zusammen, und für jede dieser vier Wirkungen kommt eine andere der vier Entfernungen Nn, Ns, Sn, Ss in Betracht. Der allgemeinste Fall wäre der, in welchem beide Polpaare ganz frei im Raume sich befinden, sie würden dann beide eine Bewegung annehmen, und zwar eine fortschreitende und eine drehende, bis sie sich im Gleichgewicht befänden, was im Allgemeinen erst bei der Berührung oder bei unendlicher Entfernung eintreten würde. Dieser Fall hat kein Interesse, weil er sich im Raume nicht verwirklichen lässt und auch in der Ebene nur unvollkommen, und weil es sich ferner im Wesentlichen nur um die gegenseitige Einwirkung, also auch die gegenseitige relative Lage der Polpaare zu einander handelt, sodass man das eine von den beiden, es sei das Polpaar NS, fest aufgestellt denken kann. Der Anschaulichkeit halber möge das feste Polpaar als *Magnet*, *das freie* als Magnetnadel (oder kurz Nadel) bezeichnet werden. Aber

auch die Wirkung eines solchen festen Polpaares auf ein beliebiges, im Raume bewegliches ist viel zu verwickelt, um zu greifbaren und nützlichen Formeln zu führen. Man wird also gut thun, eine weitere Vereinfachung dadurch herbeizuführen, dass man sich die Nadel *ns* nur in der Ebene beweglich denkt und zwar in der Ebene, welche den Magneten *NS* enthält; diese Ebene wird sehr häufig die horizontale, in anderen Fällen die vertikale sein. Die Wirkung des festen auf das freie Polpaar wird aber auch unter diesen vereinfachten Annahmen noch eine doppelte sein, nämlich eine Kraft und ein Kräftepaar oder Drehungsmoment; jene wird die Nadel zu verschieben, diese sie um ihren Mittelpunkt zu drehen suchen. Beide Wirkungen sind möglich, wenn die Nadel schwimmend oder an einem Faden hängend angebracht ist. Die Untersuchung zeigt jedoch, dass die verschiebende Kraft mit zunehmender Entfernung zwischen festem und freiem Polpaar rascher abnimmt als das Drehungsmoment, und in dem zu zweit gedachten Falle ist überdies zu bedenken, dass die Nadel nur verschoben werden kann, indem der Aufhängefaden schief gestellt und damit sie selbst, der Schwerkraft entgegen, gehoben wird, ein Umstand, der insofern sehr wesentlich ist, als die Schwerkraft unter den meisten Umständen gross ist gegen die magnetische — ganz abgesehen davon, dass in Folge der gedachten Hebung die Erscheinung aufhört, sich in der Ebene abzuspielen. Aus alledem folgt, dass die wichtigste zu untersuchende Grösse das Drehungsmoment sein wird.

Drehungsmoment. Die Aufgabe ist natürlich eine rein analytische, und die Rechnung kann hier übergangen werden; sie hat im Wesentlichen den Zweck, die vier Entfernungen zwischen den Polen zurückzuführen auf diejenigen Grössen, welche die Lage der Polpaare in einfacherer Weise definiren, nämlich die Entfernung zwischen ihren Mittelpunkten, die Abstände der beiden Pole innerhalb eines jeden und die Richtungswinkel der beiden Polpaare. r (Fig. 109) sei die Entfernung zwischen den Mittelpunkten der beiden Polpaare vom festen NS nach dem drehbaren ns hin gerechnet (Nn), (Ns), (Sn), (Ss) die Entfernungen zwischen den einzelnen Polen selbst, L und l die Entfernungen der Pole von den Mittelpunkten, also mit anderen Worten $2L$, $2l$, die Polabstände in den beiden Polpaaren, d. h. die Längen der Magnete, Φ und φ die beiden Winkel, welche die Pollinien SN und sn mit der Linie r einschliessen (wie man sieht, ist dann $\varphi + \Phi = \delta$ der Winkel zwischen den beiden Polpaaren), endlich Np und Sq die von N und S auf die Verlängerungen des freien Polpaares gefällten Senkrechten. Es setzt sich dann nach Gleichung (2) das Drehungsmoment des festen auf das freie Polpaar



(F. 109)

In der Fig. 109 ist L statt $\frac{L}{2}$ und l statt $\frac{l}{2}$ zu lesen.

aus 4 Gliedern zusammen, deren jedes aus der durch Gleichung (2) bestimmten Kraft erhalten wird, indem mit dem Hebelarm l und, behufs Bildung der drehenden Kraftcomponente, mit dem *sin* des betreffenden Winkels multiplicirt wird; es wird also, wenn Verkleinerung von φ positiv, Vergrösserung negativ gerechnet wird:

$$D = Mml\left[\frac{1}{(Nn)^2}\cdot\frac{Np}{Nn} + \frac{1}{(Ns)^2}\frac{Np}{Ns} - \frac{1}{(Sn)^2}\frac{Sq}{Sn} - \frac{1}{(Ss)^2}\frac{Sq}{Ss}\right]$$

oder, wenn die Linien Np und Sq berechnet werden

$$\begin{aligned} D = {} & Mmrl\sin\varphi\left(\frac{1}{Nn^3} + \frac{1}{Ns^3} - \frac{1}{Sn^3} - \frac{1}{Ss^3}\right) \\ & - MmLl\sin(\varphi+\Phi)\left(\frac{1}{Nn^3} + \frac{1}{Ns^3} + \frac{1}{Sn^3} + \frac{1}{Ss^3}\right), \end{aligned} \tag{3}$$

und hierin sind die vier Nennergrössen in den Klammern bestimmt durch die Ausdrücke

$$\left.\begin{matrix}(Nn)^2 = \\ (Ns)^2 = \\ (Sn)^2 = \\ (Ss)^2 = \end{matrix}\right\} r^2 \left\{\begin{matrix} - \\ - \\ + \\ + \end{matrix}\right\} 2r(L\cos\Phi \left\{\begin{matrix} - \\ + \\ + \\ - \end{matrix}\right\} l\cos\varphi) + L^2 + l^2 \left\{\begin{matrix} - \\ + \\ + \\ - \end{matrix}\right\} 2Ll\cos(\varphi+\Phi).$$

Der Ausdruck für das Drehungsmoment ist, wie man sieht, im Allgemeinen noch sehr verwickelt, ohne dass sich indessen in Strenge weitere Vereinfachungen durchführen lassen.

Specialisirung für grössere Entfernungen. Es bleibt daher nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass die Entfernung r der beiden Mittelpunkte beträchtlich grösser sei als die Längen $2L$ und $2l$, demgemäss nach umgekehrten Potenzen von r zu entwickeln und diese Entwickelung bei dem ersten zweiten u. s. w. Gliede abzubrechen, wodurch man eine erste, zweite u. s. w. Annäherung erhält. Die erste Annäherung und damit die Grundlegung des Problems hat GAUSS[1]) gegeben. LAMONT[2]) hat eine weitere Annäherung andeutungsweise gegeben und für zwei besondere Fälle (s. u.) ausgeführt. Bis zu den Gliedern vierter Ordnung ist CHWOLSON[3]) vorgeschritten, für einen besonderen Fall hat er sogar eine Formel entwickelt, welche beliebig viele Glieder hinzuschreiben gestattet, welche aber zeigt, dass das Glied sechster Ordnung ausserordentlich klein ist[4]).

Die erste Annäherung wird einer der drei folgenden, mit einander identischen Ausdrücke

$$D = \frac{2ML\cdot 2ml}{r^3}(2\cos\Phi\sin\varphi - \sin\Phi\cos\varphi) \tag{4a}$$

$$D = \frac{2ML\cdot 2ml}{r^3}[3\cos\Phi\sin\varphi - \sin(\varphi+\Phi)] \tag{4b}$$

$$D = \frac{2ML\cdot 2ml}{r^3}(3\cos\Phi\sin\varphi - \sin\delta). \tag{4c}$$

Das Drehungsmoment zwischen zwei, gegen ihre Längen sehr weit von einander entfernten Polpaaren ist also ihren Polstärken und ihren Längen direkt, der dritten Potenz ihrer Entfernung umgekehrt proportional und ausserdem von ihren Richtungsverhältnissen abhängig. Wie man sieht, ist hier an die Stelle

---

[1]) GAUSS, Resultate aus d. Beob. d. magn. Vereins 1837, pag. 22 und 1840, pag. 26.

[2]) LAMONT, Hdb. d. Magnetismus. Leipz. 1867, pag. 274.

[3]) CHWOLSON, Mém. Ac. St. Petersburg 31, No. 10. 1883.

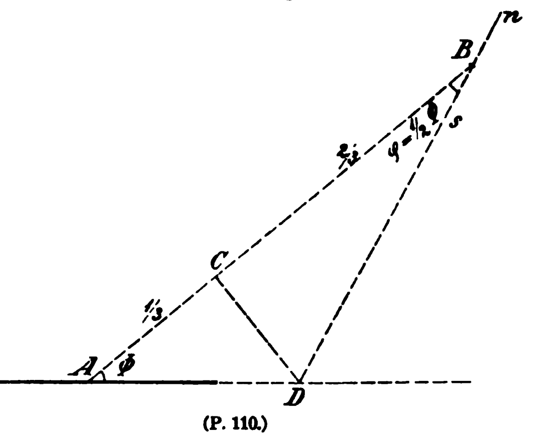
[4]) Vergl. ferner noch WEIHRAUCH, N. Mém. Soc. Nat. de Moscou 14, Heft 4. 1883.

des umgekehrten Quadrates der Entfernung der umgekehrte Kubus getreten, was insofern leicht verständlich ist, als die Wirkung, die ein Paar gleicher und entgegengesetzter Pole in grosser Entfernung ausübt, nichts anderes als das Differential der Wirkung eines einzelnen Poles, das Differential von r^{-2} aber im Wesentlichen r^{-3} ist.

Gleichgewichtseinstellung. Das freie Polpaar, also die Nadel, wird sich so einstellen, dass das obige Drehungsmoment gleich null wird; der erste Ausdruck von D ergiebt hierfür die einfache Relation

$$tg\,\varphi = \tfrac{1}{2}\,tg\,\Phi, \tag{5}$$

d. h. die Nadel stellt sich so ein, dass die Tangente des Winkels, den sie selbst mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte bildet, halb so gross ist, wie die entsprechende Grösse für den Magneten. Hierauf gründet sich die einfache, von GAUSS angegebene und leicht zu verificirende Regel zur Construction der Nadelrichtung: Man verbindet die Mittelpunkte des Magneten A und der Nadel B (welch' letzteren man als festen Punkt der Nadel kennt) mit einander, schneidet hiervon, vom Magneten aus, ein Drittel AC ab und errichtet in diesem Punkte eine Senkrechte; diese Senkrechte trifft die Verlängerung des Magneten in einem bestimmten Punkte D, verbindet man diesen Schnittpunkt mit dem Mittelpunkt der Nadel, so erhält man ihre Richtung sn. Die einzige Grösse, von welcher in diesem Falle die Einstellung der Nadel abhängt, ist die Lage und Richtung des festen Magneten; seine Polstärke, seine Länge, Polstärke und Länge der Nadel selbst sind ohne Einfluss.



(P. 110.)

Verschiebende Kraft. In ähnlicher Weise findet sich die Kraft, welche die Nadel, wenn ihr Mittelpunkt frei angenommen wird, zu verschieben sucht, und zwar in einer bestimmten Richtung. Man kann dabei eine Zerlegung vornehmen in zwei Componenten, deren eine die Richtung der Entfernung der Mittelpunkte, r, hat, deren andere darauf senkrecht steht. Diese Componenten haben die Werthe

$$(\parallel r): X = 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\,(\sin\Phi\,\sin\varphi - 2\cos\Phi\,\cos\varphi) \tag{6a}$$

$$(\perp r): Y = 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\,\sin(\varphi + \Phi) \tag{6b}$$

Man kann endlich auch noch die Kraft in der Richtung der Nadel, die sogen. Direktionskraft, besser Direktionsmoment, selbst ausrechnen und findet

$$(\parallel l): U = 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\,[2\cos\varphi\,\cos(\varphi + \Phi) - \sin^2\varphi\,\cos\Phi]. \tag{6c}$$

Wie man sieht, sind alle diese Kräfte umgekehrt proportional mit der vierten Potenz der Entfernung (was wiederum leicht verständlich ist, da hier beide Polpaare nur mit der differentiellen Wirkung in die Erscheinung eingehen); diese Kräfte ind also bei grösserer Entfernung klein gegen das Drehungsmoment, womit

das oben Bemerkte seine Bestätigung findet. In speciellen Fällen kann dies natürlich Ausnahmen erfahren, es kann sogar das Drehungsmoment bei gewissen Lagen (nämlich solchen, die oben als Gleichgewichtslagen einer nur drehbaren Nadel betrachtet wurde) null werden, und dann kommen, wenn der Mittelpunkt der Nadel frei ist, nur die Verschiebungskräfte zur Geltung.

Specielle Fälle. Die einfachsten speciellen Fälle hinsichtlich der beiden Polpaare zu einander erhält man, wenn man annimmt, die Nadelmitte liege entweder in der Verlängerung des Magneten oder in der auf seiner Mitte errichteten Senkrechten; man kann diese Lagen als Längs- oder Querlage des Magneten bezeichnen, jener entspricht der Werth $\Phi = 0$, dieser der Werth $\Phi = \frac{\pi}{2}$, es wird also nach (4a) und (6a und b)

$$\begin{aligned}
D_l &= 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\sin\varphi & D_q &= -\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\cos\varphi \\
X_l &= -6\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\cos\varphi & X_q &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\sin\varphi \\
Y_l &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\sin\varphi & Y_q &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\cos\varphi \\
U_l &= 3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}(3\cos^2\varphi - 1) & U_q &= -3\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^4}\sin 2\varphi
\end{aligned} \tag{7}$$

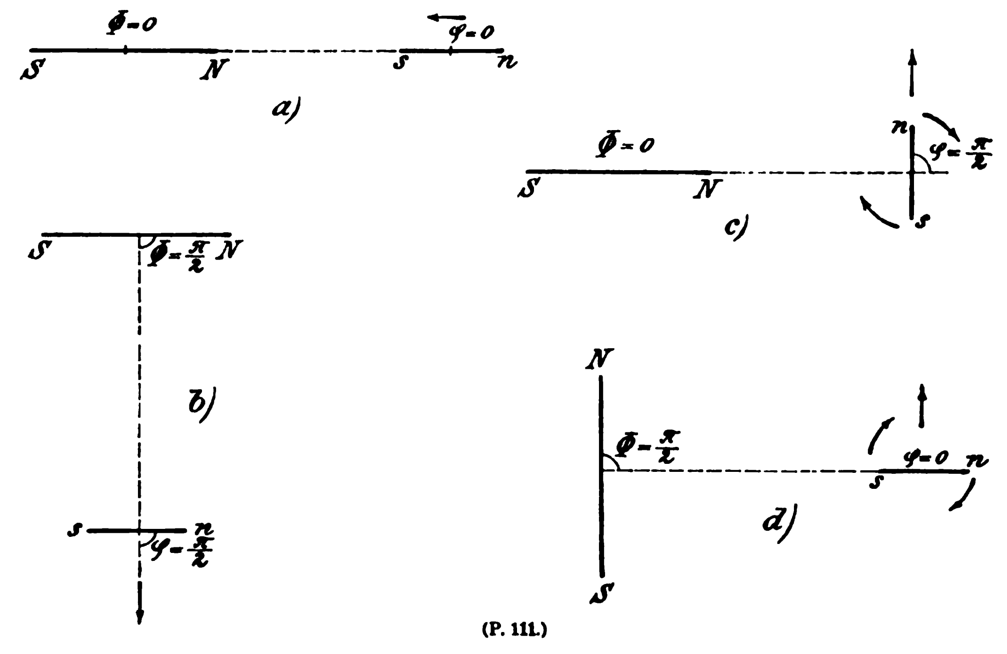
Giebt man nun auch noch dem Winkel φ die besonderen Werthe 0 und $\frac{\pi}{2}$, so erhält man die folgenden vier Fälle, die man als Längs-Längs-, Quer-Quer-, Längs-Quer- und Quer-Längslage bezeichnen kann; es entsprechen ihnen die danebengesetzten Werthe von D, X, Y, unter Fortlassung des Faktors $(2ML)(2ml)$ (U bietet hier, da es bald mit X, bald mit Y identisch wird, kein besonderes Interesse dar:)

Winkel	Kräfte			
1) $\Phi = 0,\quad \varphi = 0$	$D = 0$,	$X = -\frac{6}{r^4}$,	$Y = 0$	(8)
2) $\Phi = \frac{\pi}{2},\quad \varphi = \frac{\pi}{2}$	$D = 0$,	$X = +\frac{3}{r^4}$,	$Y = 0$	
3) $\Phi = 0,\quad \varphi = \frac{\pi}{2}$	$D = \frac{2}{r^3}$,	$X = 0$,	$Y = \frac{3}{r^4}$	
4) $\Phi = \frac{\pi}{2},\quad \varphi = 0$	$D = \frac{1}{r^3}$,	$X = 0$,	$Y = \frac{3}{r^4}$	

Diese vier Fälle sind durch die Fig. 111a—d veranschaulicht. Die Pfeile geben die Richtung der Drehung und (wenn der Mittelpunkt frei ist) der Verschiebung an. Befindet sich die Nadel in der der hier angenommenen gerade entgegengesetzten Lage (d. h. werden ihre Pole vertauscht gedacht), so ändert sich in den beiden letzten Fällen die Richtung der Drehung und Verschiebung, in den beiden ersten ändert sich die Richtung der Verschiebung, aber ausserdem der Charakter des Gleichgewichts in Bezug auf Drehung: in den Fig. 111a und b ist es stabil, in den umgekehrten Fällen würde es labil sein.

Die Formeln liefern noch folgende Sätze: 1) Wenn in zwei verschiedenen Fällen das eine Mal der Nadel-Mittelpunkt in der Verlängerung des Magneten, das andere Mal der Magnet-Mittelpunkt in der Verlängerung der Nadel liegt, beide Male aber die Richtung der beiden Polpaare auf einander senkrecht steht, *so übt der Magnet im ersten* Falle das doppelte Drehungsmoment auf die Nadel

aus wie im zweiten, dagegen in beiden Fällen dieselbe verschiebende Kraft. 2) Liegt eine Nadel das eine Mal in der Verlängerung eines Magneten, das andere Mal parallel und symmetrisch zu ihm, so übt der Magnet im ersten Falle



(P. 111.)

die doppelte Kraft aus wie im zweiten, ein Drehungsmoment aber in beiden Fällen überhaupt nicht.

Spezialisirung für eine kleine Nadel. Der nächste allgemeinere Fall ist der, dass zwar die Nadel, also das freie Polpaar, als sehr klein gegen die Entfernung r angenommen wird, nicht aber der feste Magnet. Dann werden die Formeln schon ganz wesentlich verwickelter. Hier genüge es, die Formel für die Richtung der Nadel anzugeben, also die Verallgemeinerung der Formel (5). Um sie in übersichtlicher Form darzustellen, muss man, wie bei der dortigen Gauss'schen Construction, den Schnittpunkt der Verlängerungen von Magnet und Nadel finden, sein Abstand von der Mitte des Magneten ergiebt sich zu

$$a = L\frac{r_S^3 + r_N^3}{r_S^3 - r_N^3}, \tag{9}$$

wo r_S und r_N die Abstände der beiden Magnetpole von der Mitte der Nadel sind; und mit Benutzung der so gefundenen Grösse a wird

$$tg\,\varphi = \frac{a \sin\Phi}{r - a\cos\Phi}. \tag{10}$$

Entwickelung nach Potenzen. Um zu weiteren Annäherungen zu gelangen, muss man die allgemeinen Ausdrücke nach Potenzen von $\frac{1}{r^2}$ entwickeln und erhält auf diese Weise

$$D = \frac{(2ML)(2ml)}{r^3}(2\cos\Phi\sin\varphi - \sin\Phi\cos\varphi)\left(1 + \frac{u_2}{r^2} + \frac{u_4}{r^4} + \dots\right),$$

wo die Coëfficienten u_2, u_4 u. s. w. Functionen von L, l, Φ und φ sind, und zwar enthalten sie von L und l immer nur geradzahlige Potenzen, weil nur dann D selbst mit Hinzuziehung des Faktors Ll vor der Klammer ungeradzahlig in

L und l wird, wie es sein muss, damit, wenn die Richtung eines der beiden Polpaare umgekehrt wird, auch der Werth von D sich umkehre.

Specialisirung für die beiden Hauptlagen des festen Polpaares. Die Ausführung dieser Reihenentwickelung führt zu verhältnissmässig einfachen Formeln, wenn wiederum, wie oben, die Nadelmitte entweder in der Verlängerung des Magneten oder in der auf seinem Mittelpunkte errichteten Senkrechten liegt (Längs- resp. Querlage des Magneten). Man erhält dann nach LAMONT, wenn man noch das dritte Glied der Reihe, also die Verhältnisse $L^4:r^4$ und $l^4:r^4$ berücksichtigt und erst die Verhältnisse $L^6:r^6$ und $l^6:r^6$ vernachlässigt, folgende Werthe des Drehungsmomentes D_l und D_q (erster und zweiter Fall):

a) für eine sehr kleine Nadel:

$$D_l = 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\sin\varphi\left(1 + 2\,\frac{L^2}{r^2} + 3\,\frac{L^4}{r^4}\right)$$
$$D_q = -\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\cos\varphi\left(1 - \frac{3}{2}\,\frac{L^2}{r^2} + \frac{15}{8}\,\frac{L^4}{r^4}\right) \tag{11}$$

b) für eine beliebige Nadel:

$$D_l = 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\sin\varphi\Bigg[1 + \frac{2L^2 - 3l^2(1-5\cos^2\varphi)}{r^2}$$
$$+ 3\,\frac{L^4 - 5L^2l^2(1-5\cos^2\varphi) + \frac{15}{8}\,l^4(1 - 14\cos^2\varphi + 21\cos^4\varphi)}{r^4}\Bigg], \tag{12}$$

$$D_q = -\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\cos\varphi\Bigg[1 - \frac{3}{2}\,\frac{L^2 - l^2(4 - 15\sin^2\varphi)}{r^2}$$
$$+ \frac{15}{8}\,\frac{L^4 - 2L^2l^2(6 - 23\sin^2\varphi) + 8l^4(1 - 42\sin^2\varphi - 21\sin^4\varphi)}{r^4}\Bigg]. \tag{13}$$

Die Ableitung von CHWOLSON führt zu derselben Formel (12); in (13) dagegen ist der Faktor von $8\,l^4$ zu ersetzen durch $1 - 21/2\,\sin^2\varphi + \frac{105}{8}\sin^4\varphi$ (CHWOLSON seinerseits giebt die LAMONT'sche Formel anders an, als sie im Hdb. d. Magn. pag. 282 steht).

Ersteres Drehungsmoment wird null in der Längs-längs-Stellung, letzteres in der Quer-quer-Stellung, am grössten dagegen werden sie in der Längs-Quer- resp. Quer-Längs-Stellung, und zwar wird dann

$$D_{lq} = 2\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\left(1 + \frac{2L^2 - 3l^2}{r^2} + 3\,\frac{L^4 - 5L^2l^2 + \frac{15}{8}\,l^4}{r^4}\right) \tag{14a}$$
$$D_{ql} = -\,\frac{(2ML)(2ml)}{r^3}\left(1 - \frac{3}{2}\,\frac{L^2 - 4l^2}{r^2} + \frac{15}{8}\,\frac{L^4 - 12L^2l^2 + 8l^4}{r^4}\right). \tag{14b}$$

Diese Gleichungen entsprechen den Gleichungen (12) und (13); die specielleren, den Gleichungen (11) entsprechenden unterscheiden sich von den letzteren nur durch Fehlen des *sin* und *cos*.

Zur Veranschaulichung der Grösse und des Einflusses der Correctionsglieder, welche kurz mit $p_1\ p_2\ \ldots$ resp. $q_1\ q_2\ \ldots$ bezeichnet werden mögen, sei folgendes angeführt:

1) Für kleine Nadeln [$l = 0$, also die obigen Formeln (11)] und $L = \frac{1}{8}r$ wird

$$p_1 = 0{\cdot}03125,\quad p_2 = 0{\cdot}00073$$
$$q_1 = -\,0{\cdot}02344,\quad q_2 = 0{\cdot}00046.$$

Für eine Genauigkeit bis zu $\frac{1}{10000}$ des Werthes genügt hiernach die Berücksichtigung der beiden ersten Correctionsglieder, für eine Genauigkeit von einigen

Tausendsteln sogar die des ersten, und wenn es auf einige Prozent des Werthes nicht ankommt, kann man mit dem Hauptgliede allein rechnen.

2) Wenn die Magnete nahezu senkrecht oder parallel gegen einander sind, kann man in den Correctionsgliedern die *cos* und *sin* gleich null resp. eins setzen, es handelt sich dann im Wesentlichen um das Verhältniss von $l:L$, und es giebt Werthe desselben, für welche gewisse Correctionsglieder verschwinden, z. B. bei Querstellung für $l:L = \sqrt{\frac{2}{3}}$ resp. $\frac{1}{2}$ das erste Glied in D_l resp. D_q, für $l:L = \frac{1}{2\cdot 15}$ bezw. $\frac{1}{3\cdot 36}$ das zweite Glied in denselben Ausdrücken.

Mitwirkung eines dritten Magneten. In gewissen Fällen kann die Wechselwirkung zwischen drei Magneten, von denen einer fest ist, von Wichtigkeit werden. Diese Frage ist daher von LLOYD[1]) und später strenger und eingehender von WEIHRAUCH[2]) untersucht worden, und zwar von Letzterem mit Zugrundelegung der Forderung, dass für jeden der freien Magnete die Summe der Drehungsmomente und — in gewissen Specialfällen — auch die Summe der Directionsmomente verschwinden solle. Die Ergebnisse sind zu umfangreich, um hier Platz finden zu können.

Mitwirkung des Erdmagnetismus. Der Fall, dass eine drehbare Nadel ausschliesslich der Wirkung eines (oder mehrerer) in grösserer oder geringerer Nähe fest aufgestellten Magneten unterliegt, kann, da ausserdem die Erde stets als Magnet wirkt, in der Praxis nur durch gewisse künstliche Einrichtungen (s. w. u.) realisirt werden. Es erhebt sich daher die Frage, wie sich ein drehbarer einfacher Magnet einstellt, wenn auf ihn einerseits die Erde, andererseits ein einfacher Magnet wirkt. Bei der Behandlung dieser Aufgabe kann man an die vorige unmittelbar anknüpfen, man braucht nämlich nur das Drehungsmoment des Erdmagnetismus hinzuzufügen; oder, in Anwendung auf das Gleichgewicht der Nadel, man braucht nur das Drehungsmoment des Magneten demjenigen des Erdmagnetismus gleich zu setzen; löst man diese Gleichung nach dem Ablenkungswinkel der Nadel auf, so erhält man die Gleichgewichtslage. Zuerst ist das in Rede stehende Problem von HANSTEEN[3]), am vollständigsten von GAUSS[4]) behandelt worden.

Es sei H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, dann ist in der Lage, in welcher die Nadel mit dem magnetischen Meridian den Winkel α einschliesst, das Drehungsmoment des Erdmagnetismus $H(2\,ml)\sin\alpha$. Wirkt ausschliesslich der Erdmagnetismus, so findet Gleichgewicht statt für $\alpha = 0$, d. h. die Nadel stellt sich in den Meridian ein. Wirkt hingegen ausserdem ein Magnet, so tritt Gleichgewicht ein, wenn

$$H(2\,m\,l)\sin\alpha = D \tag{15}$$

ist. Diese Gleichung nimmt in erster Annäherung die Form

$$H\sin\alpha = \frac{2\,ML}{r^3}\,(2\cos\Phi\sin\varphi - \sin\Phi\cos\varphi) \tag{16}$$

an. Hierin sind aber noch zwei unbekannte Winkel vorhanden, α und φ, die Winkel, welche die Nadel mit dem Meridian und mit der Abstandslinie der Mittelpunkte von Magnet und Nadel bildet, während doch einer dieser Winkel

---

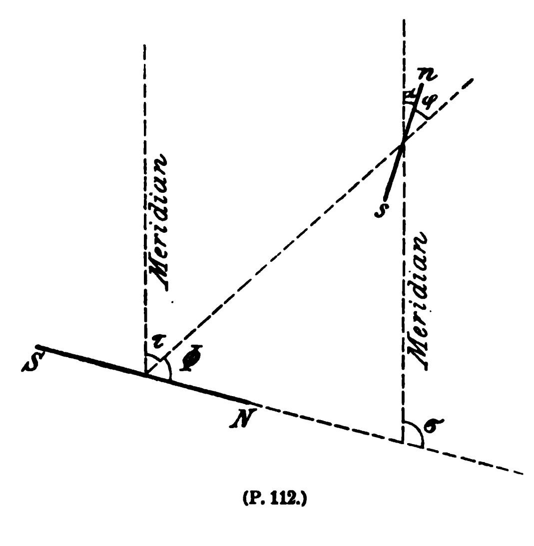
1) LLOYD, Trans. R. Irish. Ac. 19, pag. 159 u. 249. 1843.

2) WEIHRAUCH, N. Mém. Soc. Natur. de Moscou 14, Heft 4. 1883.

3) HANSTEEN, Unters. üb. d. Magn. d. Erde. Christ. 1819.

4) GAUSS, Intensitas vis magneticae etc. Gött. 1833. POGG. Ann. 28, pag. 241 u. 591. u. a. a. O.

(gleichviel welcher) genügt, ihre Lage zu charakterisiren. Man muss also eine von beiden Unbekannten eliminiren, indem man sie auf die Andere und bekannte Grössen zurückführt. Dabei hat man noch die freie Wahl zwischen verschiedenen gegebenen Winkeln, nämlich dem Winkel Φ zwischen Magnet und Verbindungslinie, dem Winkel σ zwischen Magnet und Meridian, und dem Winkel τ zwischen Verbindungslinie der Mittelpunkte und Meridian; zwischen ihnen besteht die Beziehung, dass einer von ihnen (welcher, hängt von den Umständen ab) die Summe der beiden andern ist (in der Fig. 112 ist $\sigma = \Phi + \tau$). Man pflegt mittelst dieser Gleichung Φ zu eliminiren, mittelst der ebenfalls aus der Zeichnung einleuchtenden Beziehung $\tau = \alpha + \varphi$ den Winkel φ, und erhält dann, wenn man die obige Gleichung nach α auflöst:



(P. 112.)

$$tg\,\alpha = \frac{2\cos(\sigma-\tau)\sin\tau - \sin(\sigma-\tau)\cos\tau}{H\cdot\frac{r^3}{2ML} - 2\cos(\sigma-\tau)\sin\tau + \sin(\sigma-\tau)\cos\tau} \tag{17}$$

oder, da hierin das zweite Glied des Nenners gegen das erste gewöhnlich zu vernachlässigen ist

$$tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3H}\,[2\cos(\sigma-\tau)\sin\tau - \sin(\sigma-\tau)\cos\tau]. \tag{18}$$

Specielle Fälle. Man erhält solche, indem man für eine der beiden Grössen σ und τ besondere Werthe wählt. Wählt man $\sigma = 0$, also den ablenkenden Magneten parallel mit dem Meridian, so wird

$$tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3H}\cdot\frac{3}{2}\sin 2\tau, \tag{19a}$$

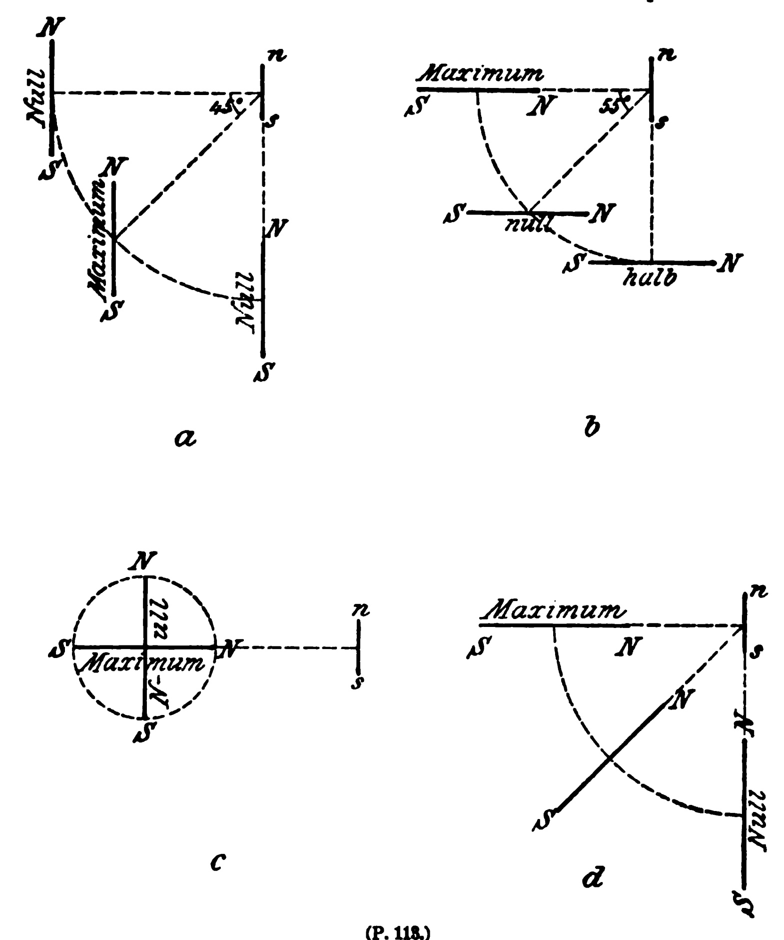
d. h.: wenn man einen Magneten um eine im Meridian hängende Magnetnadel im Kreise herumführt, derart, dass auch der Magnet stets dem Meridian parallel bleibt, so übt er gar keine drehende Wirkung auf die Nadel aus, wenn er sich (die Meridianrichtung auf dem Papier von unten nach oben gedacht) gerade links oder rechts oder oben oder unten befindet, dagegen eine maximale Wirkung, wenn er sich in einer der Diagonalen befindet (Fig. 113a). Setzt man andererseits $\sigma = \frac{\pi}{2}$, so ist der ablenkende Magnet senkrecht gegen den Meridian, also auf dem Papier horizontal gelegen, und es wird

$$tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3H}\,(2\sin^2\tau - \cos^2\tau), \tag{19b}$$

also die Ablenkung, wenn der Magnet im Kreise um die Nadel herumwandert, vom Zeichen abgesehen, am grössten, wenn er links oder rechts liegt, halb so gross, wenn er oben oder unten liegt, und am kleinsten, nämlich null, wenn der Magnet etwa 55° nach oben oder unten liegt, ein Werth, den man auch daraus hätte berechnen können, dass, da hier die Nadel im Meridian bleibt, τ gemäss

Gleichung (5) die Bedingung erfüllen muss, einen halb so grossen *tg* zu haben, wie sein Complementwinkel $\frac{\pi}{2} - \tau$ (s. Fig. 113b)[1]).

In ähnlicher Weise kann man nun in (18) auch für τ die speciellen Werte 0 und $\frac{\pi}{2}$ wählen, und zusehen, wie sich dann $tg\,\alpha$ gestaltet für verschiedene Werthe von σ, d. h. wie die ablenkende Wirkung des Magneten sich ändert, wenn man ihn links von der Nadel aufstellt und dann um seinen Mittelpunkt herumdreht,



(P. 113.)

und entsprechend für Aufstellung rechts oder vorn oder hinten. Man findet dann bis auf das Zeichen:

$$tg\,\alpha = 2\,\frac{(2\,ML)}{r^3 H}\,sin\,\sigma \tag{19c}$$

für Links- oder Rechtslage (Fig. 113c), und

$$tg\,\alpha = \frac{2\,ML}{r^3 H}\,sin\,\sigma \tag{19d}$$

für die Aufstellung vorn oder hinten. Beim Drehen des Magneten in einer dieser Stellungen ändert sich also seine Wirkung wie der Sinus seines Richtungswinkels,

[1]) Eine Vorrichtung, um den Magneten mit sich selbst parallel herumzuführen, hat SALCHER (Z. f. phys. Unt. 3, pag. 195. 1890) bekannt gemacht.

sie ist null, wenn er senkrecht liegt, am grössten, wenn er wagerecht liegt. Ausserdem ist die Wirkung bei Aufstellung links oder rechts von der Nadel für jede Richtung doppelt so gross, wie bei der parallelen Richtung in der Aufstellung vorn oder hinten.

Endlich ist es noch zuweilen von Wichtigkeit zu wissen, wie α variirt, wenn der Magnet so im Kreise um die Nadel herumgeführt wird, dass er immer auf sie hinweist. Man muss dann Φ in der Formel behalten und gleich null setzen, erhält also angenähert $tg\,\alpha = \frac{2ML}{r^3H} \sin\tau$, d. h. das Gesetz zwischen α und τ ist in diesem Falle das gleiche wie in (19d) dasjenige zwischen α und σ (Fig. 113d).

Hauptlagen. In den angestellten Betrachtungen sind die vier schon früher hervorgehobenen Hauptlagen, denen irgend eine Combination der Werthe 0 und $\frac{\pi}{2}$ für σ und τ entspricht, bereits enthalten. Interesse bieten im Wesentlichen nur zwei von ihnen dar, weil in den beiden Fällen, in denen $\sigma = 0$ und $\tau = 0$ oder $\tau = \frac{\pi}{2}$ ist, nach der ersten der Formeln (19) $\alpha = 0$ wird, d. h. einfach deshalb, weil hier der Magnet den Erdmagnetismus, dem er parallel ist, einfach unterstützt. Die beiden anderen Lagen nennt man nach GAUSS vorzugsweise die beiden Hauptlagen, und man findet die für sie geltenden Beziehungen, entweder indem man in Gleichung (19b) $\tau = \frac{\pi}{2}$ und $\tau = 0$ setzt, oder indem man in Gleichung (19c) und (19d) $\sigma = \frac{\pi}{2}$ setzt. In jedem Falle erhält man das Resultat: Die ablenkende Wirkung ist in der ersten Hauptlage annähernd doppelt so gross wie in der zweiten.

GAUSS'scher Nachweis des Grundgesetzes. An die obigen Betrachtungen und Formeln ist noch eine wichtige Bemerkung zu knüpfen. Ganz ähnliche Formeln wie die erhaltenen würden sich nämlich auch ergeben, wenn die specielle, den Entwickelungen zu Grunde gelegte Annahme, wonach die Wirkung zwischen zwei Polen umgekehrt proportional ist dem Quadrate ihrer Entfernung, ersetzt worden wäre durch die allgemeinere, dass sie umgekehrt proportional sei irgend einer, der $n$ten Potenz ihrer Entfernung. Nur in zwei Hinsichten würden sich dann die Formeln von den obigen unterscheiden. In der Gleichung (18) würde einmal im Nenner r^{n+1} stehen, und zweitens würde das erste Glied in der Klammer nicht den Faktor 2, sondern den Faktor n haben. Dasselbe würde von den speciellen Formeln (19b) und (19c) gelten, und der Satz, betreffend das Wirkungsverhältniss in den beiden Hauptlagen, würde dann lauten: Die ablenkende Wirkung in der ersten Hauptlage ist n Mal so gross wie in der zweiten. Zeigt man also experimentell, dass sie doppelt so gross ist, so ist damit das Grundgesetz erwiesen. Dies hat zuerst HANSTEEN[1]) und dann unter einfacheren Annahmen und in exacterer Weise GAUSS[2]) gethan. Er fand für die in der ersten Spalte der folgenden Tabelle bezeichneten Abstände r die in der zweiten und vierten Spalte angegebenen Ablenkungswinkel für die erste und zweite Hauptlage, Winkel, die einerseits so klein sind, dass man sie mit Tangenten identificiren kann, und von denen andererseits die in der gleichen Horizontalreihe stehenden näherungsweise wie 2 : 1 sich verhalten. Eine genaue Ueberein-

---

[1]) HANSTEEN, Unt. ü. d. Magn. d. Erde. 1819, pag. 119.

[2]) GAUSS, Int. vis magn. etc. — POGG. Ann. 28, pag. 241 u. 591. — Werke, 5, pag. 81.

stimmung ist aber nicht zu erwarten, da die Formel (18) nur eine erste Annäherung an die wahre Formel (17) ist.

Abstand r	beob.	Diff. zw. Beob. u. Rechn.	beob.	Diff. zw. Beob. u. Rechn.
1·3 *m*	2° 13′ 51·2″	+ 0·8″	1° 10′ 19·3″	+ 6·0″
1·4 „	1° 47′ 28·6″	+ 4·5″	55′ 58·9″	+ 0·2″
1·5 „	1° 27′ 19·1″	— 9·6″	45′ 14·3″	— 6·6″
1·6 „	1° 12′ 7·6″	— 3·3″	37′ 12·2″	— 3·2″
1·7 „	1° 0′ 9·9″	— 5·0″	30′ 57·9″	— 1·2″
1·8 „	50′ 52·5″	+ 4·2″	25′ 59·5″	— 3·4″
1·9 „	43′ 21·8″	+ 7·3″	22′ 9·2″	+ 2·6″
2·0 „	37′ 16·2″	+ 10·6″	19′ 1·6″	+ 5·9″
2·1 „	32′ 4·6″	+ 0·9″	16′ 24·7″	+ 4·9″
2·5 „	18′ 51·9″	— 10·2″	9′ 36·1″	— 2·5″
3·0 „	11′ 0·7″	— 1·1″	5′ 33·7″	— 0·2″
3·5 „	6′ 56·9″	— 0·2″	3′ 28·9″	— 1·0″
4·0 „	4′ 35·9″	— 3·7″	2′ 22·2″	+ 1·7″

Die zweite Annäherung würde noch ein Glied mit $1/r^5$ enthalten, GAUSS hat demgemäss versucht, die Beobachtungszahlen durch zwei entsprechende Ausdrücke darzustellen, auf diese Weise

$$tg\,\alpha_1 = 0{\cdot}086870\,r^{-3} - 0{\cdot}002185\,r^{-5}$$
$$tg\,\alpha_2 = 0{\cdot}043435\,r^{-3} + 0{\cdot}002449\,r^{-5}$$

erhalten, und die in der Tabelle aufgeführten Differenzen zeigen, dass die Fehler den Betrag von 10″, also von 1 Proc. des Werthes nicht übersteigen, meist aber unter $\frac{1}{2}$ Proc. des Werthes bleiben.

Magnetisches Moment. In den Formeln für die Kräfte (11—14) kommen die Längen der beiden Polpaare in zwei verschiedenen Weisen vor, nämlich einmal multiplicirt mit der Polstärke des betreffenden Paares und dann in der Klammer ohne diesen Faktor. Im Falle erster Annäherung, d. h. für Entfernungen, welche im Vergleich zur Länge beider Polpaare sehr gross sind, fallen aber die Klammern überhaupt fort, und demgemäss enthalten die Formeln (4, 6) und (7), sowie (15, 16, 18, 19) die Grössen L und l ausschliesslich in den Verbindungen $2ML$ und $2ml$. Dieses Produkt aus Polstärke und Abstand der beiden Pole bezeichnet man als das magnetische Moment μ des Polpaares resp. des Magneten

$$\mu = 2ml.$$

Man erhält daher den Satz: Die Wirkung eines Magneten in grosse Entfernung und ebenso die Wirkung, welche ein Magnet aus grosser Entfernung erfährt, hängt ausschliesslich von seinem magnetischen Moment ab; sie bleibt ungeändert, wenn seine Länge im umgekehrten Verhältniss seiner Polstärke verändert wird. Dieser Satz ist offenbar nichts anderes, als das Analogon zum Hebelsatz in der Mechanik, der Körper, welcher dort aus unendlicher Ferne einwirkt, ist die Erde. Hier kann es irgend ein Magnet sein, wenn er nur entfernt genug ist, und die Erfahrung hat gezeigt, dass diese Bedingung für den Magneten, den die Erde darstellt, erfüllt ist. Uebrigens ist es einleuchtend, dass das magnetische Moment sich zur Polstärke in begrifflicher Hinsicht ebenso verhält wie das Drehungsmoment zur einfachen Kraft. Jedoch ist dabei noch auf einen Umstand hinzuweisen. Wenn nämlich die Entfernung so gross wird, dass das magnetische Moment die ausschliesslich maassgebende Grösse ist, so ist damit noch nicht gesagt, dass dann

auch von den stattfindenden Wirkungen nur das Drehungsmoment übrig bleibt; denn da die Grössen L^2 und l^2 mit der Potenz r^{-5}, die Verschiebungsgrössen X, Y, U (Gleichung 6) aber nur mit r^{-4} behaftet sind, so sind letztere immer noch gross gegen die die ersteren enthaltenden Glieder. Mit anderen Worten: Das magnetische Moment wird die einzig bestimmende Grösse schon dann, wenn 1 gegen r^2 vernachlässigt werden darf: das Drehungsmoment hingegen wird erst dann die einzige übrig bleibende Kraft, sobald 1 gegen r vernachlässigt werden darf.

Der hier eingeführte Begriff des magnetischen Moments bezieht sich lediglich auf das abstrakte Gebilde des Polpaares oder einfachen Magneten; später wird es auf wirkliche Magnete zu erweitern sein, und es wird alsdann der Begriff der magnetischen Axe hinzugefügt werden, von dessen Benutzung hier abgesehen wurde, weil bei einem Punktpaar der Ausdruck Axe in anderen Gebieten (Mechanik, Hydrodynamik u. s. w.) in anderem Sinne gebraucht zu werden pflegt.

Besonderer Einfluss der Länge. Wenn die Entfernung nicht gross genug ist, so hängt die Wirkung, bei gleichem magnetischen Moment, von der Länge ab, und zwar gilt dies sowohl für den wirkenden Magneten als auch für die Nadel, auf welche er einwirkt. Und zwar ergeben sich aus Formeln (11 bis 13) einige einfache Sätze, von welchen hier nur der folgende aus Gleichung (11) abzulesende angeführt sein möge. Die Wirkung eines Magneten auf eine kleine Magnetnadel ist bei gleichen magnetischen Momenten beider und bei Längslage des Magneten desto grösser, je länger er ist; bei Querlage des Magneten ist dies der Fall, so lange $L > r\sqrt{\frac{4}{5}}$ ist; ist dagegen $L < r\sqrt{\frac{4}{5}}$, so ist die Wirkung desto schwächer, je länger der Magnet ist; in jedem Falle ist der Einfluss der Länge hier bei Querlage wesentlich geringfügiger als dort bei Längslage.

Einfluss der Dicke und Breite. Ein einfacher Magnet hat zwar lediglich eine Länge. CHWOLSON[1]) hat aber den Gedanken durchgeführt, einen wirklichen Magneten von gewisser Breite und Dicke durch vier Polpaare darzustellen, welche gewissermaassen den vier Magneten entsprechen, die man erhält, wenn man den Magneten durch zwei auf einander senkrechte mediane Längsschnitte zertheilt. Es sind dann bei der Wechselwirkung zweier Magnete 8×8, also 64 Wirkungen zu berechnen. Die Formeln, welche schliesslich resultiren und für die beiden Hauptlagen relativ einfach werden, zeigen, dass die Breiten- und Dicken-Glieder nicht immer zu vernachlässigen sind. Ob freilich diese ganze Auffassung eines Magneten als aus 8 Polen bestehend eine innere Berechtigung besitze, ist eine andere Frage.

Das magnetische Feld.

Die Wirkung eines Poles, eines Polpaares, beliebiger Combinationen solcher oder wirklicher Magnete erstreckt sich streng genommen natürlich über den ganzen unendlichen Raum. Da aber die Wirkungen umgekehrt proportional der zweiten, dritten und vierten Potenz der Entfernung abnehmen, so wird jede Wirkung thatsächlich nur in einem ziemlich beschränkten Raume sich für unsere Apparate bemerklich machen, und dieser Raum heisst das magnetische Feld des betreffenden magnetischen Gebildes. Damit ist zugleich erläutert, wieso es ein magnetisches Feld eines einzelnen Poles geben kann, während doch ein einzelner Pol gar nicht existirt: der andere kann eben in so grosser Entfernung liegen, dass sein Feld sich mit demjenigen des zu betrachtenden Poles gar nicht oder

---

[1]) CHWOLSON, Mém. Ac. St. Pét. (7) 31, No. 10, 2. Theil. 1883.

nur in den äussersten Regionen berührt. Man versteht aber unter magnetischem Feld nicht schlechthin den angegebenen Raum, sondern diesen Raum in seiner magnetischen Beschaffenheit, d. h. behaftet mit der in jedem seiner Punkte stattfindenden magnetischen Kraft, die man sich gewissermaassen, ohne damit concrete Vorstellungen zu verbinden, als ein das ganze Feld erfüllendes Agens denkt. Um das von dem bestimmten magnetischen Körper oder abstrahirten Gebilde erzeugte Feld möglichst ungetrübt zu erhalten, muss man jenen Körper sehr kräftig wählen, anderenfalls wirkt der Erdmagnetismus mit ein, der doch sein eigenes magnetisches Feld besitzt, und man erhält dann ein combinirtes Feld dieser Wirkungen.

Magnetische Kraftlinien. In jedem Punkte des magnetischen Feldes herrscht eine bestimmte Kraft, ob sie nun von einem einzigen wirkenden Körper herrührt oder die Resultirende aus mehreren solchen Kräften sein mag. Diese Kraft heisst, wenn in dem betreffenden Punkte ein einfacher Pol von der Stärke 1 gedacht wird, die Kraft des Feldes; sie hat eine bestimmte Grösse und eine bestimmte Richtung, und es handelt sich darum, sie zu ermitteln, entweder durch Rechnung oder durch Beobachtung. Durch Rechnung lassen sich diese beiden Charakteristiken nach den obigen Formeln leicht finden. Von der experimentellen Bestimmung der Grösse wird später die Rede sein, die Richtung ist sehr einfach zu finden. Man braucht nur eine kleine Magnetnadel in einem Punkte des Feldes aufzustellen und ihre Richtung zu fixiren: Dies ist die Richtung der Kraft in diesem Punkte. Die Nadel muss im Allgemeinen frei um ihren Mittelpunkt drehbar sein, um die Richtung im Raume anzuzeigen, eventuell nimmt man nach einander eine horizontal und eine vertikal drehbare Nadel und bildet dann aus ihren Richtungen die Resultante. Bringt man jetzt den Mittelpunkt der Nadel in den Punkt, in welchem noch eben ihr Nordpol sich befand, so nimmt sie wiederum eine bestimmte Richtung an, und wenn man so fortfährt, erhält man eine stetige Linie, die magnetische Kraftlinie. Solcher Linien giebt es natürlich unendlich viele in dem magnetischen Felde, von den Punkten, wo Pole liegen, gehen sie sämmtlich aus, resp. laufen nach ihnen hin zusammen. In weit einfacherer Weise erhält man ein Bild des magnetischen Feldes oder vielmehr ein Bild eines ebenen, horizontalen Schnittes desselben, wenn man eine Platte im Felde aufstellt, mit Eisenfeilicht bestreut und in geeigneter Weise erschüttert; das Feilicht ordnet sich dann (s. w. u.) in den Kraftlinien an. Weniger exakt ist diese Methode, einmal wegen der Trägheit der Eisentheilchen, die sich überdies in ihren Bewegungen und Lagerungen gegenseitig mehr oder weniger stören, wenn die Menge und die Feinheit des Feilichts nicht gerade sehr gut getroffen sind; und dann, weil die verschiedenen Spähne sich, wie sich später ergeben wird, auch magnetisch beeiflussen und sich in Folge dessen nicht genau zu denjenigen Kraftlinien anordnen, welche dem das magnetische Feld erzeugenden Körper allein zukommen würden. Endlich ist drittens zu beachten, dass die Platte, auf der das Feilicht sich anordnet, eine horizontale Ebene darstellt, die Kraftlinien aber im Allgemeinen gar nicht, und zwar auch nicht theilweise, in einer solchen verlaufen (wie sich auch daran zeigt, dass die Spähne grösstentheils mehr oder weniger »zu Berge stehen«), so dass man auf diese Weise im Allgemeinen nur scheinbare Kraftlinien erhält. In allen Fällen, wo die Kraftlinien überhaupt ebene Curven sind, kann man jedoch begreiflicherweise durch geeignete Wahl der Ebene die wirklichen Kraftlinien erhalten. Statt auf einer festen Platte kann man das Eisenpulver mit erheblichem Vortheil für die Reinheit und Feinheit der Curven auch auf einer Wasseroberfläche ausbreiten,

wobei dann freilich die Capillarwirkungen unter Umständen störend eingreifen können[1]).

Zur Fixirung der Curven[2]) eignet sich am besten Wachspapier oder eine mit Schellack überzogene Glasplatte; man erwärmt (am besten von oben) die entworfenen Figuren und lässt dann wieder erkalten. Auch Gummiwasser oder rothes Blutlaugensalz kann man bei Papier anwenden, letzteres erzeugt eine blaue Zeichnung, die nach Fortnahme der Spähne bestehen bleibt.

Andere Fixirungsmethoden haben ST. MEUNIER[3]), LINDECK[4]), MACH[5]), KOWALSKI[5]) u. A. angegeben, wobei das Pulver theils selbst fixirt wird, theils nach seiner Entfernung »negative Bilder« zurücklässt, theils endlich photographische Bilder hergestellt werden. Zur Sichtbarmachung für den momentanen Zuschauerkreis bedient man sich am besten eines grossen, geneigten Spiegels.

Magnetisches Potential; Intensität des Feldes. Dem eben besprochenen Curvensystem steht ein zweites zur Seite, für dessen Verständniss vorerst ein Begriff eingeführt werden muss, welcher, wie in allen Theilen der Physik, auch hier eine wichtige Rolle spielt, der Begriff des Potentials, welches in diesem Falle magnetisches Potential heisst. Dass es ein solches giebt und dass es dieselbe Form hat wie das Schwere- oder elektrische Potential, ist in der Mechanik und im Artikel »Potentialtheorie« bereits ausgeführt worden und folgt auch schon unmittelbar daraus, dass das Grundgesetz in diesen drei Gebieten dieselbe Form hat. Das magnetische Potential zwischen den Polen M und m ist also $-\frac{Mm}{r}$ das Potential des Polpaares $\pm M$ auf dem Pol m ist $Mm\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$, wenn r und r' die Entfernung der beiden Pole M vom Pole m sind u. s. w. Da das Moment der Probirnadel auf ihre Richtung ohne Einfluss ist, thut man gut, das Potential und die Kraft zu betrachten, welche auf einen Pol von der Stärke 1 ausgeübt wird; man nennt die letztere die Intensität des Feldes oder Feldstärke.

Niveauflächen. In einem magnetischen Felde hat das Potential im Allgemeinen von Ort zu Ort verschiedene Werthe; dass es jedoch von jedem Orte aus nach gewissen Richtungen hin constant ist, folgt einfach daraus, dass Constanz des Potentials Nullwerden der Kraft bedeutet, die Kraft aber in allen Richtungen, welche zu ihrer Richtung senkrecht stehen, keine Componente besitzt. Man kann also um jeden Punkt herum eine kleine Fläche construiren, in deren sämmtlichen Punkten das Potential denselben Werth hat, hieran weitere solche Flächenelemente schliessen und auf diese Weise eine Fläche von endlichen Dimensionen bilden, deren sämmtlichen Punkten derselbe Werth des Potentials zugehört, für deren jede also $V = const$ ist. Diese Flächen, deren es offenbar ebenso wie der Kraftlinien unendlich viele giebt, heissen Aequipotential-Flächen oder (mittelst eines aus der Mechanik entlehnten Bildes) Niveauflächen. Auf ihnen stehen, wie ohne weiteres einleuchtet, die Kraftlinien in jedem Punkte senkrecht.

Auch die Niveauflächen resp. die ihre Schnitte mit einer Ebene darstellenden Niveaulinien kann man durch Rechnung finden (s. w. u.). — Nach COLAR-

---

[1]) Vergl. z. B. FRANKENBACH, WIED. Ann. 18, pag. 703. 1883.

[2]) FARADAY, Exp. Unters. üb. Elektricität, 3, pag. 362 (§ 3236). Deutsch v. KALISCHER. Berlin 18·1.

[3]) ST. MEUNIER, Cosmos 1867. — La Nature 12, pag. 350. 1884.

[4]) LINDECK, Zeitschr. f. Instr.-K. 9, pag. 352. 1889.

[5]) *Zeitschr.* f. phys. Unterricht 3, pag. 160. 1890.

DEAU[1]) kann man sie in ähnlicher Art wie die Kraftlinien auch experimentell erhalten, indem man nur statt des Eisenpulvers ein schwach magnetisches Pulver, z. B. Eisenoxyd, nimmt; die Theilchen ordnen sich dann so langsam zu Kraftlinien an, dass die Bahnen, auf denen sie sich beim Klopfen dorthin begeben, durch den zurückgelassenen Staub sichtbar werden. Mit mittelstarken Pulvern erhält man auf diese Weise sogar ein Gemisch beider Curvensysteme.

Dichte der Niveauflächen und Kraftlinien. Sowohl die Niveauflächen als auch die Kraftlinien können Aufschluss über die Vertheilung der Kraft im Felde geben. Für die ersteren ergiebt sich das aus folgender Betrachtung. Von einer zur nächsten Niveaufläche ändert sich das Potential; wählt man also aus den sich stetig an einander reihenden Niveauflächen diejenigen, welchen gleichförmig fortschreitende Werthe des Potentials entsprechen und bedenkt man, dass die Kraft, also die Intensität des Feldes

$$J = \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V_2 - V_1}{\delta} \tag{20}$$

ist, worin jetzt die Differenz im Zähler einen ein für allemal constanten Werth hat, so erhält man in dem Abstand δ benachbarter Niveauflächen an irgend einer Stelle ein Bild von der Grösse der dort herrschenden Intensität: sie ist dem Abstande benachbarter Niveaulinien umgekehrt, also ihrer Dichte oder ihrer Anzahl auf einer bestimmten Kraftlinienstrecke direct proportional. Andererseits erhält man, wenn man durch alle Punkte einer unendlich kleinen, geschlossenen Linie die Kraftlinien legt, ein kanalförmiges Gebilde, welches man »Kraftröhre« oder »Kraftfaden« nennt, und für die Querschnitte dieser Kraftfäden folgt aus der Potentialtheorie[2]), dass sie den Kräften an den betreffenden Stellen umgekehrt proportional sind. An die Stelle der Kraftfäden kann man nun, um bequemer zu sprechen, wieder die Kraftlinien, an die Stelle der Querschnitte, deren Dichte resp. Anzahl pro Flächeneinheit setzen und erhält dann den dem obigen analogen Satz: Die Stärke des Feldes an irgend einer Stelle ist proportional der Zahl der Kraftlinien, welche durch das jene Stelle enthaltende Niveauflächenelement hindurchgehen. Dass man die Proportionalität sogar zur Gleichheit steigern kann, wird noch gezeigt werden.

Die seitdem von so ungeahnter Bedeutung gewordene Einführung des Kraftfeldes mit seinen charakteristischen Linien verdankt man dem wesentlich auf Anschauung sich stützenden und hierdurch den Mangel mathematischer Durchbildung ersetzenden Forschergeist FARADAY's[3]); die mathematische Formulirung hat die Theorie des Feldes alsdann durch MAXWELL[4]) gefunden.

Berechnung und Zeichnung specieller Fälle. Man könnte hierbei vom magnetischen Felde in seiner allgemeinsten Beschaffenheit ausgehend allmählich Specialisirungen einführen, zunächst noch relativ allgemeine, wie z. B. die, dass das Feld mit allen seinen Linien den Charakter eines Rotationsgebildes habe, oder den eines cylindrischen Gebildes, von welchen es genügt einen Querschnitt zu betrachten, weil sich in allen übrigen die Verhältnisse in genau gleicher Weise ordnen u. s. w. Es ist jedoch hier vorzuziehen, die ein-

---

1) COLARDEAU, Journ. de Phys. (2) 6, pag. 83. 1887.

2) Vergl. z. B. KIRCHHOFF, Vorles. üb. Elektr. u. Magn., Leipzig 1891, pag. 8.

3) FARADAY, Phil. Trans. 1852, pag. 1. — Exp. Unt. üb. Elektr., deutsche Ausg., an zahlreichen Stellen, systematisch namentlich in Bd. 3, pag. 298.

4) MAXWELL, Lehrb. d. Elktr. u. d. Magn., deutsch v. WEINSTEIN, Berlin 1883, Bd. 1, pag. 47 u. a. a. St.

fachsten Fälle in den Vordergrund zu stellen, weil diese für die Anwendung meist gerade die wichtigsten sind.

Gleichförmiges Feld. Der einfachste Fall ist natürlich der, in welchem die Kraft im ganzen Felde dieselbe Richtung und dieselbe Grösse hat. Die Niveauflächen sind alsdann Ebenen, welche auf jener Richtung senkrecht stehen, die Kraftlinien Gerade, welche jene Richtung haben. Die Niveauflächen haben überall gleiche Abstände, ebenso die Kraftlinien; jenem Abstande entsprechen Potentialdifferenzen gleich der Einheit; diese, die Abstände der Kraftlinien, werden am besten so gewählt, dass die Zahl der durch die Flächeneinheit der Niveaufläche gehenden Kraftlinien nicht nur proportional, sondern geradezu gleich der Kraft wird; uud in zwei Feldern, deren Intensitäten verschieden sind, liegen die Niveauflächen und die Kraftlinien in entsprechendem Verhältniss verschieden nahe bei einander. Ein solches Feld heisst ein gleichförmiges oder homogenes, ein Beispiel dafür ist das vom Erdmagnetismus herrührende Feld, so lange man sich in Dimensionen bewegt, welche klein sind gegen die der ganzen Erde.

Feld eines einzelnen Poles. Das ist offenbar der nächst einfachste Fall. Das Potential ist $V = \frac{m}{r}$, also die Gleichung der Niveauflächen

$$\frac{m}{r} = c \quad \text{oder} \quad r = \frac{m}{c}.$$

Diese Flächen sind Kugeln, ihre ebenen, z. B. horizontalen Durchschnitte, Kreise. Wählt man aus der unendlichen Zahl dieser Kreise diejenigen, welche den Werthen 1, 2, 3 . . . entsprechen, deren Radien also, vom äussersten zum innersten, m, $m/2$, $m/3$ u. s. w. sind, so erhält man Niveauflächen, welche den Potentialwerthen $V = 1, 2, 3$ . . . entsprechen, zwischen deren je zwei benachbarten also die Potentialdifferenz 1 besteht. Die Kraftlinien sind offenbar sämmtliche vom Pole ausgehenden geraden Linien, und zwar, wenn man wiederum eine bestimmte Anzahl herausgreift, gleichförmig um den Pol nach allen Seiten hin vertheilt. Ist die Polstärke m und zieht man im Ganzen $4\pi m$ Kraftlinien, so wird irgend eine Niveau-Kugelfläche von $4\pi m$ Kraftlinicn getroffen, also die Flächeneinheit derselben von $\frac{4\pi m}{4\pi r^2} = \frac{m}{r^2}$ Kraftlinien, d. h. die Zahl der Kraftlinien pro Flächeneinheit stellt gerade wieder die Kraft, also die Intensität des Feldes dar. Auch bei einem beliebigen Felde kann man hiernach die Intensität gleich der Kraftlinienzahl machen, indem man von jedem Pole $4\pi m$ Kraftlinien ausgehen lässt; es folgt dies daraus, dass beide Grössen überall proportional, in den kleinen, die Pole umgebenden Kugelflächen aber gleich, und folglich überall gleich sind. Man kann natürlich auch andere Festsetzungen treffen, z. B. m Kraftlinien ziehen, dann entfallen auf die Flächeneinheit $\frac{m}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^2}$ Kraftlinien, oder man kann es so einrichten, dass eine Kreislinie, welche den Schnitt einer Kugelfläche darstellt, von m Niveaulinien getroffen wird u. s. w. In jedem Falle werden benachbarte Kraftlinien gleiche Winkel mit einander bilden, da das Feld keine ausgezeichnete Richtung hat, sondern alle Richtungen gleichwerthig sind.

Zonale Vertheilung der Kraftlinien. Man kann nun aber, und das ist für die folgenden Anwendungen auf complicirtere Felder wichtig, dem Feld von vornherein eine ausgezeichnete Richtung unterlegen, indem man eine Axe einführt und alle Niveaukugeln als Rotationsfiguren um diese Axe auffasst. Es handelt sich dann darum, die Oberfläche einer solchen Kugel in lauter gleich grosse Zonen zu theilen und, damit auf gleiche Flächentheile einer und der-

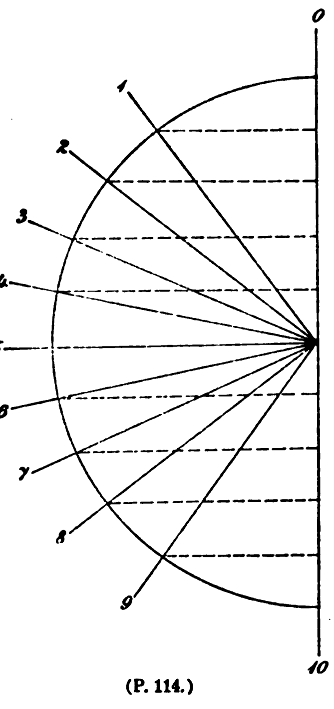
selben Niveaufläche auch hier wiederum die gleiche Anzahl von Kraftlinien entfalle, jeder dieser Zonen eine gleiche Anzahl, z. B. eine Kraftlinie, zuzutheilen, wofür man auch sagen kann: der ersten Zone, die das Axenende zum Mittelpunkt hat und die Gestalt einer Calotte besitzt, soll eine Kraftlinie zukommen, der Calotte, welche diese und die nächste (ringförmige) Zone enthält, zwei Kraftlinien u. s. w. (Fig. 114). Denkt man sich einen Axenschnitt der Kugel, so werden die Zonen durch Kreisbögen dargestellt, die Kraftlinien durch Radien nach den Grenzen dieser Bögen, und wenn man den Winkel eines solchen Radius mit der Axe θ nennt und bedenkt, dass die Grösse einer Calotte $F = 2\pi(1 - \cos\theta)$ ist, so erhält man als Gleichung der Kraftlinien

$$2\pi(1 - \cos\theta) = C, \tag{21}$$

wo C der Parameter ist, oder, wenn man nach θ auflöst und festsetzt, dass auf die Flächeneinheit $m/4\pi$ Kraftlinien entfallen sollen ($C = \frac{4\pi}{m} c$, wo m die Polstärke ist):

$$\theta = arc\cos\left(1 - \frac{2c}{m}\right),$$

wo jetzt dem Parameter der Reihe nach die Werthe 1, 2 . . . zu geben sind. Wenn m eine ganze Zahl ist, erhält man auf diese Weise nach jeder Hälfte der Kreisperipherie hin gerade m Kraftlinien. Eine einfache Ueberlegung lehrt, dass



(P. 114.)

man diese Kraftlinien erhält, wenn man die Axe in m gleiche Theile theilt, auf den Theilpunkten Senkrechte bis zur Peripherie errichtet und die Schnittpunkte mit letzterer mit dem Centrum verbindet. Für $m = 10$ werden z. B. die Winkel θ in runden Zahlen 37°, 53°, 66½°, 78½°, 90°, 101½°, 113½°, 127°, 143°, 180°. Auf diese Weise findet man die Kraftlinien unabhängig von den Niveauflächen resp. Niveaucurven und kann dann die Forderung, dass beide Systeme sich überall senkrecht schneiden, als Controle benutzen.

Zwei Pole. Rührt das Feld von zwei Polen her, so braucht man nur zu erwägen, dass sich die Felder, welche sie einzeln erzeugen würden, einfach über einander lagern. Es ist also das Potential

$$V = \frac{m_1}{r_1} \pm \frac{m_2}{r_2}, \tag{22}$$

wo das positive oder negative Zeichen gilt, je nachdem die beiden Pole gleichartig oder entgegengesetzt sind. Die Niveauflächen sind im allgemeinen ziemlich complicirt, man kann sie aber oder vielmehr die Niveaucurven, d. h. ihre Schnitte mit der Zeichenebene, construiren, indem man die beiden einzelnen Niveau-Systeme (also Kreisschaaren) zeichnet und diejenigen Durchschnittspunkte je zweier sucht, für welche $V_1 + V_2$ dieselbe Summe giebt. Die Axe für die zonale Vertheilung der Kraftlinien ist hier natürlich die Verbindungslinie der beiden Pole, die Gleichung der Kraftlinien ist

$$m_1(1 - \cos\theta_1) + m_2(1 - \cos\theta_2) = 2c,$$

wo θ_1 und θ_2 die Winkel sind, welche die von den beiden Polen nach einem Punkte der Kraftlinie gezogenen Linien mit der Pollinie bilden; die Construction

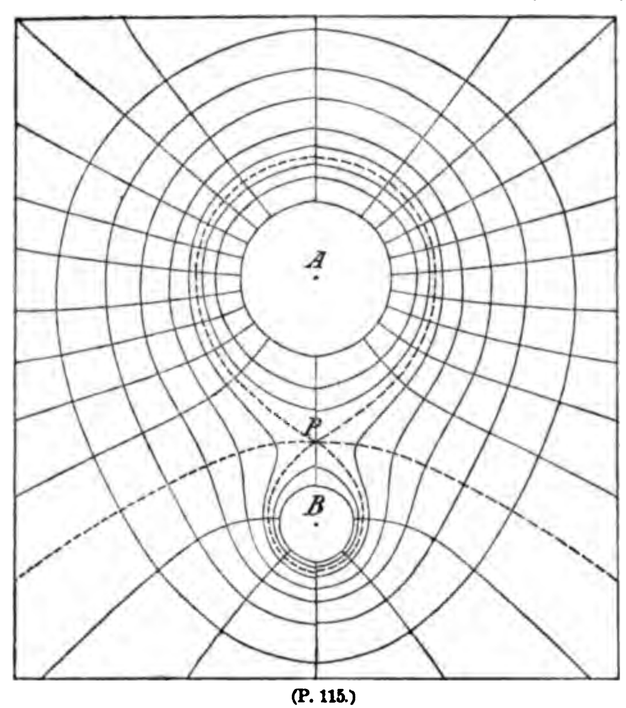
erfolgt, wie bei den Niveaulinien, durch Aufsuchung der Schnittpunkte von constanter Summe der Parameterwerthe. Natürlich lässt sich diese Methode auf beliebig viele in der Kraftlinie gelegene Pole verallgemeinern. Sind alle Massen von denselben Zeichen, so verlaufen alle Kraftlinien in die Unendlichkeit; sind einige Massen von anderen Vorzeichen, so giebt es einen Raum, innerhalb dessen die Kraftlinien in der Endlichkeit von einem negativen zu einem positiven Pole laufen, und einen anderen, in welchem sie in die Unendlichkeit auslaufen; beide Räume sind getrennt durch eine eigenthümliche Fläche.

Zwei gleichartige, gleich starke Pole. Es ist

$$V = m\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right), \tag{22a}$$

die Niveaucurven sind also Lemniscaten. Eine derselben schneidet sich selbst in der Mitte zwischen den beiden Polen, und zwar ist es diejenige, für welche, wenn l der Abstand der beiden Pole ist, $V = 4m/l$ ist. Die Kraft ist in diesem Punkte nach jeder Richtung hin Null, ein dort befindlicher Magnetpol also im Gleichgewicht, jedoch derart, dass er nur für Verschiebungen senkrecht zur Pollinie im stabilen, für Verschiebungen in dieser Linie jedoch im labilen Gleichgewichte sich befindet. Die Kraftlinien haben die Gleichung

$$\cos\theta_1 + \cos\theta_2 = 2\left(1 - \frac{c}{m}\right);$$



(P. 115.)

sie verlaufen sämmtlich in die Unendlichkeit, die vom linken Pole ausgehenden nach links, die vom rechten nach rechts, beide getrennt durch die auf der Pollinie senkrechte Ebene.

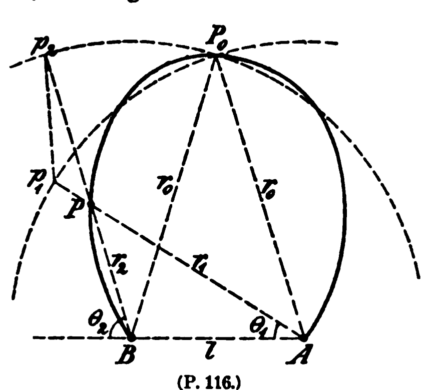
Es sei bemerkt, dass in dem allgemeineren Falle zweier gleichartiger, aber verschieden starker Pole das Feld ein ganz ähnliches Bild darbietet, auch hier sind die Niveaulinien eine Art unsymmetrischer Lemniscaten, auch hier existirt ein Gleichgewichtspunkt, nur dass er nicht in der Mitte zwischen den beiden Polen, sondern so liegt, dass sich seine Abstände von ihnen wie die Wurzeln aus den Polstärken verhalten, und auch hier giebt es eine Trennungsfläche zwischen den von dem einen und dem andern Pol ausgehenden Kraftlinien, nur dass sie keine Ebene, sondern eine nach dem schwächeren Pol concave, hyperboloidartige Fläche ist. Da aus diesem Bilde das speciellere leichter gewonnen werden kann als umgekehrt, ist in Fig. 115 der allgemeine Fall dargestellt, und zwar für $m_1(A) = 20$, $m_2(B) = 5$, also $m_1 = 4m_2$.

Zwei entgegengesetzte, gleich starke Pole. Man hat für das Potential

$$V = m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{22b}$$

für die Niveauflächen also ein System sich umschliessender Flächen um einen Pol und ein ebensolches um den anderen Pol, beide getrennt durch die in der Mitte der Pollinie senkrechte Ebene; die Flächen sind Kugeln nicht unähnlich, nur gegen die Trennungsebene hin stark abgeplattet, desto stärker, je grösser die Fläche ist. Für die Kraftlinien hat man

$$\cos\theta_1 - \cos\theta_2 = 2c.$$

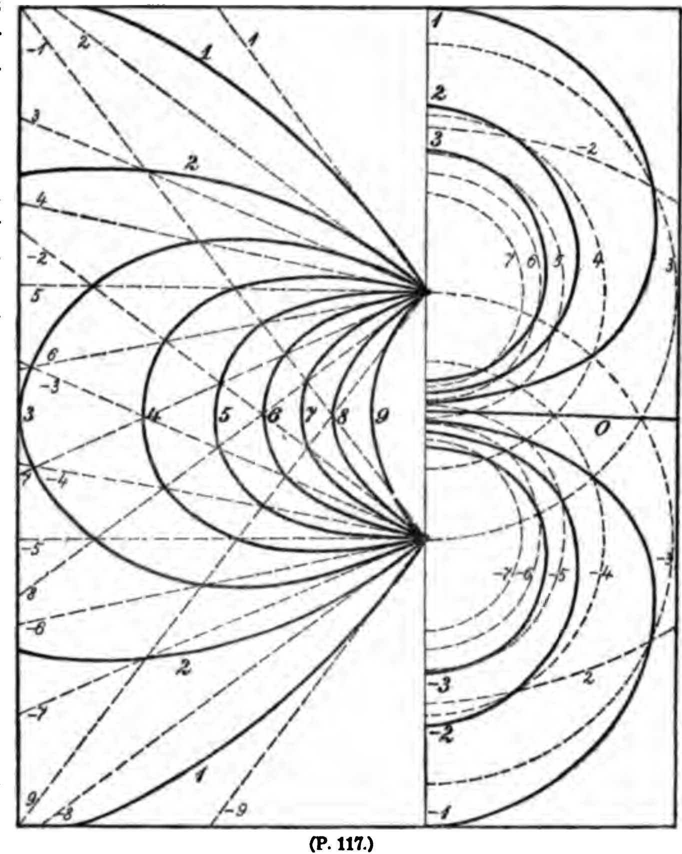


(P. 116.)

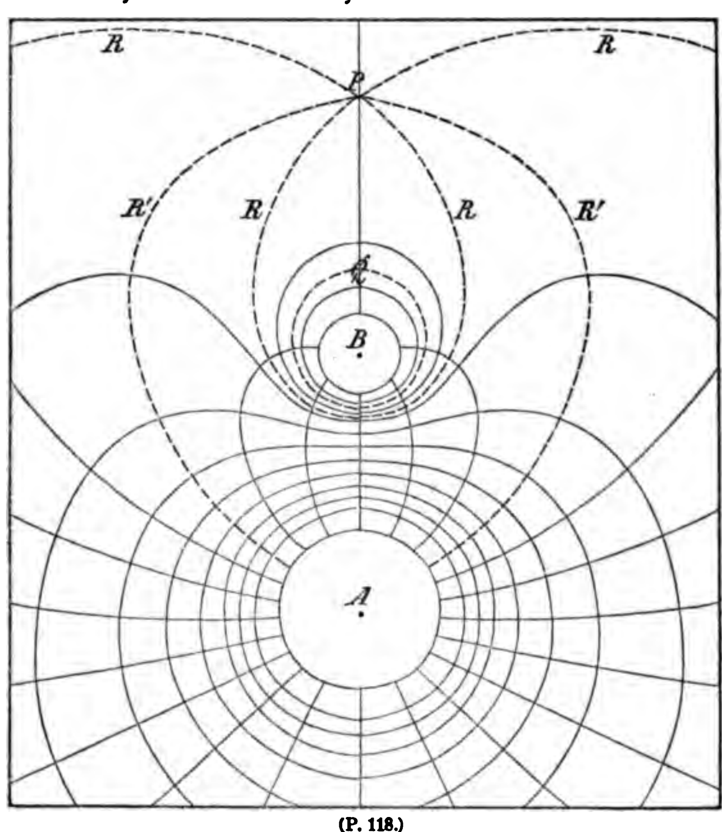
Die Gleichung lässt sich in diesem Falle auch direkt aus der Figur ableiten (Fig. 116) und zwar in der Gestalt $r_1 \cos\theta_1 - r_2 \cos\theta_2 = l$, wo r_1 und r_2 die Längen der beiden nach dem Punkte P der Kraftlinie gezogenen Strahlen sind und l die Entfernung der beiden Pole ist; oder, wenn man diese Gleichung auf den mittelsten, senkrecht über der Mitte der Pollinie gelegenen Punkt P_0 anwendet, hierdurch r_1 und r_2 eliminirt und dafür den Abstand des Punktes P_0 von jedem der beiden Pole, r_0, einführt:

$$\cos\theta_1 - \cos\theta_2 = \frac{l}{r_0},$$

wodurch man ein Bild von der Bedeutung des obigen Parameters c erhält und unmittelbar zu einer schon von Roget angegebenen Constructionsmethode gelangt: Man schlägt mit irgend einem Radius r_0 Kreise um beide Pole, zieht von irgend einem Punkt p_1 des einen eine auf der Pollinie senkrechte Linie $p_1 p_2$ nach dem anderen und verbindet diese beiden Peripheriepunkte mit ihren Mittelpunkten: der Schnittpunkt P der beiden Verbindungslinien ist ein Punkt der Kraftlinie. Durch Variiren von p_1 erhält man alle Punkte dieser Kraftlinie, durch Variiren von r_0 alle Kraftlinien. Sie weichen von Kreisen, wie man


(P. 117.)

sieht, in dem Sinne ab, dass sie in die Länge gezogen sind. Allgemeiner und dem Wesen der Sache mehr entsprechend ist natürlich die magnetische Construction, welche in Fig. 117 für diesen Fall dargestellt ist, rechts für die Niveaulinien, links für die Kraftlinien; die gestrichelten Linien entsprechen den einzelnen Polen, die ausgezeichneten ihrem Zusammenwirken, die Zahlen geben die Potentialwerthe resp. die Ordnungsnummern der Kraftlinien an. Der Deutlichkeit halber ist jedes von beiden Systemen nur für die halbe Ebene dargestellt. Ein vollständigeres und allgemeineres Bild liefert Fig. 118, welche verschieden starken, entgegengesetzten Polen entspricht, also das Seitenstück zur Fig. 115 ist, und zwar auch insofern, als hier die Polstärken $m_1 = 20$, $m_2 = -5$ sind, ihr Verhältniss also, vom Zeichen abgesehen, wiederum 4 beträgt. Q ist die Niveaufläche vom Potential Null, sie ist, wie die Gleichung lehrt, eine Kugel (bei gleichen Polstärken ist es die Mittelebene), R ist die Niveaufläche mit einem Doppelpunkt, also analog der Doppelpunkt-Lemniscate bei gleichartigen Polen nur mit dem Unterschiede, dass dort jede der beiden Schalen der Fläche den einen Pol umschliesst, während hier die eine Schale den schwachen Pol, die andere beide Pole umschliesst. In dem Gleichgewichtspunkte P ist wieder die Kraft Null, dieser Punkt liegt aber hier natürlich jenseits der beiden Pole, nicht zwischen ihnen; bei entgegengesetzt gleichen Polen rückt er in die Unendlichkeit. Die Linie R' stellt die oben erwähnte Grenzfläche zwischen den geschlossen und den in das Unendliche verlaufenden Kraftlinien dar[1]).



(P. 118.)

Experimentelle Darstellung specieller Fälle. FARADAY hat auf eine der oben angegebenen Weisen mittelst Eisenfeilspähnen zahlreiche Zeichnungen specieller magnetischer Felder geliefert und seinen Abhandlungen (deutsche

[1]) Näheres über diese und andere specielle Fälle sehe man in MAXWELL's, MASCART und JOUBERT's u. a. Lehrbüchern. Die Zeichnung der obigen Fälle ist zuerst von MAXWELL ausgeführt worden, a. a. O. Bd. 1, Tfl. 1—3.

Ausgabe, Bd. 3, Tafel 4) in Reproduction beigegeben; weitere Fälle sind von späteren Physikern dargestellt worden. Den Fall eines einzigen Poles kann man realisiren, indem man einen langen, geraden Magnetstab vertikal aufstellt und auf seinen oberen Pol die Darstellungsebene legt; die Anordnung der Spähne erfolgt strahlenförmig nach allen Seiten. Zwei gleiche Pole erhält man am besten, indem man zwei lange Stäbe horizontal in eine und dieselbe Linie (mit einem gewissen Zwischenraum zwischen ihren zugewandten Enden) legt, sodass die gleichen Enden einander zugekehrt sind, und dann die Platte darüber legt, doch so, dass sie noch ein ganzes Stück über die beiden einander zugekehrten Pole hinausreicht; oder auch, indem man zwei Magnetstäbe vertikal und parallel mit einander, die gleichen Pole nach oben gekehrt, aufstellt und mit der Platte bedeckt. An den abgewandten, äusseren Seiten bilden die Spähne auch hier etwa gerade Strahlen, an den inneren Seiten dagegen erfahren diese Krümmungen, sodass sich in der Mitte der Figur stehende concavseitige Vierecke entwickeln. Kehrt man die entgegengesetzten Pole einander zu, oder stellt man einen Hufeisen-Magneten vertikal mit den Polen nach oben auf, so hat man zwei entgegengesetzte Pole, und zwar im letzteren Falle aus weiter unten näher zu besprechenden Gründen zwei gleich starke. Die Spähne bilden hier ein System von die beiden Pole verbindenden Curven. Alle diese Fälle entsprechen ziemlich genau den theoretischen Entwickelungen von oben. Legt man dagegen einen Magnetstab horizontal hin und darüber die Entwickelungsplatte, so erhält man eine von der vorigen nicht unwesentlich abweichende Zeichnung, ein Beweis, dass ein Magnetstab nicht einfach identisch ist mit einem Polpaare. Insbesondere sind die Theilchen nahe der Verbindungslinie der beiden Pole nicht, wie bei dem Polpaare, horizontal, also dem Magneten parallel, sondern fast senkrecht gegen ihn gerichtet. — Von noch anderen Fällen magnetischer Felder wird bei späteren Gelegenheiten die Rede sein[1]).

Constitution der Magnete.

Molekulare Natur des Magnetismus. Aus verschiedenen bereits erwähnten Thatsachen, insbesondere aus der Anlagerung des Eisenfeilichts an einen eingetauchten und herausgezogenen Magnetstab, sowie aus der Gestalt der Kraftlinien, wie sie sich auf der Glasplatte über dem Magnetstabe bilden, geht hervor, dass ein Magnet von einem Polpaar denn doch wesentlich verschieden ist. Und zwar ergiebt der Umstand, dass die meisten Spähne nach den Enden hin, andere nach anderen Stellen des Stabes hin, am wenigsten oder gar keine nach seiner Mitte hin tendiren, als nächstliegende Anschauung die, dass ein Magnetstab aus zwei Hälften besteht, deren eine aus lauter Nordpolen, deren andere aus lauter Südpolen besteht, derart, dass die Stärke dieser Pole von der Mitte, wo sie Null ist, nach den Enden zu immer grösser wird. Dass diese Vorstellung irrig ist, beweist aber schlagend der folgende Versuch. Wenn man einen langen Magnetstab, z. B. eine Nadel, die man vorher magnetisirt hat, in der Mitte zerbricht, so erhält man nicht etwa zwei Magnete, deren jeder an dem einen Ende einen Pol, am anderen eine neutrale Stelle hat, sondern jede der beiden Hälften erweist sich als ein vollständiger Magnet mit einem Nordpol und einem Südpol. Zu demselben Ergebniss gelangt man für die durch weitere Halbirung entstehenden vier Theilstücke u. s. w.; kurz, jeder noch so

---

[1]) Sehr schöne, in grossem Maassstabe gehaltene Abbildungen nach seiner eigenen Methode giebt LINDECK, Zeitschr. f. Instr.-K. 9, pag. 352, Tfl. I—IV.

kleine Theil eines Magneten ist wieder ein Magnet. Hierdurch ergiebt sich zur Evidenz, dass der Magnetismus eine den kleinsten Theilen eigenthümliche Eigenschaft ist, also, wenn man sich die Materie aus Molekeln zusammengesetzt denkt, eine molekulare. Man nennt diese kleinen Magnete demgemäss Molekular-Magnete. Jeder Molekular-Magnet enthält daher nördlichen und südlichen Magnetismus, was man sich auch zunächst hierunter vorstellen möge.

Eine weitere Specialisirung erhält diese Vorstellung insofern, als alle bisherigen Erfahrungen dafür sprechen, dass jeder molekulare Magnet und folglich auch jeder endliche Magnet gleich viel positiven und negativen Magnetismus enthält. Die allgemeinste dieser Erfahrungen ist die, dass, je grösser die Entfernung wird, die Wirkung eines Magneten sich desto ausschliesslicher auf das Kräftepaar reducirt, was, wie wir sahen, bei einem einfachen Polpaar und somit auch bei einem Magneten, der aus lauter solchen zusammengesetzt gedacht werden kann, stattfinden muss, während bei einem Magneten, bei welchem die Pole der einen Art über diejenigen der anderen an Zahl oder Stärke überwiegen, die verschiebende Kraft auch für grosse Entfernungen von gleicher Grössenordnung bleiben müsste, wie die drehende Kraft. Das greifbarste Beispiel für diese Schlussfolgerungen bietet der Erdmagnetismus dar, und zwar seine vertikal nach unten wirkende Componente, wie sie bei einer Nadel zum Ausdruck kommt, welche sich nur in vertikaler Richtung, in dieser aber völlig frei, bewegen kann. Eine solche Nadel müsste nach unten gezogen werden, oder, da sie dies doch schon in Folge der Schwere wird, sie müsste stärker nach unten gezogen werden als durch die Schwere allein, mit anderen Worten, sie müsste, auf eine Wagschale gelegt, ein grösseres Gewicht aufweisen, als bevor sie in den magnetischen Zustand versetzt worden war. Das ist aber, zwar in früheren Jahrhunderten wiederholt zu beobachten geglaubt, seitdem aber längst endgültig widerlegt worden. Ohne also über den Begriff »Magnetismus« sich irgend welche nähere Vorstellung machen zu müssen, kann man den Satz aufstellen: Die Summe des gesammten, in irgend einem Magneten enthaltenen Magnetismus, den der einen Art als positiven, den der anderen als negativen gerechnet, ist Null; in Formel:

$$\Sigma m = 0. \tag{23}$$

Hieraus folgt nun sofort eine weitere Präcisirung unserer Vorstellungen. Es darf nämlich nie vorkommen, dass von einem Körper in einen anderen oder von einer Molekel in eine andere ein Uebergang von Magnetismus nur der einen Art, oder ein Uebergang von verschiedenen Mengen Magnetismus der beiden Arten stattfinde. Ein Uebergang gleicher Mengen beider Magnetismen dürfte stattfinden, aber es giebt keine Erscheinung, welche auf einen solchen positiv hinwiese, insbesondere erfolgt die Herstellung von Magneten (s. w. u.) mit Hilfe bereits magnetischer Körper durchaus nicht auf Kosten des Magnetismus dieser letzteren. Man wird also schliessen dürfen, dass der Magnetismus an die Molekel gebunden ist, dass er eine molekulare Eigenschaft ist. Hierdurch unterscheidet er sich wesentlich von der auf Leitern befindlichen Elektricität, er verhält sich vielmehr ebenso wie die Elektricität in den sogen. dielektrischen Körpern.

Scheidungs- und Drehungshypothese. Was nun den Magnetismus der einzelnen Molekeln betrifft, so kann man sich darüber verschiedene Vorstellungen machen. Nach der einen enthält eine Molekel im unmagnetischen Zustande beide Magnetismen gleichförmig durcheinander gemischt, im magnetischen dagegen mehr oder weniger geschieden, so dass ein grösserer oder ge-

ringerer Grad von Polarität nach einer bestimmten Richtung hin vorhanden ist. Bei der Kleinheit der Molekel wird man sie sich im Allgemeinen als ein einfaches Polpaar denken können, dessen Magnetisirungsgrad durch Polstärke und Polabstand, in seinen Veränderungen innerhalb desselben Theilchens wesentlich sogar nur durch letzteren bestimmt ist. Die Scheidungshypothese ist ursprünglich von WILCKE[1]) aufgestellt worden, hat aber erst durch COULOMB[2]), POISSON[3]) und GAUSS[4]) ihre strenge Ausbildung erfahren. Ihr gegenüber steht die Drehungshypothese, welche von KIRWAN[5]) herrührt, aber erst durch OHM[6]) und namentlich durch W. WEBER[7]) ausgeführt worden ist, worauf sich ihr zahlreiche Physiker angeschlossen haben (s. u.). Nach ihr sind auch im unmagnetischen Zustande die Magnetismen beiderseits geschieden, die Molekeln also Magnete, die man sich wiederum als Polpaare denken kann. Aber während die Verbindungslinien der Pole, die von nun an als ihre Axen bezeichnet werden sollen, in einem unmagnetischen Körper die verschiedensten Richtungen haben (weshalb sie sich im Allgemeinen in ihren Wirkungen nach aussen gegenseitig aufheben, so dass der Körper unmagnetisch erscheint), sind sie in dem magnetischen Körper sämmtlich mehr oder weniger gleichgerichtet, der Akt des Magnetisirens besteht eben in der Gleichrichtung, und je vollständiger die Gleichrichtung ist, desto stärker magnetisch ist der Körper. Zahlreiche magnetische Erscheinungen lassen sowohl die eine wie die andere Vorstellung zu, es giebt aber eine Reihe von solchen, welche lehren, dass zwischen der Magnetisirung und der Lagerung der Molekeln ein gewisser, mannigfaltiger Zusammenhang besteht, wodurch die Drehungshypothese an Wahrscheinlichkeit gewinnt. In der That hat sie gegenwärtig die Scheidungshypothese so gut wie vollständig verdrängt.

Gesammter und freier Magnetismus. Wenn auch nach dem Vorhergehenden die Constitution eines Magneten eine recht verwickelte sein wird, so kann man sich doch in gewissen typischen Fällen leicht ein Bild von ihr machen und die Consequenzen daraus ziehen. Dabei wird man wesentlich unterstützt durch eine Annahme, die allerdings von der Wahrheit vermuthlich weit entfernt ist. Um nämlich die Wirkung, die der Magnet nach aussen hin ausübt, als von seinen einzelnenen Punkten ausgehend betrachten zu können, muss man annehmen, dass in diesen Punkten ein Ueberschuss von Magnetismus der einen über den Magnetismus der anderen Art, also verschieden starke Magnetismen positiver und negativer Art, vorhanden seien. Von den beiden Polen eines und desselben Polpaares kann dieser Ueberschuss nach dem obigen nicht herrühren, man nimmt also an, dass in jedem Punkte der positive Pol einer Molekel mit dem negativen einer benachbarten zusammenfällt, mit anderen Worten, man setzt den Abstand der einander zugewandten Enden zweier benachbarter molekularer Magnete unendlich klein selbst gegen ihre eigene Länge. Diese Annahme wird durch nichts gestützt, und doch ist sie für die folgenden Schlüsse insofern wesentlich, als man ganz andere Resultate erhält, wenn man das Verhältniss zwischen Länge und Abstand der Molekeln endlich oder gar erstere klein gegen letzteren wählt. Die Berechtigung dieser Vorstellung liegt also nur darin, dass sie besonders ein-

---

1) WILCKE, Vetensk. Akad. Afh. 1766.

2) COULOMB, Mém. s. l. magn. Mém. Ac. Paris 1789 ff.

3) POISSON, Mém. Ac. Paris 5. 1824.

4) GAUSS, Intensitas etc. — POGG. Ann. 28, pag. 241.

5) KIRWAN, Trans. Irish. Ac. 6, pag. 177. 1797. — GILB. Ann. 6, pag. 391.

6) OHM, Beiträge z. Molekular-Physik. Nürnberg 1840.

7) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen 3, pag. 557.

fach ist[1]). Den nach aussen sich geltend machenden, überschüssigen Magnetismus nennt man, im Gegensatz zum gesammten, freien Magnetismus.

Linearer Magnet. Vertheilung der Länge nach. Am einfachsten werden sich die Verhältnisse bei einem nur in einer Dimension ausgedehnten Magneten gestalten; man kann einen solchen als magnetischen Faden bezeichnen. Besteht dieser aus einer Reihe gleich starker Polpaare, so wird die Wirkung des inneren Poles des ersten Paares durch die Wirkung des benachbarten Poles des zweiten Paares u. s. w. aufgehoben werden, und es werden nur die Wirkungen der beiden äussersten Pole übrig bleiben. Eine solche Reihe von Polpaaren heisst ein gleichförmiger magnetischer Faden. Es ist nach dem Vorhergegangenen klar, dass ein wirklicher Magnet, auch abgesehen von seiner Ausdehnung der Quere nach, kein gleichförmiger Faden ist. Nächstdem kommt man auf den Gedanken, die Polstärke der Molekeln als von den Enden nach der Mitte zu abnehmend anzunehmen, da doch die Wirkung nach aussen, also der freie Magnetismus, sich so verhält. Indessen entnimmt man der Anschauung ohne weiteres, dass man alsdann auf derjenigen Seite des Fadens, nach welcher hin die Nordpole aller Molekeln gekehrt sind, zwar am Ende einen freien Nordpol, im übrigen aber lauter freien südlichen Magnetismus erhält und umgekehrt auf der anderen Hälfte des Fadens. Dagegen führt die entgegengesetzte Annahme zum Ziel, man muss also schliessen, dass die Polstärke der Molekeln oder allgemeiner gesagt, ihr magnetisches Moment (denn nach der Scheidungshypothese ist z. B. gerade ihr Polabstand eine veränderliche Grösse) von den Enden nach der Mitte hin zunimmt und dort ihr Maximum erreicht. Man kann sich auch aus der Anschauung leicht begreiflich machen, dass die Wirkung der Molekeln auf einander einen solchen Zustand zur Folge haben muss, auch wenn die Magnetisirung ursprünglich einen gleichförmigen Faden hergestellt hat, wobei sich das weitere Detail ergiebt, dass die Zunahme des Momentes von den Enden an anfänglich eine starke sein, allmählich aber immer schwächer werden muss. Dieser Gedanke ist dann von BIOT[2]), VAN REES[3]), GREEN[4]) und JAMIN[5]) in exacte methodische Form gebracht worden von zum Theil verschiedenartigen Ausgangspunkten aus und unter Anwendung eines sehr verschiedenen Gedankenganges, jedoch für den hier zunächst vorliegenden Zweck mit wesentlich gleichen Ergebnissen. Hiernach ist das, was man die »Dichte« des freien Magnetismus an einer bestimmten Stelle des Fadens nennen kann, wenn c ein echter Bruch ist:

$$\delta = a\,(c^{-x} - c^{+x}) \tag{24}$$

und das magnetische Moment daselbst

$$M = b_1 - b_2\,(c^{x} + c^{-x}), \tag{25}$$

wo a, b_1, b_2 hier nicht näher interessirende positive Constante sind (s. w. u.), x aber den Abstand der betreffenden Stelle von der Mitte des Fadens bedeutet. Die zweite Gleichung ist, wie es begreiflicher Weise sein muss, das Integral der ersten.

---

1) Es muss dies hervorgehoben werden, weil man in den bisherigen Lehrbüchern der Physik und des Magnetismus nichts davon erwähnt findet, vielmehr überall schlechthin die obige Annahme gemacht wird.

2) BIOT, Traité de physique, Paris 1816. Bd. 3, pag. 76.

3) VAN REES, POGG. Ann. 70, pag. 1. 1847; 74, pag. 213. 1848.

4) GREEN, An essay on the application of math. analysis to the theories of electr. a. magn. Nottingham 1828. — Abgedruckt in CRELLE's Journ. 39, pag. 13; 44, pag. 356; 47, pag. 161. Hier kommt insbesondere in Betracht 47, pag. 215.

5) Vergl. dessen Formeln bei MASCART u. JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. M. 1, pag. 371.

In experimenteller Weise ist die vorliegende Frage von vielen Seiten behandelt worden, zuerst und in einer für jetzt ausreichenden Weise (näheres im Art. Magn. Messungen) von COULOMB[1]), und zwar wieder durch Schwingungen einer kleinen Nadel, welche dicht an die verschiedenen Stellen eines vertikal aufgestellten, langen, dünnen Magneten herangebracht wurde. Wenn eine solche Nadel nicht nur gegenüber den Polen, sondern auch gegenüber anderen Stellen des Stabes eine von ihrer natürlichen verschiedene Schwingungsdauer zeigt, so folgt freilich daraus noch nicht, dass auch diese Stellen freien Magnetismus haben; denn der Einfluss der Pole könnte sich ja so weit erstrecken. Indessen sieht man doch ein, dass, wenn man die Nadel, wie es geschah, sehr nahe heranbringt, die Wirkung der Pole und insbesondere ihre Horizontalcomponente um die es sich hier handelt, schon bei einiger Entfernung der betreffenden Stellen sehr klein wird. Will man strenger zu Werke gehen, so kann man nach einer einfachen Formel berechnen, welche Wirkungen, also Schwingungszahlen, zu erwarten wären, wenn nur die Pole wirkten, und diese mit den beobachteten vergleichen, ein Verfahren, bei welchem man so schreiende Widersprüche findet, dass der Gegenbeweis geliefert ist. Dagegen führt die Anwendung der obigen theoretischen Vertheilungsformel für δ zu sehr befriedigender Uebereinstimmung mit den Versuchen. In der Fig. 126 (w. u.) sind durch die gestrichelten Linien (die ausgezogenen gehören nicht hierher) die Curven des freien und des gesammten Magnetismus zur Anschauung gebracht, die letztere ist eine umgekehrte Kettenlinie.

Es ist übrigens ausdrücklich darauf aufmerksam zu machen, dass nicht nothwendig jeder magnetische Faden die geschilderte Vertheilung des Magnetismus aufweisen muss. Es wird das vielmehr, wie die Theorie zeigt, nur dann der Fall sein, wenn man alle Theile des Stabes dem gleichen äusseren magnetisirenden Einfluss ausgesetzt hat, insbesondere wenn man den ganzen Stab so stark wie möglich magnetisirt hat, nicht aber, wenn man verschiedene Theile desselben verschieden oder verschieden stark oder überhaupt nur einige und andere gar nicht bearbeitet hat. Ein Ausgleich des Magnetismus findet ja in Folge seiner molekularen Natur nicht statt, und der Einfluss der Fernwirkung zwischen einzelnen Theilen ist im Allgemeinen viel zu gering, um auch nur einigermaassen Gleichförmigkeit erzielen zu können. In Folge dessen kann es sich sehr wohl in gewissen Fällen herausstellen, dass die Curve der Vertheilung eine nicht unwesentlich andere ist, und insbesondere, dass sie nicht symmetrisch nach beiden Seiten ist, der Punkt, in welchem der freie Magnetismus Null, der gesammte ein Maximum ist, also nicht in der Mitte des Stabes, sondern nach der einen Seite hin verschoben liegt, woraus dann ohne weiteres folgt, dass auch die beiden oben symmetrisch resp. umgekehrt symmetrisch gedachten Aeste der Curve ungleich ausfallen werden (s. auch »Magn. Messungen« und »Elektromagnetismus«).

Für einzelne Stücke der Curve kann man bei längeren Stäben den BIOT-schen Ausdruck vereinfachen und findet dann u. a., dass von der Mitte aus eine Strecke weit der freie Magnetismus ziemlich in arithmetischer Progression zunimmt, vom Ende aus dagegen eine Strecke weit etwa in geometrischer Progression abnimmt. Diese Gesetze kann man natürlich auch durch empirische Verschmelzungen zu einem einzigen vereinigen, wie DUB[2]) u. A. gethan haben,

[1]) COULOMB, Mém. Ac. Paris 1789, pag. 468. — GEHLER's Wörterbuch 6, pag. 789.

[2]) DUB, POGG. Ann. 106, pag. 83. 1859. — D. Elektromagnetismus. Berlin 1861, pag. 268 u. a. a. O.

kann dann aber nicht erwarten, dass eine ähnlich gute Uebereinstimmung stattfinde, wie bei der obigen, den theoretischen Verhältnissen entsprechenden. Endlich kann man durch Integration der Formeln für den freien resp. ganzen Magnetismus einer bestimmten Stelle des Fadens von 0 bis x oder von 0 bis $\pm l/2$ die Summe des auf einer bestimmten Strecke des Fadens oder auf dem ganzen Faden enthaltenen freien oder ganzen Magnetismus ableiten, worauf jedoch später zurückgekommen werden wird.

Magnetisches Moment und Pole eines Fadens. Die Vorstellung, wonach ein Magnetstab in der einen Hälfte aus lauter Nordpolen, in der anderen aus lauter Südpolen besteht, musste oben fallen gelassen werden. Man kann sie aber jetzt in modificirter Form wieder aufnehmen, indem man von den in jeder Molekel vereinigten entgegengesetzten Polen ganz absieht, nur die freien Magnetismen ins Auge fasst und diese für den Augenblick als Pole bezeichnet. Ein Faden besteht alsdann aus lauter Polen, deren erster ein starker Pol der einen Art ist, deren nächster schwächer, deren mittelster Null u. s. w. und deren letzter ein starker Pol der anderen Art ist. Nennt man m die Stärke eines dieser Pole und x wieder seinen Abstand von der Mitte, so kann man als magnetisches Moment jetzt die Grösse

$$M = \sum mx = \int_{-l/2}^{+l/2} mx\,dx \tag{26}$$

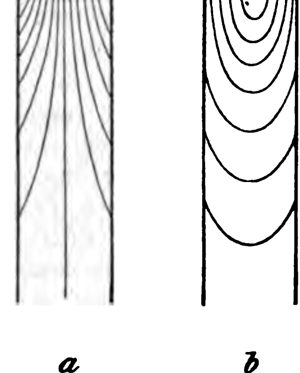
betrachten, wo für m der Ausdruck (25) einzusetzen ist. Die betreffende Formel enthält natürlich im wesentlichen die Länge l des Fadens und wird ebenfalls später in allgemeinerer Weise betrachtet werden. Hier soll nur darauf hingewiesen werden, dass diese Grösse, gerade wie bei dem einfachen Polpaar, für die Wirkungen in grosse Ferne und aus grosser Ferne, aber auch nur für solche, die maassgebende Grösse wird. Für solche Wirkungen kann man dann noch einen weiteren Begriff einführen, nämlich die Schwerpunkte der als Massen betrachteten freien Magnetismen der beiden Hälften, also diejenigen Punkte, in welchen man sich die ganzen freien Magnetismen der beiden Hälften vereinigt denken muss, um dasselbe Moment zu erhalten. Diese Punkte nennt man die Pole des Magneten, und man sieht unmittelbar ein, dass sie nicht, wie bei dem einfachen Polpaar, an den Enden, sondern in einiger Entfernung von denselben liegen werden, eine Entfernung, die allerdings bei dem Magnetfaden nicht sehr erheblich sein wird, da gerade die den Enden nahen freien Pole sich durch grosse Polstärke auszeichnen. Näheres hierüber folgt im Art. »Magnetische Messungen«.

Vertheilung im Querschnitt. Magnetstäbe. Ein wirklicher Magnetstab ist kein einzelner Faden, sondern ein Bündel unendlich vieler solcher Fäden. In dem einfachsten, aber abstrakten Falle, dass die Fäden sämmtlich gleichförmig sind, wird auch der Magnetstab gleichförmig, und sein freier Magnetismus reducirt sich dann auf die beiden Endflächen. Bei den in der Wirklichkeit vorkommenden Magneten ist hingegen auch in jedem inneren Querschnitt freier Magnetismus anzunehmen, und zwar in einem Betrage, welcher sich nach den soeben betrachteten Gesetzen regelt.

Hierdurch wird indessen die Frage noch nicht erledigt, wie sich in einem und demselben Querschnitte die verschiedenen Punkte verhalten. Dass diese, dass also die einzelnen Fäden nicht gleich stark magnetisch sind, ergiebt schon die Beobachtung, dass, wenn man einen dicken Stab mit seiner Endfläche in Feilicht taucht und herauszieht, dies vorzugsweise am Rande haftet, nach innen zu weniger und in der Mitte der Endfläche so gut wie gar nicht. Die Ursache

hiervon, oder vielmehr zwei solche Ursachen, liegen auf der Hand. Einmal sind die äusseren Fäden der Magnetisirungsursache in den meisten Fällen weit stärker ausgesetzt, und zweitens wird in den inneren Fäden in ganz ähnlicher Weise ein partieller Ausgleich des Magnetismus in Folge der Wirkung der umgebenden Fäden eintreten, wie bei Betrachtung eines Fadens in den mittleren Molekeln durch den Einfluss der den Enden näheren. Es erweist sich hier bereits die Allgemeinheit der Thatsache, dass magnetisirbares Material dadurch, dass es von ebensolchem umgeben ist, äusseren Einwirkungen unzugänglicher wird, dass die Umgebung als Schutzhülle wirkt. Aus der Abnahme des freien Magnetismus nach innen zu folgt auch hier natürlich wieder eine Zunahme des ganzen Magnetismus. Das Gesetz dieser Abnahme resp. Zunahme nach dem Innern des Querschnittes zu wird natürlich für verschiedene Formen desselben ein verschiedenes sein, unmittelbare Versuche hierüber scheinen aber nicht vorzuliegen.

Combinirt man jetzt die Vorstellungen von der Längs- und Quertheilung des Magnetismus, so sieht man, dass die Flächen, welche sämmtliche Punkte von gleichem freiem Magnetismus enthalten, schräg von Umfangstellen nach Stellen des Endquerschnittes verlaufen werden, etwa wie Fig. 119a im Längsschnitt veranschaulicht, und dass die Flächen gleichen ganzen Magnetismus, etwa wie in Fig. 119b sich gestalten werden.



(P. 119.)

Schliesslich ist noch zu bemerken, dass die Pole hier ganz ebenso definirt sind, wie bei einfachen Fäden und dass sie bei der geringeren Concentration des Magnetismus der inneren Fäden nach den Enden zu desto weiter von den Enden entfernt liegen müssen, je dicker der Stab ist. Im Princip müssten sie ausserdem in der geometrischen Mittellinie liegen, wodurch ihre Lage alsdann vollständig bestimmt wäre. Thatsächlich ist dies meist nicht vollständig der Fall, sie liegen etwas zur Seite und ihre Verbindungslinie, die man jetzt allgemein als magnetische Axe bezeichnen kann, weicht in Folge dessen von der geometrischen Mittellinie des Stabes ein wenig ab.

Andere Formen von Magneten. Der Fall eines einfachen magnetischen Fadens, der bisher als geradlinig gedacht wurde, lässt sich natürlich für alle beliebigen Formen seiner Linie verallgemeinern, nur dass dann die Wechselwirkung der Theilchen unter einander und folglich auch die Vertheilung des Magnetismus eine andere werden wird. Man nennt einen beliebig geformten Faden, wenn er gleichförmig magnetisirt ist, nach W. THOMSON[1]) auch ein magnetisches Solenoid, weil er, wie später ausgeführt werden wird, dieselben Wirkungen ausübt, wie ein elektrisches Solenoid, d. h. wie eine Reihe cylindrisch auf einander geschichteter Kreisströme. Die Pole eines Solenoids fallen mit seinen Enden zusammen; läuft das Solenoid in sich zurück, so hat es keine Pole und folglich übt es nach aussen keine magnetische Wirkung aus.

Ein Magnet, welcher aus lauter gleichförmigen Fäden besteht, die entweder in sich verlaufen oder in einer Oberfläche enden, hat nur an seiner Oberfläche

---

[1]) W. THOMSON, Trans. Roy. Soc. 1849 u. 1850. — Ges. Abh. über El. u. Magn. Berlin 1890, pag. 366. — Vergl. auch MAXWELL, Lehrb. d. El. u. Magn. 2, pag. 38.

freien Magnetismus, nämlich nur da, wo diejenigen Fäden, welche nicht im Inneren geschlossen verlaufen, enden. Ein solcher Magnet wird als solenoidaler Magnet bezeichnet. Als ein Beispiel sei ein abgestumpfter Kegel angeführt, welcher, nach der Axe magnetisirt, ausser auf den beiden Endflächen (wie der Cylinder) auch auf dem Mantel freien Magnetismus besitzt, weil hier Fäden endigen.

Ein gleichförmiger Faden heisst auch einfaches Solenoid. Im Gegensatz hierzu steht ein ungleichförmiger Faden, den man offenbar zusammengesetzt denken kann aus lauter gleichförmigen Fäden von verschiedener Länge; er wird daher complexes Solenoid genannt. Ein solches hat freien Magnetismus nicht nur an der Oberfläche, sondern auch im Innern.

Ein magnetischer Faden hat nur in der Richtung, in welcher die Theilchen polarisirt sind, Ausdehnung. In dieser Hinsicht bildet seinen Gegensatz eine andere abstrakte magnetische Form, die magnetische Schale, das magnetische Blatt oder die magnetische Lamelle[1]). Es ist eine irgendwie geformte dünne Platte, welche in jedem Punkte senkrecht zu ihrer Oberfläche magnetisirt ist, derart, dass man sich die Pole der einen Art in der einen Oberfläche, die anderen in der anderen gelegen denken kann. Eine geschlossene Schale hat zwar die gesammte eine Oberfläche zum Nordpol, die gesammte andere zum Südpol, sie hat aber, worauf später zurückgekommen werden wird, trotzdem ebenso wenig eine magnetische Wirkung, wie ein geschlossener Faden. Eine Schale kann entweder von constanter Dicke, d. h. alle ihre elementaren Magnete von gleicher Länge sein, oder diese kann variiren. Dasselbe gilt von der Polstärke der einzelnen Elemente. Das Produkt beider, also das magnetische Moment, heisst die Stärke der Schale. Ist diese für alle ihre Punkte constant, so heisst die Schale einfach; variirt sie, so kann man sich ähnlich wie beim Selenoid eine Uebereinanderlagerung verschieden weit übergreifender einfacher Schalen denken, und eine solche Schale heisst dann complex.

Lamellarer Magnet heisst in der Theorie ein solcher, welcher sich aus Schalen zusammensetzt, die entweder geschlossene oder in der Oberfläche des Magneten endigende Figuren bilden.

Bei einem beliebigen Magneten wird man nach dem Vorausgeschickten im Allgemeinen nur sagen können, dass er freien Magnetismus theils an der Oberfläche, theils im Inneren besitzt, und dass es, wenigstens theoretisch, Fälle geben kann, wo der letztere in Fortfall kommt; ein solcher Fall ist insbesondere der, in welchem alle Molekeln gleiche Axenrichtung und gleiche Polstärke haben. Auf das Moment, die Pole und die Axe eines beliebigen Magneten, soweit sie nicht von dem bei einem Faden Gesagten ohne weiteres hierher übertragen werden können, wird später eingegangen werden.

Wirkung der Magnete nach aussen.

Nachdem wir die Wirkung eines Poles und diejenige eines Polpaares kennen gelernt haben, vervollständigen wir die Reihe durch ihr wichtigstes Glied, indem wir die Wirkung von Magneten, wie sie in der Wirklichkeit vorkommen, betrachten. Dabei sehen wir ihre eigene magnetische Constitution als gegeben und unveränderlich an, eine Voraussetzung, die thatsächlich nur bei gewissen Magneten und unter gewissen Umständen erfüllt ist, während in den meisten Fällen gerade durch die Veränderlichkeit des eigenen Zustandes und dessen Rück-

---

1) W. THOMSON, Ges. Abh. pag. 367. — MAXWELL 2, pag. 41.

wirkung auf die Erscheinung eine grosse Komplikation hervorgerufen wird. Im Zusammenhange hiermit steht es, wenn fürs erste die Wirkung nur in Punkten des äusseren Raumes, nicht aber in Punkten der Eisenmasse selbst zur Untersuchung gelangt.

Wirkung einer magnetischen Molekel. Man kann die Wirkung von Magneten auf zwei ganz verschiedene Weisen rechnerisch verfolgen, indem man entweder jedes Volumentheilchen als einen einfachen Magneten betrachtet von bestimmtem Momente, oder indem man von dem gesammten Magnetismus ganz absieht und sich den Körper einfach mit freiem Magnetismus von variabler Dichte erfüllt denkt. Die erstere Methode ist offenbar die tiefer auf das Wesen der Sache eingehende, sie ist daher auch meist bevorzugt und namentlich von Sir W. THOMSON sehr vollständig und unter möglichst wenigen hypothetischen Voraussetzungen (wodurch sie sich u. A. von der älteren POISSON'schen Theorie unterscheidet) ausgearbeitet worden[1]). Das Volumenelement sei dv, die Polstärke des Polpaares, welches dieses Element darstellt, m, der Abstand seiner beiden Pole ds und folglich sein magnetisches Moment mds. Nennt man das auf die Volumeneinheit bezogene Moment die Stärke oder Intensität der Magnetisirung J, so hat man

$$J=\frac{mds}{dv} \tag{27}$$

und kann also statt mds auch $J\,dv$ schreiben. Die Grösse J hat nicht nur einen bestimmten Zahlenwerth, sondern auch eine bestimmte, durch die Axe bezeichnete Richtung; man kann die letztere durch die Richtungscosinus $\lambda\ \mu\ \nu$ mit den Axen eines rechtwinkligen Coordinatensystems charakterisiren. Dann werden die Grössen

$$A=J\lambda \qquad B=J\mu \qquad C=J\nu \tag{28}$$

die Componenten der Magnetisirung und ihre Resultante

$$J=\sqrt{A^2+B^2+C^2}. \tag{29}$$

Das Potential dV des Theilchens dv auf einen von den beiden Polen um r resp. r' entfernten Punkt P setzt sich aus den Potentialen der beiden Pole zusammen, es ist also

$$dV=m\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)=\frac{m}{rr'}(r'-r),$$

oder, da wegen der Kleinheit von ds, und wenn ε der Winkel zwischen r und ds ist, die Differenz $r'-r$ durch $ds\cos\varepsilon$, im Nenner aber r' geradezu durch r ersetzt werden darf:

$$dV=\frac{mds}{r^2}\cos\varepsilon=\frac{Idv}{r^2}\cos\varepsilon, \tag{30}$$

oder endlich, wenn xyz die Coordinaten des Theilchens, $\xi\eta\zeta$ diejenigen von P sind:

$$dV=\frac{dv}{r^3}[A(\xi-x)+B(\eta-y)+C(\zeta-z)], \tag{31}$$

womit offenbar der Ausdruck

$$dV=dv\left(A\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}+B\frac{\partial\frac{1}{r}}{dy}+C\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\right) \tag{32}$$

identisch ist. Jede der Formeln (30) bis (32) hat für gewisse Zwecke ihre Vorzüge.

---

[1]) POISSON, Mém. Ac. Paris 5, pag. 248 u. 488. 1824. — POGG. Ann. 1 u. 3. — GREEN, An essay etc. — W. THOMSON, Ges. Abh. pag. 329. — BEER. Einl. i. d. Elektrostatik etc. Braunschw. 1865, pag. 118.

Wirkung eines ganzen Magneten. Oberflächlicher und innerer Magnetismus.

Durch Integration erhält man nun sofort für einen ganzen Magneten:

$$V = \iiint \frac{dx\,dy\,dz}{r^3} [A(\xi - x) + B(\eta - y) + C(\zeta - z)]$$

oder auch (33)

$$V = \iiint dx\,dy\,dz \left(A \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + B \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} + C \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right)$$

Indem man ferner jedes der drei Glieder nach der betreffenden Coordinate partiell differenzirt, erhält man die ausgeführten Integrale in der Form

$$V = \iint \frac{A}{r}\,dy\,dz + \iint \frac{B}{r}\,dz\,dx + \iint \frac{C}{r}\,dx\,dy,$$

welche man umgestalten kann, wenn man bedenkt, dass die Produkte $dy\,dz$ u. s. w. nichts anderes sind, als die Projektionen eines Oberflächenelementes ds auf die Axe, und folglich ausdrückbar sind als Produkte von ds in die Cosinus derjenigen Winkel, welche die nach aussen auf ds errichtete Normale mit den Coordinatenaxen bildet. Sind lmn diese Cosinus, so wird demgemäss:

$$V = \iint \frac{ds}{r}(Al + Bm + Cn) - \iiint \frac{dv}{r}\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right),$$

und indem man die Symbole

$$\sigma = Al + Bm + Cn \tag{34}$$

$$\rho = -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right) \tag{35}$$

einführt, erhält man das Potential des Magneten in der übersichtlichen und anschaulichen Form

$$V = \iint \frac{\sigma\,ds}{r} + \iiint \frac{\rho\,dv}{r}. \tag{36}$$

Wie man sieht, setzt sich V aus zwei Theilen zusammen, einem **Oberflächenintegral** und einem **Raumintegral**, und jedes von beiden hat die Form eines Potentials der betreffenden Art, nur dass σ und ρ, formell die Flächen- resp. Raumdichte des das Potential hervorbringenden Agens, hier eine complicirtere Bedeutung haben, nämlich die durch die Gleichungen (34) und (35) definirte; d. h. σ ist die normal zur Oberfläche genommene Componente der an der betreffenden Stelle der Oberfläche vorhandenen Stärke der Magnetisirung, ρ lässt sich nicht in einfacher Weise interpretiren (MAXWELL[1]) bezeichnet es, auf Grund von Anschauungen, denen der Quaternionencalcül zu Grunde liegt, als Convergenz der Intensität der Magnetisirung nach dem betreffenden inneren Punkte hin). Zu ganz derselben Gleichung (36) wäre man natürlich, und zwar ohne jede Rechnung, auch gelangt, wenn man den anderen Weg eingeschlagen hätte, d. h. von den obigen Ergebnissen hinsichtlich der Vertheilung des freien Magnetismus ausgegangen wäre; σ würde alsdann einfach die Dichte des freien Magnetismus an der Oberfläche, ρ dieselbe für das Innere sein. Man sieht jetzt, in welcher Beziehung diese den freien Magnetismus charakterisirenden Grössen zu der den Gesammt-Magnetismus charakterisirenden Grösse J bezw. seinen

[1]) MAXWELL I, pag. 29.

Componenten ABC stehen. Endlich ist zu bemerken, dass für V im ganzen Raume die Gleichung

$$\Delta V = 0$$

gilt, worüber das Nähere im Artikel »Potentialtheorie« nachzusehen ist.

Bei einem gleichförmig magnetisirten Körper, d. h. bei einem Körper, in welchem J überall denselben Werth und dieselbe Richtung hat, wird $\rho = 0$, nach der einen Auffassung ohne Weiteres, weil hier im Innern freier Magnetismus nicht vorhanden ist, nach der anderen, weil wegen der Constanz von ABC die rechte Seite der Gleichung (35) verschwindet.

Der gefundene Satz von der Zerlegung des Magnetismus in einen oberflächlichen und einen inneren darf nicht mit einem von GAUSS[1]) herrührenden Satze verwechselt werden, welchen man den Satz von der äquivalenten Massentransposition nennen kann und welcher aussagt, dass man anstatt einer beliebigen Massenvertheilung in dem von einer geschlossenen Fläche begrenzten Raume eine Massenvertheilung auf dieser Fläche substituiren kann, welche nach aussen dieselbe Wirkung ausübt, wie jene. Der Satz gilt für Massen jeder Art, wenn sie nur dem Grundgesetze der Fernwirkung gehorchen: sein Beweis wird am anschaulichsten für elektrische Massen in einem Leiter, den man sich mit der Erde verbunden denkt, es sei dieserhalb (ausser auf GAUSS) auf MASCART[2]) verwiesen. Hier sei auf den besonders wichtigen Schluss aufmerksam gemacht, der sich aus dem Satze ziehen lässt, auf den Schluss, dass sich aus den äusseren Wirkungen die Vertheilung des Magnetismus nicht mit Eindeutigkeit ergiebt, dass dies vielmehr nur hinsichtlich der äquivalenten, aber fingirten Oberflächenbelegung der Fall ist.

In den oben charakterisirten Fällen, in welchen die innere Vertheilung, also das erste Glied der ersten (POISSON'schen) Darstellung (36) in Fortfall kommt, werden natürlich die POISSON'sche und die GAUSS'sche Oberflächenvertheilung mit einander identisch.

Magnetisches Moment und magnetische Axe. Bei einem gleichförmigen Magneten werden ferner die Begriffe des magnetischen Momentes und der magnetischen Axe sehr einfache. Da nämlich ihre Molekeln gleich gerichtete Axen haben, ist diese Richtung natürlich auch die Axe des ganzen Körpers, und sein Moment ergiebt sich durch Summation aller molekularen Momente. In Formel kann man dies so ausdrücken

$$M = \int m\,ds = \int J\,dv = J\int dv = Jv, \tag{37}$$

d. h. das magnetische Moment eines gleichförmigen Magneten ist gleich dem Produkt seines Volumens in die Stärke der Magnetisirung. Es sei bemerkt, dass man das Potential in diesem Falle in einer der beiden einfachen Formen

$$V = J\int\frac{ds\cos\theta}{r} = J\int\frac{ds_1}{r} \tag{38}$$

darstellen kann, wo θ der Winkel ist, welchen die Normale des Flächenelementes ds mit der Richtung der Magnetisirung bildet und ds_1 die Projection von ds auf eine zur Richtung der Magnetisirung senkrechte Ebene.

Ist der Körper ungleichförmig magnetisirt, so hat natürlich, da die verschiedenen Molekeln verschiedene Axenrichtungen haben, der Begriff des Momentes

---

[1]) GAUSS, Allg. Lehrsätze in Bez. a. d. im verkehrten Verh. des Quadrats der Entf. wirk. Anzieh. u. Abst. Kräfte. Ref. a. d. Beob. d. magn. Ver. 1839, pag. 1. — Abgedruckt in den Klassikern der exakten Wiss. Heft 2; insbesondere pag. 49.

[2]) MASCART u. JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. Magn. deutsch v. LEVY, 1, pag. 287.

des Körpers keine Bedeutung schlechthin, man kann nur sein Moment in Bezug auf eine bestimmte Richtung nehmen. Man erhält es, wenn man die Componenten der Molekularmomente über den ganzen Körper addirt, also die Grössen $\int A\,dv$, $\int B\,dv$, $\int C\,dv$ bildet. Nennt man diese Grössen $\alpha\ \beta\ \gamma$, so wird folglich der Maximalwerth des Momentes des Körpers

$$M = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \tag{39}$$

werden, und die Richtung, in welcher dies stattfindet, durch die Gleichungen

$$\cos(Mx) = \frac{\alpha}{M},\ \cos(My) = \frac{\beta}{M},\ \cos(Mz) = \frac{\gamma}{M} \tag{40}$$

bestimmt sein. Diese Grösse kann dann kurzweg als magnetisches Moment und diese Richtung als magnetische Axe des Momentes bezeichnet werden.

Die beiden speciellen Fälle. Potential eines Fadens. Das Potential eines gleichförmigen Fadens oder Solenoids auf einen Punkt, welcher von seinem positiven Ende um r_2, von seinem negativen um r_1 entfernt ist, ist

$$V = qJ\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right),$$

wo q der kleine Querschnitt des Fadens ist. Es sei übrigens bemerkt, dass nicht nothwendig wie in der bisherigen Definition angenommen, q und J constant sein müssen, es genügt, wenn ihr Produkt constant ist. Das Potential eines einfachen Fadens ist also nur von den Endpunkten, nicht von der Gestalt des Fadens abhängig, was nach dem Früheren klar ist, einer sogleich folgenden Analogie halber jedoch nochmals hervorzuheben ist.

Das Potential eines ungleichförmigen (complexen) Fadens setzt sich aus lauter Elementen von der Form

$$dV = \frac{m\,ds}{r^2}\cos\varepsilon = -\frac{m\,dr}{r^2}$$

zusammen, nimmt also durch partielle Integration die Gestalt an

$$V = \frac{m_2}{r_2} - \frac{m_1}{r_1} - \int_1^2 \frac{dm}{ds}\frac{ds}{r}, \tag{41}$$

wo 1 und 2 die Endpunkte, m_1 und m_2 die diesen entsprechenden Magnetismen sind; das Potential ist also gleich dem eines gleichförmigen Fadens vermehrt um einen anderen Theil, welchen man, wenn man dm/ds, d. h. die Aenderung des Magnetismus von Punkt zu Punkt als Dichte auffasst, als ein Linienpotential des freien Magnetismus betrachten kann.

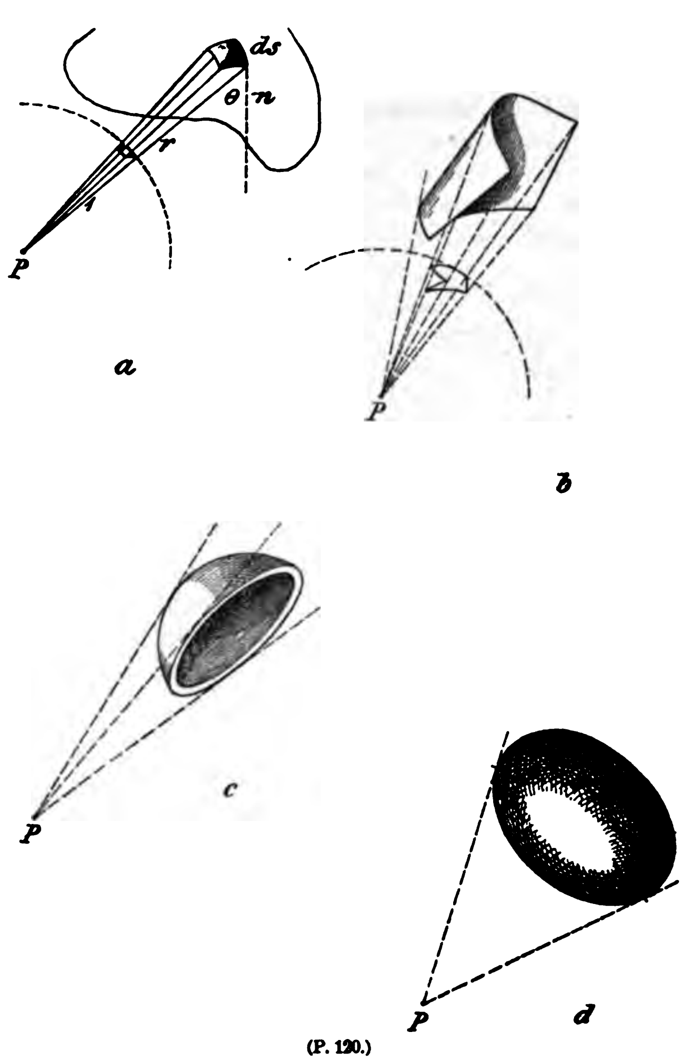
Potential einer Schale. Satz von GAUSS. Das Potential einer einfachen Schale, d. h. einer Schale, in welcher die kleine Dicke und die Polstärke oder wenigstens ihr Produkt m für alle Punkte denselben Werth hat, setzt sich ebenfalls aus Elementen von der Form

$$dV = \frac{m\,ds}{r^2}\cos\theta \tag{42}$$

zusammen, wenn jetzt ds ein Oberflächenelement und θ der Winkel zwischen der Normalen seiner positiven Seite und r ist; hierin ist aber der Faktor von m offenbar (Fig. 120a) die scheinbare Grösse ds, von P aus gesehen, d. h. die Fläche, welche von dem von P aus nach den Randpunkten von ds gezogenen Strahlenkegel aus einer mit dem Radius 1 um P geschlagenen Kugel ausgeschnitten wird; nennt man diese scheinbare Grösse df, so wird also $dV = m\,df$ oder, da m und J hier offenbar identisch sind, $dV = J\,df$ und somit, da bei der Constanz von J einfach summirt werden darf,

$$V = Jf, \tag{43}$$

ein Satz, welcher von GAUSS herrührt und in Worten lautet: **Das Potential einer einfachen Schale auf einen äusseren** (d. h. nicht der Schale selbst angehörigen) **Punkt ist gleich dem Produkte ihrer magnetischen Stärke und ihrer scheinbaren Grösse von diesem Punkte aus.** Jedoch ist hierbei das Vorzeichen des Potentials noch ausser Acht gelassen, die scheinbare Grösse ist nämlich dem Sinne nach eine stets positive Grösse, das Potential dagegen nach (42) positiv oder negativ, je nachdem der Winkel θ spitz oder stumpf ist, je nachdem man also von dem Punkte P die positive oder die negative Seite der Schale sieht.

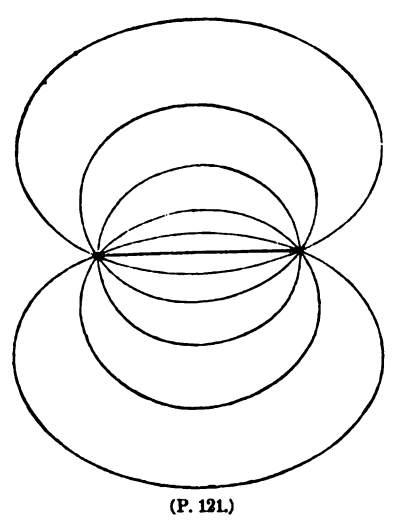


(P. 120.)

Der GAUSS'sche Satz führt ohne weiteres zu einigen wichtigen Schlüssen: 1) **Das Potential** und damit auch die **Wirkung einer einfachen Schale nach aussen ist nur von der Gestalt ihres Randes, nicht aber von der ihrer Fläche abhängig,** sie ist also für alle gleich stark magnetischen Schalen, welche dieselbe Contur haben, dieselbe. Dieser Satz ist das Analogon zu dem, wonach bei einem Faden ausschliesslich die Endpunkte in Betracht kommen. 2) Wenn sich von einem Punkte aus zwei Schalenstücke, von deren einem man die positive, von deren anderem man die negative Seite sieht (das Material durchsichtig vorgestellt) scheinbar decken, so heben sich ihre Wirkungen auf, und es bleibt nur die Wirkung des freien, dritten Stückes übrig (Fig. 120b). 3) Findet vollständige Deckung statt, so ist die Wirkung Null. 4) So ist z. B. die Wirkung einer gekrümmten Schale mit ebenem Rande Null für alle in dieser Ebene liegenden Punkte, dasselbe gilt natürlich auch für eine Schale, welche selbst eben ist (Fig. 120c). 5) Das Potential einer geschlossenen Schale (Fig. 120d) ist für alle Punkte des äusseren Raumes null, für alle Punkte des inneren Hohlraumes gleich $4\pi J$; die Kraft ist folglich sowohl im äusseren wie im

Hohlraume Null. 6) Man kann auch die geschlossene Schale als zwei zusammenstossende Schalen betrachten, die Magnetisirung der einen umkehren und erhält dann den Satz: Zwei gleich starke, in gleichem Sinne magnetisirte Schalen haben für alle ausserhalb liegenden Punkte dasselbe Potential, dagegen für alle zwischen ihnen liegenden zwei um $4\pi J$ verschiedene. 7) Ebenso ist das Potential einer einfachen Schale auf zwei Punkte, welche zu beiden Seiten der Schale, aber einander dicht gegenüber liegen, um $4\pi J$ unterschieden (vergl. hierüber und über die weiteren Beziehungen Art. Potentialtheorie, Abschn. IV.)

Was das Feld einer Schale betrifft, so gestaltet es sich am einfachsten, wenn sie lineare Form hat, also aus zwei entgegengesetzt magnetischen, sich der Länge nach berührenden geraden Linien besteht. Die Niveaulinien sind dann nämlich, wegen der bekannten Eigenschaft der Gleichheit der Peripheriewinkel, Kreise. Bei einer eigentlichen, d. h. flächenhaften, z. B. kreisförmigen Schale, trifft dies nicht mehr zu, die Niveaulinien, d. h. die Orte gleichen Gesichtswinkels, weichen hier von den Kreisen stark ab, sie sind (Fig. 121, worin die gerade Linie der Schale von der Seite gesehen ist) erheblich in die Breite gezogen. Man vergleiche diesen Fall mit dem umgekehrt analogen zweier entgegengesetzter Punkte (pag. 25 und Fig. 117).



(P. 121.)

Aus einfachen Fäden können nun fadenförmige (solenoidale) und aus einfachen Schalen schalenförmige (lamellare) Magnete zusammengesetzt werden. Das Potential jener ist durch das erste Glied von (36) bestimmt, und es besteht hier die charakteristische Beziehung

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0. \tag{44}$$

Die charakteristischen Gleichungen der lamellaren Magnete andererseits sind

$$\frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \tag{45}$$

die Grössen ABC besitzen also ein Potential, eine Grösse, welche mit dem magnetischen Potential nichts zu thun hat und Magnetisirungspotential genannt werden kann. Nennt man es Φ, so wird das Potential des lamellaren Magneten auf einen äusseren Punkt:

$$V = \iint \Phi \frac{1}{r^2} \cos \theta \, ds, \tag{46}$$

eine Formel, welche sich von der durch Integration von (42) entstehenden nur durch das Auftreten von Φ statt m unterscheidet. Die charakteristische Gleichung eines complex lamellaren Magneten endlich lautet

$$A\left(\frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial y}\right) + B\left(\frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial z}\right) + C\left(\frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x}\right) = 0. \tag{47}$$

Auf die weiteren Betrachtungen, welche sich im Anschluss hieran über die verschiedenen Typen der Magnete anstellen lassen, kann hier leider nicht eingegangen werden. Auch auf die Analogie der verschiedenen magnetischen Zustände mit elektrischen kann nur hingewiesen und beispielweise angeführt werden,

dass ein solenoidaler Magnet mit einem im elektrischen Gleichgewicht befindlichen Leiter in Parallele zu stellen ist — bei beiden ist das wirksame Agens auf die Oberfläche beschränkt.

Potential zweier Magnete aufeinander. Bisher ist immer nur die Wirkung irgend eines magnetischen Gebildes auf einen Punkt, d. h. auf einen einzelnen Pol mit der Polstärke 1 betrachtet worden. Es ist nun erforderlich, hiervon überzugehen auf die Wirkung, welche ein Magnet auf einen ganzen Magneten ausübt, und diese findet ihren einfachsten Ausdruck in der Grösse, welche man als Potential des ersten Magneten auf den zweiten, als das Potential zwischen beiden Magneten oder als potentielle Energie des einen Magneten in dem vom anderen erzeugten Felde bezeichnen kann. Diese Grösse, welche physikalisch gefasst nichts anderes ist, als die Arbeit, welche der eine von den beiden Magneten leisten kann, wenn man ihn aus dem Felde des anderen entfernt, ergiebt sich, wenn jetzt m, σ, ρ auf den ersteren (also den, auf den die Wirkung untersucht wird), V dagegen auf den zweiten (wirkenden) Magneten Bezug hat, als

$$W = \sum m V = \int V \sigma ds + \int V \rho dv \tag{48a}$$

oder auch, wenn XYZ die Componenten der Kraft des Feldes sind,

$$\begin{aligned} W &= -\int (AX + BY + CZ) dv \\ &= -\int J(\lambda X + \mu Y + \nu Z) dv. \end{aligned} \tag{48b}$$

Ist das Feld gleichförmig, so kann man das Moment M des beeinflussten Magneten einführen und erhält in leicht ersichtlicher Weise

$$W = -MK \cos \delta, \tag{48c}$$

wo K die Kraft des Feldes und δ der Winkel zwischen der Axe des Magneten und der Richtung der Kraftlinien im Felde ist. Hieraus ersieht man, dass der Magnet im stabilen oder labilen Gleichgewicht ist, je nachdem seine Magnetisirung mit der des Feldes zusammenfällt oder ihr entgegengesetzt ist.

Ist der beeinflusste Magnet eine Schale, so kann man die Zahl der durch sie hindurchgehenden Kraftlinien L einführen und erhält dann die leicht in Worten zu verallgemeinernde Gleichung:

$$W = -JL. \tag{48d}$$

Man erhält ferner den Satz: Die Wirkung eines magnetischen Feldes auf eine einfache Schale hängt nur von ihrem Rande ab, und zwar ist die Wirkung auf ein Element des Randes dem Produkt der magnetischen Stärke der Schale, der Kraft des Feldes, der Länge des Elementes und dem Sinus des Winkels zwischen diesen beiden Richtungen proportional.

Für zwei Schalen, die auf einander einwirken, erhält man, wenn ds und ds' zwei Randelemente sind und r ihre Entfernung bedeutet

$$W = -4JJ' \iint \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \cdot \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} ds ds' \tag{49a}$$

oder, wenn ε der Winkel zwischen den beiden Randelementen ist

$$W = JJ' \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds'. \tag{49b}$$

Diese Formeln, welche von F. NEUMANN herrühren, stehen in einer bemerkenswerthen Analogie zu den entsprechenden elektrodynamischen Formeln, von welchen später die Rede sein wird.

Ableitung des magnetischen Potentials gleichförmiger Magnete aus dem NEWTON'schen Potential. Wendet man auf einen gleichförmig

magnetisirten Körper die zweite der Gleichungen (33) an und wählt die x-Axe als Axe der Magnetisirung, so wird

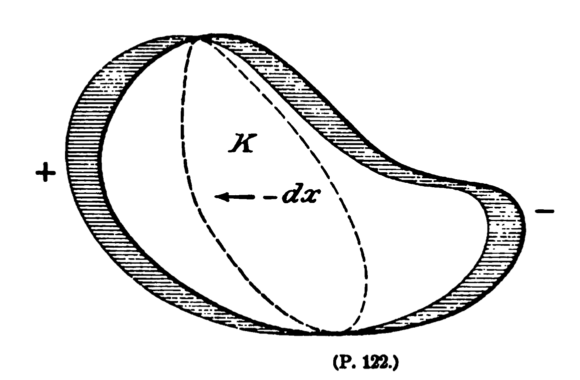
$$V = J \int \frac{\partial \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x} dx.$$

Nun ist $- 1/r$ das Potential, welches überall da auftritt, wo die wirkenden Massen gleich 1 sind und die Kraft dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional ist (z. B. auch bei der Wirkung zweier Magnetpole auf einander, s. o.) und welches man NEWTON'sches oder Gravitationspotential nennen kann. Bezeichnet man es mit P, so erhält man also

$$V = J \frac{\partial P}{\partial x}, \tag{50}$$

in Worten: Das Potential eines gleichförmigen Magneten ist gleich dem negativen Produkte der Stärke seiner Magnetisirung und des nach der Magnetisirungsrichtung genommenen Differentialquotienten des NEWTON'schen Potentials des mit Masse von der Dichte 1 erfüllt gedachten Magneten. Der Zusammenhang dieser Definition mit der früheren ist leicht vorzustellen.

Dieses Ergebniss zusammengehalten mit dem früheren, wonach bei einem gleichförmigen Magneten wirksamer Magnetismus nur an der Oberfläche sich befindet, führt zu einer sehr anschaulichen Vorstellung dieser Oberflächenschicht. Denkt man sich nämlich den auf den Punkt p wirkenden Körper K in der der Magnetisirungsrichtung entgegengesetzten Richtung um dx verschoben, was offenbar auf dasselbe hinauskommt, als ob man unter Festhaltung des Körpers den Punkt p um dx verschöbe, so wird von dem NEWTON'schen Potential der von dem rechten schraffirten Stück herrührende Theil wegfallen und dafür der von dem linken schraffirten Theil herrührende neu hinzukommen, die Differenz dieser beiden Theilpotentiale oder, wenn man sie sich mit Masse von entgegengesetztem Vorzeichen erfüllt denkt, die Summe dieser Theilpotentiale ist also gerade $\partial P/\partial x$; diese beiden Stücke bilden also jene Oberflächenschicht, in welcher man sich den freien Magnetismus zu denken hat. Man sieht jetzt, dass die Dicke dieser Schicht im gewöhnlichen Sinne des Wortes sehr verschieden an verschiedenen Stellen ist, dagegen überall dieselbe, wenn man sie überall in der Magnetisirungsrichtung nimmt; man sieht ferner, dass die Oberflächenschicht in dem einen Theile mit positivem, im anderen mit negativem Magnetismus erfüllt ist, und dass diese beiden Theile getrennt sind durch diejenige auf der Oberfläche gezogene Linie, in welcher die Magnetisirungsrichtung die Oberfläche tangirt.



(P. 122.)

Beispiele gleichförmiger Magnetisirung. Es können hier nur einige wenige Endformeln Platz finden. Für eine Kugel vom Volumen K wird

$$V = JK \frac{x}{r^3}. \tag{51}$$

Dass das magnetische Potential einer solchen Kugel identisch ist mit dem eines Molekularmagneten in ihrem Mittelpunkte, der das gleiche Moment hat, war zu erwarten, da dieser Satz auch vom NEWTON'schen Potential gilt. — Für eine Hohlkugel erhält man dasselbe V wie oben im äusseren Raume, im Hohlraume dagegen ist $P = const$, also $Q = 0$. —

Für einen unbegrenzten transversal magnetisirten Kreiscylinder vom Radius a wird:

$$V = J \cdot 2\pi a^2 \cdot \frac{x}{r^2}, \tag{52}$$

endlich für das Potential einer gleichförmigen, von einer Kreislinie vom Radius a begrenzten Schale auf einen Punkt, der auf der im Mittelpunkte der Kreisebene errichteten Senkrechten um x entfernt und von dieser Linie seitwärts um ρ entfernt ist (zur Abkürzung ist $\sqrt{a^2 + x^2} = u$ gesetzt):

$$V = 2\pi J \left[1 - \frac{x}{u}\left[1 - \frac{3}{2^2}\frac{a^2}{u^2}\left(\frac{\rho}{u}\right)^2 - \frac{3 \cdot 5}{(2 \cdot 4)^2}\frac{7x^2a^2 - 3a^2u^2}{u^4}\left(\frac{\rho}{u}\right)^4 + \dots\right]\right], \tag{53}$$

eine Reihe, welche stets convergirt, falls $\rho < u$ ist, und welche für Punkte auf jener Senkrechten selbst

$$V = 2\pi J\left(1 - \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}\right)$$

liefert[1]).

An diese Formel sei eine ähnliche angeschlossen, welche in dem für die Herstellung starker Felder wichtigen Falle zweier einander im Abstande $2a$ gegenüberstehender kreisförmiger Polflächen entgegengesetzter Natur gilt. Nach STEFAN[2]) ist dann in dem Punkte in der Mitte zwischen den Polflächen (Radius derselben r) die Kraft

$$H = 4\pi J\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}\right),$$

und wenn a klein gegen r, einfach $H = 4\pi J$. Dabei ist angenommen, dass die Polflächen die Enden cylindrischer, gleichförmiger Magnete sind. Für abgestumpfte Kegel wird H unter Umständen noch etwas grösser, im günstigsten Falle $H = 1{\cdot}442 \cdot 4\pi J$.

Mitwirkung des Erdmagnetismus. Wie sich ein drehbarer Magnet unter dem gleichzeitigen Einflusse eines festen Magneten und des Erdmagnetismus einstellt, ist bereits oben (pag. 13) untersucht worden, jedoch nur für den Fall zweier idealer Magnete (Polpaare). Handelt es sich dagegen um wirkliche Magnete und berücksichtigt man überdies die meist noch in nicht zu vernachlässigender Höhe mitwirkende Torsion des Fadens, an welchem der drehbare Magnet aufgehängt ist, so wird die Rechnung natürlich viel complicirter, und man muss sie, um übersichtliche Formeln zu erhalten, in zweckentsprechender Weise specialisiren. Eine solche Berechnung ist von GAUSS[3]) ausgeführt worden, und zwar unter Zugrundelegung der freien Magnetismen E und e der Theilchen der beiden Magnete; die hier benutzte Bezeichnungs- und Darstellungsweise rührt von RIECKE[4]) her. Der Winkel u, welchen die Nadel (d. h. der drehbare Magnet) in ihrer schliesslichen Stellung mit dem magnetischen Meridian bildet, ist dann bestimmt durch die Gleichung

1) MASCART u. JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. Magn. 1, pag. 329.

2) STEFAN, WIED. Ann. 38, pag. 440. 1889.

3) GAUSS, Intens. vis magn. etc.

4) RIECKE, WIED. Ann. 8, pag. 299. 1879.

$$\frac{-\partial}{\partial u} \Sigma \frac{Ee}{r} - Hm \sin u + \theta(N - u) = 0, \tag{54}$$

wo H die horizontale Intensität des Erdmagnetismus, m das magnetische Moment der Nadel, θ der Torsionscoëfficient und N der Winkel ist, welchen die Nadel bei Torsionsfreiheit des Fadens mit dem Meridian bilden würde. Auch hier tritt natürlich bei der Entwickelung das Verhältniss der Dimensionen der Magnete zu ihrer Entfernung auf, ein Verhältniss, dessen vierte Potenz vernachlässigt werden mag. Im Allgemeinen wird ferner der magnetische Mittelpunkt des wirklichen Magneten mit seinem geometrischen Mittelpunkt nicht zusammenfallen, sondern in der Axenrichtung um α, in der darauf senkrechten um β von ihm abweichen; dies sind also seine Coordinaten, während allgemein die Coordinaten eines Punktes des Magneten ABC, eines Punktes der Nadel abc seien, von je ihren geometrischen Mittelpunkten gerechnet. Endlich sei bemerkt, dass man aus gewissen Gründen (s. Art. Magnetische Messungen) den Winkel u nicht einmal, sondern aus zwei Beobachtungen bei entgegengesetzten Lagen des festen Magneten bestimmt denken muss. Alsdann erhält man für die beiden Hauptlagen (fester Magnet west- oder ostwärts in der Längslage resp. nord- oder südwärts in der Querlage) die Gleichungen

$$\frac{H}{M}\left(1 + \frac{\theta}{mH}\right) R^3 \, tg\, u = \begin{cases} 2 + \dfrac{1}{R^2}\dfrac{f_1}{Mm} \\ 1 - \dfrac{1}{R^2}\dfrac{f_2}{Mm} \end{cases}, \tag{55}$$

wo M das Moment des wirkenden Magneten, R der Abstand der Mittelpunkte und f_1 und f_2 folgende Constanten sind

$$\begin{aligned} f_1 &= 4m(\Sigma EA^3 - \tfrac{3}{2}\Sigma EAB^2 - \tfrac{3}{2}\Sigma EAC^2) \\ &\quad - 6M(\Sigma ea^3 - 4\Sigma eab^2 + \Sigma eac^2) \\ &\quad - 6(\alpha^2 - 2\beta^2) \\ f_2 &= \tfrac{3}{2}m(\Sigma EA^3 - 4\Sigma EAB^2 + \Sigma EAC^2) \\ &\quad - 6M\left[\Sigma eae^3 - \frac{3}{2}\Sigma eab^2 - \frac{3}{2}\Sigma eac^2 + \frac{15}{2}M(\Sigma eab^2 - \Sigma eac^2)\right] \\ &\quad - 6(\alpha^2 - \tfrac{3}{4}\beta^2). \end{aligned} \tag{56}$$

Diese Gleichungen sind natürlich den empirischen von GAUSS aus seinen Beobachtungen berechneten auf pag. 13 angegebenen formell analog, aber die Ausdrücke für f_1 und f_2 gehen eben auf die Constitution der beiden Magnete zurück. Wenn der magnetische Mittelpunkt mit dem geometrischen zusammenfällt, fallen die Glieder mit α und β fort.

Gewöhnliche und äquivalente Pole. Die Definition der Pole eines Magneten als Schwerpunkte des freien nördlichen und südlichen Magnetismus (s. o. pag. 32) ergiebt ohne weiteres, dass ihre Bedeutung beschränkt ist auf Fälle, in denen nur Parallelkräfte auftreten, d. h. auf die Wirkung des Magneten in die Ferne oder seine Beeinflussung aus grosser Ferne. Das aus den Polen construirte Polpaar stellt eben einen einfachen Magneten dar, welcher dasselbe magnetische Moment wie der gegebene hat, und bei Fernwirkung kommt es allein auf dieses Moment an. Aber gerade dieser letztere Umstand drückt die Wichtigkeit der Pole sehr herab; denn ihre Lage an und für sich, also namentlich ihr Abstand von einander, ist für die Wirkungen in die Ferne nicht maassgebend, man könnte sie geradezu durch irgend zwei andere Punkte ersetzen, wenn man nur ihre Stärke entsprechend veränderte. Ihre Bedeutung beschränkt sich daher lediglich auf die Constitution des Magneten selbst, indem sie von der Vertheilung des Magnetismus in demselben ein, wenn auch nicht vollständiges, so

doch charakteristisches Bild geben. Für die Wirkung eines Magneten nach aussen gewinnen die Pole nur dann Bedeutung, wenn diese Wirkung auf Punkte in Betracht gezogen wird, welche so nahe liegen, dass die höheren Glieder der Entwickelung und damit der Polabstand selbst in Betracht kommen; aber dann handelt es sich gar nicht mehr um parallele Kräfte, und die bisher definirten Pole haben keine Bedeutung mehr. An ihre Stelle sind vielmehr jetzt andere Punkte zu setzen, und zwar für jeden Punkt, auf welchen die Wirkung des Magneten betrachtet wird, oder von welchem aus eine Wirkung auf den Magneten stattfindet, ein anderes Punktepaar, mit anderen Worten, der Sitz, resp. Angriffspunkt der Kraft ist ein von Ort zu Ort variabler. Man kann diese Pole mit Riecke als äquivalente Pole bezeichnen. Ein Polpaar, das aus ihnen gebildet ist, hat die doppelte Eigenschaft, erstens dasselbe Moment wie der gegebene Magnet (also dieselbe Wirkung in die Ferne und Beeinflussung aus der Ferne) zu haben und zweitens dieselbe Wirkung in der Nähe auszuüben und aus der Nähe zu erfahren, wie der gegebene; die erstere Eigenschaft ist natürlich eigentlich nur ein specieller Fall der letzteren; die gewöhnlichen Pole besitzen aber eben nur die specielle Eigenschaft, oder wenigstens nur diese streng, die andere nur mehr oder weniger angenähert, und zwar desto weniger, je näher der Wirkungspunkt an die Oberfläche des Magneten heranrückt.

Die Bestimmung der äquivalenten Pole im Allgemeinen und in besonderen Fällen, welche zeigen, dass in der That die äquivalenten Pole oft beträchtlich entfernt von den gewöhnlichen liegen, hat Riecke[1]) durchgeführt; es können hier nur einige der Resultate kurz angeführt werden. Entwickelt man in derselben Weise, in welcher man zu den Formeln (55) gelangt ist, die Formeln für die Ablenkung eines idealen Polpaares unter Einfluss eines festen Polpaares und des Erdmagnetismus (mit anderen Worten, vervollständigt man die Formeln (19a) u. s. w. durch Hinzufügung eines zweiten Annäherungsgliedes), so erhält man Ausdrücke, die sich von (55) nur dadurch unterscheiden, dass an die Stelle von f_1/Mm die Grösse $4L^2 - 6l^2$ und an die Stelle von f_2/Mm die Grösse $\frac{3}{2}L^2 - 6l^2$ tritt, wenn L und l die halben Polabstände in den beiden Polpaaren sind. Beachtet man nun die Werthe von f_1 und f_2 (Gleichung 56), so erhält man folgenden Satz: Für alle Verschiebungen der Nadel längs eines und desselben, vom Mittelpunkt des Magneten (oder eventuell von einem anderen Punkte) gezogenen Radiusvektors kann der Magnet durch ein und dasselbe Polpaar ersetzt werden, dagegen ändert sich die Lage der äquivalenten Pole mit der Richtung des Radiusvektors. Das Quadrat des halben Abstandes der äquivalenten Pole ist für die beiden Hauptlagen:

$$L^2 = \begin{cases} \frac{1}{M}\left(\Sigma EA^3 - \frac{3}{2}\Sigma EAB^2 - \frac{3}{2}\Sigma EAC^2\right) - 6(\alpha^2 - 2\beta^2) \\ \frac{1}{M}\left(\Sigma EA^3 - 4\Sigma EAB^2 + \Sigma EAC^2\right) - 6\left(\alpha^2 - \frac{3}{4}\beta^2\right). \end{cases} \tag{57}$$

Für alle Punkte aller Radienvektoren treten dieselben äquivalenten Pole in dem speciellen Falle ein, wenn $\Sigma EAB^2 = \Sigma EAC^2$ ist, also z. B. für einen Rotationskörper. Man kann, um ein Bild aus der Optik zu gebrauchen, in dem letzteren Specialfalle etwa von einem »scharfen Bilde«, im allgemeinen Falle von einem durch die verschiedenen Lagen eines Poles bei verschiedener Lage der Nadel gebildeten »Zerstreuungskreise« sprechen.

Specielle Fälle. Für einen Faden tritt der Unterschied der beiden Punkt-

[1]) Riecke, Pogg. Ann. 149, pag. 62. 1873. — Wied. Ann. 8, pag. 299. 1879.

paare in sehr einfacher Weise hervor; es ist nämlich der Abstand $2L_0$ der gewöhnlichen Pole resp. der Abstand $2L$ der äquivalenten Pole bestimmt durch

$$L_0 = \frac{\Sigma EA}{\Sigma E} \qquad L^2 = \frac{\Sigma EA^3}{\Sigma EA}. \tag{58}$$

Beispielsweise wird unter Annahme der bei dünnen Stäben experimentell gefundenen Kettenlinien-Vertheilung des ganzen Magnetismus (pag. 33) in Bruchtheilen der halben Länge des Fadens

$$L_0 = 0{\cdot}717 \qquad L = 0{\cdot}825 \tag{58a}$$

also sehr verschieden. Im Art. »Magnetische Messungen« wird hierauf noch zurückgekommen werden. Bei einem gleichförmig nach der Axe x magnetisirten Ellipsoid wird $L_0 = 2/3x$, dagegen L^2:

$$\begin{aligned} &\text{erste Hauptlage:} \quad L^2 = \frac{3}{5}\left(x^2 - \frac{y^2 + z^2}{2}\right) \\ &\text{zweite Hauptlage:} \quad L^2 = \frac{3}{5}\left(x^2 - \frac{4y^2 - z^2}{3}\right) \end{aligned} \tag{58b}$$

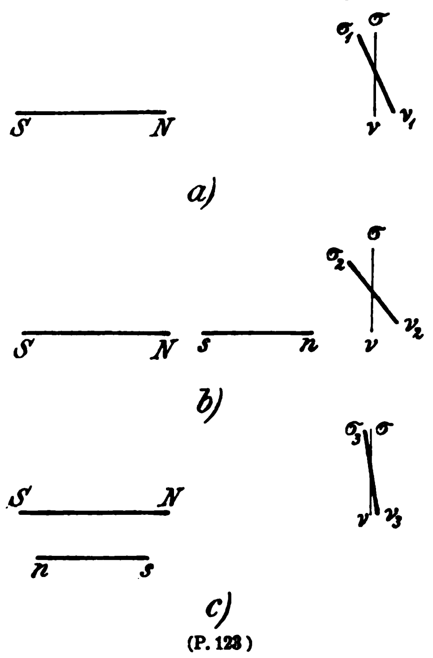
und insbesondere für ein Rotationsellipsoid $L^2 = 3/5(x^2 - y^2)$, also z. B. für die Kugel $L = 0$, für ein sehr längliches Rotationsellipsoid $L = 0{\cdot}77x$ und nur für ein bestimmtes, nämlich das vom Axenverhältniss $(y:x) = 0{\cdot}509$ in Uebereinstimmung mit den gewöhnlichen Polen $L = \frac{2}{3}x$. Schliesslich sei bemerkt, dass die äquivalenten Pole unter Umständen imaginär werden, und zwar entweder in Folge der Form des Magneten (z. B. abgeplattetes Rotationsellipsoid, nach der kurzen Axe magnetisirt) oder in Folge eigenthümlicher Vertheilung des Magnetismus oder endlich in Folge starker Abweichung des magnetischen vom geometrischen Mittelpunkte. Die Berechnung der Nahewirkung ist in diesen Fällen genau wie sonst möglich, aber die äquivalenten Pole sind dann nicht mehr Repräsentanten derselben.

Besondere magnetische Erscheinungen.

Im Laufe der Zeit ist bei den Untersuchungen über Magnetismus eine grosse Anzahl von Erscheinungen zu Tage getreten, welche anfangs eine mehr oder weniger nebensächliche Rolle spielten und vielfach fast unbeachtet blieben, von denen sich aber herausgestellt hat, dass sie grossentheils von fundamentaler Bedeutung einerseits für die Theorie des Magnetismus, andererseits für die Praxis seiner Anwendung sind, und die daher gerade in der neueren und neuesten Zeit mit grosser Vorliebe und eingehend studirt worden sind, zum Theil unter Hinzufügung neuer Einzelheiten. Diesen Erscheinungen wird in späteren Artikeln näher getreten werden; hier handelt es sich nur darum, sie kurz aufzuführen und dadurch eine übersichtliche Grundlage zu gewinnen.

Magnetische Induction. Die Wirkungen eines Magneten einerseits auf einen anderen Magneten und andererseits auf ein unmagnetisches Stück Eisen stehen scheinbar in einem grellen Gegensatz, insofern die erstere Wirkung in ganz bestimmten Fällen eine Anziehung, in ganz bestimmten eine Abstossung, letztere Wirkung hingegen stets eine Anziehung ist. Die beiden Wirkungen müssen aber doch wiederum im Wesentlichen dieselben sein; denn unter gleichen wirkenden Umständen und bei geeigneten Vorsichtsmaassregeln erhält man dasselbe Bild eines magnetischen Feldes, ob man sich nun zu seiner Darstellung einer Magnetnadel bedient, welche man nach einander an alle Stellen des Feldes bringt, oder ob man unmagnetische Eisenspähne darauf streut und deren Anordnung feststellt. Diese Widersprüche klären sich in sehr einfacher Weise auf,

wenn man erwägt, dass ein unmagnetischer Körper streng genommen nicht unmagnetisch, sondern nur latent magnetisch ist, indem die beiden Magnetismen in seinen Theilchen entweder nicht gesondert oder die Axen der Molekularmagnete nicht gerichtet sind. Die primäre Wirkung des Nordpoles eines Magneten auf einen Eisenkörper wird also die sein, dass er die Südpole seiner Theilchen anzieht, die Nordpole abstösst, die Molekularmagnete in diesem Sinne dreht (richtet), den Eisenkörper also zu einem Magneten macht. Dadurch bewirkt er aber, dass ihm die Südpole durchschnittlich näher als die Nordpole kommen, seine anziehende Wirkung auf die ersteren wird also seine abstossende Wirkung auf die letzteren überwiegen, und es ergiebt sich als secundäre Wirkung des Magneten auf das Eisenstück, dass er es anzieht, und zwar unter allen Umständen anzieht; eine Abstossung kann niemals resultiren. Wird also ein Körper von einem Magneten abgestossen, so ist das ein sicheres Zeichen dafür, dass er schon vor der Annäherung an den Magneten selbst ein Magnet war, und zwar ein solcher, dessen angenäherter Pol mit dem Pole, welchem er angenähert wurde, gleichartig war. Auch wird jetzt verständlich, dass das bis zur Berührung angezogene Eisenstück nicht, wie es bei der elektrischen Anziehung der Fall ist, wieder abgestossen wird, sondern in Berührung mit dem Magneten verweilt. Man bezeichnet das Magnetischwerden eines Körpers unter Einwirkung eines Magneten als magnetische Induction (oder auch Influenz) in ihm. Die Thatsache der magnetischen Induction, d. h. die Erscheinung, dass jeder Eisenkörper im magnetischen Felde selbst ein Magnet wird, lässt sich in überaus mannigfaltiger Weise veranschaulichen. Ein Eisenstab z. B., welcher an einem Magneten,



(P. 123)

von diesem angezogen, hängt, erlangt dadurch die Fähigkeit, selbst wiederum ein zweites Eisenstäbchen zu tragen, und das geht in der Weise fort, dass man ganze Ketten bilden kann, von welchen nur das erste Glied von vornherein ein Magnet gewesen zu sein braucht. Dieselbe Erscheinung bietet sich bei dem schon wiederholt herbeigezogenen Experimente dar, bei welchem ein Magnet in Eisenspähne getaucht und wieder herausgezogen wird; die Eisenspähne haften nicht bloss am Magneten, sondern auch aneinander. Bringt man zwei Magnete mit ihren gleichnamigen Polen, an denen Feilspähne haften, nahe an einander, so sind es auch gleichnamige Pole der Feilspähne, welche einander am nächsten kommen, die letzteren stellen sich daher möglichst quer; bei Annäherung ungleichnamiger Pole dagegen stellen sie sich möglichst in Richtung auf einander ein. Natürlich wirken durch Induction magnetisch gewordene Körper ablenkend auf Nadeln. Bringt man z. B. in die Nähe des einen Poles ν einer Nadel $\nu\sigma$ einen Magneten SN, sodass die Nadel bis zur Stellung $\nu_1\sigma_1$ abgelenkt wird (Fig. 123a) und stellt man nun einen Eisenstab sn so auf, dass er mit dem Magneten eine Linie bildet, also hinter ihm oder vor ihm (besser letzteres wegen der stärkeren Wirkung), so wird die Ablenkung der Nadel auf

$v_2 \sigma_2$ vergrössert (Fig. 123b); stellt man den Stab dagegen neben dem Magneten auf, parallel mit ihm, so wird die Wirkung verkleinert (Fig. 123c). Im ersteren Falle wird nämlich, wie man ohne weiteres einsieht, der Stab durch Induction in demselben Sinne magnetisch wie der Magnet, im letzteren dagegen in entgegengesetztem Sinne. Stellt man einen Eisenstab so auf, dass eines seiner Enden nach dem Nordpol der Erde, das andere nach ihrem Südpol weist und nähert man ihm jetzt eine bewegliche Magnetnadel, so wird deren Nordpol vom ersteren Pole abgestossen, vom letzteren angezogen. Jener ist also, wie zu erwarten, ein Nordpol, dieser ein Südpol geworden. Man nennt den Magnetismus, der auf diese Art entstanden ist, Magnetismus der Lage, und es ist zu bemerken, dass es kaum ein Stück Eisen giebt, welches nicht einen, wenn auch geringfügigen Magnetismus der Lage besässe — eine Thatsache, welche in dem dynamo-elektrischen Process von ungeahnter Bedeutung geworden ist. Hängt man an zwei dicht neben einander herabhängenden Fäden je ein Eisenstäbchen auf und nähert man ihnen jetzt von unten den Pol eines Magneten, so weichen sie, die früher neben einander herabhingen, aus einander, und zwar in ganz gleicher Weise, ob man nun einen Nordpol oder einen Südpol nähert. Lässt man endlich an einem Magneten ein Eisenstück magnetisch hängen, befestigt an letzteres auf mechanischem Wege (z. B. durch Schrauben oder Klammern) ein zweites, das so gewählt ist, dass es vom Magneten noch mit getragen wird, und ersetzt man dieses zweite Eisenstück nunmehr durch ein gleich schweres Messingstück, so lässt der Magnet seine ganze Last fallen — was unverständlich wäre, wenn es sich um eine Wirkung des Magneten auf eine neutrale Eisenmasse handelte, was aber verständlich und einleuchtend ist bei einer Wechselwirkung zwischen zwei magnetischen Massen (das Messingstück wird eben nicht magnetisch).

Magnetische Induction auf einen Körper findet nicht nur von Seiten eines Magneten statt, sondern gleichzeitig auch stets von seinen eigenen, magnetisch werdenden Theilchen auf einander. Dieser Punkt ist es, welcher die Theorie der Induction so ausserordentlich verwickelt gestaltet (s. Art. »Magnetische Induction«). Hier sei nur kurz bemerkt, dass die innere Induction der äusseren entgegenwirkt, wie man schon aus dem Princip entnehmen wird, dass eine Kraft im Allgemeinen stets Umstände herstellt, welche ihre eigene Wirkung schwächen, und wie man im Grossen und Ganzen für vorliegenden Fall mit Benutzung der Fig. 123 durch die Erwägung einsehen kann, dass sechs Molekularmagneten, welche irgend einem Molekularmagneten zunächst benachbart sind (nach vorn und hinten, rechts und links, oben und unten) nur zwei, nämlich die beiden in einer Linie mit ihm liegenden, die äussere Kraft unterstützen, die vier anderen, ihm parallelen, dagegen dieser entgegenwirken, ein Uebergewicht, welches durch die Zahl der in der Längsrichtung überhaupt vorhandenen Molekularmagnete, also durch überwiegende Längsausdehnung im günstigsten Falle (unendlich langer Cylinder, der nach der Axe magnetisirt wird) nur eben ausgeglichen, aber nie ins Umgekehrte verwandelt werden kann. Man hat demgemäss die innere Induction auch als entmagnetisirende Kraft bezeichnet.

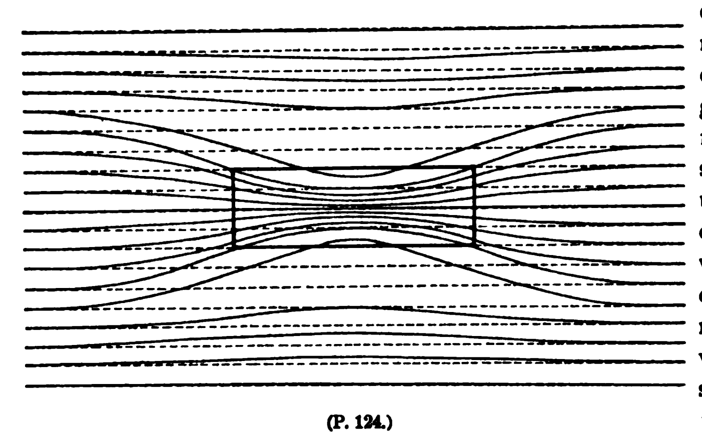
Permanente und temporäre Magnetisirung. Wenn man von einem Magneten schlechthin spricht, so meint man gewöhnlich einen Körper, welcher den Charakter eines Magneten dauernd aufweist, d. h. nicht nur zur Zeit, wo er sich unter magnetisirender Bearbeitung, also allgemein gesagt, in einem magnetischen Felde befindet, sondern auch späterhin und für alle Zeiten. Man nennt solche Magnete permanente Magnete. Umgekehrt lässt sich der Fall denken,

dass ein Körper magnetisch ist, so lange er magnetisirend bearbeitet wird, sich also in dem magnetischen Felde befindet, jedoch sofort und vollständig unmagnetisch wird, sobald die Kraft aufhört zu wirken. Man nennt einen solchen Magneten einen temporären Magneten. Beides sind jedoch ideale Grenzfälle, welche den in der Wirklichkeit vorkommenden Fällen nicht entsprechen; vielmehr verliert jeder Magnet mit der Zeit einen Theil seines Magnetismus, und es behält jeder Magnet nach Aufhören der magnetisirenden Kraft einen Theil seiner Wirkung. Die Bedeutung der Grenzfälle ist aber insofern keine geringe, als sie in der Wirklichkeit häufig mehr oder weniger annähernd erreicht werden, und gerade diese Fälle für die Praxis von besonderer Wichtigkeit sind. Das heisst: Gewisse Körper behalten fast den gesammten ihnen beigebrachten Magnetismus lange Zeit hindurch bei (wenn auch allmählich eine Schwächung eintritt) und gewisse Körper verlieren fast den ganzen oder einen überwiegenden Theil ihres Magnetismus in dem Augenblick, wo die magnetisirende Kraft zu wirken aufhört. Damit ist aber nicht gesagt, dass man nicht auch Magnete von mittlerem Verhalten herstellen kann. Bezeichnet man den augenblicklichen Magnetismus als temporären und seine beiden Bestandtheile als den verschwindenden einerseits und den bleibenden, remanenten oder permanenten andererseits, so kann man also sagen, dass das Verhältniss zwischen remanentem und temporärem Magnetismus alle Werthe zwischen 0 und 1, besonders häufig aber Werthe besitzt, welche sehr klein oder sehr wenig von 1 verschieden sind, oder, anders ausgedrückt, dass das Verhältniss zwischen remanentem und verschwindendem Magnetismus alle Werthe zwischen 0 und ∞ annehmen kann, besonders häufig aber unendlich kleine oder unendlich grosse Werthe annimmt. Auf die Werthe dieses Verhältnisses hat nicht nur das Material der Magnete, sondern auch ihre Behandlungsweise, namentlich die Reihenfolge und Wiederholung einer solchen, Einfluss (s. w. u.).

Coercitivkraft. Zwischen dem verschwindenden und dem bleibenden Magnetismus besteht ein wichtiger Unterschied in Bezug auf ihre Erzeugung. Es ist nämlich viel leichter, verschwindenden als bleibenden Magnetismus zu erzeugen, mit anderen Worten: Körper, bei denen ein grosser Theil des erzeugten Magnetismus bleibenden Charakters ist, erhalten durch dieselbe Kraft einen viel schwächeren temporären Magnetismus als solche, in denen der grösste Theil des erzeugten Magnetismus verschwindenden Charakters ist; eine Thatsache, die ohne weiteres verständlich ist, da im ersteren Falle eine grössere dauernde Wirkung erzielt wird, eine dauernde Wirkung aber natürlich als Aequivalent einer viel grösseren vorübergehenden Wirkung zu betrachten ist. Die beiden Unterschiede zwischen dem Verhalten der Körper der einen und der anderen Art lassen sich hiernach in vollständige Parallele bringen, indem man sagt: Gewisse Körper nehmen den Magnetismus schwer an, verlieren ihn aber auch schwer wieder; bei anderen Körpern erfolgt beides ziemlich leicht, oder allgemein: Bei verschiedenen Körpern ist der Widerstand, sei es gegen Magnetisirung oder gegen Entmagnetisirung sehr verschieden gross. Diesen Widerstand nennt man Coercitivkraft. Sie ist eine Art innerer Reibung, welche zur Folge hat, dass der betreffende Körper nicht einen einzigen Gleichgewichtszustand seiner Molekeln hat, sondern verschiedene, je nach dem, was vorhergegangen ist. Im Zusammenhange hiermit steht auch die Erscheinung der magnetischen Nachwirkung oder Hysteresis (s. w. u.). Legt man die Vorstellung der drehbaren Molekularmagnete zu Grunde, so wird die Coercitivkraft besonders anschaulich, sie ist dann der Widerstand gegen Richtung resp. Drehung der Molekeln. Dass die Coercitivkraft

in besonders vielen Fällen sehr klein oder sehr gross ist, ist eine merkwürdige, beachtenswerthe Thatsache.

Uebereinander-Lagerung von verschwindendem und bleibendem Magnetismus. Aus dem Gesagten folgt, dass in einem Magneten im Allgemeinen beide Arten von Magnetismus sich übereinander gelagert vorfinden, resp. dass, wenn er in ein Feld gebracht wird, der durch dieses erzeugte Magnetismus (der selbst schon aus beiden Theilen besteht) sich über den meist schon vorhandenen bleibenden Magnetismus lagert. Daraus ergeben sich einige merkwürdige, auf den ersten Anschein sonderbare Erscheinungen, wie insbesondere diese, dass ein im gewöhnlichen Sinne des Wortes unmagnetischer oder ein schwach magnetischer Körper, dem geeigneten Pole einer drehbaren Nadel genähert, diesen abstösst, so lange die Entfernung noch gross ist, ihn dagegen anzieht, sobald die Entfernung kleiner wird. Bei dieser Annäherung kommt nämlich dem Pol der Nadel ein entgegengesetzter Pol des schon vorhandenen Magnetismus gegenüber, dagegen ein gleichartiger des inducirten temporären, die beiden Kräfte wirken also einander entgegen; die Wirkung des schon vorhanden gewesenen Magnetismus wächst ferner in dem Maasse, wie das Quadrat der Entfernung abnimmt, die Wirkung des inducirten dagegen (weil er selbst nach dem quadratischen Gesetz zunimmt und seine Wirkung ebenso) in dem Maasse wie die vierte Potenz der Entfernung abnimmt, also um so viel schneller, dass sie in einem bestimmten Punkte die erstere an Stärke übertrifft.



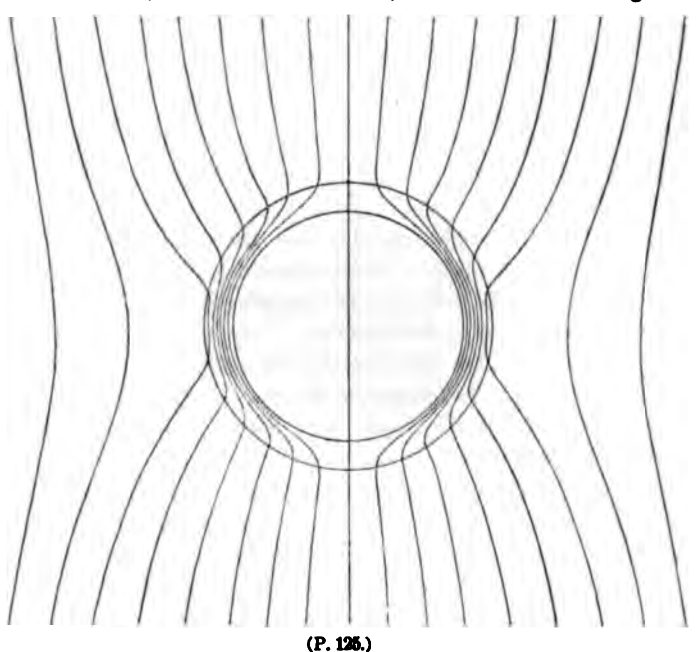
(P. 124.)

Sättigung. Eine je grössere Kraft man auf die Magnetisirung eines Körpers verwendet, desto stärker wird er natürlich magnetisch; aber mit der Steigerung der Kraft steigert man die Wirkung nicht ins Ungemessene, sie erreicht vielmehr früher oder später ein Maximum, und man sagt dann, der Körper sei mit Magnetismus gesättigt. Eine absolute Sättigung findet streng genommen nur beim temporären Magnetismus statt, man spricht aber auch beim remanenten Magnetismus von Sättigung, wenn der Körper eben nicht im Stande ist, einen stärkeren Magnetismus dauernd in sich zu bewahren.

Permeabilität. Bringt man einen Eisenkörper in ein Feld, so modificirt man natürlich, da er magnetisch wird, den Verlauf der Niveauflächen und Kraftlinien; diese Modifikation ist zwar von Fall zu Fall eine sehr verschiedene, sie hat aber einen allen Fällen gemeinsamen Charakter, den man als Verdichtung der Kraftlinien in den inducirten Körper hinein und entsprechende Verdünnung in der nächsten Umgebung desselben bezeichnen kann. Dasselbe gilt natürlich auch für einen wirklichen Magneten. Ist z. B. das Feld gleichförmig, laufen also die Kraftlinien ursprünglich einander parallel von links nach rechts, so erfahren sie durch einen Eisenstab die in Fig. 124 angedeutete Verdichtung, *und die Fig.* 125, welche sich auf einen Ring bezieht (eigentlich auf einen Hohl-

cylinder, von welchem die Papierebene einen Querschnitt darstellt), zeigt, dass die Verdichtung sich auf den von dem Körper wirklich eingenommenen Raum beschränkt, die Verdünnung sich also auch in dem inneren Hohlraum offenbart. Man kann dies so auffassen, dass man dem Körper eine gewisse Aufnahmefähigkeit für Kraftlinien zuschreibt, man nennt diese nach dem Vorgange von Lord KELVIN (Sir W. THOMSON) magnetische Permeabilität, Aufnahmefähigkeit oder Durchlässigkeit, ein Ausdruck, auf dessen allgemeinere und formelmässige Bedeutung noch zurückgekommen werden wird (s. Art. »Magn. Induction«). Für die Elektrotechnik, z. B. den Bau der Dynamomaschinen, ist sie von besonderer Wichtigkeit[1]).

Schirmwirkung. Stellt man neben einen Magneten, ihm parallel, einen Eisenstab auf, so schwächt man, wie wir oben sahen, seine Aussenwirkung und natürlich ebenso auch seine Empfänglichkeit für Einwirkung von aussen. Diese Schwächung kann man noch erhöhen, wenn man ihn mit mehreren Stäben oder noch besser, wenn man ihn mit einem eisernen Mantel umgiebt. Man bezeichnet diese aus der Induction unmittelbar folgende Erscheinung nach STEFAN als Schirmwirkung des Eisens[2]). Sie bezieht sich z. B. auch auf die Schwächung des Einflusses, den der Erdmagnetismus ausübt, und wird in Fällen, wo dieser Einfluss nachtheilig ist, oft mit Erfolg praktisch verwerthet, z. B. beim Bau von Galvanometern (s. Art. »Strommessung« Bd. III, 1, pag. 222).



(P. 126.)

Diamagnetismus. Es giebt Körper, welche in den meisten Hinsichten sich genau entgegengesetzt wie die magnetischen verhalten, insbesondere von den beiden Polen eines Magneten abgestossen werden und auf die Kraftlinien nicht eine verdichtende, sondern im Gegentheil eine verdünnende Wirkung ausüben. Da sie sich, zwischen zwei entgegengesetzte Pole gebracht, nicht wie eine Eisennadel in die Verbindungslinie derselben, sondern quer stellen, wurde der Zustand von FARADAY, der ihn entdeckte, als Diamagnetismus bezeichnet. Näheres im Art. »Magnetisches Verhalten aller Körper«.

---

[1]) W. THOMSON, Ges. Abh. üb. El. u. Magn., pag. 468. FARADAY nannte diese Eigenschaft, deren Bedeutung er schon klar erkannte, Leitungsfähigkeit für Kraftlinien.

[2]) STEFAN, Wien. Ber. (2) 85, pag. 613. 1882.

Material, Form und Herstellung der Magnete.

Material. In früherer Zeit bediente man sich zu magnetischen Untersuchungen vorwiegend natürlicher Magnete, also der bereits in magnetischem Zustande vorgefundenen eisenhaltigen Minerale, namentlich des Magnet-Eisensteins ($FeO + Fe_2O_3$) und wohl auch des Magnetkieses ($6FeS + Fe_2S_3$); letzterer ist aber wesentlich schwächer magnetisch als ersterer. Seit man aber künstliche Magnete herzustellen vermag, zieht man diese selbstverständlich vor, da das Material weitaus zugänglicher, der Bearbeitung leichter fähig und deshalb auch für Herstellung der verschiedenartigsten Magnete geeigneter ist. Dieses Material ist, wenn es sich um permanente Magnete handelt, fast ausschliesslich Stahl; je härter er ist, desto grösser ist auch seine Coercitivkraft, desto schwerer lässt er sich also zwar magnetisiren, desto hartnäckiger behält er aber auch den einmal empfangenen Magnetismus bei. Umgekehrt ist für Körper, welche nur vorübergehend den Charakter von Magneten annehmen sollen, weiches Eisen am geeignetsten, weil es, je weicher, von desto geringerer Coercitivkraft ist. Auch die Reinheit, die Art der Herstellung des Stahles und Eisens haben einen grossen Einfluss, worüber weiter unten das Nähere folgt. Andere Minerale, wie Nickel, Kobalt u. s. w. kommen für die Herstellung von Magneten nicht in Betracht.

Form. Die Form, welche man einem Magneten zu geben hat, wird durch verschiedene Erwägungen bestimmt sein. Eine praktische Erwägung ist zunächst die, dass die Form sich für die betreffende Verwendung eignen muss, dass also die Pole recht weit auseinander oder umgekehrt recht nahe bei einander zu liegen kommen, dass der Magnet von recht geringem Gewichte sei, dass er einen möglichst kleinen Raum einnehme, dass er im Wesentlichen nur eine Dimension desselben beanspruche u. s. w. Man kann demgemäss namentlich folgende Formen unterscheiden:

1) Magnetstäbe, geradlinig, Länge meist 5 bis 50 *cm*, Querschnitt entweder rechteckig (Breite meist $\frac{1}{2}$ bis 3 *cm*, Dicke meist 1 bis 10 *mm*) oder kreisförmig ($\frac{1}{2}$ bis 5 *cm* Durchmesser).

2) Magnetnadeln, von Stäben entweder nur durch die geringere Grösse und namentlich die geringere Dicke unterschieden, oder insofern auch durch die Form, als sie nach beiden Seiten hin zugespitzt sind, und zwar entweder gleich von der Mitte an oder erst in der Nähe der Enden; eine Form, die besonders dann von Vortheil ist, wenn die Nadel als Zeiger dienen soll. Solche Nadeln werden drehbar gemacht, in dem sie auf eine Spitze gesetzt oder an einen Faden gehängt oder für (Drehung in vertikaler Ebene) mit einer Axe versehen und mit dieser auf ein Lager gelegt werden.

3) Hufeisenmagnete. *U*- oder ⊔-förmig mit den Polen je nach dem Zwecke nach oben oder unten, lyraförmig, ferner mit nochmaliger Umbiegung beiderseits, so dass die Pole einander zugekehrt sind und beliebig nahe an einander gebracht werden können (⊏⊐), namentlich für Versuche, bei denen ein starkes magnetisches Feld erforderlich ist, sowie in der Technik.

4) Vereinigung mehrerer Stäbe der Quere nach, sogen. Magazine. Die Kraft wird dadurch natürlich erhöht, jedoch wegen der Schirmwirkung (pag. 53) nicht in entsprechendem Verhältniss, so dass das Material nicht gut ausgenützt wird. Um dem wenigstens theilweise zu steuern, trennt man die einzelnen Stäbe durch nicht magnetische Schichten; die Leistung ist dann zwar immer noch kleiner als die aller einzelnen Lamellen (jede für sich) zusammengenommen

aber beträchtlich grösser als die Leistung eines einzigen Magneten von gleicher Eisenmasse, weil, wiederum im Zusammenhange mit der gegenseitigen Schwächung in der Querrichtung der Molekularmagnete, mehr freier Magnetismus zur Geltung gelangt. Auch bei Hufeisenmagneten kann man derartige Vereinigungen vornehmen. Natürlich kann man zur Trennung auch Luftschichten benutzen, wenn man die Stäbe an einem Ende (oder beim Hufeisen an der Wurzel) irgend wie mit einander fest verbindet. Ein anderes Mittel besteht darin, dass man die mittelste Lamelle am weitesten, die beiden ihr benachbarten weniger u. s. w. hervorragen und die äussersten am weitesten zurückstehen lässt. Endlich gehören hierher die von JAMIN construirten Blätter- oder Lamellenmagnete (die er als Normalmagnete bezeichnet), bei denen eine grosse Zahl breiter, dünner Lamellen zusammengelegt sind und dadurch die Wirkung erzielt ist, dass die Kraft nicht, wie bei einer einzelnen, nur an den Enden beträchtlich ist, sondern ohne erhebliche Schwächung bis in die Mitte sich fortsetzt; die gesammte Kraft ist dann verhältnissmässig gross.

Astatische Magnete. Man versteht darunter solche, welche, obwohl um eine Axe drehbar, doch dem Einfluss des Erdmagnetismus nicht unterworfen sind, also keine oder wenigstens nur eine sehr geringe Richtkraft besitzen. Man kann diesen Effekt auf verschiedene Weisen erzielen, die einfachste und älteste Methode besteht darin, dass man die Axe, um welche die Nadel sich drehen kann, in die Richtung des magnetischen Meridians bringt; in der Ebene, in welcher die Nadel sich bewegen kann, giebt es dann keine ausgezeichnete Richtung mehr, sie ist astatisch. Indessen sieht man ein, dass diese Einrichtung praktische Unbequemlichkeiten mit sich bringt, da die Drehungsebene eine schiefe Lage erhält. Man zieht es daher vor, die Wirkung des Erdmagnetismus zu compensiren, und zwar entweder, indem man einen Magneten in geeigneter Stellung und Entfernung fest aufstellt[1]) oder indem man eine zweite Nadel mit der ersten um dieselbe Axe drehbar derart anbringt, dass sie stets entgegengesetzt gerichtet ist, man spricht dann von einem astatischen Nadelpaar[2]). Durch derartige Einrichtungen wird die Brauchbarkeit der Magnete zwar modificirt, und man muss andere als die gewöhnlichen Anordnungen treffen, dafür wird aber die Empfindlichkeit offenbar eine sehr viel grössere. Die wichtigste Anwendung ist die auf Galvanometer (s. Art. »Strommessung«, Bd. III, 1, pag. 221).

Andere Formen. Verschiedene Arten des magnetischen Zustandes. Vón anderen Formen seien hier noch erwähnt: Kugeln, Ellipsoide (wichtig für theoretische Untersuchungen), hohle Stäbe resp. Röhren, Ringe, Scheiben, kreuzweise verbundene Stäbe (TÖPLER)[3]), welche nahezu als zwei parallele, ideale Polpaare betrachtet werden können und für magnetische Messungen von Wichtigkeit werden können (s. das.) u. s. w. Bei einigen dieser Formen handelt es sich meist um eine andere Art von Magnetisirung als die gewöhnliche. Die gewöhnliche, d. h. diejenige, bei welcher die Axe der Magnetisirung mit der vorherrschenden Dimension des Körpers zusammentrifft, kann man Longitudinal- oder Längsmagnetisirung nennen, die Pole liegen an den Endflächen oder nicht eben weit von ihnen entfernt und werden durch zwei Quer-

[1]) Diese Astasirung rührt von BIOT u. SAVART her, Ann. chim. phys. 15. 1820; BIOT, Lehrb. d. Exp. Phys. 3, pag. 136.

[2]) AMPÈRE, Ann. chim. phys. 18. 1821.

[3]) TÖPLER, Sitz.-Ber. Berl. Ak. 1883, pag. 925.

schnitte des Körpers dargestellt. Ein besonderer Fall der Längsmagnetisirung tritt bei Körpern ein, welche einen sogen. mehrfach zusammenhängenden Raum erfüllen, z. B. beim Ringe. Ein solcher Ring hat, wenn er überall längs seiner Axe und zwar gleichförmig magnetisirt ist, gar keine Pole, er ist apolar. Natürlich kann er auch anders magnetisirt werden, etwa so, dass er an zwei entgegengesetzten Punkten entgegengesetzte Pole hat; er kann dann als aus zwei halbkreisförmigen Magneten bestehend aufgefasst werden, welche sich mit den gleichnamigen Polen berühren; derartige Pole nennt man Folgepunkte[1]) oder Folgepole. Sie treten auch bei geraden Stäben nicht selten auf, z. B. ein Südpol in der Mitte (Folgepol) und zwei Nordpole an beiden Enden. Eine andere Form der Magnetisirung ist die Quermagnetisirung; die Axe derselben steht auf der Längsrichtung bezw. auf der oder den ausgebildeten Dimensionen des betreffenden Körpers senkrecht; eine magnetische Schale ist ein Beispiel hierfür; natürlich kann die Axe der Magnetisirung im Princip auch eine schiefe Lage haben. Sehr interessant sind in dieser Hinsicht Versuche von DONLE[2]), welcher zeigte, dass trotz aller Vorsichtsmaassregeln und verschiedenster Verfahrungsweisen ganz dünne Scheiben niemals Quermagnetismus aufweisen. Bei 10 *mm* Dicke ist es noch der Fall; bei 5 *mm* ist die Axe der Magnetisirung schon geneigt, bei 3 *mm* bildet sie nur noch einen kleinen Winkel mit der Fläche der Scheibe. Die magnetischen Figuren sind in diesen Fällen meist sehr verworren. Eine Scheibe, resp. eine Kugel, kann ferner radial magnetisirt sein, derart, dass (im Zustande der Sättigung) die Molekularmagnete in den Radien liegen und der Mittelpunkt den einen, der Rand, resp. die Oberfläche, den anderen Pol darstellt[3]). Eine Scheibe, resp. ein Cylinder, kann andererseits auch circular magnetisirt sein, derart, dass die Scheibe aus lauter apolaren Ringen und der Cylinder seinerseits wiederum aus lauter solchen Scheiben zusammengesetzt ist; der letztere Fall tritt z. B. ein, wenn ein Strom durch einen Eisencylinder der Länge nach hindurchgeht (s. Art. »Elektromagnetismus«).

Günstigste Form. Von dieser Mannigfaltigkeit der Formen abgesehen, bietet sich die allgemeine Frage dar, welche Form überhaupt oder welche von den unter den gegebenen Umständen überhaupt zulässigen Formen insofern am günstigsten sei, als das Moment pro Volumeneinheit im gesättigten Zustande für sie am grössten werde. Vom theoretischen Standpunkte ergiebt sich nach dem über die innere Induction und an anderer Stelle Gesagten ohne Weiteres, dass die Richtung der Magnetisirung zugleich die möglichst vorherrschende Dimension des Körpers sein muss, wodurch man zu langen, dünnen Stäben oder langen, schmalen, dünnen Blechen, sowie zu dem Satze gelangt, dass bei gleicher Grösse des Querschnittes eine langgestreckte Form desselben am günstigsten sein wird; auch muss die Fortnahme von der Axe nahe gelegenen Theilen der Masse, wenn auch den absoluten Effekt etwas schwächen, so doch den relativen (im Verhältniss zum Gewicht) verstärken. In dem mittleren Stück der Länge wird sich ferner die schädliche Querwirkung weniger bemerklich machen, als in der Nähe der Enden, und hieraus ergiebt sich, dass zugespitzte Nadeln auch von diesem Gesichtspunkte aus günstig sind. Experimentell

---

[1]) Vergl. z. B. LOESCHER, Ueber magn. Folgepunkte, Diss. Halle 1884.

[2]) DONLE, WIED. Ann. 41, pag. 288. 1890; schon FARADAY (Exp. Unt. 2, pag. 131) erkannte die Schwierigkeit.

[3]) Vergl. ausser vielen älteren Versuchen (LAMONT u. s. w.) z. B. DECHARME, Compt. rend. 110, pag. 1069; 111, pag. 340. 1890.

hat namentlich LAMONT die Frage behandelt und im Wesentlichen eine Bestätigung der theoretischen Schlüsse erhalten[1]).

Magnetisirungsmethoden. Es sei hier nur eine kurze Uebersicht gegeben.

1) Induction. Man bringt den betreffenden Eisenkörper in ein magnetisches Feld, d. h. in die Nähe magnetischer Körper; Specialfall: man legt ihn in die Richtung des magnetischen Meridians der Erde.

2) Berührung. Man legt den Körper an einen Magneten an, und zwar so, dass die Linie, welche seine Axe werden soll, mit der Axe des Magneten parallel liegt.

3) Streichen. Der einfachste Strich besteht darin, dass man den Stab wiederholt in derselben Richtung über einem Magnetpol fortzieht oder umgekehrt mit einem Magnetpol darüber streicht. Auch kann man die linke Hälfte in der bezeichneten Weise mit einem Pol, die rechte mit einem entgegengesetzten behandeln. Endlich kann man auch zwei entgegengesetzte Pole in der Mitte aufsetzen und gleichzeitig nach beiden Enden hin bewegen, dies wiederholen u. s. w. Der Doppelstrich besteht darin, dass man zwei entgegengesetzte Pole in einigem Abstande von einander in gleicher Richtung von der Mitte nach einem Ende bewegt, dann zurück über den ganzen Magneten u. s. w., um schliesslich in der Mitte aufzuhören. Entsprechende Methoden mit leicht ersichtlichen Modifikationen gelten für Hufeisen- und andere Magnete.

4) Elektrische Erregung. Man umgiebt den Körper in später zu betrachtender Weise mit Windungen eines Stromleiters und schickt einen Strom durch diesen.

Andere Methoden haben nur specielles Interesse und sind grösstentheils veraltet.

Von diesen Verfahrungsweisen sind die einen vorzugsweise zur Erzeugung permanenten, die anderen mehr zur Erzeugung temporärer Magnete vortheilhaft; jenes gilt von den Methoden des Anlegens und Streichens (im letzteren Falle findet eine Kraftdauer gar nicht statt), dieses von der Methode der Induction; die Induction muss schon sehr kräftig sein, wenn sie erheblichen permanenten Magnetismus liefern soll. Die elektrische Erregung ist für beide Zwecke mit gutem Erfolg anwendbar.

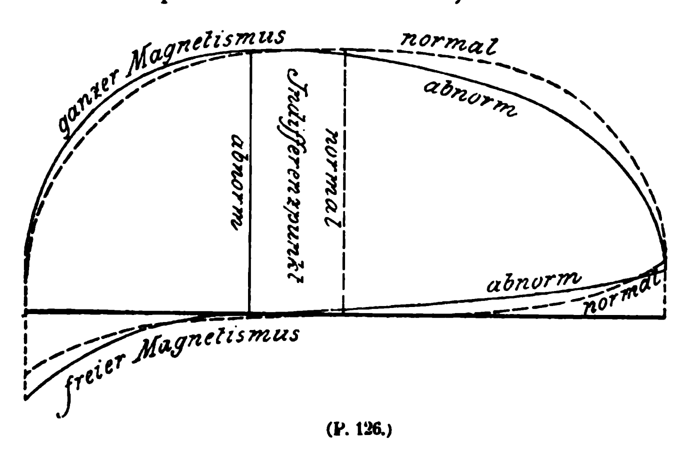
Die verschiedenen Verfahrungsweisen unterscheiden sich noch in mancher anderen Hinsicht. So sind sie nicht alle in gleicher Weise zu empfehlen, wenn man symmetrische Anordnung des Magnetismus erhalten will, wie sie z. B. für gesättigte Stäbe die gestrichelte Linie der Fig. 126 darstellt. Ist der Stab lang, so erhält man durch Induction, Berührung oder gewisse Stricharten begreiflicherweise einen stärkeren zugewandten als abgewandten Pol; die Summe der Magnetismen beider Arten bleibt natürlich trotzdem dieselbe, und die Folge davon ist die, dass ihr Indifferenzpunkt eine seitliche Lage erhält und die beiden Curvenzweige unsymmetrisch werden (vollausgezogene Linien der Fig. 126). In manchen Fällen kommt es ferner nicht auf die Sättigung an, sondern auf die Herstellung ganz bestimmter magnetischer Zustände, z. B. von verschiedenen Sättigungsgraden in verschiedenen Theilen des Körpers; man bedarf alsdann einer leicht zu variirenden und regulirenden Magnetisirungsmethode, und eine solche ist in unvergleichlichem Grade die elektrische. Dass schliess-

---

[1]) LAMONT, POGG. Ann. 113, pag. 239. 1861; Handb. d. Magn. pag. 121 ff. Daselbst auch die übrige Literatur.

lich die letztere die einzige ist, für welche die magnetisirende Kraft sich in einfacher und exakter Weise angeben lässt, braucht nicht erst hervorgehoben zu werden.

Conservirung der Magnete. Anker. Um Magnete in gut magnetischem Zustande zu erhalten, muss man sowohl bei ihrer Herstellung wie bei ihrer Aufbewahrung in besonderer Weise verfahren. In ersterer Hinsicht genügt es nicht, eine der erwähnten Methoden einmal anzuwenden, sondern man muss die Magnetisirung mehrfach wiederholen und zwar am besten, indem man in den Zwischenzeiten den Stahlkörper stark erhitzt (z. B. durch halbstündiges Eintauchen in den Dampf von siedendem Wasser) und wieder abkühlt; hört man dann mit der dritten oder vierten Magnetisirung auf, so kann man auf grosse Dauerhaftigkeit rechnen. Vortheilhaft ist es dabei, allmählich stärkere magnetisirende Kräfte anzuwenden. Ganz analog und umgekehrt verfährt man bei der Entmagnetisirung, nur kommen hier, wenn es sich um völlige Entmagnetisirung handelt, besondere Schwierigkeiten in Betracht, von denen später die Rede sein wird. — Was andererseits die Aufbewahrung betrifft, so kann man, bildlich gesprochen, sagen, dass es sich darum handelt, den Magnetismus zu beschäftigen, d. h. solche Anordnungen zu treffen, bei denen die entgegengesetzten Theilchen im Innern des Körpers in ständigem Scheidungsbestreben erhalten werden. Man erreicht dies, indem man die freien Enden des Magneten mit den entgegengesetzten Enden eines gleich starken oder stärkeren Magneten zusammenbringt (in welch' letzterem Falle aber der Hilfsmagnet, weil nicht voll beschäftigt, leidet) oder indem man die Enden mit Stücken weichen Eisens, die dann durch Induction in dem gewünschten Sinne magnetisch werden, armirt. Man nennt diese Armirungen Anker, und wendet sie nicht bloss für den gedachten Zweck an, sondern auch während des Aktes des Magnetisirens nach einigen der angeführten Methoden, sowie namentlich bei Hufeisenmagneten, zur Vergrösserung der Tragkraft (s. w. u.) und zur Vervollkommnung der Handhabung. Die Einzelheiten aller dieser Verhältnisse hängen in überaus mannigfacher Weise von den Umständen und den verfolgten Zwecken ab und können daher nicht weiter ausgeführt werden.



(P. 126.)

AUERBACH.

Magnetische Messungen.

Uebersicht. Die magnetischen Messungen laufen in vielen Hinsichten ihrem Zweck und ihrer Methodik nach den elektrischen Strommessungen (s. o. pag. 206) parallel. Wie dort um die Stärke der Ströme, so handelt es sich hier in erster Linie um die Stärke des Magnetismus, und um sie zu ermitteln, bedient man sich dort wie hier der bezüglichen Aussenwirkungen. Grösser jedoch als die Aehnlichkeiten sind die Unterschiede zwischen beiden Gebieten. Erstens handelt es sich dort, wenigstens in den weitaus meisten Fällen, um die Messung einer linearen Grösse, nämlich der Stromstärke in einem linearen Leiter, hier dagegen um den Magnetismus eines Körpers, den man erst vollständig ermittelt hat, wenn man seine auf drei Coordinatenaxen bezogenen Componenten, oder, was auf dasselbe hinausläuft, wenn man die Axe und die Grösse der Magnetisirung angegeben hat. Noch mehr, während in einem einfachen Leiter die Stromstärke im stationären Zustande überall die gleiche ist, besitzen die verschiedenen Theile eines Magneten verschieden starken Magnetismus. Es bietet sich also die weitere Aufgabe dar, diese einzelnen Theile zu untersuchen und damit zugleich die Vertheilung des Magnetismus zu ermitteln, eine Aufgabe, welche sich streng genommen freilich nicht lösen lässt, da dieselbe Aussenwirkung durch sehr verschiedene Vertheilungen hervorgerufen werden kann (s. d. vor. Art.), welche aber in beschränkterem Sinne Lösungen zulässt in der Weise, dass man z. B. die GAUSS'sche Oberflächenvertheilung ermittelt, oder dass man die Pole (s. o.) angiebt, welche den Magneten bei Fernwirkungen, resp. die äquivalenten Pole, welche ihn bei einer bestimmten Nahewirkung vertreten (s. o. pag. 45); insbesondere wird es sich bei Magnetstäben von symmetrischem Querschnitt, wie sie in der Praxis schon vielfach angewandt werden, um die Bestimmung des Polabstandes handeln. Ein ferneres Problem betrifft die Messung derselben Grössen, von denen bisher mit Bezug auf den Magneten selbst die Rede war, also insbesondere der Stärke und Richtung des Magnetismus, für jenen ganzen Raum, den man ein magnetisches Feld nennt, sei es, dass dies Feld von einem künstlichen Magneten (resp. elektrischen Strömen, s. Art. »Elektromagnetismus«) oder von dem Erdmagnetismus herrührt. Dieser letztere Hinweis führt uns auf einen weiteren Punkt, der dem in Rede stehenden Gebiete ein charakteristisches Gepräge verleiht. Bei allen magnetischen Messungen nämlich befindet man sich von vornherein in dem magnetischen Felde der Erde, und man müsste daher behufs ungetrübter Messungen die Erdkraft unwirksam machen (z. B. durch Compensirung, s. o. pag. 55), wenn man es nicht in den meisten Fällen vorzöge, gerade umgekehrt den Erdmagnetismus für die Messung des Stabmagnetismus nutzbar zu machen. Die Messung wird damit zu einer Vergleichung beider Grössen, so dass man die eine findet, wenn man die andere kennt oder, durch Hilfsbeobachtungen gewisser Art, eliminirt. Man ersieht hieraus, dass die magnetischen und die erdmagnetischen Messungsmethoden gemeinschaftlich zu behandeln sind, wenigstens soweit es sich um Intensitätsmessungen handelt; für den Erdmagnetismus kommen dann noch Richtungsmessungen (Deklination, Inklination) hinzu.

Was die Methodik, also insbesondere die Wirkungen betrifft, welche man zur Messung des Magnetismus benutzt, so stehen die Fernwirkungen auf andere Magnetkörper, welche drehbar aufgestellt sind, vorn an; die betreffenden Instru-

mente, welche den Galvanometern entsprechen, heissen **Magnetometer**. Neben ihnen finden zuweilen, analog den Stromwaagen, auch **magnetische Waagen** Anwendung. An dritter Stelle sind die auf der **Induction** von Magnetismus oder von elektrischen Strömen durch Bewegung von Spulen oder Magneten oder Aenderung ihres Magnetismus beruhenden Methoden zu nennen, welche sowohl für erdmagnetische als auch für magnetische Messungen, zumal in weichen Eisenkörpern, von grosser Bedeutung geworden sind. An letzter Stelle endlich steht die Messung vermittelst der **Tragkraft** der Magnete und verwandter Kraftäusserungen.

Wie die Stärke eines elektrischen Stromes eine tietere Bedeutung erst gewinnt, wenn man sie mit der elektromotorischen Kraft, die sie hervorrief, zusammenhält, und wie demgemäss im früheren der Strommessung die Messung der elektromotorischen Kraft vorangeschickt wurde, so müsste auch hier die **magnetisirende Kraft** als Messungsgrösse eingeführt und den Messungen von Stabmagnetismen vorangestellt werden. Nun ist aber die Messung der magnetisirenden Kraft in exakterer Weise nur bei einer einzigen Erzeugungsart des Magnetismus, nämlich bei der elektromagnetischen, möglich; das Nähere über diese Untersuchungen und ihre Ergebnisse muss daher dem Artikel über Elektromagnetismus vorbehalten bleiben.

Schliesslich ist darauf hinzuweisen, dass die Methoden und Apparate zum Theil eine recht verschiedene Gestalt annehmen, je nachdem es sich um **absolute** Bestimmungen oder lediglich um **relative**, z. B. Vergleichungen von Magnetismen, Aenderungen mit der Zeit oder dem Ort u. s. w., handelt.

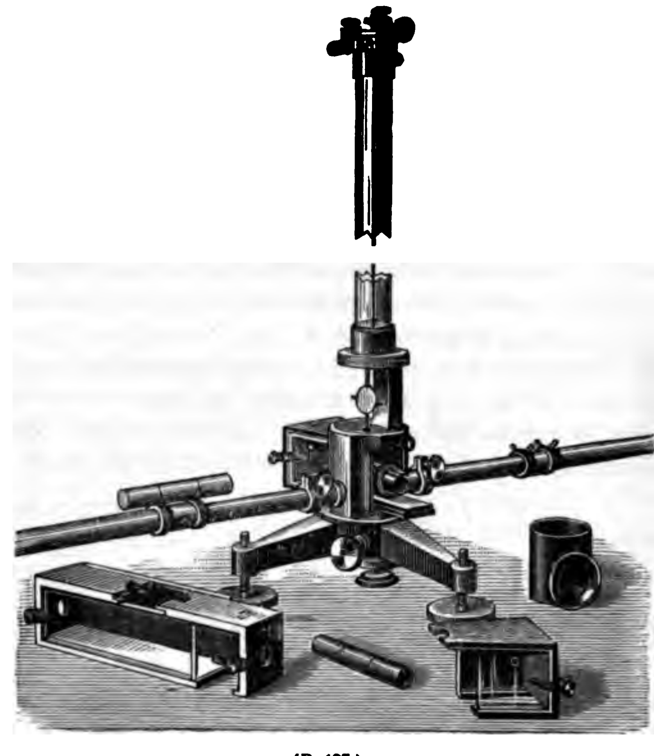
Magnetometer.

Messung magnetischer Intensitäten.

Fast alle magnetischen Messapparate stellen ein um eine Axe drehbares System dar, welchem bei Ausführung der Messungen feste Systeme gegenüber gestellt werden. Diejenigen Apparate, bei welchen jene Drehungsaxe vertikal steht, heissen Magnetometer im engeren Sinne des Wortes.[1] Das drehbare System besteht aus einem Magneten von für die betreffenden Zwecke geeigneter Form, Grösse und Stärke, sowie aus Hilfstheilen, welche zur Befestigung, Messung u. s. w. dienen. An der Axe ist das System entweder mittelst einer Spitze angebracht, oder es hängt an einem oder zwei Fäden herab (Unifilar- resp. Bifilar-Magnetometer); jene Einrichtung ist bequemer, einfacher und leichter transportabel, diese, die Faden-Aufhängung, zuverlässiger und empfindlicher. Bei beiden muss man zunächst dafür sorgen, dass der Magnet jederzeit in horizontaler Lage sei, was man in Anbetracht der neigenden Kraft des Erdmagnetismus (s. w. u. »Inklination«) nur durch besondere Einrichtungen erreichen kann, auf die aber hier nicht näher eingegangen zu werden braucht, da sie rein mechanischer Natur sind und bei jedem einzelnen Apparat deutlich in die Augen fallen; nur sei bemerkt, dass, zum Theil mit aus diesem Grunde, die Faden-Aufhängung in ihrem untersten Theile in eine Suspension von starrem Charakter übergeht, bestehend aus einem Stäbchen oder ähnlichem Metalltheil in vertikaler und einem darauf senkrechten, also in horizontaler Lage befindlichen Schiffchen oder Träger für den Magneten; es ist damit zugleich die vielfach unentbehrliche

[1] Fig. 127 zeigt die GAUSS-WEBER'sche Form des Magnetometers mit der besseren Sichtbarkeit halber zum Theil abgenommenen Theilen, Fig. 128a und b zwei von F. KOHLRAUSCH herrührende Formen.

Gelegenheit gegeben, den Magneten umlegen, d. h. in einer gegen die vorher gehende um 180° gedrehten Lage in das Schiffchen bringen zu können. Bei der Spitzen-Einrichtung muss man die Reibung möglichst gering machen und die doch noch vorhandene, da man sie nicht exakt ermitteln kann, entweder ganz vernachlässigen oder durch geeignete Combination von Beobachtungen ihren Einfluss möglichst reduciren und ihn dann ebenfalls vernachlässigen; bei der Faden-Aufhängung muss man die Torsion so klein wie möglich machen, indem man einen oder einige Coconfäden oder, wenn diese wegen des grossen Gewichtes des

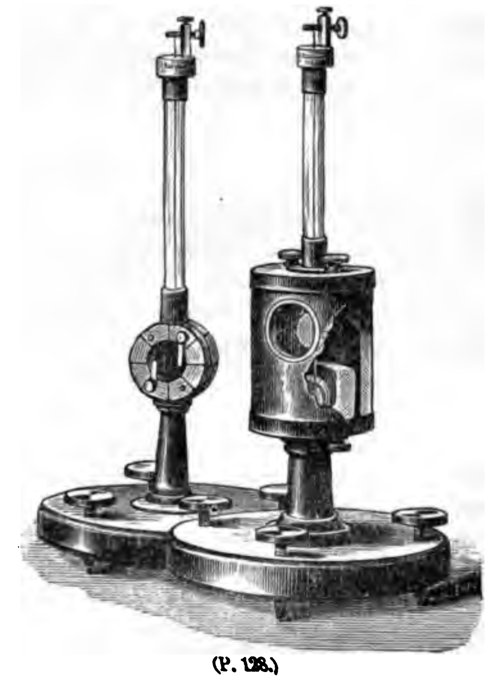


(P. 127.)

Magneten oder der feuchten Luft nicht brauchbar sind, ausgeglühte Metalldrähte benutzt, kann dann aber die doch noch vorhandene Torsion leicht in Rechnung ziehen; bei der Bifilaraufhängung tritt dann noch die Wirkung der Schwere hinzu. Hiervon abgesehen befindet sich der Magnet in dem Felde des Erdmagnetismus und zwar, da er sich nur in einer horizontalen Ebene drehen kann, unter der Einwirkung der Horizontalcomponente H desselben; bei einigen Methoden compensirt man sie ähnlich wie bei Galvanometern (pag. 221), bei den meisten lässt man sie voll einwirken. Das Magnetometer enthält ferner:

1) Am oberen oder unteren Ende der Aufhängung einen **Torsionskreis**, durch welchen man der Aufhängung eine zu messende Torsion ertheilen kann.

2) Eine Vorrichtung zur Ablesung der Stellung des Magneten, d. h. der Winkel, um welche er sich dreht, und zwar entweder: a) eine Kreistheilung



(P. 128.)

oder b) einen sich mitdrehenden Spiegel, der an der Drehaxe oder an einer Endfläche des Magneten befestigt ist[1]) und dem man zum Zwecke der Spiegelablesung ein Fernrohr mit Scala gegenüberstellt (pag. 218 u. f.), oder c) eine Linse an dem einen, eine kleine Scala an dem andern Magnetende, die man in ähnlicher Weise benutzt (Collimationsmethode)[2]).

3) Eine Vorrichtung zur Aenderung des Trägheitsmomentes des hängenden Systems zum Zwecke seiner experimentellen Ermittelung, wozu ein Körper von so einfacher Gestalt, dass sich sein Trägheitsmoment berechnen lässt, dient, z. B. ein an dem Magneten concentrisch angebrachter Ring oder besser zwei zu beiden Seiten symmetrisch aufgesetzte cylindrische Gewichte (sie anzuhängen ist wegen ihrer dann auftretenden Eigenschwingungen und Eigendrehungen nicht rathsam).

4) Einen Dämpfer, d. h. eine Vorrichtung, um die Beruhigung des in Schwingungen versetzten Magneten zu beschleunigen; es kann in dieser Hinsicht auf das frühere (pag. 223) verwiesen werden, nur sei bemerkt, dass für sehr feine Messungen der elektrischen, von magnetischen Einflüssen nie ganz freien Dämpfung stets die mechanische vorzuziehen sein wird.

5) Ein Gehäuse aus Holz, Glas oder eisenfreiem Metall, welches, ohne die Beobachtung des Magneten zu hindern, ihn vor Luftströmungen schützt.

6) Eine oder zwei Schienen, welche die magnetische Ost-West- resp. Nord-Süd-Richtung haben, graduirt sind und zur Aufnahme der festen Magnete dienen, deren Wirkung bestimmt oder benutzt werden soll.

Torsionsverhältniss. Bei allen Beobachtungen, die man an dem drehbaren Magneten mit Fadensuspension anstellt, seien es nun Ablenkungen, welche ihm feste Magnete aus der ursprünglichen Lage ertheilen, oder Schwingungen, die er um diese ausführt, summiren sich die Wirkungen des Erdmagnetismus und der Torsion, es ist daher erforderlich, diese beiden Glieder von einander zu trennen. Man kann dies leicht, indem man beachtet, dass das Drehungsmoment der Torsion dem Torsionswinkel, dasjenige des Erdmagnetismus dem Sinus des Abweichungswinkels aus dem magnetischen Meridian, also für kleine Abweichungen dem Abweichungswinkel selbst proportional ist; giebt man also dem Faden eine absichtliche Torsion α und folgt der Magnet dieser Drehung um den Winkel φ, so ist

$$\vartheta = \frac{\varphi}{\alpha - \varphi} \tag{1}$$

das Verhältniss der Drehungsmomente. Man nennt es Torsionsverhältniss. Ist ein Torsionskreis zu willkürlicher Wahl und Ablesung von α nicht vorhanden, so dreht man den Magneten ein Mal um sich herum, und findet dann den dem Werthe $\alpha = 360°$ entsprechenden Werth von φ. In allen Formeln, die auftreten, muss man nun, wenn das Magnetometer Faden-Einrichtung besitzt, statt der einfachen Grösse H das Produkt $H\,(1 + \vartheta)$ einführen.

---

[1]) Im letzteren Falle gelten jedoch etwas complicirtere Formeln, als sie früher entwickelt worden sind; auch sei noch bemerkt, dass man gut thut, den Spiegel mittelst rückwärts angebrachter Stellschrauben zu reguliren, sodass er vertikal steht, weil man sonst ebenfalls eine Correction an der Rechnung anbringen muss.

[2]) Näheres über diese Methode, die durch die längliche Gestalt der Magnete nahe gelegt ist, findet man in den Lehrbüchern von LAMONT, MAXWELL u. s. w. Technisch am einfachsten gestaltet sie sich, wenn der Magnetstab hohl ist; man kann dann das eine Ende mit der Linse, das andere mit der Scala (oder Marke, was zuweilen genügt) verschliessen.

GAUSS'sche Methode zur Bestimmung des Magnetismus M eines Stabes oder der Horizontal-Componente H des Erdmagnetismus[1]).

Bringt man in das Magnetometer eine Magnetnadel und lässt man den zu untersuchenden Stab von aussen auf sie einwirken, so findet man aus ihrer Ablenkung das Verhältniss M/H, also, wenn man H kennt, M; wendet man umgekehrt einen Stab von bekanntem Magnetismus M an, so findet man H. Kennt man weder M noch H, so muss man, um sie zu finden, sich noch eine zweite Gleichung zwischen ihnen verschaffen, und zwar eine solche, welche nicht ebenfalls wieder ihr Verhältniss enthält; man erreicht dies, indem man nunmehr statt der Hilfsnadel den Magnetstab selbst in das Magnetometer bringt und seine Schwingungsdauer beobachtet. Die ganze Untersuchung zerfällt also in Ablenkungsbeobachtungen und Schwingungsbeobachtungen.

1) Ablenkungsbeobachtungen[2]). Im vorigen Artikel sind die Formeln entwickelt worden, welche für die Wirkung eines festen auf einen drehbaren Magneten unter Mitwirkung des Erdmagnetismus gelten; an sie schliessen sich die hier zu benutzenden Formeln unmittelbar an. Der Einfachheit halber wird man den Magnetstab aus einer der beiden Hauptlagen wirken lassen, d. h. entweder vom magnetischen Osten oder Westen, wobei seine eigene Längsrichtung in diese Richtung zu bringen ist, oder vom magnetischen Norden oder Süden, wobei seine Längsrichtung quer zu stellen ist. Nennt man den Ablenkungswinkel φ, so wird der Ausdruck für $tang\ \varphi$ zunächst den Faktor $M/H\ (1 + \vartheta)$ enthalten, ferner den Faktor $1/r^3$, wo r die Entfernung der Mittelpunkte beider Magnete ist, sodann einen Zahlenfaktor, welcher für die erste Hauptlage $\frac{1}{2}$, für die zweite 1 ist, endlich einen Faktor, welcher die Form

$$1 + \frac{A_1}{r^2} + \frac{A_2}{r^4} + \dots \tag{2}$$

hat, und dessen Coëfficienten von den Längen und Formen der beiden Magnete abhängen. Man wird diese Längen im Vergleich zu r immerhin nicht so klein nehmen können, dass es nicht erforderlich wäre, wenigstens noch das zweite Glied der Reihe zu berücksichtigen, das wird aber auch fast stets ausreichen. Die Grösse A_1, welche dann noch vorkommt, enthält, wenn es sich um einfache Polpaare (pag. 8) handelt, die Längen L und l dieser beiden, d. h. den Polabstand des einen und des anderen; bei wirklichen Magneten kann man, wenn sie die Gestalt sehr gestreckter Stäbe oder Nadeln haben, dieselbe Formel für A_1 benutzen, nur bedeuten dann L und l nicht mehr die Längen, sondern die nicht unwesentlich kleineren Polabstände (pag. 44); kennt man diese oder begnügt man sich damit, sie rund zu $\frac{5}{6}$ der Längen anzunehmen (s. w. u.), so kann man für die beiden Hauptlagen

$$A_1 = \tfrac{1}{2}L^2 - \tfrac{3}{4}l^2 \quad \text{resp.} \quad A_1 = -\tfrac{3}{8}L^2 + \tfrac{3}{2}l^2 \tag{3}$$

setzen und findet dann unmittelbar

$$\frac{M}{H} = \tfrac{1}{2}(1 + \vartheta)\frac{r^3 tg\,\varphi}{1 + \dfrac{A_1}{r^2}} \tag{4}$$

(resp. ohne den Faktor $\frac{1}{2}$ in der 2. Hauptlage).

---

[1]) C. F. GAUSS, Intensitas vis magneticae etc. Gött. Abh. Bd. 8. 1832. POGG. Ann. Bd. 27, pag. 241 u. 591. Res. a. d. Beob. d. Magn. Vereins, Bd. 1. 1837. Ges. Werke, Bd. 5.

[2]) HANSTEEN scheint der erste gewesen zu sein, welcher Ablenkungsbeobachtungen in wissenschaftliche Form brachte; die folgende Form rührt aber erst von GAUSS her.

Bei nicht sehr gestreckten Magnetstäben wird jedoch das Correctionsglied A_1 auf diese Weise erheblich fehlerhaft, man müsste die Vertheilung des Magnetismus wirklich in Betracht ziehen, und es ist daher weitaus vorzuziehen, jenes Correctionsglied, statt es zu berechnen, zu eliminiren, was man erreicht, wenn man den Magnetstab aus zwei verschiedenen Entfernungen wirken lässt und beachtet, dass A_1 in beiden Fällen denselben Werth besitzt. Man hat alsdann nämlich z. B. für die erste Hauptlage

$$tg\varphi_1 = \frac{2}{r_1^3}\frac{M}{H(1+\vartheta)}\left(1+\frac{A_1}{r_1^2}\right) \qquad tg\varphi_2 = \frac{2}{r_2^3}\frac{M}{H(1+\vartheta)}\left(1+\frac{A_1}{r_2^2}\right), \tag{5}$$

woraus durch Elimination von A_1

$$\frac{M}{H} = \tfrac{1}{2}(1+\vartheta)\frac{r_1^5\, tg\varphi_1 - r_2^5\, tg\varphi_2}{r_1^2 - r_2^2} \tag{6}$$

resultirt (bei Spitzen-Einrichtung ist $\vartheta = 0$ zu setzen); hiermit ist das Verhältniss von $M:H$ gefunden. Für die 2. Hauptlage fällt der Faktor $\frac{1}{2}$ fort.

Zur Ausführung dieser Versuche ist noch eine Reihe nicht unwichtiger Bemerkungen zu machen: a) Zunächst ist die zur Auflage des ablenkenden Magnetstabs dienende Schiene, falls sie nicht ein- für allemal in der magnetischen Ost-West- resp. Nord-Süd-Linie festgelegt ist, möglichst exakt in diese zu bringen, was mit Hilfe einer Magnetnadel unter Beobachtung der nöthigen Vorsichtsmaassregeln (s. w. u.) geschieht. b) Was ferner die Wahl der Magnetnadel und des ablenkenden Magneten (falls dieser nicht gegeben ist) betrifft, so hat sich darin ein Wandel vollzogen, insofern Gauss und seine Nachfolger grosse und schwere Magnete benutzten, in neuerer Zeit dagegen die Anwendung kleiner und leichter Magnete in den Vordergrund getreten ist, was besonders für Observatorien den Vortheil mit sich bringt, dass die störenden Fernwirkungen verschiedener magnetischer Apparate weit schwächer ausfallen. Der ablenkende Magnet erhält stets Stabform, der schwingende statt der gewöhnlichen Stab- oder Nadelform zuweilen auch Ring- oder Kreisform, in welch' letzterem Falle er zugleich als Ablesungsspiegel eingerichtet werden kann. c) Alsdann sind die beiden Abstände r_1 und r_2 passend zu wählen, also erstens so klein, dass die Ablenkungen hinreichend gross werden, zweitens so gross, dass die oben gemachten Vernachlässigungen erlaubt sind (die kleinere Entfernung, als welche r_2 gelten möge, muss für mässige Genauigkeit mindestens das 6fache, für grössere mindestens das 8- bis 10fache der Länge des längeren der beiden Magnetkörper betragen), endlich drittens derart, dass r_1^2 etwa doppelt so gross ist wie r_2^2, die Entfernungen sich also wie 3:2 bis 4:3 verhalten, weil dann, wie die Gestalt der obigen Formel lehrt, der Einfluss von Beobachtungsfehlern am kleinsten wird. Die auf diese Weise gewählten Entfernungen sind von der Mitte des festen Magneten bis zur Drehungsaxe des beweglichen zu messen, eine Aufgabe, die erspart wird, wenn die Schienen mit dem Magnetometer fest verbunden, graduirt und der der Drehaxe entsprechende Punkt dieser Graduirung genau bekannt ist, sodass man nur nöthig hat, ihn von dem der Mitte des ablenkenden Magneten entprechenden Punkte abzuziehen, wobei letzterer meist nicht direkt ablesbar, sondern als Mittel aus den, den beiden Enden des Magneten (oder seines Trägers) entsprechenden Punkten zu berechnen sein wird. d) Was ferner die Ablenkungen betrifft, so muss man, um die geometrischen und magnetischen Asymmetrien, die stets noch, wenn auch in geringem Grade, vorhanden sind, unschädlich zu machen, aus jeder der beiden Entfernungen 4 Mal beobachten, nämlich mit ostwärts und mit westwärts (resp. in der zweiten Hauptlage nordwärts und südwärts) liegendem

Magnetstabe, sowie mit der Nadel zugewandtem Nordende und Südende des Stabes (resp. in der zweiten Hauptlage mit rechts und links liegendem Nordende); bei Spitzen-Einrichtung und Kreisablesung muss man überdies jede dieser 8 Ablenkungen 2 Mal, nämlich an beiden Nadelspitzen, ablesen. Um auch bei der zeitlichen Anordnung dieser Beobachtungen die Symmetrie möglichst zu

4 5 ν 8 1
N S n s n s N S
S N s n s n S N
3 6 σ 7 2
W *O*

Erste Hauptlage.

(F. 129.)

wahren, verfährt man am besten folgendermaassen: Man bringt (bei Benutzung der ersten Hauptlage, Fig. 129) den Stab auf der einen Seite des Magnetometers, z. B. der Ostseite, in die grössere Entfernung r_1, kehrt sein Nordende der Nadel zu und beobachtet die Ablenkung, sie sei 1) $\varphi(ON)$, man kehrt jetzt den Stab ohne ihn zu verschieben, um, sodass sein Südende der Nadel näher liegt und misst 2) $\varphi(OS)$; man bringt jetzt den Stab (in weitem Bogen, um die Nadel nicht zu beunruhigen) auf die Westseite, indem man ihn beim Transport sich selbst parallel lässt, sodass er nunmehr wieder den Nordpol der Nadel zukehrt, stellt ihn wieder in der grösseren Entfernung r_1 auf und beobachtet 3) $\varphi(WN)$; man dreht ihn ohne Verschiebung um sich selbst herum und misst 4) $\varphi(WS)$; man verschiebt ihn nunmehr, ohne ihn zu drehen, bis in die kleinere Entfernung r_2 und misst 5) $\varphi(ws)$; man kehrt ihn wieder um und misst 6) $\varphi(wn)$; man schafft ihn in derselben Weise wie vorhin auf die Ostseite, stellt ihn in der kleineren Entfernung r_2 auf und misst 7) $\varphi(os)$; man kehrt ihn endlich wieder um und misst 8) $\varphi(on)$. Aus den 4, nahezu gleichen Werthen von φ, welche der Entfernung r_1 entsprechen, nimmt man nun das Mittel und erhält φ_1, ebenso liefert das Mittel der vier anderen Werthe φ_2. Entsprechend verfährt man bei Benutzung der zweiten Hauptlage (Fig. 130). Um die Beobachtungen zu beschleunigen, was nicht nur der Zeitersparniss halber, sondern auch im Interesse der Genauigkeit, wegen der fortwährend schwankenden Stab-, Erd- und Lokal-Magnetismen wünschenswerth ist, wartet man bei jeder einzelnen Messung nicht die abgelenkte Ruhelage ab, sondern berechnet sie aus 3 oder besser aus einer grösseren ungraden oder graden Anzahl von Umkehrpunkten in einer der Bd. 1, pag. 83 oder pag. 128 angegebenen Weisen; auch darf man bei einiger Vorsicht hinsichtlich schädlicher magnetisirender Einflüsse Beruhigungsmaassregeln vorausschicken (Bd. 3, pag. 223, unter 1).

1 *N S* *S N* 2 *N* 8 *n s* *s n* 7 ν σ 6 *s n* *n s* 5 *S* 3 *S N* *N S* 4

Zweite Hauptlage.

(F. 130.)

Die Beobachtung aus zwei verschiedenen Entfernungen ist, wenn man sich mit dem oben angegebenen Einsetzen eines ungefähren Werthes von A_1 nicht begnügen will, stets von Neuem erforderlich, sobald es sich um die Ermittelung von M für einen neu zu prüfenden Stab handelt. Handelt es sich dagegen um

die Ermittelung von H, sodass der Stab, dessen Magnetismus M ist, nur ein Hilfsmittel der Beobachtung ist, so kann man die Untersuchung wesentlich vereinfachen, indem man bei jeder neuen Bestimmung von H wieder denselben Stab benutzt; man braucht dann nämlich nur ein einziges Mal mit beiden Entfernungen zu arbeiten, findet hieraus den ein für allemal gültigen Werth

$$A_1 = r_1^2 r_2^2 \frac{r_2^3 tg\varphi_2 - r_1^3 tg\varphi_1}{r_1^5 tg\varphi_1 - r_2^5 tg\varphi_2} \tag{7}$$

und kommt in allen späteren Fällen, indem man diesen Werth A_1 in die Formel (4) einsetzt, mit der Messung der Ablenkung aus einer einzigen Entfernung aus. Dieselbe Vereinfachung darf man sich auch gestatten, wenn es sich um wiederholte Bestimmungen des Magnetismus M eines und desselben Stabes handelt, wobei man allerdings voraussetzt, dass trotz der in den verschiedenen Fällen verschiedenen Grösse von M die Vertheilung dieses Magnetismus in dem Stabe eine ähnliche sei.

Für Fälle, in denen die GAUSS'sche Annäherung nicht genügt, in denen man also noch aus einer dritten Entfernung beobachten müsste, hat neuerdings F. KOHLRAUSCH[1]) Formeln aufgestellt, welche die dritte Beobachtung überflüssig machen, die GAUSS'schen Formeln aber trotzdem an Genauigkeit nicht unwesentlich übertreffen. Sie lauten, von der Torsion abgesehen (für kleine Nadel):

Erste Hauptlage:

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2}\left[\frac{r_1^2 - r_2^2}{\sqrt{\frac{r_1}{tg\varphi_1}} - \sqrt{\frac{r_2}{tg\varphi_2}}}\right]^2$$

Zweite Hauptlage:

$$\frac{M}{H} = \left[\frac{r_1^2 - r_2^2}{tg\varphi_1^{-2/3} - tg\varphi_2^{-2/3}}\right]^{3/2},$$

oder, wenn man Polabstände L und l' von Stab und Nadel ein für alle Mal ermittelt und dann stets nur aus einer Entfernung beobachtet:

Erste Hauptlage:

$$L^2 - \tfrac{3}{2}l'^2 = 4\frac{\sqrt{r_1^3 tg\varphi_1} - \sqrt{r_2^3 tg\varphi_2}}{\sqrt{(tg\varphi_1)/r_1} - \sqrt{(tg\varphi_2)/r_2}}$$

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2} r^3 tg\varphi \left[1 - \frac{1}{4}\frac{L^2 - {}^3/_2 l'^2}{r^2}\right]^2.$$

Zweite Hauptlage:

$$L^2 - 4l'^2 = 4\frac{r_1^2 tg\varphi_1^{2/3} - r_2^2 tg\varphi_2^{2/3}}{tg\varphi_2^{2/3} - tg\varphi_1^{2/3}}$$

$$\frac{M}{H} = r^3 tg\varphi \left[1 + \frac{1}{4}\frac{L^2 - 4l'^2}{r^2}\right]^{3/2}.$$

Der skizzirten, weitaus verbreitetsten »Methode der Tangenten« steht die von LAMONT[2]) herrührende und zuweilen angewandte »Methode der Sinus« gegenüber. Hier ist der ablenkende Magnet nicht im magnetischen Osten oder Westen (resp. Norden oder Süden) der Nadel aufgestellt, vielmehr ist die Schiene, auf welche er der Länge nach gelegt wird, um die Drehungsaxe der Nadel mit drehbar, und man dreht sie so lange, bis sie, also auch die Längsaxe des Stabes, (resp. in dem zweiten Falle die darauf senkrechte Linie) senkrecht steht auf derjenigen Ruhelage der Nadel, welche sie unter dem Zusammenwirken des Stab- und des Erdmagnetismus annimmt. Der Stab wirkt alsdann mit voller Kraft, der

---

[1]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 31, pag. 609. 1887.

[2]) LAMONT, Handb. d. Magn. Lpz. 1867, pag. 279, ferner LAMONT, Handb. d. Erdmagn. Berl. 1849.

Erdmagnetismus mit der durch den Sinus des Ablenkungswinkels bestimmten Componente, dieser Sinus giebt also das Verhältniss beider Kräfte, er tritt mithin an die Stelle des Tangens bei der vorigen Methode. Sonst bleiben die Formeln dieselben, nur braucht, wie man leicht einsieht, die Torsion nicht berücksichtigt zu werden, und die Ermittelung des Korrektionsgliedes A_1 lässt sich, wenn sie erforderlich wird, exakter durchführen, weil die Magnete stets senkrecht zu einander bleiben. Natürlich muss bei dieser Methode die von dem Stabe ausgehende Kraft kleiner als die von der Erde ausgehende sein, d. h. man muss, wenn H bestimmt werden soll, einen nicht zu starken Stab benutzen und andererseits, wenn der Magnetismus eines gegebenen Stabes bestimmt werden soll, diesen in genügend grosser Entternung aufstellen.

2) Schwingungsbeobachtungen[1]. Um sie anzustellen, bringt man statt der Nadel resp. des Hilfsmagneten den zu untersuchenden resp. als Vergleichsobjekt für den Erdmagnetismus dienenden Magneten, der bisher ablenkend wirkte, in das Magnetometer oder stellt ihn in anderer Weise so auf, dass man seine Schwingungsdauer t beobachten kann. Das Grundgesetz der magnetischen Fernwirkung ergiebt dann, dass das Drehungsmoment resp. die Directionskraft, welche den Stab in den magnetischen Meridian, wenn er aus diesem abgelenkt ist, zurückführt, gleich dem Produkte von M und H ist. Andererseits ist das Quadrat der Schwingungsdauer hier wie beim Pendel gleich dem Verhältniss des Trägheitsmoments zum Drehungsmoment, wozu noch der Faktor π^2 kommt; es ergiebt sich also, wenn K das Trägheitsmoments des schwingenden Systems ist und die Mitwirkung der Torsion beachtet wird (s. ob.):

$$MH = \frac{\pi^2 K}{(1+\vartheta)t^2}. \tag{8}$$

Es ist zu bemerken, dass t hier die einfache Zeit zwischen zwei Umkehrpunkten bedeutet (andernfalls müsste im Zähler der Faktor 4 hinzugefügt werden), und dass die Grösse ϑ hier nicht identisch ist mit der bei den Ablenkungsformeln auftretenden, weil das sich tordirende System in beiden Fällen verschiedene Magnete enthält. Ueber die Ermittelung von K durch Hinzufügung von Hilfskörpern, deren regelmässige Gestalt ihr Trägheitsmoment um die eigene Axe und folglich auch dasjenige k um die Axe des Magnetometers leicht zu berechnen gestattet, sowie über die dabei giltigen Formeln findet man näheres in Bd. 1, pag. 81 und pag. 79; für Cylinder von der Höhe h, dem Radius ρ und der Masse m, die man beiderseits symmetrisch so aufsetzt, dass ihre Axe von der Drehaxe den Abstand d hat, wird

$$k = 2m(d^2 + \tfrac{1}{2}r^2) \tag{9}$$

und es ist alsdann, wenn noch die Schwingungsdauer t_1 des so belasteten Systems beobachtet wird:

$$K = k\frac{t^2}{t_1^2 - t^2}. \tag{10}$$

Ueber die Ermittelung der Schwingungsdauer ist auf das Frühere (Bd. 1, pag. 84) zu verweisen; es möge hinzugefügt werden, dass HANSEMANN[2] eine photographische Methode zu ihrer Bestimmung angegeben hat, welche zwar etwas umständliche Einrichtungen erfordert, dafür aber in kürzerer Zeit genaue Werthe liefert.

[1] Aus der Geschichte der wissenschaftlichen Gestaltung der Schwingungsbeobachtungen sind besonders LAMBERT, v. HUMBOLDT, COULOMB, HANSTEEN und schliesslich GAUSS zu nennen.

[2] HANSEMANN, WIED. Ann. 28, pag. 245. 1886.

3) Schlussergebniss. Für die Combination der Ergebnisse beider Beobachtungen zur Gewinnung des Endergebnisses sind noch zwei Bemerkungen von Wichtigkeit, die sich beide auf die Frage der Vergleichbarkeit der beiden Messungsreihen beziehen. Wie nämlich schon bei den Ablenkungsbeobachtungen, so muss auch, und zwar in erhöhtem Maasse, während der Dauer der Gesammtversuche jede der beiden Grössen M und H als constant angesehen werden, wenn das Resultat exakt ausfallen soll. In Wahrheit ändert sich aber erstens der Erdmagnetismus selbst im Laufe einiger Stunden um merkliche Beträge; soweit diese Aenderungen unregelmässige sind, würden sie sich der Berücksichtigung entziehen, und es dürfen daher derartige Messungen zu Zeiten aussergewöhnlicher magnetischer Erscheinungen nicht ausgeführt werden, ausgenommen wenn die letzteren selbst Gegenstand der Untersuchung sind; regelmässige Aenderungen kann man, da sie ohnehin klein sind, auch ohne ihre Kenntniss dadurch eliminiren, dass man die Schwingungsbeobachtungen vor den Ablenkungsbeobachtungen anstellt und sie nach ihnen wiederholt, wobei man allerdings annehmen muss, dass während dieser Zeit H entweder nur fällt oder nur steigt, was in den frühen Vormittagsstunden und in den späteren Nachmittagsstunden meist der Fall ist. — Der andere Punkt betrifft in gleicher Weise die etwaigen Aenderungen von M während der Versuche; Umstände, welche solche Aenderungen hervorrufen könnten, z. B. Erschütterungen und Temperaturänderungen, sind also zu vermeiden, letztete eventuell durch Bestimmung der »Temperaturcoëfficienten« α aus zwei vergleichenden Beobachtungen bei recht verschiedenen Temperaturen zu berücksichtigen, sodass alsdann $M(1-\alpha dt)$ an die Stelle von M tritt. Insbesondere aber bedingt der Umstand einen Fehler, dass sich der Magnetstab mit seiner Längsaxe bei den Ablenkungsbeobachtungen (gleichviel ob man erste oder zweite Hauptlage anwendet) in Ost-West-Richtung, bei den Schwingungsbeobachtungen dagegen in Nord-Süd-Richtung befindet und dass er folglich wegen des im ersten Falle nicht, wohl aber im zweiten Falle mitwirkenden Magnetismus der Lage (s. ob. pag. 50) bei den Schwingungen einen etwas stärkeren Magnetismus besitzt als bei den Ablenkungen, wodurch der Werth von H zu gross wird. Das exakte Mittel um diesen Fehler zu beseitigen, würde darin bestehen, dass man den Stab bei beiden Beobachtungen in dieselben Verhältnisse bringt, also ihn entweder beide Mal dem Magnetismus der Lage aussetzt oder diesen beide Male ausschliesst. Jeder von diesen Wegen ist theoretisch möglich, wenn er auch praktisch kaum grössere Bedeutung beanspruchen dürfte. Im ersten Falle[1]) führt man die Schwingungsbeobachtungen ganz wie bisher aus, die Ablenkungsbeobachtungen dagegen in modificirter Form; geht man nämlich von der ersten Hauptlage aus, wo der Stab der Länge nach auf der Ost-West-Schiene liegt, bringt man ihn nun in die Querlage, sodass er gar nicht auf die Nadel wirkt und verschiebt man ihn nun in der Richtung seiner eigenen Verlängerung, so erhält man wieder eine Wirkung, die man messen und, da der Magnetismus der Lage mitwirkt, exakt mit den Schwingungsbeobachtungen combiniren kann; verschiebt man ihn speciell so lange, bis der Cosinus des Winkels, den die von seiner Mitte zur Nadelmitte gezogene Linie mit seiner Richtung, d. h. mit dem magnetischen Meridian bildet, $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ist, so wird, wie sich leicht findet, die von ihm ausgeübte Kraft $\sqrt{2}$ mal so gross wie in der ersten Hauptlage, sodass in den Formeln $M\sqrt{2}$ an die Stelle von M tritt; man wird übrigens gut

1) MAXWELL, El. u. Mag. 2, pag. 34.

2) JOULE, Proc. Phil. Soc. Manchester, 19. März 1867.

thun, diese Messung nicht direkt für die Hauptformel, sondern nur zur Ermittelung des Magnetismus der Lage im Verhältniss zum eigentlichen Stabmagnetismus μ zu benutzen und in der Hauptformel dann M durch $M(1 + \mu)$ zu ersetzen. Im zweiten Falle führt man nach JOULE[2]) die Ablenkungsbeobachtungen wie gewöhnlich aus und schliesst den Magnetismus auch bei den Schwingungsbeobachtungen aus, indem man unter dem Magnetstab an derselben Drehungsaxe und in gleicher Richtung mit ihm einen zweiten Stab von möglichst gleich grossem Magnetismus in solcher Entfernung fest mit ihm verbindet, dass die magnetische Inductionswirkung, die er auf den Hauptstab ausübt, diejenige des Erdmagnetismus, also den Magnetismus der Lage gerade aufhebt, eine Entfernung, die man findet, indem man bei entgegengesetzt gerichteten Stäben (der Hilfsstab fest hingelegt gedacht und dem Hauptstab allmählich genähert) die Stelle aufsucht, wo der Hauptstab in die entgegengesetzte Lage umschlägt. — Natürlich kann man die Grösse μ auch anderweitig ermitteln (s. w. u.) und braucht dann weder die Schwingungs- noch die Ablenkungsbeobachtungen zu modificiren. Bei guten Stahlstäben beträgt, wie bemerkt werden möge, μ meist weniger als 1 %, der Fehler in H, wie die Endformel zeigt, also weniger als ½ %, wenn man μ ganz unberücksichtigt lässt, und noch weniger, wenn man an H eine Durchschnittscorrection von etwa ¼ % vornimmt; bei weniger harten Stäben ist der Einfluss natürlich bedeutender.

Die allgemeine Endformel wird nunmehr, wenn der Werth von M/H in Gleichung (6) mit Q (Quotient), der Werth von MH in Gleichung (8) mit P (Produkt) bezeichnet wird, für den Stabmagnetismus (ohne den der Lage)

$$M = \sqrt{\frac{PQ}{1 + \mu}}, \tag{11}$$

für die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus:

$$H = \sqrt{\frac{P}{(1 + \mu)Q}}. \tag{12}$$

Man könnte schliesslich in diese Formeln die Werthe von P und Q einsetzen, es hat das aber, da eine wesentliche Vereinfachung nicht entsteht, keinen Zweck, man wird vielmehr jene Werthe vorher für sich berechnen.

Ersetzung der Ablenkungs- durch Schwingungsbeobachtungen.

Statt das Verhältniss M/H durch die Ablenkung zu bestimmen, welche ein Hilfsstab durch den Hauptstab erfährt, kann man es nach einem schon von POISSON[1]) ausgegangenen und neuerdings von PFANNSTIEL[2]) und HÄBLER[3]) näher untersuchten Vorschlage auch aus der Dauer der Schwingungen ableiten, welche ein Hilfsstab, in das Magnetometer gebracht oder sonst drehbar aufgestellt, unter gleichzeitiger Einwirkung des Erdmagnetismus und des Hauptstabes ausführt. Den Hauptstab muss man hier, statt in die erste oder zweite Hauptlage, d. h. in die Lagen stärkster ablenkender Wirkung, gerade umgekehrt in diejenigen Lagen bringen, in welchen er gar nicht ablenkend, dafür aber am stärksten richtend, d. h. den Erdmagnetismus unterstützend (oder bei entgegengesetzter Lage schwächend) wirkt; mit anderen Worten, man muss seine Längsrichtung in den magnetischen Meridian bringen, ihn also bei Anwendung der Ost-West-Schiene

[1]) POISSON, Connaissance des temps 1828, pag. 113. Vergl. auch LAMONT, Abh. d. Münch. Akad. 5, pag. 74.

[2]) PFANNSTIEL, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 25, pag. 271. 1880.

[3]) HÄBLER, Z. Best. d. Int. d. Erdmagn. In.-Diss. Jena 1884.

quer, bei Anwendung der Nord-Süd-Schiene der Länge nach auf diese stellen; natürlich braucht man ebenso wie bei der GAUSS'schen Methode nur eine der beiden Schienen je nach Wahl zu verwenden. Für grössere Genauigkeit muss man auch hier das zweite von der Vertheilung des Magnetismus im Stabe herrührende Glied berücksichtigen und zu diesem Zwecke aus zwei verschiedenen Entfernungen r_1 und r_2 beobachten; da man ferner in jeder Entfernung gerade wie bei GAUSS den Hauptstab zu beiden Seiten des Hilfsstabs und auf jeder Seite in den beiden entgegengesetzten Lagen aufstellt, und endlich auch die Schwingungsdauer des Hilfsstabs unter alleiniger Wirkung des Erdmagnetismus, und zwar behufs Elimination zeitlicher Veränderungen vor und nach den übrigen Beobachtungen ermitteln muss, so besteht dieser Theil der Messung aus 10 Schwingungsbeobachtungen; dazu kommen dann noch die Schwingungsbeobachtung des Hauptstabs zu Anfang und zu Ende der Beobachtungen und die Schwingungsbeobachtung für den belasteten Hauptstab (falls das Trägheitsmoment des schwingenden Systems nicht bekannt ist), sodass sich im Ganzen 13 Schwingungsbeobachtungen ergeben. Die Formel für MH ist die frühere, die Formel für M/H lautet

$$\frac{M}{H} = f(1+\vartheta)\, t_0^2 \frac{D r_1^5 - \Delta r_2^5}{r_1^2 - r_2^2},$$

wo der Faktor f gleich -1 oder $+\frac{1}{2}$ ist, je nachdem man die ost-westliche oder die nord-südliche Schiene benutzt und wo, wenn $t_1\; t_2\; t_3\; t_4$ die Schwingungsdauern bei der Entfernung r_1 und $\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4$ diejenigen bei der Entfernung r_2 sind,

$$D = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2} + \frac{1}{t_3^2} - \frac{1}{t_4^2}\right) \qquad \Delta = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2} + \frac{1}{\tau_3^2} - \frac{1}{\tau_4^2}\right)$$

ist. Bei einiger Uebung wird die Untersuchung nicht mehr Zeit beanspruchen als die GAUSS'sche. Andererseits aber hat die Methode der Schwingungen den Vorzug, dass bei beiden Theilen der Untersuchung die Axe des Hauptstabes nord-südlich gerichtet ist, und dass auch die sonstigen Inductionswirkungen, weil sie nahe proportional mit den Hauptwirkungen sind, auf das Endergebniss keinen Einfluss haben; man erhält also auch ohne Kenntniss der Correctionsgrösse μ (pag. 69) das wahre H und dasjenige M, welches dem nord-südlich gerichteten Magnetstabe entspricht; um das M des ost-westlich liegenden Stabes zu finden, muss man freilich auch hier μ kennen.

Ersetzung der Schwingungs- durch Ablenkungsbeobachtungen. Torsionsmagnetometer. Statt das Produkt MH durch Schwingungen zu ermitteln, kann man es auch aus einer Ablenkung ableiten. Giebt man nämlich dem Faden des Magnetometers, das man in diesem Falle Torsionsmagnetometer (oder magnetische Torsionswaage) nennen kann, mit Hilfe des Torsionskreises eine Torsion α, und folgt der Magnet dieser Drehung um den Winkel φ, so ist, wenn τ das Torsionsmoment für den Torsionswinkel 1 ist, das Torsionsmoment $\tau(\alpha - \varphi)$, das magnetische Drehungsmoment $MH sin\varphi$, also

$$MH = \tau \frac{\alpha - \varphi}{sin\varphi}. \tag{13}$$

Zweckmässig ist es, die Torsion so lange (d. h. auf einige ganze Umdrehungen) zu steigern, bis der Magnet fast senkrecht gegen den Meridian steht; setzt man alsdann $\pi/2 - \varphi = \varphi'$, so kann man φ' durch Spiegelablesung sehr genau ermitteln und hat alsdann:

$$MH = \frac{\tau\left(\alpha + \varphi' - \frac{\pi}{2}\right)}{1 - \frac{\varphi'^2}{2}}. \tag{13a}$$

Die Grösse τ findet sich aus dem Trägheitsmoment K und der Dauer t einer einfachen Schwingung

$$\tau = \frac{\pi^2 K}{t^2}.$$

Um den Fehler zu vermeiden, der dadurch entsteht, dass der Faden während der Untersuchung eine kleine permanente Torsion erhält, muss man am Schlusse die Stellung des Torsionskreises controlliren und für α den betreffenden mittleren Werth setzen.

Compensationsmethode. Bei den GAUSS'schen Ablenkungsbeobachtungen ist die Anwendung zweier verschiedener Entfernungen erforderlich, um das zweite Glied der die Wirkung des Magneten darstellenden Reihe eliminiren zu können. W. WEBER hat nun den sinnreichen Gedanken gehabt, eine Einrichtung zu treffen, bei welcher dieses Glied überhaupt fortfällt, d. h. auch schon bei der Wirkung aus einer einzigen Entfernung. Es ist dies deshalb erreichbar, weil jenes Glied bei den beiden GAUSS'schen Hauptlagen entgegengesetzte Zeichen besitzt (s. ob. pag. 66); combinirt man also zwei oder, der Symmetrie halber, vier Magnetstäbe von geeigneter Grösse und Lage, so wird man die Wirkung durch das Hauptglied allein ausdrücken dürfen. Demgemäss besteht nach F. KOHLRAUSCH[1]) das »compensirte Magnetometer«, das allerdings nur zur Bestimmung von H (nicht zu der von M) brauchbar ist, aus einem gewöhnlichen Magnetometer mit kurzer Nadel und einem daran zu befestigenden Holzrahmen mit 4 Magneten, von denen die beiden kleineren, von den doppelten Dimensionen der Nadel, östlich und westlich, die beiden anderen, in allen Dimensionen um die Hälfte grösseren, nördlich und südlich zu liegen kommen, und zwar derart, dass die Entfernungen R der Mitten der grösseren Stäbe von der Nadelmitte das 1·204fache der betreffenden Grösse r für die kleineren Stäbe ausmacht, und dass die Pole der kleineren Magnete entgegengesetzt gerichtet sind wie die der grösseren. Beobachtet man in den beiden Lagen, welche man erhält, wenn man den Rahmen in seiner Ebene um 180° dreht und nimmt man aus beiden Ablenkungen das Mittel, so erhält man einen von den Asymmetrien der Lage unabhängigen Werth; um auch eine etwaige Asymmetrie der Magnetstäbe zu eliminiren, kehrt man sie, jeden für sich, um und beobachtet wieder. Ausser der so ermittelten Ablenkung φ muss man nun noch die Schwingungsdauer t des Rahmens mit den Magneten in ihrer obigen Lage, die Schwingungsdauer τ desselben Rahmens, nachdem die kleineren Magnete umgedreht worden sind, das Torsionsverhältniss ϑ im letzteren Falle und das Trägheitsmoment K bestimmen und hat dann

$$H = \frac{\pi}{t\tau}\sqrt{\frac{K}{tg\,\varphi}\left[\frac{t^2 - \tau^2}{r^3} + \frac{t^2(1-2\vartheta)+\tau^2}{2R^3}\right]}. \tag{14}$$

Ueber die Genauigkeit des in Rede stehenden Apparates gehen die Ansichten einigermaassen auseinander; doch sind die Einwände, die z. B. HELLMANN[2]) erhoben hat, von STROUHAL[3]) in bindender Weise zurückgewiesen worden.

Eine andere Art der Compensation hat TÖPLER[4]) vorgeschlagen; sie besteht in der schon im vorigen Artikel genannten kreuzförmigen Verbindung zweier Magnetstäbe (Fig. 131 und 132). Der Winkel 2α, welchen die beiden Stäbe mit

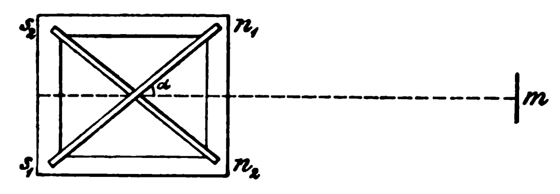
[1]) F. KOHLRAUSCH, Gött. Nachr. 1871, pag. 50; POGG. Ann. 142, pag. 547. — Vergl. auch die Figur weiter unten.

[2]) HELLMANN, Rep. d. Phys. 16, pag. 180. 1880.

[3]) STROUHAL, Rep. d. Phys. 17, pag. 345. 1881.

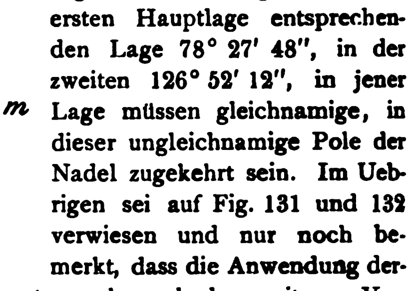
[4]) TÖPLER, Berl. Ber. 1883, pag. 925.

einander bilden müssen, damit in der Richtung der Mittellinie dieses Winkels Compensation des zweiten Gliedes der Fernwirkung eintrete, beträgt in der der ersten Hauptlage entsprechenden Lage 78° 27′ 48″, in der zweiten 126° 52′ 12″, in jener Lage müssen gleichnamige, in dieser ungleichnamige Pole der Nadel zugekehrt sein. Im Uebrigen sei auf Fig. 131 und 132 verwiesen und nur noch bemerkt, dass die Anwendung derartiger Kreuzmagnete auch noch den weiteren Vortheil gewährt, dass der Magnetismus der Lage ohne Einfluss bleibt.



Erste Hauptlage.

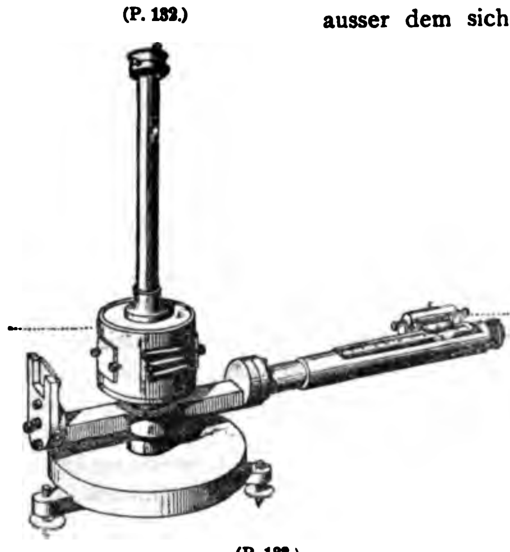
(F. 131.)



Zweite Hauptlage.

(F. 132.)

Magnetometer mit constanten Ablenkungswinkeln. Statt bei der Gauss'schen Methode die Ablenkungswinkel zu bestimmen, welche bei willkürlich gewählten Entfernungen des ablenkenden Magneten stattfinden, kann man dem Vorschlage von Edelmann[1]) und zwar unter Umständen mit Vortheil, die Aufgabe umkehren und diejenigen beiden Entfernungen messen, durch welche zwei willkürliche aber ein für allemal fest gewählte Ablenkungswinkel erzeugt werden; die Winkelmessung, also event. die Skalenablesung, fällt dann ganz fort, man braucht eben nur zu constatiren, dass die Ablenkungen die beiden gewählten Werthe haben. Zu diesem Zwecke enthält das Instrument (Fig. 133) ausser dem sich mit drehenden Spiegel noch drei feste, nur auf der unteren Hälfte belegte, welche die beiden gewählten Winkel mit einander einschliessen und in leicht ersichtlicher Weise erkennen lassen, wann der drehbare Spiegel mit einem von ihnen parallel ist.



(F. 133.)

Bifilarmethoden.

Bifilar-Magnetometer von Gauss.

Statt an einem Faden kann man schwere Körper überhaupt und insbesondere Magnete auch an zwei parallelen Fäden aufhängen[2]); es wirken dann von mechanischen Kräften die Schwere,

[1]) Edelmann, Neuere Apparate etc. Stuttg. 1882, Bd. 1, pag. 8.

[2]) Die bifilare Aufhängung ist zu wissenschaftlichen Zwecken überhaupt zuerst von Snow Harris (Rep. Brit. Ass. 1832, pag. 563), zu magnetischen Messungen von Gauss (Res. d. magn. Ver. 1837, pag. 1) benutzt worden.

da der Körper bei jeder Drehung gehoben oder gesenkt wird, und ausserdem die Torsions- und Biegungselasticität der Drähte; da letztere meist klein gegen die erste sind, wird sich ein unmagnetischer Körper mit seiner Längsrichtung nahe in die Ebene der Aufhängefäden einstellen. Ist der Körper dagegen ein Magnetstab, und weicht die Ebene der Fäden vom magnetischen Meridian ab, so wird die Gleichgewichtslage von der natürlichen abweichen, und dasselbe wird eintreten, wenn ausser dem Erdmagnetismus noch ein fester Magnet auf den aufgehängten einwirkt. Am einfachsten ist es natürlich, die Aufhängungsebene magnetisch ost-westlich zu richten, es ist dann, wenn die Ablenkung α erfolgt und D die mechanische Directionskraft ist, $MH \cos\alpha = D \sin\alpha$, also

$$MH = D \tang \alpha. \tag{15}$$

Auch hier muss man die Beobachtung von α wiederholen, nachdem man den Stab in umgekehrter Lage in das Schiffchen der Bifilar-Aufhängung gelegt hat, und aus beiden Werthen das Mittel nehmen. Diese Methode entspricht der Torsionsmethode bei der unifilaren Aufhängung (pag. 70); wie dort könnte man auch hier statt dessen die Schwingungs-Methode zur Ermittelung von MH anwenden, wobei man dann natürlich die Aufhängungsebene in den magnetischen Meridian bringen müsste; während aber bei der unifilaren Aufhängung die Schwingungsmethode weitaus die gebräuchlichste ist, findet sie bei der bifilaren kaum Anwendung, vermuthlich weil D einen grösseren Einfluss auf die Schwingungsdauer hat, als MH, die Bestimmung des letzteren aiso nicht sonderlich genau ausfallen wird. — Die Grösse D setzt sich nach der exakten Berechnung von F. KOHLRAUSCH[1]) aus den drei der Schwere, Biegungs- und Torsionselasticität entsprechenden Gliedern zusammen, von denen jedoch das zweite mit dem ersten vereinigt werden kann, da es dieselbe Wirkung hat, als ob die mittlere Länge der Aufhängefäden l um den Betrag $\rho^2\sqrt{2\pi E/m}$ verringert würde, wo ρ der Radius, E der Elasticitätsmodul der Fäden und m die von den Fäden getragene Masse, einschliesslich der halben Masse der Fäden selbst, bedeutet. Ist noch e der oben und unten gleich angenommene Abstand der beiden Fäden und g die Schwere, so ist

$$D = gm \frac{e^2}{4(l - \rho^2\sqrt{2\pi E/m})} + \frac{2\pi}{5} \frac{\rho^4 Eg}{l - \rho^2\sqrt{2\pi E/m}}. \tag{15a}$$

Von den hierin vorkommenden Grössen sind einige leicht genau messbar, bei anderen genügt es, da sie nur die Rolle von Correctionsgrössen spielen, ungefähre Werthe zu benutzen. Von entscheidender Wichtigkeit ist nur die Messung von e, welche, zumal da der Abstand der Fäden meist klein genommen wird, mit unvermeidlichen Fehlern behaftet zu sein scheint. Dieser Umstand hat viele Physiker abgehalten, die bifilare Methode zu benutzen oder zu empfehlen; indessen hat F. KOHLRAUSCH gezeigt, dass, besonders wenn man e so gross wählt, wie die Umstände es zulassen, jenes Bedenken unbegründet ist, und seitdem sowie durch die Bemühungen von WILD (s. w. u.) u. A. ist die bifilare Aufhängung wieder in verdiente Aufnahme gekommen.

Die Bestimmung von M/H, welche noch übrig bleibt, kann ganz auf die frühere Weise geschehen; benutzt man dabei eine kurze Magnetnadel, stellt den vorhin bifilar aufgehängten Magneten in grosser Entfernung in einer Hauptlage, z. B. der zweiten, auf und nennt L den Polabstand im Magneten, wofür es wieder genügt, $\frac{5}{6}$ seiner Länge zu setzen, l die entsprechende Grösse für die Nadel[2]),

---

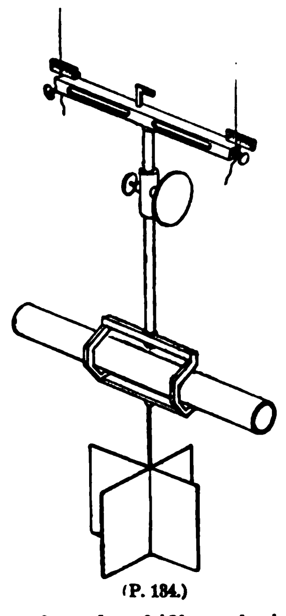
1) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 17, pag. 737. 1882.

2) Besteht die Nadel in einem kreisförmigen Spiegel, so ist l etwa $\frac{3}{4}$ des Durchmessers.

so kann man sich mit der Ablenkung φ aus einer einzigen Entfernung r begnügen und erhält (vergl. Formeln 3 und 4)

$$\frac{M}{H} = (1 + \vartheta) \frac{r^3}{1 - \frac{3}{8}\frac{L^2}{r^2} + \frac{3}{2}\frac{l^2}{r^2}} \operatorname{tang}\varphi, \tag{16}$$

wo man das Glied mit l häufig wird vernachlässigen können. Hat man eine genügend grosse Entfernung r nicht zur Verfügung, so muss man für jeden Stab, dessen M ermittelt werden soll, aus zwei Entfernungen beobachten, braucht dagegen, wenn es sich um die Bestimmung von H handelt und stets derselbe Stab benützt wird, nur ein für allemal nach Gleichung (7) die Correction zu bestimmen. Die Multiplikation der Gleichungen (15) und (16) oder der an die Stelle der letzteren tretenden liefert schliesslich M, ihre Division H.


(P. 184.)

In Fig. 134 ist der Haupttheil des KOHLRAUSCH'schen Magnetometers[1]), nämlich der Magnet mit Suspension und mechanischem Dämpfer, dargestellt.

Gleichzeitige Ausführung beider Messungen. Die skizzirte Methode leidet an dem Uebelstande, dass die beiden Messungen, deren Combination das Resultat liefert, nach einander ausgeführt werden, dass in der Zwischenzeit M und H sich ändern (die Verschiedenheit der Lage ist bei der bifilaren Methode wenigstens grossentheils vermieden) und dass die betreffenden Correctionen nur mühsam ermittelt werden können. Dies ändert sich mit einem Schlage, wenn man beide Messungen gleichzeitig ausführt, d. h. den Magneten, während er bifilar schwingt, auf die Nadel eines nördlich oder südlich aufgestellten Magnetometers ablenkend wirken lässt. Freilich kommt dann sowohl für die Einstellung des Magneten, als auch für die der Nadel noch eine weitere, wenn auch meist kleine Kraft in Betracht, nämlich für den Stab die Einwirkung der Nadel und für die Nadel die wegen der abgelenkten Stellung des Stabes gegen früher veränderte Einwirkung desselben. Nach den Formeln des vorigen Artikels kann man aber diese Ausdrücke leicht bilden, wobei man die Schrägstellung der Nadel in ihrem Einfluss auf die Rückwirkung auf den Magneten meist wird vernachlässigen dürfen. Es genüge, das Endergebniss anzuführen. Bedeutet $\varkappa$ den auf irgend eine Weise ohne besondere Genauigkeit zu bestimmenden Magnetismus der Lage im Verhältniss zum Erdmagnetismus, so wird:

$$MH = \frac{D \operatorname{tang}\alpha}{1 + 2\frac{\varkappa}{r^3}}, \tag{17}$$

$$\frac{M}{H} = \frac{(1+\vartheta)\, r^3 \operatorname{tang}\varphi}{\left(1 - \frac{3}{8}\frac{L^2}{r^2} + \frac{3}{2}\frac{l^2}{r^2}\right)(\cos\alpha - 2\sin\alpha \operatorname{tang}\varphi)}, \tag{18}$$

woraus sich dann sofort die Formeln für M und H selbst ergeben; diejenige für H nimmt nach einiger Vereinfachung die Form an:

$$H^2 = \frac{D}{r^3(1+\vartheta)}\left(1 - \frac{3}{8}\frac{L^2}{r^2} + \frac{3}{2}\frac{l^2}{r^2} - 2\frac{\varkappa}{r^3}\right)\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tang}\varphi}(1 - 2\operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\varphi). \tag{19}$$

[1]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 17, pag. 765. 1882.

Bifilar-Methode von WILD[1]). In anderer Weise hat WILD, nachdem er ebenfalls eine vervollständigte Theorie der Bifilarsuspension gegeben hatte, diese Aufhängungsweise experimentell verwerthet, wobei sich allerdings, da mehrere verschiedene Magnetstäbe benutzt werden, nur der Werth von H ergiebt; das Eigenthümliche der Methode liegt darin, dass sie nur eines einzigen Apparates statt der zwei bei GAUSS und KOHLRAUSCH (Bifilar- und Unifilar-Magnetometer) bedarf; vergleichbar ist sie der oben erwähnten Torsionsmethode. Von den beiden etwas verschiedenen, 1880 resp. 1886 von WILD beschriebenen Verfahrungsarten sei hier die letztere als die vermuthlich auch vom Verfasser vorgezogene gewählt. Durch Vergleichung der Lagen, welche die Bifilarebene annimmt, wenn einmal ein Magnet, das andere Mal ein unmagnetischer Stab eingelegt wird, findet man die Meridianrichtung und kann nun die Bifilarebene in diese bringen. Man stellt nun durch Drehung um 90° (mit Hilfe eines Torsionskreises) das oberste Stück der Bifilarebene senkrecht gegen den Meridian, wobei ihr unterstes Stück sammt dem Magneten wegen der Richtkraft des letzteren davon abweichen wird; man dreht endlich oben noch weiter um einen Winkel α_1, bis der Magnet selbst gerade senkrecht zum Meridian steht. Führt man diese Bestimmung bei zwei gleich schweren Stäben von verschiedenen magnetischen Momenten M_1 und M_2 aus, so erhält man bei der früheren Bedeutung von D die Gleichungen

$$M_1 H = D \sin \alpha_1, \qquad M_2 H = D \sin \alpha_2.$$

Nun nehme man einen dritten Stab von wenigstens annähernd gleichem Gewicht, so dass die Directionskraft D' nicht erheblich von D abweicht, und ermittele die drei Winkel α_3, α_4, α_5, von denen α_3 genau den obigen Winkeln α_1 und α_2 entspricht, α_4 und α_5 dagegen für den Fall gelten, wenn die beiden ersten Magnetstäbe auf eine im magnetischen Meridian liegende Schiene der Länge nach, der eine nördlich, der andere südlich vom Magnetometer, in beiderseits gleicher Entfernung r aufgelegt werden, und zwar α_4, wenn ihre Nordpole, α_5, wenn ihre Südpole nach Norden zeigen. Es gelten dann, wenn M_3 der Magnetismus des dritten, bei diesem Versuche hängenden Stabes ist, die drei Gleichungen

$$M_3 H = D' \sin \alpha_3,$$

$$M_3 H + 2 M_3 \frac{M_1 + M_2}{r^3} = D' \sin \alpha_4, \qquad M_3 H - 2 M_3 \frac{M_1 + M_2}{r^3} = D' \sin \alpha_5.$$

Subtrahirt man die beiden letzten Gleichungen von einander und dividirt man dann in die vorhergehende hinein, so erhält man das Verhältniss von H und $(M_1 + M_2)$; addirt man andererseits die beiden ersten Gleichungen, so erhält man das Produkt derselben beiden Grössen; durch Multiplikation findet man also schliesslich:

$$H^2 = \frac{4D}{r^3} \frac{\sin \alpha_3 (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2)}{\sin \alpha_4 - \sin \alpha_5}. \tag{20}$$

Hierzu kommen nun noch Correctionen wegen des Magnetismus der Lage, wegen der Temperatur, wegen der Vertheilung des Magnetismus in den Stäben u. s. w., auf die hier nicht näher eingegangen werden kann.

Bifilargalvanische Methode. Handelt es sich lediglich um die Bestimmung von H (nicht von M), so kann man das GAUSS'sche Magnetometer auch durch ein Galvanometer ersetzen, wobei dann genau die umgekehrten

[1]) WILD, Bull. Ac. St. Pétersbourg 1880, pag. 174; Rep. f. Meteor. Bd. 8; Mém. Ac. St. Pétersbourg, Bd. 34. 1886.

Formeln Anwendung finden, wie bei der Strommessung (vergl. Art. Strommessung). Beispielsweise hat TANAKADATÉ[1]) dahin gehende Vorschläge entwickelt.

Von besonderer Bedeutung aber ist die analoge Ersetzung des Bifilarmagnetometers durch das Bifilargalvanometer geworden, d. h. des Stabes durch eine bifilarhängende Spule, deren Ebene sich bei entsprechender Lage der Bifilar-Ebene nordsüdlich einstellt, aus dieser Lage jedoch abgelenkt wird, sobald ein Strom hindurch geschickt wird. Dieser Gedanke rührt von W. WEBER her, er ist dann mehrfach (z. B. in Breslau durch KIRCHHOFF) verwirklicht[2]) und von F. KOHLRAUSCH ausführlich beschrieben worden. Der Vortheil gegenüber der bifilarmagnetischen Methode besteht im Wesentlichen darin, dass man die Vertheilung der elektrischen Ströme in der Spule und damit ihre magnetische Wirkung (s. Art. Elektromagnetismus) kennt und somit nicht nöthig hat, aus zwei verschiedenen Entfernungen zu beobachten.

Neuere Form der Methode. Merkwürdiger Weise ist von den beiden Arten, auf welche die Methode nutzbar gemacht worden ist, nicht die ältere, sondern die weit später erst von F. KOHLRAUSCH[3]) angegebene diejenige, welche der bifilarmagnetischen Methode desselben Physikers genau entspricht, bei welcher also gleichzeitig die Ablenkung der Drahtspule und die durch sie erzeugte Ablenkung einer Magnetometer-Nadel gemessen wird. Ihr grosser Vorzug, gegenüber der älteren Art, die Methode zu verwenden, beruht darauf, dass eine schwer zu messende Grösse, nämlich die Windungsfläche der Drahtspule (Summe aller von den einzelnen Windungen eingeschlossenen Flächen) aus dem Resultate herausfällt. Für den Ablenkungswinkel α gilt nämlich wieder die Formel (17), nur dass hier das Correctionsglied im Nenner wegfällt und M das magnetische Moment der stromdurchflossenen Spule, d. h. das Produkt aus Windungsfläche f und Stromstärke i bedeutet; hier kommt also das Produkt von fi und H vor; andererseits liefert die Ablenkung φ der Magnetnadel wiederum das Verhältniss dieser beiden Grössen; der Endwerth von H enthält also f (und ebenso i) gar nicht. Die genauere Berechnung liefert bei Rücksicht auf die Schrägstellung der beiden drehbaren Körper und auf die für die Fernwirkung einer Drahtspule geltenden Gesetze die folgenden Formeln, in denen r die Entfernung der Mittelpunkte von Drahtspule und Nadel, ρ den mittleren Radius der Drahtspule, λ die wirkliche Länge der Nadel und $\varkappa$ ihren Magnetismus im Verhältniss zum Erdmagnetismus bedeutet:

$$H \cdot fi = \frac{D \sin\alpha}{\cos\alpha + \frac{\varkappa}{r^3}(2\cos\alpha\cos\varphi - \sin\alpha\sin\varphi)}$$

$$\frac{H}{fi} = \frac{\cos\alpha - 2\sin\alpha\,\mathrm{tang}\,\varphi}{r(r^2-\rho^2)\,\mathrm{tang}\,\varphi\,(1+\vartheta)}\left(1+\frac{1}{8}\frac{\rho^2}{r^2}+\frac{3}{64}\frac{\rho^4}{r^4}\right)\left(1+\frac{\lambda^2}{r^2}\right)$$

(der zweite der 3 Fäktoren ist die Spulenconstante, vergl. Art. Strommessung), und endlich mit erlaubten Vernachlässigungen

$$H^2 = \frac{D}{r(r^2-\rho^2)(1+\vartheta)}\left(1+\frac{1}{8}\frac{\rho^2}{r^2}+\frac{3}{64}\frac{\rho^4}{r^4}+\frac{\lambda^2}{r^2}-2\frac{\varkappa}{r^3}\right)\frac{\sin\alpha}{\mathrm{tang}\,\varphi}(1-2\,\mathrm{tang}\,\alpha\,\mathrm{tang}\,\varphi). \quad (21)$$

Zur Ausführung der Versuche ist noch Folgendes zu bemerken. Die Spule muss mehrere hundert Windungen erhalten und, um trotzdem nicht zu schwer

[1]) TANAKADATÉ, Phil. Soc. Glasg. 1889.

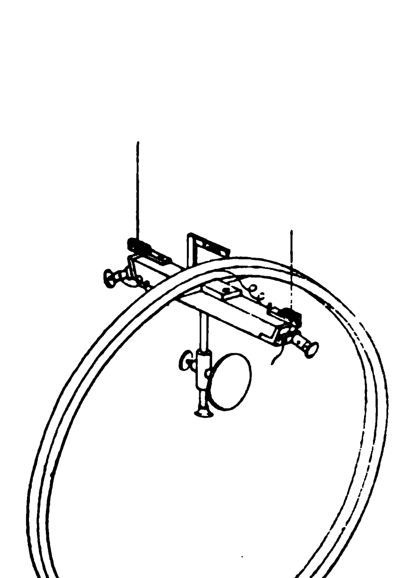
[2]) Das Bifilar-Galvanometer im Allgemeinen stammt aus dem Jahre 1846 (W. WEBER, Sächs. Ber. 186, pag. 2411); die Breslauer Apparate von KIRCHHOFF sind etwa 1850 construirt.

[3]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 17, pag. 737. 1882.

zu sein, aus feinem besponnenem Drahte bestehen; mit den Fäden wird sie am besten durch einen Querstab verbunden, an dessen Enden die beiden Fäden münden, so dass man mit Hilfe einer an dem Querstabe angebrachten Theilung zugleich die — möglichst gross zu wählende — Entfernung der beiden Fäden von einander messen kann (am besten mit mikroskopischer Ablesung) (Fig. 135). Die Bifilarebene ist in diesem Falle ostwestlich zu richten, so dass die Spulenebene nordsüdlich wird. Die Fäden sind feine Metalldrähte, sie dienen zugleich als Zuleitungsdrähte für den Strom, den man so wählt, dass ein passender Ausschlag resultirt, und den man mit Hilfe eines Commutators zum Zwecke der Mittelwerthsbildung in beiden Richtungen (jedoch stets nur auf kurze Zeit) durch die Spule schicken kann. Das Magnetometer wird in eine der beiden GAUSS'schen Hauptlagen gebracht; bequemer ist die zweite Hauptlage (nordsüdlich), auf welche sich auch die obigen Formeln beziehen. Beide Apparate tragen drehbare Spiegel, denen man Fernröhre und Skalen oder, was noch besser ist, eine gemeinsame Skale östlich oder westlich (wobei man sich nach der Orientirung der Spiegel zu richten hat) gegenüberstellt, so dass die Skalenabstände A und A' von den beiden Spiegeln nahezu gleich sind. Wählt man dann noch den Abstand r der beiden Apparate so, dass auch ihre Ausschläge nahezu gleich gross werden, so kann man sich die Ausrechnung wesentlich vereinfachen, indem man den trigonometrischen Faktor von H^2 durch

$$\frac{n}{n'}\,\frac{A'}{A}\left(1-\frac{5}{8}\,\frac{n^2}{A^2}\right) \qquad (22)$$

ersetzt, wo n und n' die Skalenablenkungen sind. Was endlich die Grösse D, die statische Directionskraft der Spule nebst Zubehör betrifft, so pflegte man diese früher aus Schwingungszeit und Trägheitsmoment abzuleiten; die Wahl eines grossen Abstandes zwischen den beiden Aufhängefäden ermöglicht es jetzt, diese Entfernung genau genug zu messen, um D aus der Formel (15a) direkt berechnen zu können.



(F. 135.)

Aeltere Form der Methode. Bei der älteren Methode, die ebenfalls F. KOHLRAUSCH[1]) ausführlich beschrieben hat, verwendet man neben dem Bifilar-Galvanometer eine nördlich oder südlich aufgestellte Tangentenbussole und schickt durch beide einen und denselben Strom i. Hat die Tangentenbussole den mittleren Radius a und die Windungszahl n, sowie das Torsionsverhältniss ϑ, so lautet die Endformel

[1]) F. KOHLRAUSCH, Gött. Nachr. 1869, pag. 36; POGG. Ann. 138, pag. 1.

$$H^2 = \frac{D}{f}\,\frac{2\pi n}{a(1+\vartheta)}\,\frac{tang\,\alpha}{tang\,\varphi}. \qquad (23)$$

Für rohe Messungen genügt es, die Windungsfläche der Spule aus dem mittleren Radius zu berechnen, d. h., wenn n' die Zahl der Windungen ist, $f = 2\pi\rho n'$ zu setzen, wo jedoch derjenige Mittelwerth ρ zu nehmen ist, welcher den Mittelwerth der Kreisfläche liefert. Für genauere Messungen muss man entweder eine wirkliche Ausmessung vornehmen, oder, da dies nur vor Fertigstellung oder durch Zerlegung der Spule geschehen kann, das galvanische Verfahren anwenden, d. h. f dadurch bestimmen, dass man die Wirkung der fest aufgestellten Spule auf eine Magnetnadel mit derjenigen eines einfachen, seiner Fläche nach leicht auszumessenden Stromkreises vergleicht, in welcher Hinsicht namentlich auf F. KOHLRAUSCH zu verweisen ist[1]).

Die WEBER'sche Methode hat den Uebelstand, dass zwei Beobachter nöthig sind, um während der kurzen Zeit, während deren man den Strom durch die Apparate schicken darf, die beiden Ausschläge zu messen. Eine von W. THOMSON vorgeschlagene, von MAXWELL[2]) angeführte Modifikation des Verfahrens hat den Zweck, einen einzigen Beobachter in den Stand zu setzen, beide Ablesungen zu machen. Man hängt nämlich die Nadel, welche als Bussolennadel dienen soll, in der Mitte der Spule auf und benutzt diese zugleich als Bussolenwindung, sodass bei Stromdurchgang die Spule bei einem Ablenkungswinkel α nach der einen Seite, die Nadel bei einem Ablenkungswinkel φ nach der anderen Seite zur Ruhe kommt. Man erreicht durch diese Anordnung zugleich den Vortheil, dass die beiden Ablenkungen genau an derselben Stelle des Raumes stattfinden, etwaige locale Verschiedenheiten von H also nicht in Betracht kommen. Die Formel hat hier freilich, wenn G die Spulenconstante (s. ob.) ist, die verwickeltere Gestalt[3]):

$$H^2 = \frac{DG\,sin\,\alpha\,cos(\alpha+\varphi)}{sin\,\varphi\,[f\,cos\,\alpha + \varkappa G\,cos(\alpha+\varphi)]}, \qquad (24)$$

wo G der obigen Spulenconstante entspricht, hier aber sich auf den Fall bezieht, dass, wie bei den Galvanometern, die Nadel in ihrer Mitte (nicht in einer äusseren Entfernung r) sich befindet, sodass die bei den Galvanometern angegebenen Arten, G zu ermitteln, auch hier anzuwenden sind.

Eine Vergleichung der wichtigsten der bisher betrachteten Methoden zur Bestimmung von H, nämlich der GAUSS'schen, der bifilarmagnetischen und der bifilargalvanischen, haben F. und W. KOHLRAUSCH[4]) auf elektrochemischem Wege durchgeführt.

Magnetische Waagen.

Wie man behufs Messung elektrischer Ströme ausser eigentlichen Galvanometern auch Stromwaagen benutzt, so hat man auch magnetische Messapparate construirt, deren Drehungsaxe nicht wie bei den eigentlichen Magnetometern vertikal, sondern, wie bei der gewöhnlichen Waage, horizontal liegt, die man also magnetische Waagen nennen kann. Aber erst aus der neuesten Zeit liegen zwei Apparate dieser Art vor, welche den an feine und absolute Messinstrumente zu stellenden Anforderungen genügen. Die eine, zur Messung von Stabmagne-

[1]) Vergl. pag. 233, wo in der Anmerkung die wichtigste Literatur aufgeführt ist.

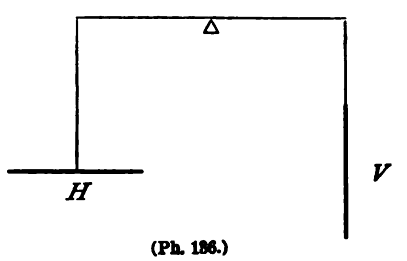
[2]) W. THOMSON, bei MAXWELL, El. und Magn. 2, pag. 456.

[3]) Vergl. z. B. MASCART und JOUBERT, Lehrb. der El. und des Magn. 2, pag. 224, Gleichung (25) und (26), aus denen man nur J zu eliminiren braucht.

[4]) F. und W. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 27, pag. 1. 1886.

tismen bestimmte, rührt von v. HELMHOLTZ[1]) her und ist in der ursprünglichen Gestalt von ihm selbst, in einer späteren nebst eingehenden Untersuchungen darüber von KÖPSEL[2]) beschrieben worden, die andere, zur Messung von H dienende, ist von TÖPLER construirt und von ihm und FREYBERG beschrieben worden.

Magnetische Waage von v. HELMHOLTZ. Die ursprüngliche Form ist folgende. An einer Waage hängt einerseits horizontal und dem Waagbalken parallel, andererseits vertikal und mit seiner Mitte in gleicher Höhe, je ein Magnetstab; ihre magnetischen Momente seien M_1 und M_2, der Abstand ihrer Mittelpunkte, also auch derjenige der Schneiden, sei r, er sei einigermaassen gross gegen die Polabstände l_1 und l_2 in den beiden Stäben. Die Waage sei, eventuell in Folge Auflegens geeigneter Gewichte, im Gleichgewicht. Kehrt man nun einen der Magnete um, sodass seine Pole ihre Lagen miteinander vertauschen, so wird man ein Gewicht auflegen müssen, um das gestörte Gleichgewicht von neuem herzustellen (Fig. 136). Schliesslich kehrt man, um den Einfluss etwaiger Asymmetrien zu eliminiren, auch den anderen Stab um, bestimmt das jetzt fortzunehmende Gewicht und nimmt aus den beiden nahe zu gleichen Gewichten das Mittel p. Man hat alsdann, wenn g die Schwere ist, die Formel:



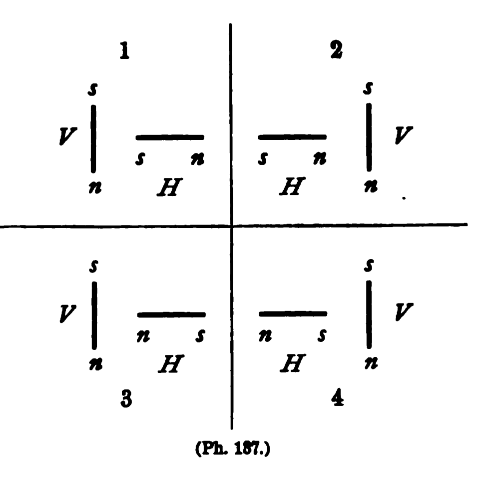
(Ph. 136.)

$$M_1 M_2 = \frac{1}{12} \frac{g p r^4}{1 + \frac{20 l_1^2 - 15 l_2^2}{6 r^2}}. \tag{25}$$

Nennt man dieses Produkt $P(1, 2)$ und stellt eine entsprechende Beobachtung mit dem ersten und einem dritten, sowie mit dem zweiten und dem dritten Stabe an, wodurch man die Produkte $P(1, 3)$ und $P(2, 3)$ erhält, so findet man

$$M_1 = \sqrt{\frac{P(1, 2) P(1, 3)}{P(2, 3)}} \tag{26}$$

und M_2 und M_3 durch analoge Formeln. Die Waage muss eisenfrei, ihre Empfindlichkeit möglichst gross sein. Immerhin haften der Methode zwei Uebelstände an, nämlich der Umstand, dass man, um zu einem guten Resultate zu gelangen, jedesmal noch die beiden Stäbe miteinander vertauschen und die Messung wiederholen muss, und der Umstand, dass, da die Wirkung der Magnete aufeinander nur aus der einzigen Entfernung r gemessen wird (eine andere hat man nicht zur Verfügung), die unsicheren Polabstände in die Endformeln eingehen. Von beiden Uebelständen ist die modificirte Anordnung frei. Hier wird der horizontale Stab überhaupt nicht an die Waage gehängt, sondern



(Ph. 137.)

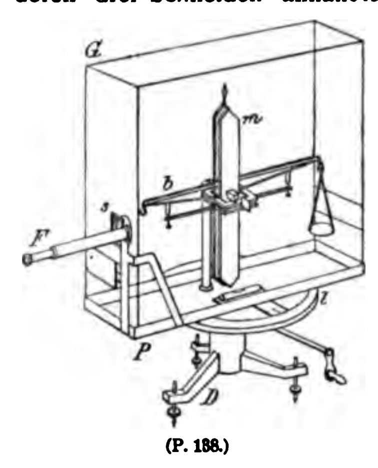
[1]) v. HELMHOLTZ, Berl. Ber. 1883, pag. 405.
[2]) A. KÖPSEL, WIED. Ann. 31, pag. 250. 1887.

ausserhalb ihres Gehäuses in gleicher Höhe mit dem vertikalen Mittelpunkt des Stabes festgelegt, und zwar, ähnlich wie bei den GAUSS'schen Beobachtungen, der Reihe nach rechts und mit dem Südpol voran, links und mit dem Nordpol voran, rechts und mit dem Nordpol voran, links und mit dem Südpol voran, sodass der Mittelwerth des Zusatzgewichtes p_1 von etwaigen Aenderungen des Nullpunktes der Waage so gut wie frei ist (Fig. 137). Dieselben Beobachtungen wie aus der Entfernung r_1 werden alsdann aus einer anderen Entfernung r_2 angestellt, wobei man p_2 erhält. Schliesslich kann man noch die Messung von p_1 wiederholen und aus beiden p_1-Werthen das Mittel nehmen. An die Stelle von (25) tritt dann die Formel:

$$M_1 M_2 = \frac{g(p_1 r_1^6 - p_2 r_2^6)}{6(r_1^2 - r_2^2)}. \tag{27}$$

Die Endformel (26) bleibt, hiervon abgesehen, ungeändert. Noch sei bemerkt, dass diese modificirte Methode es mit Hilfe einer Reitervorrichtung gestattet, während der ganzen Versuchsreihe das Gehäuse nicht zu öffnen.

Erdmagnetische Waage von TÖPLER[1]). Eine gewöhnliche Waage, deren drei Schneiden annähernd in eine Ebene fallen, wird auf einen Zapfen gesetzt, dadurch um eine vertikale Axe drehbar gemacht und durch einen Theilkreis t dafür gesorgt, dass diese Drehungen bis auf Minuten abgelesen werden können. Der schwingende Theil der Waage ist kreuzförmig und besteht aus einem leichten horizontalen Messingbalken b und einem vertikalen Magnetstab m. Dazu kommen dann noch zwei recht leichte Waagschalen aus Aluminium, eine Arretirungsvorrichtung, ein Ablesespiegel, eine Skale s und Ablesefernrohr F ein (Fig. 138). Um nun das Produkt MH zu bestimmen, orientirt man die Schwingungsebene der Waage in den magnetischen Meridian und äquilibrirt sie durch Belastung der zu leicht erscheinenden Schale; alsdann dreht man die Waage um 180° und äquilibrirt wieder auf derselben Schale; es ist dann



(F. 138.)

$$MH = \tfrac{1}{2}(p_1 - p_2)\, lg,$$

wo p_1 und p_2 die beiden Belastungen und l der Hebelarm der benutzten Schale ist, und wo links noch der Faktor $1 + \mu$ hinzugefügt werden muss, wenn der durch die Erde in dem vertikal stehenden Magneten inducirte Magnetismus berücksichtigt werden soll; will man auch den Temperatureinfluss beachten, so muss man einen Vorversuch machen, durch den man die Gewichtsdifferenz $p_1 - p_2$ bei beträchtlich verschiedenen Temperaturen vergleicht. Den zweiten Theil der Messung, nämlich die Ermittelung von M/H muss man auf dem gewöhnlichen Wege der Ablenkungen ausführen, indem man den Magnetstab aus der Waage herausnimmt und in einer Hauptlage einem Magnetometer gegenüberstellt. Man kann aber nach einem Vorschlage TÖPLER's, der bisher allerdings nicht ausgeführt worden zu sein scheint, den Apparat so modificiren, dass man, ähnlich wie bei den Bifilar-Methoden, beide Messungen gleichzeitig ausführen kann. Neigt man

---

[1]) TÖPLER, Berl. Ber. 1883, pag. 1029; WIED. Ann. 21, pag. 158. 1884. — J. FREYBERG, WIED. Ann. 25, pag. 511. 1885.

nämlich den Magneten gegen die Mittelschneide, z. B. um 45°, so geht die in die Schwingungsebene fallende Componente seines magnetischen Momentes in die Wägungs-Beobachtung ein, während die Componente nach der Schneidenrichtung hauptsächlich seine Fernwirkung in dieser Richtung bestimmt, also gleichzeitig zur Erzielung einer Ablenkung bei einem in dieser Richtung aufgestellten Magnetometer benutzt werden kann.

Methode der Inductionsströme.

In dem Abschnitt über die Induction elektrischer Ströme wird gezeigt werden, dass, wenn man einen Drahtring oder, der kräftigeren Wirkung halber, eine Drahtspule der Wirkung eines Magneten aussetzt oder der Wirkung eines Magneten, der sie bis dahin ausgesetzt war, entzieht oder endlich der der bisherigen entgegengesetzten Wirkung aussetzt, im Augenblicke der betreffenden Aenderung ein Strom durch die Spule läuft, den man messen kann, wenn man in ihren Kreis ein Galvanometer einschaltet. Am vortheilhaftesten ist es, die Spule lang zu wählen, beträchtlich länger als der zu untersuchende Stab ist, den letzteren so in die erstere zu legen, dass seine Axe mit dem mittleren Stück der Spulenaxe zusammenfällt, und ihn dann plötzlich herauszuziehen oder, bei vertikaler Stellung, herausfallen zu lassen. Die Ortsänderung, die man hiernach mit dem Magneten, — oder, was offenbar auf dasselbe hinausläuft, mit der Spule — und zwar möglichst exakt und rasch, vornehmen muss, ist freilich wegen der auf der Hand liegenden, damit verbundenen Uebelstände und der dabei auftretenden Schwierigkeiten wenig empfehlenswerth, aber eine andere Möglichkeit, die Spule dem Einfluss des Magneten zu entziehen, giebt es für permanente Stahlmagnete nicht, und so ist es erklärlich, dass man für derartige Magnete die Methode bisher wenig angewendet hat. Anders für weiche Eisenstäbe, welche auf elektromagnetischem Wege mit Hilfe einer besonderen, der obigen concentrischen Spule temporär magnetisirt werden. Schickt man durch diese Spule einen Strom und macht dadurch den Eisenstab plötzlich zum Magneten, so erhält man in der anderen Spule einen dem erregten Strom plus Magnetismus proportionalen Inductionsstrom; unterbricht man jenen Strom wieder, so erhält man einen dem nun wieder verschwindenden Strom plus Magnetismus proportionalen Inductionsstrom, endlich giebt die Differenz zwischen beiden Grössen, wenn sie vorhanden ist, ein Maass für den in dem Stabe zurückgebliebenen Magnetismus ab. Letzteren Magnetismus erhält man also ohne weiteres; um die beiden ersteren rein zu erhalten, muss man die entsprechenden Versuche mit leerer Spule (ohne Stab) anstellen und die betr. Inductionsströme von den obigen abziehen. Um die absoluten Werthe der Magnetismen zu erhalten, muss man dann noch einen Faktor einführen, der von der Beschaffenheit und den Lageverhältnissen von Spule und Magnet abhängt. In späteren Artikeln wird auf diese Methode noch zurückgekommen werden.

Magnetismus der Lage. Sehr einfach gestaltet sich diese Methode in ihrer Anwendung zur Bestimmung des im obigen oft genannten und als Correctionsgrösse wichtigen, einem Magnetstabe zugehörigen »Inductionscoëfficienten« durch die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, d. h. der Differenz der Magnetismen, die er in Nord-Südlage und in Ost-Westlage annimmt, im Verhältniss zu der letzteren Grösse. Die Ortsänderung führt man in diesem Falle natürlich in der Gestalt einer Drehung aus der Nord-Südlage in die Ost-Westlage aus, oder noch besser (weil exakter ausführbar und von doppelter Wirksamkeit) aus der Nord-Südlage in die Süd-Nordlage, also um 180°. Der Inductionsstrom, welcher

in der Spule entsteht, wenn sie allein die gedachte Drehung ausführt, bringe den Galvanometerausschlag α_0 hervor, wird die Spule mit dem in ihr befindlichen Magnetstabe gedreht, so entstehe der Ausschlag α, und wird ein Hilfsstab von bekanntem Magnetismus M_1 rasch in die Spule geschoben oder rasch entfernt, so entstehe der Ausschlag α_1, es ist dann der Magnetismus der Lage

$$L = \frac{M_1}{2} \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_1}$$

und der Inductionscoëfficient

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{M_1}{M} \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_1},$$

wo M der eigene Magnetismus des Stabes in Ost-Westlage ist; benutzt man als Hilfsstab den Hauptstab selbst, so wird einfach

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_1}.$$

Uebrigens ist diese Methode nicht nur zur Ermittelung der Correction bei M- und H-Bestimmungen von Werth, sondern — für Eisenkörper — nach dem Vorgange von RIECKE[1]) auch wohl geeignet, zum Studium der Gesetze der Magnetisirung überhaupt zu dienen, worauf später zurückzukommen sein wird[2]).

Messung der Vertikalintensität des Erdmagnetismus.

Die Grössen, deren Messung die bisher skizzirten Methoden gewidmet sind, sind der Magnetismus eines Stabes und die horizontale Componente des Magnetismus der Erde; zum Theil ergeben sie sich dabei gleichzeitig aus einer und derselben Versuchsanordnung. Das Charakteristische der Anordnungen war insbesondere dies, dass (mit Ausnahme der letztgenannten Fälle) alle Vorgänge in einer horizontalen Ebene stattfanden, d. h. die Ablenkungen von horizontal liegenden und horizontal wirkenden Stäben ausgingen und die Schwingungen in horizontalen Ebenen, also um vertikale Axen, erfolgten; bei der TÖPLER'schen Waage ist zwar die Drehungsaxe horizontal, dies wird aber dadurch wieder ausgeglichen, dass der Magnetstab vertikal steht.

Man könnte nun jenen Methoden analoge gegenüber stellen, bei welchen die Ablenkungen und Schwingungen in vertikalen Richtungen erfolgen, letztere also um horizontale Drehungsaxen stattfinden. Für Stabmagnetismen würden dies nur neue Methoden zur Messung derselben Grösse sein, die nur dann eine Existenzberechtigung würden beanspruchen dürfen, wenn sie den früheren gegenüber Vortheile aufwiesen. Das Gegentheil ist aber der Fall. Die Beobachtung vertikaler Vorgänge, namentlich Schwingungen, ist nämlich augenscheinlich unbequemer als die horizontaler, und die störende Mitwirkung fremder Kräfte ist hier viel beträchtlicher als dort; denn während sie dort bei den unifilaren Methoden von der leicht auf ein geringes Maass herabzudrückenden Torsionskraft und bei den bifilaren Methoden wenigstens nur von einem Bruchtheile der Schwerkraft (vergl. Gleichung 15a) ausgeht, wirkt hier die volle Schwerkraft ein, und die hier unvermeidliche Lagerung auf Schneiden, Spitzen oder Lagern bringt ein schwer zu bestimmendes Element hinein. Man kann wohl sagen, dass hierdurch Schwingungs- und Ablenkungsbeobachtungen für genauere Zwecke so gut wie ausgeschlossen werden, und es würden daher nur Wägungsmethoden übrig

[1]) RIECKE, POGG. Ann. 141, pag. 453. 1870.

[2]) Näheres über den Inductionscoëfficienten findet man bei F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 22, pag. 415. 1884, sowie bei WILD, Mém. Ac. St. Pét. 34. 1886.

bleiben, wie sie in der That beispielsweise bei der v. HELMHOLTZ'schen Waage Anwendung findet.

Was andererseits den Erdmagnetismus betrifft, so liegt die Sache freilich hier anders, insofern die früheren Methoden lediglich seine Horizontalcomponente, die jetzt in Rede stehenden aber eine ganz neue Grösse, nämlich seine Vertikalcomponente liefern. Man würde daher darauf angewiesen sein, diese Methoden auszubilden und die gedachten Schwierigkeiten zu beseitigen, wenn man nicht für diese Grösse indirekte Methoden besässe, welche einfacher zum Ziele führen, und welche auf der Erwägung beruhen, dass, wenn die Richtung, in der die Gesammtkraft des Erdmagnetismus wirkt, also die sogen. Inklinationsrichtung ψ (s. w. u.) bekannt ist, die Verticalcomponente V des Erdmagnetismus und dann auch dessen Gesammtgrösse R sich aus der Horizontalcomponente H mittelst der einfachen Formeln

$$V = H\, tang\,\psi, \qquad R = \frac{H}{cos\,\psi}$$

ableiten lassen. Dies Verfahren wird denn auch fast ausschliesslich geübt. Immerhin ist es principiell als wünschenswerth zu bezeichnen, auch direkte Methoden zur Messung von V zu besitzen, und es mögen daher, unter Uebergehung älterer Methoden, einige solche hier erwähnt werden. Eine derselben scheint noch nicht verwirklicht worden zu sein, beschränkt sich vielmehr auf einen Vorschlag, den TÖPLER[1]) im Anschluss an seine H-Waage gemacht hat. Man benutzt einen horizontal auf einer Schneide spielenden, mit Schalen versehenen Magneten, der durch west-östliche Stellung dem Einfluss der Horizontalintensität entzogen wird. In die Doppelwägung tritt an Stelle der Umdrehung die Ummagnetisirung des Magneten ein, welche vermittelst einer Magnetisirungsspirale nöthigenfalls ohne Zerlegung des Instrumentes bewerkstelligt werden kann. Das Produkt $(p_1 - p_2) \cdot l$ (vergl. ob. pag. 80) misst die Grösse $V \cdot (M_1 + M_2)$, unter M_1 und M_2 die im Allgemeinen verschiedenen magnetischen Momente vor und nach dem Ummagnetisiren verstanden. Das Verhältniss dieser Momente kann gleichzeitig mit den Wägungen aus der Wirkung auf ein in der Richtung des Balkens aufgestelltes Magnetometer erkannt werden, zu welchem Zwecke die Waage um die vertikale Axe drehbar zu machen ist. Der absolute Werth von M_1 oder M_2 kann vorher oder nachher durch Vergleich mit einem Magnete von bereits bekanntem Momente bestimmt werden.

Uebrigens hat schon LLOYD[2]) die Wägungsmethode angegeben, und zwar sowohl für die verticale Componente allein, als auch für die ganze Kraft R, letzteres in der Weise, dass einmal ein Magnet, dann ein Gewicht zur Ablenkung einer Inklinationsnadel angewandt wird. Ferner gehört hierher das WILD'sche Verticalmagnetometer[3]).

Eine galvanische Wägungsmethode hat ferner TANAKADATÉ[4]) vorgeschlagen. Doch muss es an diesem Hinweise genügen.

Die von RIECKE[5]) herrührende und in seiner »elektrodynamischen Drehwaage« verwirklichte Methode beruht auf der von irgend einem Magnetpol, also auch vom Erdmagnetismus auf ein Stromelement ausgeübten Wirkung

1) TÖPLER, Berl. Ber. 1883, pag. 1042 (Schluss der Abhandlung).

2) LLOYD, Proc. Ir. Ac. 1, pag. 334. 1838; 2, pag. 210. 1842 (Apparat mit verticalen Deflectoren); Trans. Ir. Ac. 23. 1858.

3) WILD, Bull. Ac. St. Pét. 1872, pag. 456.

4) TANAKADATÉ, Phil. Soc. Glasg. 1889.

5) RIECKE, WIED. Ann. 13, pag. 198. 1881.

(s. w. u.); ist das Stromelement ids horizontal gerichtet, so ist die von der Vertikalcomponente V des Erdmagnetismus auf ds ausgeübte Kraft gleich $Vids$ und horizontal, aber senkrecht zum Stromelement gerichtet; gehört das Element einem geraden Leiter von der Länge l an, der um eine vertikale, durch seinen Anfangspunkt gehende Axe drehbar ist, so wird das jener Kraft entsprechende Drehungsmoment demgemäss $\frac{1}{2}Vil^2$, und man kann durch Beobachtung des Drehungsmomentes, resp. der ihm entsprechenden veränderten Gleichgewichtslage, sowie durch Messung der Stromstärke zur Bestimmung von V gelangen. Der Apparat besteht nun aus einem mit Kupfervitriollösung gefüllten Gefäss, in dessen Mitte eine an einem Faden hängende Kupferscheibe schwebt, während ihr eine zweite, mit dem Boden durch ein Stativ fest verbundene Kupferplatte gegenübersteht; die einander abgekehrten Seiten der Scheiben werden vollständig, die zugekehrten bis auf einen schmalen Rand mit einer isolirenden Schicht, z. B. Glas oder Siegellack überzogen. Tritt nun ein Strom durch den Aufhängefaden ein und durch das Stativ wieder aus, so tritt eine Ablenkung ein, aus welcher V nach der Formel

$$V = \frac{2\varphi D}{il^2\left(1 + \frac{1}{3}\frac{\delta^2}{l^2}\right)} = \frac{Dn\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{irl^2\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{\delta}{n}\right)^2\right]}$$

berechnet werden kann, wo l der Scheibenradius bis zur Mitte der frei gebliebenen Randschicht, δ die halbe Breite dieser Randschicht, φ der Ablenkungswinkel und D das aus den Schwingungen einer Messingplatte abgeleitete Drehungsmoment der Torsion bezeichnet, während in dem zweiten Ausdruck, der sich auf Spiegelablesung bezieht, n die Scalenablenkung und r der Scalenabstand ist. Die Stromstärke i muss man anderweitig in absolutem Maasse bestimmen. Näheres hierüber findet sich in einer Abhandlung von R. Krüger[1]), der auch die obige berichtigte Formel entnommen ist.

Messung von Deklination und Inklination.

Unter Deklination versteht man den Winkel, den der magnetische Meridian mit dem astronomischen bildet, unter Inklination den Winkel, welchen in der Ebene des magnetischen Meridians die Richtung der gesammten erdmagnetischen Kraft mit der horizontalen Richtung bildet. Bei der grossen Wichtigkeit beider Grössen für die Geophysik, Geographie und Nautik ist es erklärlich, dass zu ihrer Bestimmung aussergewöhnlich zahlreiche Apparate und Methoden construirt worden sind; hier kann nur eine kurze Auswahl getroffen werden[2]).

Deklination. Die Bestimmung der Deklination zerfällt naturgemäss in zwei Theile, nämlich in die Bestimmung des astronomischen und des magnetischen Meridians. Zur Ermittelung des astronomischen Meridians kann man entweder terrestrische Gegenstände, z. B. Kirchthürme benutzen, deren Richtung man kennt und deren Einstellung scharf zu bewerkstelligen ist, oder, wenn man

---

[1]) R. Krüger, Wied. Ann. 28, pag. 613. 1886.

[2]) Näheres hierüber und über die folgenden Abschnitte findet man u. a. in: Lamont, Handb. d. Erdmagn. 1849. — Airy, Ueb. d. Magn., deutsch von Tietjen. Berl. 1874. — Günther, Lehrb. d. Geophysik, Bd. 2, pag. 12—37. Stuttg. 1885. — Kreil, Anl. zu magn. Beob. Wien 1858. — Liznar, Anl. z. Messung u. Berechnung d. Elemente d. Erdmagn. Wien 1883. — Eschenhagen, in Kirchhoff's Anl. z. deutschen Landesforschung, Stuttg. 1889. — Zeitschr. f. Instr.-K. Bd. 1, 1881 u. ff.

hierzu nicht in der Lage ist, astronomische Objekte. Von den dabei möglichen Methoden sind die wichtigsten folgende: 1) Beobachtung eines Sonnenrandes (des westlichen oder östlichen) mit einem Theodolithen im Augenblicke des wahren Mittags, d. h. des mittleren Mittags vermindert um die aus den Tafeln zu entnehmende Zeitgleichung. Das Resultat muss man dann natürlich um den dem Sonnenradius ρ entsprechenden Winkel ε corrigiren, wozu man die angenäherte Formel $\varepsilon = \rho / sin\,(\varphi - \delta)$ benutzen kann (φ Polhöhe, δ astronomische Deklination der Sonne). 2) Beobachtung der äussersten östlichen und westlichen Lage eines Sternes; die Halbirungslinie giebt den Meridian. 3) Beobachtung nur einer dieser beiden Lagen und Hinzufügung oder Abzug des Winkels $arc\,sin\,(cos\,\delta / cos\,\varphi)$ (φ Polhöhe, δ Deklination des Sterns). Für beide Messungen sind offenbar dem Himmelspol nahe gelegene Sterne, z. B. der Polarstern selbst, am besten geeignet. 4) Einstellung eines Theodolithen auf einen Stern am Morgen unter Ablesung des Horizontalkreises, dann die entsprechende Ablesung am Abend zur Zeit, wo der Stern wieder dieselbe Höhe hat und Bildung des Mittels beider Einstellungen. Statt eines Sterns kann man auch den westlichen und östlichen Sonnenrand benutzen, muss dann aber eine kleine Correction wegen der Aenderung der Sonnendeklination anbringen. Hat man auf eine dieser Arten den astronomischen Meridian bestimmt, so markirt man seine Richtung durch eine Linie oder, wenn die Axe des Beobachtungsapparates eine feste Aufstellung hat, durch eine Wandmarke, deren Verbindungslinie mit der Axe jene Richtung hat.

Um nun andererseits den magnetischen Meridian und durch Vergleich desselben mit dem astronomischen die Deklination zu bestimmen, bedient man sich eines Deklinatoriums oder Deklinometers (auch Deklinationsbussole genannt). Als typische Vertreter der drei gebräuchlichsten Klassen derartiger Instrumente können diejenigen von GAMBEY[1]), GAUSS und LAMONT gelten. Das Deklinatorium von GAMBEY enthält eine horizontale Kreistheilung, ein vertikales rechteckiges Stativ, dessen Ebene sich um die vertikale Mittelaxe drehen lässt, wobei man den Drehungswinkel mittelst Nonien an der Theilung ablesen kann, in der Mitte des oberen Querarms ein auch in vertikaler Ebene drehbares Fernrohr, mit dem man ferne oder nahe Objekte beobachten kann, je nachdem man den ringförmigen oder den centralen Theil des Objektivs benutzt, endlich einen horizontalen Magnetstab, der an einem in die Vertikalaxe des Apparates fallenden Faden hängt und an seinen Enden überstehende Ringe mit Fadenkreuzen trägt. Man stellt zuerst auf die Marke des astronomischen Meridians, alsdann so ein, dass die beiden Fadenkreuze des Magneten bei vertikaler Drehung des Fernrohrs nach einander mit dessen Fadenkreuz zusammenfallen; die Differenz beider Einstellungen ist die Deklination. Correctionen sind anzubringen wegen der Asymmetrie des Magneten, wegen der Torsion des Fadens und wegen des Umstandes, dass die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Fadenkreuze des Magneten nicht genau in die Vertikalebene der Fernrohrdrehung fallen wird (s. w. u.).

Das Deklinatorium von GAUSS[2]) setzt sich aus einem gewöhnlichen Magnetometer und einem ihm in einiger Entfernung gegenübergestellten Theodolithen zusammen. Man sorgt zunächst dafür, dass der Magnet torsionsfrei hänge und folglich die Richtung des magnetischen Meridians annehme, was man durch

[1]) GAMBEY, GEHLER's Wörterbuch, Bd. 1, pag. 131.

[2]) GAUSS, Res. a. d. Beob. d. Magn. Ver., Bd. 1. 1836; Ges. Werke, Bd. 5.

Beobachtung der Einstellung eines an die Stelle des Magneten gehängten unmagnetischen Stabes und entsprechende Nachdrehung des Fadens leicht bewerkstelligen kann; dass es eventuell nach mehrmaligem Corrigiren erreicht ist, erkennt man daran, dass der Magnet dieselbe Richtung annimmt, wie der unmagnetische Stab, dass also, wenn Spiegelablesung benutzt wird, derselbe Scalentheil oder (eine Scale ist sonst nicht nöthig) dieselbe Marke im Fernrohr erscheint. Oder man bestimmt annähernd den Winkel φ zwischen den Einstellungen des magnetischen und des unmagnetischen, gleich schweren Stabes und führt die Grösse $\vartheta\varphi$ (ϑ Torsionsverhältniss) als Correction ein. Man stellt dann, mit Hilfe von Stellschrauben, den Spiegel senkrecht zur magnetischen Axe des Stabes, was erreicht ist, wenn nach Umkehrung des Stabes, so dass seine obere Seite zur unteren wird, dieselbe Marke im Fernrohr erscheint. Stellt man nun den Theodolithen einmal auf die astronomische Marke, dann so ein, dass das Spiegelbild einer vor der Mitte des Objektivs aufgestellten Marke ins Fadenkreuz fällt, so erhält man die Deklination. Am bequemsten ist es, die astronomische Marke, eventuell durch Erzeugung eines Bildes mittelst einer Linse in gleiche Sehweite mit der Objektivmarke zu bringen — man kann auch einen hohlen Magneten benutzen, so dass man durch eine Linse am vorderen Ende eine Marke am hinteren Ende betrachten kann. Eine dritte Beobachtungsart wird gleich genannt werden. — Das Deklinatorium oder der magnetische Theodolith von LAMONT[1]) ist annähernd ebenso fein wie der GAUSS'sche und dabei compakter, in so weit das Fernrohr wieder an dem Magnetometer selbst angebracht ist, im Uebrigen zeichnet er sich aus durch eine besondere Art die Fernrohraxe mit der Spiegelnormale, also, wenn diese in die Richtung der magnetischen Axe des Stabes fällt, auch mit dieser zur Coincidenz zu bringen. Diese, inzwischen vielfach auch bei anderen Beobachtungen angewandte und auch für das GAUSS'sche Deklinatorium verwerthbare Einrichtung besteht darin, dass dicht hinter dem Fadenkreuz des Fernrohrs, an dessen Stelle noch besser eine Glasplatte mit einem eingeritzten Kreuz tritt, in die zur einen Hälfte aufgeschnittene Rohrwand ein unter 45° geneigter Spiegel oder ein Prisma eingesetzt ist, dessen zugekehrte Fläche dieselbe Neigung hat; die von der Seite kommenden Strahlen fallen auf das Kreuz, gehen durch das Objektiv zum Spiegel, kehren von dort zurück und erzeugen nun ein Bild des Kreuzes, welches bei normaler Stellung desselben mit dem Kreuz zusammenfällt. — Die neuesten Deklinatorien sind die von BRUNNER und CARPENTIER in Paris, sowie von BAMBERG in Berlin construirten.

Von indirekten Methoden sei hier nur die von TANAKADATÉ[2]) genannt, welche man als Vergrösserungsmethode bezeichnen kann. Eine flache, stromdurchflossene Spule lenkt eine centrale Magnetometernadel ab, ausser, wenn ihre Axe mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt. Ist diese Ablenkung δ, der Winkel zwischen Rollenaxe und Meridian ϑ, die Kraft der Rolle K, so ist näherungsweise

$$\delta = \frac{\vartheta}{1 \pm \frac{H}{K}},$$

so dass man, wenn man durch Wahl der Stromrichtung K negativ und H/K wenig von 1 verschieden macht, δ als stark vergrössertes Bild von ϑ erhält.

---

[1]) LAMONT, Handb. d. Erdmagn., pag. 46. — DOVE's Rep. d. Phys., Bd. 7.

[2]) TANAKADATÉ, Phil. Soc., Glasg. 1889.

Compass. Ein Apparat, der die umgekehrte Bestimmung hat wie ein Deklinatorium, also in den Stand setzt, bei bekannter Grösse der magnetischen Deklination aus dem magnetischen den astronomischen Meridian und damit überhaupt die Himmelsrichtungen zu ermitteln, wird Compass genannt; er gehört bekanntlich zu den ältesten und praktisch, besonders für die Schifffahrt und Vermessungs- und Erdkunde wichtigsten Apparaten. Natürlich könnte man ihn auch als Deklinometer benutzen, wenn er nicht für diesen Zweck zu wenig genau und empfindlich wäre. Der gewöhnliche Reise- und Taschencompass ist zu bekannt, als dass auf ihn hier näher einzugehen wäre, der Vermessungscompass andererseits liegt ausserhalb des Rahmens dieses Buchs. Der Schiffscompass besteht aus einer in einer horizontalen Ebene drehbaren, meist auf eine Spitze gesetzten Magnetnadel, einer fest auf sie aufgelegten, getheilten oder wenigstens mit einer Windrose versehenen, sich mitdrehenden Kreisscheibe und einem festen, deren Peripherie umgebenden, sich nicht mitdrehenden Ringe, auf welchem die Längsrichtung des Schiffes durch zwei Marken bezeichnet ist; der feste Theil des Apparates ist durch cardanische Aufhängung von den Längs- und Querschwankungen des Schiffes unabhängig gemacht. Da die Deklination keine constante Grösse ist (s. Art. »Erdmagnetismus«), kann man auf der Scheibe nicht direkt die astronomischen, sondern muss die magnetischen Richtungen angeben und hieran bei jeder Ablesung die dem Orte und Zeitpunkte derselben entsprechende Correction anbringen.

So einfach in so weit die Lehre vom Compass ist, so verwickelt gestaltet sie sich, wenn man die Störungen oder Deviationen der Nadel durch den Magnetismus des Schiffes berücksichtigen will, was namentlich seit theilweiser oder überwiegender Anwendung des Eisens beim Schiffsbau geradezu unumgänglich geworden ist. Der Magnetismus eines Schiffes lässt sich der Axenrichtung nach in einen horizontalen und einen vertikalen Antheil zerlegen, andererseits seinem Charakter nach in permanenten, subpermanenten und temporären Magnetismus; sie rühren theils von der Lage her, welche die Eisenmassen während ihrer mechanischen Bearbeitung dem Erdmagnetismus gegenüber einnahmen, theils von der Lage, welche diese Massen während der Fahrt des Schiffes dem Erdmagnetismus gegenüber annehmen; jener Theil ist von constantem, resp. allmählich abnehmendem, dieser von fortwährend veränderlichem Betrage, veränderlich insbesondere mit der Schiffsrichtung, seinen Schwankungen und der geographischen Breite, in der es sich befindet; aber auch der constante Theil übt eine von der geographischen Breite abhängige Wirkung auf die Compassnadel aus, weil diese Wirkung in ihrem Verhältniss zu dem von der Breite abhängigen Erdmagnetismus in Betracht kommt. Ferner ist diese Wirkung je nach der Art und Richtung des magnetischen Antheils, von dem sie ausgeht, entweder von semicirkularem oder von quadrantalem Charakter, d. h. sie wird nur bei zwei oder aber bei vier Stellungen des Schiffes null und bei zwei resp. vier anderen ein Maximum oder Minimum. Aus alledem geht hervor, dass die nächstliegende Idee, dem Schiffe Deviationstabellen mitzugeben, kaum durchführbar ist, und dass auch der Versuch, diese Deviationen durch Magnet- und Eisenmassen, die man der Compassnadel in bestimmter Form und Lage gegenüberstellt, zu compensiren, keine einfache Lösung zulassen wird. Trotzdem ist es den Bemühungen von FLINDERS, AIRY, Sir W. THOMSON u. A., die übrigens noch bis in die neueste Zeit hinein fortgesetzt werden, gelungen, eine im Grossen und Ganzen allen Anforderungen genügende Anordnung aufzufinden. Bei der AIRY'schen Anordnung stellt man in der Nähe des Com-

passes longitudinale und transversale Magnete, sowie Barren von weichem Eisen auf. Bei der THOMSON'schen Anordnung werden diese Körper in die Compassbüchse selbst verlegt und, um die dadurch drohenden schädlichen Einflüsse zu vermeiden, die Compassnadel (oder ein System solcher) möglichst leicht gewählt; der semicirkulare Fehler wird durch einen transversalen und zwei longitudinale Magnete compensirt, die unter dem Compass symmetrisch gegen die Vertikale angeordnet sind, wozu dann für die Schwankungen dieses Fehlers mit der geographischen Breite ein vertikaler Weicheisenstab kommt; der quadrantale Fehler wird durch zwei Kugeln von weichem Eisen aufgehoben, welche symmetrisch zu beiden Seiten der Nadelspitzen angebracht sind; endlich compensirt ein vertikaler Magnet den durch die Schwankungen des Schiffes entstehenden Fehler; durch Vorversuche kann man es dann dahin bringen, dass die Compensation eine allgemein gültige ist. Im Uebrigen muss auf die bezügliche Literatur verwiesen werden[1]).

Inklination. Um den Winkel zu bestimmen, den die Richtung der erdmagnetischen Kraft mit der Horizontalen bildet, benutzt man das sogen. Inklinatorium. Es ist das ein dem Deklinatorium zur Seite zu stellender Apparat, der jedoch aus den mehrfach erwähnten Gründen nicht die entsprechende Genauigkeit der Messungen zulässt. Die Magnetnadel ist mit einer durch ihren Trägheitsmittelpunkt gehenden und auf ihrer magnetischen Axe senkrechten Drehungsaxe versehen, deren cylindrisch abgedrehte Zapfen auf zwei glatten, horizontalen Flächen ruhen, so dass sie bei Drehungen der Nadel mit möglichst geringer Reibung auf ihnen rollen; dabei spielen die Spitzen der Nadel auf einem getheilten Vertikalkreise. Der ganze Apparat lässt sich um eine vertikale Axe drehen und mit Hilfe eines Horizontalkreises in einem beliebigen Winkel δ zum magnetischen Meridian einstellen[2]). Bei rechtwinkliger Stellung gegen den Meridian stellt sich die Nadel vertikal ein, bei kleinerem δ bildet sie mit der Horizontalen einen Winkel φ', aus welchem man die Inklination φ aus der Formel

$$tang\,\varphi = cos\,\delta\; tang\,\varphi'$$

findet, wobei man die beiden Stellungen δ östlich und westlich vom Meridian combiniren kann. Gewöhnlich stellt man in den Meridian selbst ein und findet dann φ ohne weiteres. Nur muss man bei allen derartigen Inklinationsbestimmungen den Winkel φ, statt einmal, 8 mal beobachten, nämlich 1) in den beiden, um 180° verschiedenen Stellungen des ganzen Apparats, 2) vor und nach Umlegen der Nadel, so dass oben und unten vertauscht werden, 3) vor und nach Umlegen der Nadel, so dass rechts und links vertauscht werden, 4) vor und nach dem Ummagnetisiren der Nadel durch Streichen mit einem

---

[1]) Die Theorie ist von POISSON zuerst entwickelt worden: Mém. de l'Inst. 5, pag. 521. 1824. — Die AIRY'sche Compensationsmethode ist dargelegt in Trans. R. Soc. 1856. — Die THOMSON'sche in verschiedenen Bänden des Phil. Mag. und der Proc. Edinb. Soc. (eine kurze Darlegung findet sich in Nat. 10, pag. 388. 1874, eine Abbildung des THOMSON'schen Compasses in Encycl. Brit. 6, pag. 228). — Eine ausführliche Uebersicht des ganzen Problems giebt AIRY: Ueber den Magnetismus, deutsch von TIETJEN, Berl. 1874, 10. Abschnitt, eine kürzere MASCART und JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. Magn. 2, pag. 626 ff. Ferner vergleiche man das »Nautische Handbuch« und das »Manual of the deviation of the compass«, sowie GELCICH, Z. f. Instr.-K. 1883, pag. 273, 337 u. 373; endlich die neuesten Bände der letztgenannten Zeitschrift.

[2]) Ein Nadel-Inklinatorium neuester Construction beschreibt WILD in den Mém. Ac. St. Pét. 32, No. 6 und in Zeitschr. f. Instr.-K. 1891, pag. 138. — Ueber eine Fadenaufhängung für Inklinatorien s. JOULE, Proc. Manch. Soc. 8, pag. 171; über eine übersichtliche Kritik der *Inklinatorien* LEYST, *Rep. f.* Met. (Petersb.) 1887, Bd. 10, No. 5.

Magneten; endlich muss man jedes Mal beide Nadelspitzen ablesen. Hierdurch erreicht man, dass man alle etwaigen Unvollkommenheiten des Apparats so weit als möglich eliminirt (Excentricität der Kreistheilung, Nicht-Horizontalität der Lager, mechanische Asymmetrie der Nadel, d. h. transversale und longitudinale Abweichung ihres Schwerpunktes vom Mittelpunkt, magnetische Asymmetrie der Nadel). Man nimmt dann aus allen Messungen das Mittel, bei grösseren Abweichungen der Einzelwerthe von einander kann man auch genauere Combinationsformeln anwenden[1]). Hat man Zeit, so thut man gut, die Nadel, statt sie jedes Mal möglichst rasch zu beruhigen, im Gegentheil langsam ausschwingen zu lassen und aus den Umkehrpunkten die Ruhelagen, die dann durch Reibung nicht mehr getrübt sein werden, zu berechnen.

Indirekte Methoden. Die Methode von LIZNAR[2]) besteht in der Messung von $\frac{H}{M}$ nach GAUSS, andererseits von $\frac{V}{M}$ durch Ablenkung derselben vertikal schwingenden Nadel, woraus dann durch Combination in leicht ersichtlicher Weise $tang\,\varphi = V/H$ folgt.

Bei der Methode von PSCHEIDL[3]) wird ein Magnetstab einmal horizontal, das andere Mal vertikal aufgehängt, in jener Lage durch Schwingungen MH, in dieser durch Schwingungen in der zum Meridian senkrechten Ebene d e Grösse (Moment der Schwere $\pm MV$) bestimmt, je nachdem der Nordpol oder der Südpol unterliegt. Sind t, t_1, t_2 die betr. Schwingungsdauern, K und K_1 die Trägheitsmomente, so ist schliesslich

$$tang\,\varphi = \frac{V}{H} = \frac{K_1\left(\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2}\right)t^2}{2K}.$$

Andere indirekte Methoden zur Bestimmung der Inklination beruhen auf der von den beiden Componenten des Erdmagnetismus ausgehenden Inductionswirkung, und zwar entweder von der Induction von Magnetismus in weichen Eisenstäben oder von elektrischen Strömen in Drahtspulen. Am nächsten liegt es, die Magnetismen, welche ein und derselbe an sich unmagnetische Eisenstab bei vertikaler und horizontaler Lage annimmt, durch Bestimmung ihrer ablenkenden Wirkungen auf eine Magnetnadel zu vergleichen und den *arc tang* des gefundenen Verhältnisses aufzusuchen. Hierin besteht das Verfahren von LLOYD[4]); der Eisenstab wird östlich oder westlich von der Nadel um eine zu seiner Axe und zum Meridian senkrechte Axe drehbar angebracht, das Weitere ergiebt sich von selbst; freilich liegen auch die Uebelstände dieser Methode auf der Hand.

Die Methode von LAMONT[5]) knüpft an dessen oben genanntes Deklinatorium an. Nachdem dessen Spiegel so orientirt ist, dass das Okularkreuz mit seinem Spiegelbilde sich deckt, wird auf das Gehäuse ein Ring geschoben, der an zwei gegenüberliegenden Stellen Fortsätze und an diesen befestigte Eisenstäbe trägt, beide vertikal stehend, aber der eine von der Schwingungsebene der Nadel nach unten, der andere nach oben sich erstreckend. Stellt man diesen Ring so auf, dass die Ebene der beiden Stäbe auf dem Meridian senkrecht steht, so hat man auf der einen Seite der Nadel einen Nordpol, auf der

---

1) Vergl. z. B. KOHLRAUSCH, Leitf. d. pr. Phys., No. 56, oder MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 146.

2) LIZNAR, Rep. de Phys. 23, pag. 306. 1888.

3) PSCHEIDL, Wien. Ber. 80, pag. 1. 1879.

4) LLOYD, Account of the magn. Observ. of Dublin 1842.

5) LAMONT, DOVE's Rep. d. Physik, Bd. 7.

anderen Seite einen Südpol, jeden von der Stärke kV, wo V die Vertikalcomponente des Erdmagnetismus und k der Inductionscoëfficient der Lage ist. Bestimmt man diesen ein für alle Mal für die benutzten Stäbe und nennt man die Ablenkung, welche die Nadel durch die Stäbe erfährt, α, so hat man

$$H \sin\alpha = 2kV,$$

also die Inklination

$$\varphi = arc\ tang \left(\frac{1}{2k} \sin\alpha\right).$$

Zur Elimination aller Asymmetrien thut man gut, den Ring um 180° zu drehen, die Stäbe umzukehren und die Stäbe mit einander zu vertauschen, in allen diesen Stellungen den Winkel α zu messen und schliesslich aus sämmtlichen Werthen das Mittel zu nehmen.

W. WEBER's Erdinductor. Statt den Erdmagnetismus Magnetismus, kann man ihn auch Inductionsströme hervorrufen lassen, und der Vortheil dieser Methode liegt darin, dass Stromstärken bequemer [illegible] exakter gemessen wer[illegible] können, als Magnetism[illegible] der von W. WEBER[1]) co[illegible]struirte Erdinductor ist de[illegible]gemäss von hervorragende[illegible] Bedeutung geworden. E[illegible] besteht aus einer Drahtspul[illegible] von möglichst zahlreiche[illegible] Windungen, deren Drehun[illegible]axe sowohl horizontal [illegible] auch vertikal gestellt [illegible]den kann, und die sich [illegible] jeder von beiden Lagen rasch um 180° drehen läss[illegible] derart, dass ihre Ebene [illegible] und nach der Drehung [illegible] dem einen Falle genau horizontal liegt, in dem anderen Falle genau vertikal und genau senkrecht zum Meridian; man kann sich hiervon entweder mittelst einer kleinen Magnetnadel in rechteckigem Rahmen resp. einer Libelle überzeugen, oder auch mit Hilfe gewisser, an dem Apparate anzubringender Vorrichtungen eine Controll-Versuchsreihe ausführen. Ebenso muss man die Drehungsaxe vor jedem Versuche genau orientiren, d. h. genau horizontal und in den Meridian resp. genau vertikal stellen. Nunmehr beobachtet man die Wirkungen der beiden gedachten Drehungen um 180° auf das Galvanometer, wobei man, da die Ausschlagsmethode eine verwickelte Berechnung erfordern und auch sonst Ungenauigkeiten involviren würde, das Multiplikationsverfahren oder, wenn die Ströme kräftig sind, das Zurückwerfungsverfahren anwendet (s. oben pag. 236 ff.). Sind die schliesslichen Ausschlagsbögen a_1 und a_2, so ist wieder



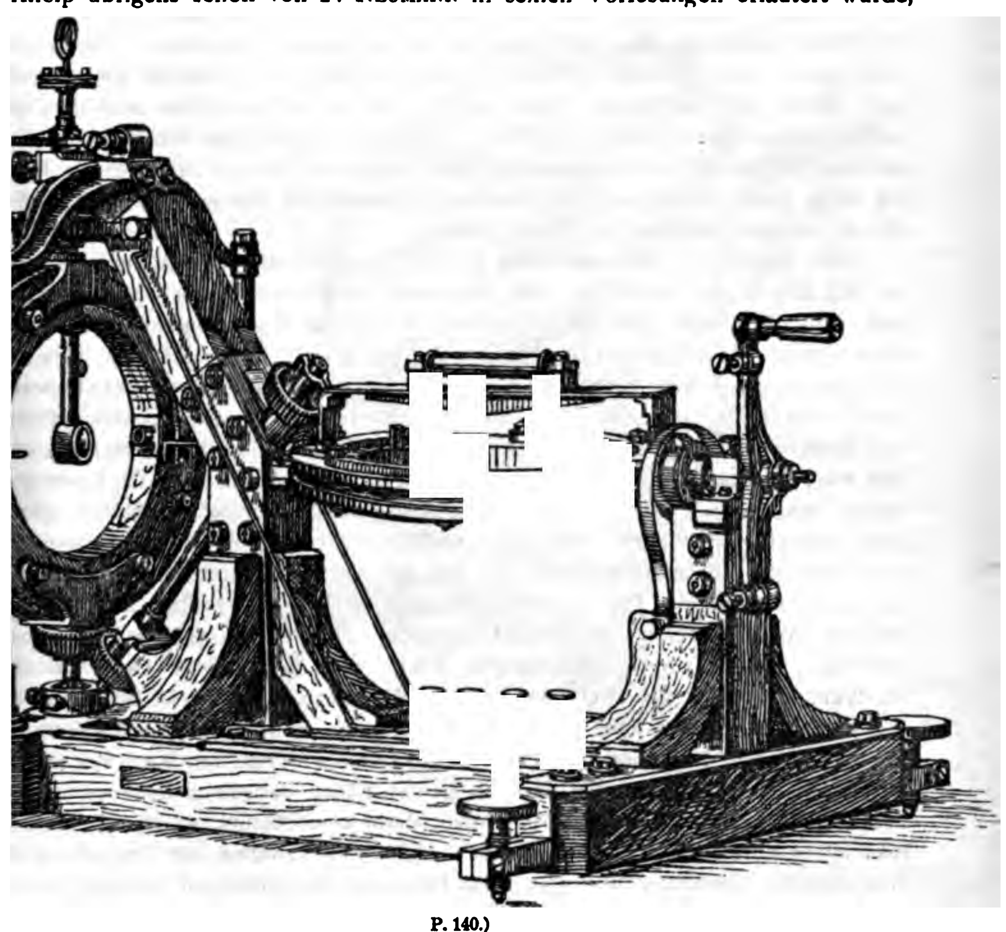
(P. 139.)

[1]) W. WEBER, Abh. Gött. Ges. 5 (2), pag. 3; POGG. Ann. 90, pag. 209. 1853; Werke 2, pag. 277. — Vergl. auch EDELMANN, In.-Diss., Jena 1881 u. »Neuere Apparate«, Stuttg. 1882, *Bd. 1, pag. 113.*

$$\varphi = arc\ tang \frac{a_1}{a_2}.$$

Eine neuere Form des Erdinductors ist nach HARTMANN und BRAUN in ig. 139 dargestellt.

Von den Modifikationen des Erdinductors sind diejenigen von SCHERING, 'ILD, MASCART und LEONHARD WEBER[1]) hervorzuheben. Der letztere, dessen rincip übrigens schon von F. NEUMANN in seinen Vorlesungen erläutert wurde,



P. 140.)

.uft wie der MASCART'sche auf seine Nullmethode hinaus; er hat gegenüber em W. WEBER'schen denselben Vorzug wie das WEBER-KOHLRAUSCH'sche Bifilar-[agnetometer vor dem GAUSS'schen Apparat, nämlich den, dass man die beiden [essungen, die erforderlich sind, statt nacheinander zu gleicher Zeit ausführen ann und somit von zeitlichen Einflüssen unabhängig wird. Der L. WEBER'sche 'ifferential - Erdinductor enthält zu diesem Ende zwei genau gleiche .ollen, die durch eine Zahnrad-Uebertragung so verbunden sind, dass mit der inen auch die andere um 180° gedreht wird, und zwar die eine um eine hori- ›ntale, die andere um eine vertikale Axe (Fig. 140). Die dabei auftretenden ıductionsströme verhalten sich wie die beiden Componenten des Erdmagnetis- ıus, lassen sich aber durch Einschaltung eines an der Drehung nicht theil-

[1]) LEONH. WEBER, Berl. Ber. 1885, pag. 1105.

nehmenden Widerstandes in den Kreis der einen Spule gleich machen, sodass sie, in ein Differentialgalvanometer geschickt, die Nadel desselben in Ruhe lassen; nennt man alsdann die gesammten Widerstände der beiden Stromkreise w_v und w_k, so ist einfach

$$\varphi = arc\, tang \frac{w_k}{w_v}.$$

Statt des Differentialgalvanometers kann man auch mit einem gewöhnlichen Galvanometer oder selbst Galvanoskop auskommen, wenn man eine geeignete Schaltung anwendet. Da die beiden Rollen nie absolut gleich ausfallen werden, muss man zur Erreichung grösster Genauigkeit die beiden Rollen mit einander vertauschen und aus beiden Messungen das Mittel nehmen; hat man dies einmal gethan, so kann man sich jedoch einen die Ungleichheit der beiden Rollen berücksichtigenden Correctionsfaktor verschaffen und kommt dann in der Folge mit einer einzigen Messung aus, sodass nunmehr eine Messung der Inklination sich in wenigen Minuten ausführen lässt.

Eine andere Unvollkommenheit der W. WEBER'schen Methode zu beseitigen, ist der Zweck der Methoden von SCHERING[1]) und von WILD[2]). Jene Methode setzt nämlich voraus, dass die Dämpfung, welche die Galvanometerrolle auf die schwingende Nadel ausübt, in beiden Fällen gleich gross sei; da dies bei empfindlicheren Rollen nicht der Fall ist, müsste man auf Grund der Theorien von CHWOLSON[3]) und SCHERING[4]) die Verschiedenheit berechnen, was mühsam und unsicher wäre. Bei den Differentialmethoden fällt diese Schwierigkeit natürlich weg, und auch bei dem gewöhnlichen Induktor könnte man sie beseitigen, indem man durch Einschaltung eines Widerstandes beide Ausschläge gleich gross macht. Man kann aber noch andere Wege einschlagen. So kann man nach SCHERING aus einigen Beobachtungen mit der Inklination nahen Richtungen der Drehungsaxe der Induktorrolle diejenige Richtung derselben ableiten, bei welcher gar keine Induction stattfinden würde. Dies ist die genaue Inklinationsrichtung. Oder (vergl. insbesondere WILD) man beobachtet ganz wie bei W. WEBER, nämlich bei zwei Lagen der Drehungsaxe, die eine ist auch hier die vertikale Lage, die andere ist diejenige Richtung, welche mit der Inklinationsrichtung nahezu denselben Winkel wie die Vertikale bildet, nur nach der andern Seite; die Ausschläge werden dann in beiden Fällen nahezu gleich, und folglich auch die Dämpfung dieselbe. Man erhält dann eine Formel, welche die genaue Inklination darstellt als die Summe der ungefähr bekannten, zur Einstellung der Drehungsaxe benutzten und eines die Differenz der gedachten Ausschläge enthaltenden Zusatzgliedes. Die Resultate, welche WILD mit einem auf diese Idee gegründeten Erdinduktor erzielt hat, zeigen eine grosse Genauigkeit, das Verfahren ist aber immerhin ziemlich umständlich.

Weitere Methoden beruhen auf dem Princip der Waage, es muss jedoch hier genügen, nur kurz auf sie hinzuweisen. Man kann solche Waagen entweder wie bei der LLOYD'schen und der TÖPLER'schen (s. o.) Waage, mit Magneten combiniren (wofür aber absolute Resultate noch nicht vorzuliegen scheinen) oder mit Stromspulen, wie bei der Waage von C. L. WEBER[5]). Diese Waage

[1]) SCHERING, Tagebl. d. Nat. Vers. Cassel 1878, pag. 42; Gött. Nachr. 1882, pag. 345.

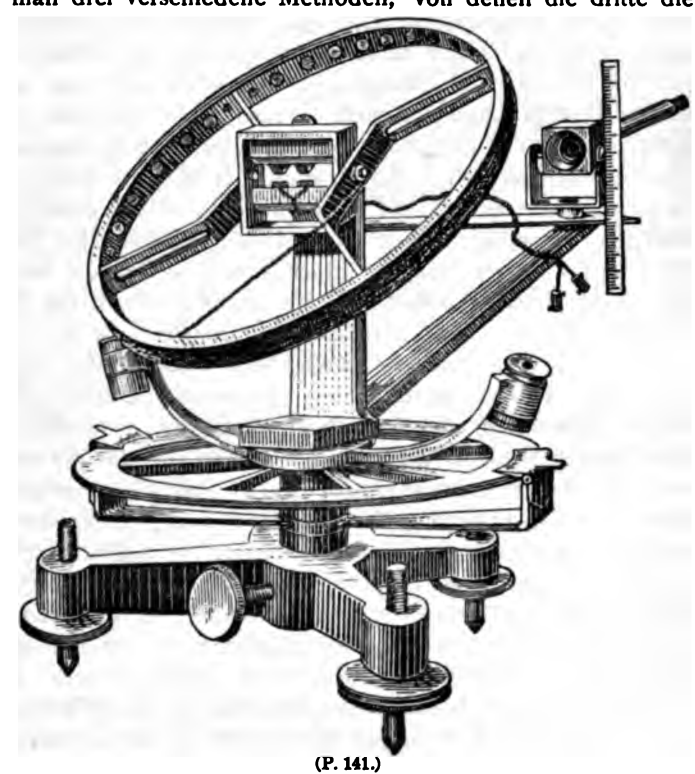
[2]) WILD, Mém. Ac. St. Pét. 1878, No. 8; Bull. 1881, pag. 320 und Mém. 1890, No. 3, Zeitschr. f. Inst.-K. 1891, pag. 203 u. 248.

[3]) CHWOLSON, Mém. Ac. St. Pét. 1879, No. 14; 1880, Nr. 3.

[4]) SCHERING. WIED. Ann. 9, pag. 287. 1879.

[5]) C. L. WEBER, WIED. Ann. 35, pag. 810. 1888; 43, pag. 659. 1891.

besteht aus einer drehbaren Tragsäule, einem Waagebalken mit Schalen und einer mit dem Waagebalken verbundenen, einem Stromkreis zugehörigen Drahtspule; das Gleichgewicht ist also von den mechanischen Kräften einerseits, d. h. von dem der Waage sammt aufzulegenden Gewichten zukommenden Moment der Schwere, andererseits von den elektromagnetischen Kräften, d. h. dem Produkt aus Windungsfläche, Stromstärke und der betreffenden Componente des Erdmagnetismus abhängig. Je nachdem man den Stromkreis vertikal, horizontal oder unter 45° orientirt, erhält man drei verschiedene Methoden, von denen die dritte die bequemste ist, weil man bei ihr die bei den beiden anderen noch erforderlichen Ablenkungsbeobachtungen an einem besonderen Instrumente ganz vermeiden kann, indem man zwei Beobachtungen mit senkrecht und parallel zum Meridian stehenden Waagebalken mit einander combinirt. — Uebrigens hat später C. L. Weber[1]) die Methode so modificirt, dass er den Stromkreis zwar beibehalten, die Wägung aber aufgegeben und durch ablenkende Nullmethode ersetzt hat



(P. 141.)

(Fig. 141). Ist nämlich der um einen horizontalen Durchmesser leicht drehbare Stromkreis in seiner natürlichen Lage etwas steiler als die Inklination, der Winkel also γ statt φ, so ist, wenn die Schwingungsebene senkrecht zum Meridian steht, das Drehungsmoment $V \cdot fi \cos\gamma$, im Meridian kommt noch $\pm Hfi \sin\gamma$ hinzu, in einer Zwischenlage (Winkel α gegen den Meridian) $Hf \sin\gamma \cos\alpha$; für ein gewisses α wird nun $Vfi \cos\gamma = Hf \sin\gamma \cos\alpha$, und dann ist

$$\tang\varphi = \tang\gamma \cdot \cos\alpha.$$

Man braucht also lediglich zwei Winkel zu messen.

Schliesslich ist noch auf die oben skizzirte elektrodynamische Drehwaage von Riecke (pag. 83) zurückzuverweisen. Combinirt man nämlich diesen Apparat, welcher das Produkt Vi aus Vertikalintensität und Stromstärke liefert, mit einem Bifilar-Galvanometer, aus dem sich Hi ergiebt, so findet man

$$\frac{V}{H} = \tang\varphi = \frac{2FR}{r} \frac{D}{D' l^2 \left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{\delta}{l}\right)^2\right]} \frac{n\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{N\left[1 - \left(\frac{N}{2R}\right)^2 + 2\left(\frac{N}{2R}\right)^4\right]},$$

[1]) C. L. Weber, Wied. Ann. 43, pag. 659. 1891.

wo D und D' die mechanischen Drehungsmomente für Drehwaage und Galvanometer, F die Windungsfläche der Rolle des letzteren und n, r resp. N, R Ablenkung und Abstand der Skalen zur Beobachtung der Drehwaage resp. des Galvanometers sind. Die Methode ist, wie man sieht, mühsam, aber sie liefert, wie es scheint, Werthe, deren Genauigkeit $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ Bogenminute beträgt.

Relative Messung magnetischer Intensitäten und Richtungen.

Die bisherigen Auseinandersetzungen bezogen sich auf die absolute Messung einer Reihe magnetischer Grössen, nämlich von Stabmagnetismen, des Erdmagnetismus und seiner beiden Componenten, der erdmagnetischen Deklination und Inklination. Die bezüglichen Methoden enthalten natürlich, da sie von weitergehendem Charakter sind, ebenso viele Methoden zu lediglich relativen Bestimmungen der gedachten Grössen. Der Apparat dieser Methoden wird sich sogar in experimenteller und rechnerischer Hinsicht meist sehr beträchtlich vereinfachen, wenn es sich nur darum handelt, unter einander vergleichbare Werthe einer und derselben Grösse zu gewinnen. Andererseits freilich wird es gerade für derartige Vergleichungen, zumal, wenn es sich um wenig von einander abweichende Werthe handelt, auf die Empfindlichkeit der Methoden ankommen, sowie darauf, dass man wirklich *ceteris paribus* arbeitet, d. h. dass die Anordnungen in den verschiedenen Fällen sich ausschliesslich hinsichtlich der zu vergleichenden Grösse unterscheiden. Unter diesen Umständen nehmen die Methoden nicht selten eine veränderte Gestalt an, eine Gestalt, die für die absoluten Werthe weniger, um so empfindlicher aber für die relativen ist. Namentlich spielen hier ganz allgemein zwei Beobachtungsformen eine wichtige Rolle, nämlich die Querstellung der zur Beobachtung dienenden Magnetnadel durch Torsion und die Compensationsanordnung, bei welcher der absolute Hauptbetrag der betreffenden Grösse ganz herausfällt und der die Vergleichungsgrössen charakterisirende Antheil auch deshalb deutlicher hervortritt. Die Resultate der Beobachtungen an den Vergleichsapparaten sind dann eventuell noch mit Hilfe absoluter Apparate auf absolutes Maass zurückzuführen, d. h. 1) der absolute Werth irgend einer beobachteten Zahl und 2) der Werth einer Differenz zweier Beobachtungszahlen, d. h. der Skalenwerth des Relativinstrumentes zu ermitteln. Im Uebrigen kann hier nur Weniges angeführt werden; die Bedeutung der meisten Methoden erstreckt sich wesentlich auf die Geophysik, daneben ist die Anwendung der betreffenden Apparate zur Controlle der oben beschriebenen absoluten Methoden zu nennen[1]).

Vergleichung von Stabmagnetismen. Die bezüglichen Methoden ergeben sich aus dem früheren ohne Weiteres. Von den beiden Methoden, der Ablenkungen und der Schwingungen, die für absolute Messungen zu combiniren waren, ist hier jede für sich ausreichend. Eine für rasche Vergleichungen sehr bequeme Methode hat BOUTY[2]) angegeben. Man hängt die beiden Magnete an demselben Gerüst, aber hinreichend weit von einander entfernt auf, wählt irgend einen Winkel ϑ zwischen ihren Richtungen und beobachtet den Winkel α, in den sich der Stab M gegen den Meridian stellt; dann ist

[1]) Ausser der oben (pag. 84 u. A.) gegebenen Speciallitteratur für erdmagnetische Messungsmethoden mögen hier noch angeführt werden: GAUSS, Res. a. d. Beob. d. magn. Ver. 1836 bis 1841 u. Ges. Werke, Bd. 5; F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 15, pag. 533. 1882; 19, pag. 130. 1883; 29, pag. 47. 1886. — Ferner die von NEUMAYER und WILD verfassten Anleitungen zu magn. Beob. auf Reisen.

[2]) BOUTY, Ann. Ec. norm. (2) 4, pag. 9. 1875.

$$\frac{M'}{M} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\vartheta - \alpha)},$$

speciell wenn die Magnete senkrecht zu einander gerichtet werden:

$$\frac{M'}{M} = \operatorname{tang}\alpha.$$

Als dritte reiht sich ihnen die Methode der Inductionsströme in Spulen an, die man der Wirkung der zu vergleichenden Magnete in jedesmal gleicher Weise plötzlich aussetzt oder plötzlich entzieht, eine Methode, die vor den beiden ersten den Vortheil voraus hat, dass sie von den Schwankungen des Erdmagnetismus unabhängig ist. Will man zwei Stäbe von wenig verschiedenem Magnetismus vergleichen, so kann man ihre ablenkenden oder ihre inducirenden Wirkungen compensiren, d. h. sie in entgegengesetztem Sinne auf eine Ablenkungsnadel oder auf ein mit ihren Spulen verbundenes Galvanometer wirken lassen und die Differentialwirkung messen, wobei das specielle Verfahren sich verschieden gestalten wird, je nachdem es darauf ankommt, die Differenz oder das Verhältniss der Magnetismen zu ermitteln, Grössen, deren jede in besonderen Fällen wissenswerth ist. Zu derartigen relativen Messungen gehören schliesslich auch diejenigen des Inductionscoëfficienten eines Stabes durch die Erde (s. ob. pag. 81), und des Temperaturcoëfficienten eines Stabes (s. ob. pag. 68 sowie weiter unten in »Magnetismus und Wärme«).

Intensitätsvariometer. Die zeitlichen Variationen der Horizontalintensität des Erdmagnetismus könnte man durch Schwingungs- oder Ablenkungsbeobachtungen verfolgen, die ersteren sind aber zeitraubend und kommen darum nicht wesentlich in Betracht. Für die Ablenkungsmethoden wird, wie schon bemerkt wurde, meist die gegen den Meridian senkrechte Stellung des hängenden Magneten benutzt, die zugleich den Vortheil bietet, dass Aenderungen der Deklination einflusslos bleiben. Dagegen müssen in alle folgenden Formeln zur Erzielung grösserer Genauigkeit Correctionsglieder für die Temperatur und die zeitliche Schwächung des Stabmagnetismus eingeführt werden, wozu am besten von Zeit zu Zeit anzustellende Controllversuche dienen. Zur Erzielung der Quer- oder einer andern Zwangsstellung der Magnetnadel können verschiedene Wege eingeschlagen werden. Ein solcher besteht in der Torsion des Fadens, an welchem der Magnet unifilar hängt; tordirt man um den Winkel α und folgt der Magnet um den Winkel φ, so ist, wenn ϑ das Torsionsverhältniss ist, die einer Aenderung von φ und $\delta\varphi$ entsprechende relative Aenderung von H durch die leicht abzuleitende Gleichung

$$\frac{\delta H}{H} = \frac{\cos\varphi + \vartheta}{\sin\varphi}\,\delta\varphi$$

gegeben, also, wenn $\varphi = 90°$ gewählt wird, sehr einfach:

$$\frac{\delta H}{H} = \vartheta \cdot \delta\varphi.$$

Zuverlässiger ist die Anwendung der bifilaren Aufhängung, für welche die entsprechende allgemeine Formel

$$\frac{\delta H}{H} = [\operatorname{cotang}(\alpha - \varphi) + \operatorname{cotang}\varphi]\,\delta\varphi$$

gilt, für $\varphi = 90°$ die specielle Gleichung

$$\frac{\delta H}{H} = -\operatorname{tang}\alpha \cdot \delta\varphi,$$

(wobei angenommen ist, dass der ganze Drehungswinkel α unter 180° bleibt) oder, wenn man statt α den Winkel einführt, um den die Bifilarebene unten gegen oben gedreht ist, d. h. den Winkel $\alpha - \varphi = \beta$:

$$\text{allgemein:} \quad \frac{\delta H}{H} = (cotang\,\beta + cotang\,\varphi)\,\delta\varphi,$$

$$\text{für } \varphi = 90°: \quad \frac{\delta H}{H} = cotang\,\beta \cdot \delta\varphi.$$

Bei Spiegelablesung mit einer um r entfernten Skala kann man $\delta\varphi$, da es stets klein sein wird, durch $\delta s/2r$ ersetzen, wo δs die Aenderung der Skalenablesung ist. Das Temperaturglied hat, wenn $-\mu$ der Temperaturcoëfficient der Nadel und β der Ausdehnungscoëfficient der Drähte ist, die Form $(\mu + \beta)\delta t$, das Zeitglied, wenn a der Schwächungscoëfficient ist, die Form $-a \cdot \delta T$, unter Umständen muss man endlich auch noch die eigene Torsion der Drähte berücksichtigen. — Eine dritte Methode, die Nadel quer zu stellen, besteht in der geeigneten Gegenüberstellung von Magnetstäben, sogen. Deflektoren. Die allgemeine Gleichung lautet hier

$$\frac{\delta H}{H} - tang(\varphi + \alpha)(\delta\varphi + \delta\alpha) = \frac{\delta F}{F} + cotang\,\varphi\,\delta\varphi,$$

wo F die Grösse der vom Deflektor am Orte der Nadel ausgeübten Kraft, φ ihr Winkel mit der abgelenkten Nadel und α ihr Winkel mit der Normale des Meridians ist; für Querstellung wird unter Vernachlässigung von δF, also der Aenderungen des Stabmagnetismus wiederum sehr einfach

$$\frac{\delta H}{H} = cotang\,\varphi\,\delta\varphi,$$

die beiden Correctionsglieder für Temperatur und Zeit sind hier beide negativ zu nehmen, φ kann man bestimmen, indem man diejenige Stellung des Magneten sucht, bei welcher er ohne Einfluss auf die Nadelstellung ist; eine andere Anordnung ist mit $\varphi = 45°$, es ist dann unter Berücksichtigung der Aenderung der Deklination D

$$\frac{\delta H}{H} = 2\delta\varphi + \delta D.$$

Statt eines Deflektors kann man nach F. KOHLRAUSCH (Fig. 142) zweckmässig deren vier verwenden, die man ähnlich auf einem Rahmen anordnet wie beim Compensations-Magnetometer (pag. 71), wobei man dann zugleich den Vortheil hat, den Winkel α aus der Drehung des Rahmens ableiten zu können.

Die Aenderungen der Vertikalcomponente des Erdmagnetismus kann man in ähnlicher Weise an einer als Waagebalken eingerichteten Inklinationsnadel verfolgen oder man kann hierzu die schon erwähnten Apparate von LLOYD, WILD, TÖPLER u. A. benutzen.

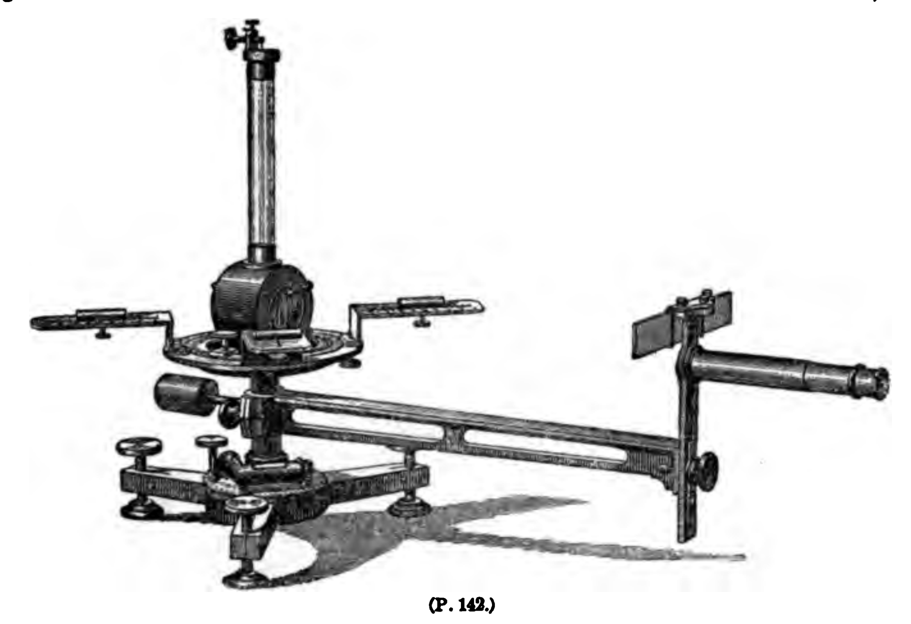
Einen besonderen Apparat für diesen Zweck, das »Quadrifilar-Magnetometer«, haben E. und K. SCHERING[1]) construirt. Der Magnet hängt hier in eigenthümlicher Weise an zwei Fadenpaaren, die, schräg durchs Zimmer laufend, an entgegengesetzten Wänden befestigt sind; die verticalen Drehungen werden mit Spiegel und verticaler Scala verfolgt.

Deklinations- und Inklinationsvariometer. Ueber die Verfolgung der zeitlichen Aenderungen der Deklination ist wenig zu sagen, meist beobachtet

---

[1]) K. SCHERING, WIED. Ann. 23, pag. 686. 1884. — Auch von BIESE in HELSINGFORS ist ein Verticalvariometer construirt worden.

man die Einstellungen der Nadel selbst, eine andere Methode, der sich eine beliebige Empfindlichkeit geben lässt, besteht in der Umkehrung der Nadel um 180°, so dass ihr Nordpol nach Süden, ihr Südpol nach Norden zeigt[1]. Ferner kommt hier die TÖPLER'sche Waage mit zum Meridian senkrecht gestellter Schwingungsebene in Betracht[2]. — Für die Inklination liefern die oben angegebenen absoluten Methoden zum Theil sehr einfache Variationsformeln, so



(P. 142.)

namentlich die Methode von LAMONT sowie die verschiedenen Erdinductoren, für die LAMONT'sche Methode gilt z. B. die Formel

$$\delta\varphi = \frac{\cos^2\varphi}{2k\cos^2\alpha}\,\delta\alpha + \left(\frac{\tang\alpha\cos^2\varphi}{2k} - \sin\varphi\cos\varphi\right)\frac{\delta H}{H},$$

wo φ und $\delta\varphi$ die Inklination und ihre Aenderung, α und $\delta\alpha$ die Ablenkung und ihre Aenderung, k der Inductionscoëfficient der LAMONT'schen Stäbe ist (pag. 89), eine Formel, welche unter bestimmten Umständen eine einfachere Gestalt annimmt.

Magnetographen. Wie in anderen Gebieten der Messkunde hat man auch hier, um die häufige Ablesung zu ersparen und um überdies statt einer Reihe von Einzelwerthen eine fortlaufende Curve der betreffenden Grösse zu erhalten, selbstregistrirende Apparate eingeführt und in den grossen magnetischen Observatorien, z. B. in Kew (England), im Park St. Maur (Frankreich), Potsdam (Deutschland) aufgestellt. Die Registrirung erfolgt durchweg nicht eigentlich auf graphischem, sondern auf photographischem Wege, indem der von einem Lichtpünktchen ausgehende und vom Drehspiegel des betr. Apparates reflektirte Strahl auf eine mit empfindlichem Papier bespannte Walze geworfen wird, welche sich vermöge eines Uhrwerks täglich einmal herumdreht. Derartige Magnetographen sind u. A. von AIRY, LEU, MASCART, ESCHENHAGEN construirt worden.

---

1) MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 141.

2) Vergl. FREYBERG, WIED. Ann. 25, pag. 514. 1885.

Vergleichung erdmagnetischer Grössen an verschiedenen Orten. Der Messung der zeitlichen Relativwerthe der erdmagnetischen Elemente schliesst sich die entsprechende Aufgabe für örtliche Verschiedenheiten an, eine Aufgabe, die bei ihrer Wichtigkeit für wissenschaftliche Reisen sehr zahlreiche Bearbeitungen gefunden und zur Construction von Reiseapparaten geführt hat, welche die Bequemlichkeit des Transports und der Beobachtungen und Dauerhaftigkeit mit verhältnissmässig grosser Genauigkeit verbinden, und die man, wenn sie für sämmtliche Elemente des Erdmagnetismus brauchbar sind, Universalmagnetometer nennt. Aber auch für physikalische Zwecke sind lokale Vergleichsmethoden oft von Wichtigkeit, zumal da die magnetischen Elemente häufig schon an zwei nahe bei einander befindlichen Orten, z. B. innerhalb eines und desselben Gebäudes, wenn es nicht (wie moderne magnetische Observatorien) ganz eisenfrei gebaut ist, beträchtliche Verschiedenheiten aufweisen. Die beiden nächstliegenden, hier anzuwendenden Methoden zur Vergleichung von H sind natürlich wiederum die Schwingungs- und die Ablenkungsmethode; bei jener hat man

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2}$$

(t_1 und t_2 Schwingungsdauer einer und derselben Nadel an den beiden Orten), bei dieser

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{tang\,\alpha_2}{tang\,\alpha_1}$$

(α_1 und α_2 Ablenkung der Nadel an den beiden Orten). Den Einfluss der zeitlichen und Temperatur-Aenderungen darf man auch hier nicht unberücksichtigt lassen, man kann aber den ersteren grösstentheils eliminiren, wenn man die erste Beobachtung nach der zweiten wiederholt, oder auch, indem man an den beiden Orten gleichzeitig mit je einer Nadel (und eventuell je einem Ablenkungsstab) beobachtet, diese dann vertauscht und schliesslich auch hier wieder die erste Beobachtung wiederholt. Zu derartigen lokalen Vergleichungen lässt sich z. B. das compensirte Magnetometer von F. Kohlrausch gut verwenden. Weniger zeitraubend als die eine und empfindlicher als die andere der genannten Methoden ist jedoch auch hier die Methode der erzwungenen Querstellung der Nadel, wozu (besser als andere Directionskräfte) Ablenkungsstäbe dienen; ein derartiger Apparat ist das Ablenkungsvariometer von Kohlrausch[1]) (s. o. Fig. 142). Muss man diese Stäbe, um Querstellung der Nadel zu erzielen, so orientiren, dass der Winkel der Kraft mit der Nadel φ ist, und ist an dem anderen Orte alsdann die Abweichung von der Querstellung δ, so hat man

$$\frac{H_1 - H_2}{H_1} = \delta\, tang\,\varphi.$$

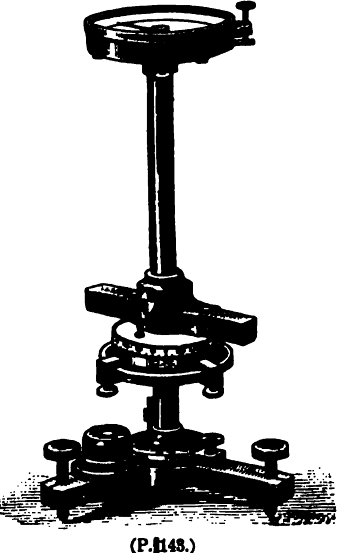
In der Ausführung gestaltet sich die Messung am besten folgendermaassen: Als Magnetnadel benutzt man einen auf beiden Seiten spiegelnden magnetischen Stahlspiegel, orientirt ihn in der gedachten Weise, dreht die Deflektoren resp. den sie tragenden Rahmen (pag. 96) um einen solchen Winkel 2φ, dass der Spiegel sich um nahe 180° dreht und misst die dabei gegen die erste Stellung eintretende Verschiebung n des Bildes einer um r entfernten Skale; die entsprechende Beobachtung (n') führt man an dem anderen Orte aus und findet dann

$$\frac{H' - H}{H} = \frac{tang\,\varphi}{4r}(n' - n);$$

hierbei ist für beide Orte gleicher Skalenabstand angenommen, man braucht überdies gar nicht mit grossem Skalenabstand zu beobachten und kann folglich,

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 19, pag. 130. 1883.

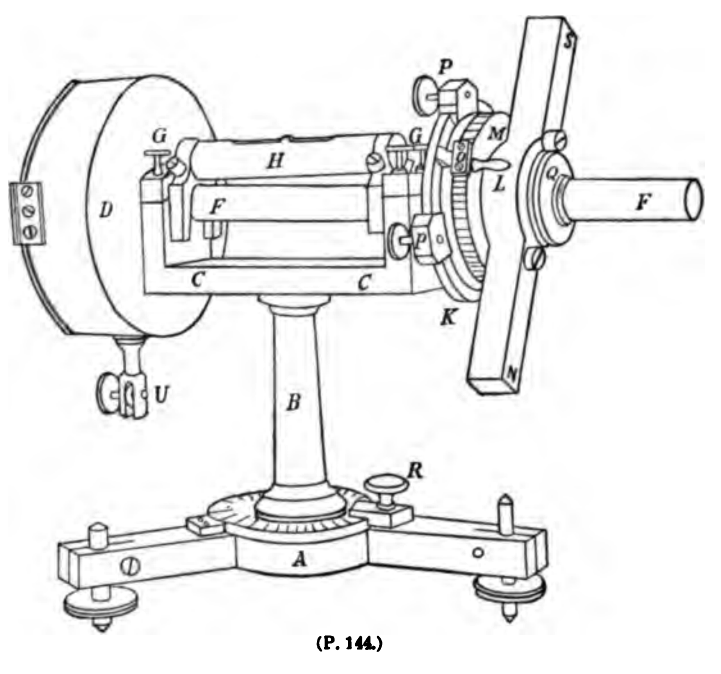
was für einen transportablen Apparat sehr wichtig ist, Skale und Fernrohr durch einen Arm mit dem Apparate fest verbinden, wie dies die Figur zeigt. Die Temperaturcorrection hat wieder die Form $\mu(t' - t)$, wo μ durch zwei Vergleichsversuche bei hoher und niederer Temperatur ein für allemal bestimmt werden kann.



(F. 143.)

Neuerdings hat F. KOHLRAUSCH[1]) ein kleines sehr compendiöses Lokalvariometer angegeben dessen Benutzung in sehr einfacher und rascher Weise zum Ziele führt (Fig. 143). Es enthält eine horizontal bewegliche Nadel auf hohem Stativ und einen um letzteres als Axe drehbaren, an seinem Fusse angebrachten Magneten; man stellt diesen nordsüdlich ein, so dass die Nadel sich in umgekehrter Zwangslage befindet, dreht ihn dann um einen gewissen Winkel und beobachtet die entsprechende Drehung der Nadel.

In vielen Fällen ist es wichtig, nicht bloss die horizontale Componente, sondern den ganzen Erdmagnetismus in seinen bekannten Schwankungen zu verfolgen; hierzu dient das Gebirgsmagnetometer von O. E. MEYER[2]). Man kann sich dieses Instrument (Fig. 144) durch Umlegung aus dem von KOHLRAUSCH entstanden denken; das Stativ läuft in einen horizontalen Träger aus, an dessen einem Ende die Inklinationsnadel, an dessen anderem Ende der Deflektor sich befindet, und der mit diesen Theilen um das Stativ drehbar ist. Man bringt bei entferntem Deflektor die Nadel zunächst in den Meridian und in die Inklinationsrichtung, dann mittelst des Deflektors in die umgekehrte Zwangslage und bringt ihr schliesslich durch die Drehung des Deflektors eine Ablenkung bei. Wählt man den Drehungswinkel des Deflektors φ so, dass der Drehungswinkel ω der Nadel an einem bestimmten Orte 90° wird, und beobachtet



(F. 144.)

[1]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 29, pag. 47. 1886.
[2]) O. E. MEYER, WIED. Ann. 40, pag. 489. 1890.

man an einem anderen Orte $\omega + \delta$, so sind Verhältniss und relative Differenz der ganzen Erdmagnetismen durch die Formeln

$$\frac{R'}{R} = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta}, \quad \frac{R' - R}{R} = \tang\varphi \tang\delta$$

bestimmt. Bei beiden Apparaten resp. Formeln sind die höheren Glieder der magnetischen Fernwirkung vernachlässigt, der betr. Fehler macht sich aber bei den Beobachtungen kaum geltend.

Schliesslich sei noch auf ein Specialkapitel hingewiesen, welches für erdmagnetische Messungen von grosser Wichtigkeit ist, nämlich auf die besonderen Einrichtungen für magnetische Messungen in hohen Breiten, in denen die Verhältnisse ganz anders liegen als in mittleren Breiten, und in denen es z. B. sehr unzweckmässig sein würde, die Messung des dort sehr kleinen H zur Grundlage aller anderen Messungen zu machen. Vielmehr wird man dort V oder die ganze Kraft R direkt messen, z. B. nach dem LLOYD'schen (pag. 83) Verfahren[1]. Im Uebrigen muss es genügen, auf eine zusammenfassende Schrift von WEYPRECHT[2]) hinzuweisen.

Messung magnetischer Felder.

Die Aufgabe, die Stärke und Richtung irgend eines magnetischen Feldes (pag. 20) zu bestimmen, ist eine Verallgemeinerung der Aufgabe, dieselben Grössen für den Erdmagnetismus, also Intensität, Deklination und Inklination zu ermitteln. Handelt es sich um künstlich erzeugte Felder von schwacher Intensität, also von einer Intensität, welche von derselben Grössenordnung ist wie H, V oder $R = \sqrt{H^2 + V^2}$, so können die oben aufgeführten Methoden natürlich ohne Weiteres Anwendung finden; liefert doch jede Messung von H, die in einem von Lokaleinflüssen nicht freien Raume angestellt ist, streng genommen die Stärke und Richtung eines theils natürlichen, theils künstlichen Feldes. Für starke Felder, wie es die absichtlich und zu bestimmten Zwecken erzeugten meist sind (Felder von Elektromagneten, Dynamomaschinen u. s. w.) kommen dann besondere Methoden hinzu. Ueber diese giebt das Folgende eine gedrängte Uebersicht, ohne dass dabei auf die — meist ganz andern Kapiteln angehörige — Theorie der Methoden näher eingegangen wird.

1) Die gewöhnlichen magnetischen Methoden (Schwingungen und Ablenkungen). — Hierher gehört auch eine eigenartige, von P. MEYER untersuchte Methode[3].

2) Inductionsmethode[4]. Sie beruht auf der Induction von Magnetismus in weichem Eisen oder von Strömen in Drahtspulen, welche eintritt, sobald diese Prüfkörper ihre Lage gegen die Kraftlinien ändern; man benutzt fast ausschliesslich Drahtspulen, stellt sie mit ihrer Ebene senkrecht gegen die Kraftlinien und dreht sie alsdann um einen bestimmten Winkel; je nach dem Winkel tritt in dem Ausdruck für die Feldstärke ein andrer Faktor auf, für 90° ist er 1, für 180° (der methodisch bequemste Fall) ist er $\frac{1}{2}$. Die Methode entspricht offenbar der Anwendung des Erdinduktors. Die relative Feldstärke ist *ceteris paribus* einfach dem Ausschlag des Galvanometers proportional. Um

---

[1]) LLOYD, Trans. Ir. Ac. 23. 1858; vergl. Encycl. Brit. 16, pag. 160.

[2]) WEYPRECHT, Prakt. Anl. z. Beob. d. magn. Erschein. in hohen Breiten. Wien 1881.

[3]) P. MEYER, Ueb. d. Messung homogener Magnetfelder u. s. w. In.-Diss. Heidelb. 1889. Elektrotechn. Zeitschr. 1889, pag. 582.

[4]) Wohl zuerst von VERDET systematisch benutzt, vergl. Compt. rend. 38, pag. 613; 39, pag. 548. 1854.

die Feldstärke in absolutem Maasse zu erhalten, muss man dann noch die Windungsfläche der Spule, den Widerstand des ganzen Stromkreises, sowie Schwingungsdauer, Reduktionsfaktor und Dämpfungsverhältniss des benutzten Galvanometers bestimmen. Man kann die Ermittelung dieser Grössen mit Ausnahme der ersten vermeiden, wenn man in den Stromkreis des Galvanometers und der Spule einen Erdinductor einschaltet und die Ausschläge b und B bei Umlegung der Spule und des Erdinduktors (des letzteren z. B. um eine vertikale Axe) nach einander beobachtet[1]); sind f und F die Windungsflächen von Spule und Erdinduktor, so ist dann die Feldstärke

$$M = \frac{F}{f} \cdot \frac{b}{B} \cdot H.$$

Statt die Spule zu drehen, kann man sie auch aus dem Felde herausziehen. Ferner kann man bei elektrisch erregten Feldern auch den erregenden Strom umkehren, erhält dann aber nicht genau denselben Werth, weil in M die Componente des Erdmagnetismus nach der Richtung von M das eine Mal mitenthalten ist, das andere Mal aber nicht; soll sie nicht einbegriffen werden, so kann man sie im ersten Falle natürlich leicht in Abzug bringen. Häufig handelt es sich um die Messung des Magnetismus, den bestimmte Körper in Feldern von bestimmter Stärke annehmen, und es können dann beide Grössen (die Ursache und die Wirkung) durch Inductionsströme in je einer besonderen Spule gemessen werden; man sieht leicht ein, wie sich diese Messung dann gestaltet.

3) Dämpfungsmethode. Die Dämpfung der Schwingungen, welche ein Leiter in einem Magnetfelde erfährt, ist nicht unbeträchtlich; ihr logarithmisches Decrement, das sich sehr genau ermitteln lässt, ist dem Quadrate der Feldstärke proportional; diese übrigens zeitraubende Methode ist überdies immer nur für sehr starke Felder anwendbar[2]).

4) Optische Methode. Sie beruht auf der elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichts, die mit der Feldstärke und der Dicke der — in der Richtung der Kraftlinien — durchsetzten Schicht proportional ist; zur absoluten Auswerthung dient die für Schwefelkohlenstoff sehr genau bekannte Drehung für die Feldstärke 1 und die Schichtdicke 1 (VERDET'sche Constante, vergl. w. u.), welche für Natriumlicht und bei 20° in Bogenwerth 1·0000122 oder in Minuten 0·042 beträgt[3]). Auch diese Methode ist nur für sehr starke Felder genau, für solche aber sehr bequem und überdies vom Erdmagnetismus ganz unabhängig.

5) Wismuth-Methode. Dieses Metall ändert seinen Widerstand im magnetischen Felde nicht unbeträchtlich. Bildet man also aus $\frac{1}{2}$—2 m sehr feinem Draht eine ebene Spirale (die man zum Schutze beiderseits mit Glimmerscheiben bedeckt) und aicht man sie in Feldern, deren Stärken bekannt sind, so kann man sie nach LENARD[4]), zumal sie sich auch in längerer Zeit wenig oder gar nicht verändern, nunmehr zum Ausmessen von unbekannten Feldern

[1]) Vergl. z. B. VON ETTINGHAUSEN u. NERNST, Rep. d. Phys. 23, pag. 111. 1887, sowie QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 347. 1885.

[2]) Vergl. z. B. GRAY, Phil. Mag. (5) 16, pag. 144. 1883, und LUGGIN, Wien. Ber. 95, pag. 646. 1887.

[3]) GORDON, Trans. Lond. Soc. 1, pag. 1. 1877. — RAYLEIGH, Proc. Lond. Soc. 37, pag. 146. 1884. — H. BECQUEREL, Compt. rend. 100, pag. 1374. 1885. — ARONS, WIED. Ann. 24, pag. 161. 1885. — KÖPSEL, WIED. Ann. 26, pag. 456. 1885.

[4]) LENARD u. HOWARD, El. Z. 9, pag. 340. 1888. — LENARD, WIED. Ann. 39, pag. 619. 1890.

benutzen und dabei diejenige Genauigkeit erreichen, durch die sich Widerstandsmessungen auszeichnen. Als Strom kann man einen constanten, noch bequemer aber einen Wechselstrom benutzen, der die Anwendung des Telephons gestattet; die Aichung muss aber alsdann in gleicher Weise ausgeführt worden sein. In anderer Form, nämlich mit Wismuthplättchen oder mit Spiralröhren, die mit geschmolzenem Wismuth gefüllt sind, hat schon vorher resp. gleichzeitig LEDUC[1]) die Methode empfohlen und Formeln für sie entwickelt.

6) Quecksilber-Methode. Von LIPPMANN[2]) ist ein »Quecksilbergalvanometer« angegeben worden, bestehend aus einer horizontalen Quecksilberröhre oder Schicht, welche in der einen Querrichtung von dem Magnetfelde, in der anderen von einem Strom durchsetzt wird; in der einen von zwei vertikalen Röhren, in welche die Quecksilberwanne ausläuft, tritt dann ein Ansteigen auf, und aus dem gehobenen Gewicht lässt sich bei gleich bleibender Stromstärke ein Rückschluss auch die Feldstärke ziehen. Die Methode erfordert sehr feine Höhenmessungen (die allerdings nach LEDUC[3]) durch Hinzufügung einer Wassersäule erleichtert werden können), einen heiklen Apparat und ein kräftiges Feld. Hierher gehört auch das patentirte Instrument von MIOT[4]).

7) Elektromagnetische Methode von STENGER[5]). Eine kleine Spule hängt bifilar an zwei Drähten, die zugleich den Strom zuführen; die Windungsebenen sind den — als horizontal vorausgesetzten — Kraftlinien des Feldes parallel. Aus der Ablenkung α durch den Strom i, der bifilaren Directionskraft D und der Windungsfläche f ergiebt sich die Feldstärke

$$M = \frac{D \tang \alpha}{fi}.$$

Die Methode ist sehr empfindlich und gestattet Feldstärken bequem bis auf 0·1 % ihres Werthes zu messen.

8) Elektromagnetische Wägungsmethode von ÅNGSTRÖM[6]). Statt wie bei STENGER die Spule bifilar aufzuhängen und ihre Ablenkung zu messen, kann man die Wirkung des Feldes auf die mit einer Waage in Verbindung gebrachte Spule auch durch Gewichte compensiren und erhält dann eine ähnliche Formel für die Feldstärke.

9) Magnetisch-hydrostatische Methode von QUINCKE[7]). Sie beruht auf den Druckkräften, welche in stark magnetisirbaren Flüssigkeiten im magnetischen Felde auftreten und bei geeigneter Anordnung durch Steighöhen gemessen werden können, nachdem die Beziehung zwischen Feldstärke und Steighöhe einmal tabellarisch niedergelegt ist.

Das zu messende Feld kann entweder homogen sein, oder seine Stärke kann von Ort zu Ort variiren; ersteres ist näherungsweise beim Erdmagnetismus in kleinen Gebieten ohne lokale Besonderheiten der Fall, ferner bei manchen künstlichen Feldern, z. B. zwischen zwei ungleichnamigen, ebenen, parallelen Polflächen, deren Abstand gegen ihre Fläche nicht gross ist, sowie im mittleren Raume einer HELMHOLTZ'schen Tangentenbussole (pag. 213, Fig. 47), letzteres bei den meisten künstlichen Feldern, z. B. in der Umgebung eines

[1]) LEDUC, Journ. de Phys. (2) 6, pag. 184. 1887; Lum. él. 28, pag. 422. 1888.
[2]) LIPPMANN, Compt. rend. 98, pag. 1256; J. de Phys. (2) 3, pag. 384. 1884.
[3]) LEDUC, J. d. Phys. (2) 6, pag. 184. 1887.
[4]) MIOT, Z. f. Instr.-K. 1889, pag. 80.
[5]) STENGER, WIED. Ann. 33, pag. 312. 1888.
[6]) ÅNGSTRÖM, Rep. d. Phys. 25, pag. 383. 1889.
[7]) QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 347 u. 606. 1885.

Magnetpols; und in gewissen Fällen, z. B. in der Umgebung der Pole eines Hufeisenmagneten ist die Aenderung der Feldstärke von Punkt zu Punkt sehr gross und rasch. Im Princip macht das für die Anwendung der meisten obigen Methoden natürlich keinen Unterschied aus, nur müssen die Messapparate, wenn ein nicht homogenes Feld in seinen verschiedenen Theilen »durchgemessen« werden soll, von möglichst knapper Grösse sein, um ein einigermaassen genaues Bild der Feldstärke zu liefern; für Inductionsspulen und für LENARD'sche Wismuth-Spiralen z. B. wird man mit möglichst kleinem Durchmesser (1—2 *cm*) auszukommen suchen und, um trotzdem die für die Empfindlichkeit wichtige grosse Windungsfläche resp. Stromstärke zu erhalten, feinen Draht wählen. Benutzt man bei der Wismutspirale das Telephon, so kann man die Verschiedenheit der Theile eines Feldes geradezu mit dem Ohre verfolgen, und in ähnlicher Weise kann man für das Auge ein direktes Bild der Vertheilung der Feldstärke nach der QUINCKE'schen Methode aus der Oberflächengestalt der magnetisirten Flüssigkeit gewinnen, freilich ein Bild, das durch Kapillareinflüsse getrübt ist und erst durch Rechnung von ihnen befreit werden kann.

Ueber die ausser der Intensität noch zu messende Richtung eines Magnetfeldes werden wenige Worte genügen. Das einfachste Verfahren ist natürlich die Beobachtung der Einstellung einer kleinen Nadel. Hiervon abgesehen liefern die meisten der obigen Methoden auch die Feldrichtung auf direktem oder indirektem Wege und zwar, wie man es allgemein ausdrücken kann, dadurch, dass die zum Zwecke der Intensitätsmessung beobachtete Wirkung für eine bestimmte Richtung — eben die Richtung des Feldes — am grössten wird, z. B. der Inductionsstrom in der gedrehten oder verschobenen Spule, die Widerstandsänderung des Wismuths u. s. w.

Weitere magnetische Messungen.

Specifischer Magnetismus. Zu den wichtigsten magnetischen Messungen gehört diejenige der magnetischen Constanten der Stoffe (Susceptibilität, Permeabilität, specifischer Magnetismus u. s. w.), wofür zahlreiche besondere Methoden und Apparate angegeben worden sind. Man sehe hierüber jedoch im Art. »Magnetische Induction« sowie im Art. »Magnetismus der verschiedenen Körper«.

Diamagnetische Messungen. Für schwach magnetische Körper müssen die obigen Methoden vielfach modificirt oder durch andere ersetzt werden. Man sehe hierüber im Art. »Magnetismus verschiedener Körper«.

Tragkraft. Die älteste und augenfälligste Methode, sich über die Stärke von Magneten zu orientiren, besteht in der Beobachtung ihrer Tragkraft; geht man aber daran, diese Beobachtung zu einer Messung zu gestalten, d. h. will man aus der gemessenen Tragkraft eine Messung der Stärke des Magnetismus ableiten, so stösst man auf mannigfaltige Schwierigkeiten, welche zur Folge gehabt haben, dass diese Methode durch die übrigen völlig verdrängt worden ist. Die wissenschaftliche Brauchbarkeit einer Methode zur Messung des Magnetismus setzt, wenn sie auf der Beobachtung einer Wirkung dieses Magnetismus beruht, zunächst voraus, dass die Gesetze bekannt sind, nach denen diese Wirkung von der Ursache abhängt; für die Ablenkung, die Inductionswirkung, die Drehung der Polarisationsebene des Lichts u. s. w. ist dies der Fall, und deshalb kann man durch Beobachtung dieser Wirkungen ihre Ursache messen; für die Tragkraft gilt es aber, mindestens in irgendwie allgemeinerem Umfange, noch nicht; die bezüglichen Untersuchungen haben demgemäss vorläufig eine Bedeutung nur für die Feststellung der Gesetze der Tragkraft, worüber später

einiges angeführt werden wird. Dasselbe gilt auch von den verwandten Abreiss- und Frictionsmethoden. Das Eine muss jedoch zugegeben werden, dass die Methode der Messung von Magnetstärken durch die Tragkraft u. s. w., wenn einmal durch allgemeine Formeln fundirt, ihrer Bequemlichkeit wegen und weil sie auf die verschiedensten Magnetformen anwendbar ist, neben den übrigen Methoden ihren besonderen Werth behaupten würde. Einige Literaturangaben findet man im Art. »Magnetische Induction«, zahlreichere bei G. WIEDEMANN [1]).

Messung der Vertheilung des Magnetismus. Die Methoden, welche dazu dienen, den Magnetismus eines Körpers, z. B. eines Stabes, zu messen, können natürlich auch zur Messung des Magnetismus seiner einzelnen Theile, z. B. Längselemente, dienen; nur müssen hier die betreffenden Messapparate (gerade wie bei der Ausmessung eines Feldes) möglichst klein gewählt sein, und sie müssen überdies dem zu untersuchenden Theil möglichst nahe gebracht werden, damit die störende Einwirkung der übrigen Theile relativ möglichst klein ausfalle. Einigermaassen erfüllbar ist diese Bedingung bei kleinen Magnetnadeln (vergl. hierüber oben) und bei ganz flachen über die Stäbe zu schiebenden Inductionsspulen.

Zu den die Vertheilung des Magnetismus betreffenden Aufgaben gehört insbesondere auch die Ermittelung der Axe und die Bestimmung des Polabstandes, worüber noch einiges anzuführen ist.

Ermittelung der Axe eines Magneten. Die Richtung der magnetischen Axe eines stabförmigen Magneten fällt meist nicht genau mit seiner geometrischen Axe zusammen, eine Asymmetrie, welche bei den obigen Methoden durch Umlegung des Stabes — so dass seine obere Seite zur unteren wird — eliminirt werden musste. Durch dieses Verfahren ergiebt sich nun auch zugleich die Richtung der Axe, nämlich als die mittlere Richtung zwischen den beiden Richtungen, welche die geometrische Axe des horizontal beweglichen Stabes in beiden Fällen annimmt. Weniger einfach ist die Ermittelung bei einem nichtstabförmigen Magneten, z. B. einer Kugel, einem Ellipsoid oder einem unregelmässig geformten magnetischen Mineral. Man hängt einen solchen Magneten an irgend einem seiner Punkte auf, markirt auf seiner Oberfläche die Schnittlinie der Meridianebene, hängt nun den Körper umgekehrt auf, d. h. an dem Punkte, an welchem die erste Aufhängelinie die Oberfläche zum zweiten Male schneidet, bestimmt wieder den Meridianschnitt und markirt die Halbirungsebene dieser beiden Schnitte; verfährt man nun ebenso mit zwei anderen gegenüberliegenden Oberflächenpunkten, so erhält man eine neue Halbirungsebene; die Schnittlinie der beiden Halbirungsebenen ist die magnetische Axe.

Diesem Verfahren liegt die Auffassung der Axe als Symmetrieaxe zu Grunde. Man kann sie aber auch als diejenige Richtung definiren, in welcher das als Richtungsgrösse aufgefasste magnetische Moment seinen grössten Werth erreicht. Man lässt alsdann den Körper auf eine kleine Nadel ablenkend wirken und dreht ihn so lange, bis diese Ablenkung ein Maximum wird; es ist dann die Axe die Verbindungslinie der Mittelpunkte von Magnet und Nadel oder die darauf senkrechte Richtung, je nachdem sich der Magnet in der ersten oder in der zweiten Hauptlage befindet.

Das Ablenkungsverfahren liefert zugleich auch die Werthe des Momentes nach irgend einer Richtung, also insbesondere die Componenten des mag-

[1]) G. WIEDEMANN, Elektricität, 3. Aufl., Bd. 3, pag. 587 u. 632.

netischen Moments nach den drei auf einander senkrechten Axen eines beliebig gewählten Coordinatensystems, und aus diesen Grössen, M_1, M_2, M_3 ergeben sich dann wiederum rückwärts die Grösse des Hauptmoments, nämlich $M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}$ und die Richtung, in welcher dieses Moment stattfindet, d. h. die magnetische Axe, nämlich als diejenige Richtung, welche mit den Coordinaten Winkel bildet, deren Cosinus M_1/M, M_2/M, M_3/M sind; man braucht also zur Ermittelung der Axenrichtung nicht lange herumzuprobiren, sondern kommt mit Beobachtungen in drei auf einander senkrechten Richtungen aus.

Messung des Polabstandes. In vielen Fällen, z. B. bei den meisten obigen magnetischen und erdmagnetischen Messmethoden genügt es, der Vertheilung dadurch Rechnung zu tragen, dass man den Polabstand einführt; man macht dabei nur die im vorherigen Artikel (pag. 46) bezeichneten Vernachlässigungen. Die Methoden zur Bestimmung des Polabstandes ergeben sich aus dem Früheren grösstentheils von selbst; nur muss man sich bei jeder dieser Methoden klar darüber sein, welche Bedeutung die durch sie ermittelten Pole haben, d. h. ob es die magnetischen Schwerpunkte oder die äquivalenten Pole sind (s. o. pag. 47). Die nächstliegende[1]) besteht in der Messung der Ablenkung, die der betreffende Magnet aus einer bestimmten Entfernung auf irgend eine Nadel ausübt, und Vergleichung des Resultates mit der diese Ablenkung darstellenden, ausser der Entfernung und dem Moment des Stabes auch seinen Polabstand enthaltenden theoretischen Formel; den Polabstand der sehr kurz zu wählenden Nadel, der ebenfalls auftritt, kann man einmal gleich Null, ein zweites Mal gleich ihrer Länge setzen und findet dann zwei Grenzwerthe für den Polabstand des Stabes. Beobachtet man aus zwei Entfernungen, so erlangt man den Vortheil, die Berechnung des Polabstandes ohne Kenntniss des magnetischen Momentes ausführen zu können. Auch kann man nach KOHLRAUSCH[2]) den Magneten auf zwei Magnetometer, zwischen denen er aufgestellt ist, aus zwei Lagen wirken lassen, wodurch man von den bekannten störenden Einflüssen unabhängiger wird. Eine fernere Methode besteht darin, dass man den Magneten zur Nadel einer Tangentenbussole macht und die Abweichung vom Tangentengesetz ermittelt (vergl. pag. 207 ff.); wendet man dabei nach KOHLRAUSCH zwei verschiedene concentrische Stromspulen an und giebt ihnen ihren Radien umgekehrt proportionale Windungszahlen, so kann man diesem Verfahren eine Gestalt geben, in welcher es besonders genau, bequem und von äusseren Störungen unabhängig ist. — Von anderen, älteren Methoden seien hier nur zwei angeführt. Bei der einen bestimmt man, etwa durch Vorbeiführen einer Inductionsspule, das Moment des mittelsten Stückes des Stabes und berechnet den Polabstand auf Grund der Annahme, dass er sich zur Länge dieses Stückes verhalte wie das ganze Moment zu jenem Theilmoment[3]). Bei der freilich bedenklichen und deshalb jetzt wieder verlassenen Methode von PETRUSCHEWSKY[4]) hängt man den Stab bifilar auf, so dass er sich nur nach der einen Seite erstreckt, nach der anderen aber durch ein Gegengewicht äquilibrirt ist, bringt eine kleine Magnetnadel der Reihe nach seinen verschiedenen Punkten gegenüber und sucht denjenigen Punkt auf, dem gegenüber

---

[1]) SCHNEEBELI, Progr. d. Polytechn. Zürich 1871/72.
[2]) KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 22, pag. 411. 1884.
[3]) G. WIEDEMANN, Elektr. 3, pag. 404.
[4]) PETRUSCHEWSKY, POGG. Ann. 152, pag. 42. 1874.

die Nadel die stärkste ablenkende Kraft ausübt. Dieser Punkt ist näherungsweise der eine Pol; der andere Pol muss streng genommen in den Drehpunkt fallen, so dass man, da man dies von vornherein nur roh erzielen kann, den Versuch mit der nun bekannten Pollage wiederholen muss, um einen genaueren Werth derselben zu finden[1]). F. AUERBACH.

Erdmagnetismus.

Einleitung. Es ist bereits in dem Art. »Magnetismus« auf die Thatsache hingewiesen und von ihr allenthalben Gebrauch gemacht worden, dass die Erde auf magnetische Körper eine in jedem Falle der Grösse und Richtung nach ganz bestimmte Kraft ausübt; man nennt diese Kraft oder den sie verursachenden Zustand der Erde den Erdmagnetismus. Auch über die Messung dieser Kraft der Grösse und Richtung nach ist in dem Art. »Magnetische Messungen« das Erforderliche auseinandergesetzt worden. Es bleibt daher nur noch übrig, die Ergebnisse jener Messungen zu betrachten und zu sehen, ob sich die festgestellten Thatsachen unter dem Gesichtspunkte einer bestimmten Theorie darstellen lassen. In Bezug auf die Thatsachen, also die Intensität des Erdmagnetismus und seine beiden Richtungswinkel, die Deklination und die Inklination, sowie die Aenderungen dieser Grössen mit Ort und Zeit besitzt man gegenwärtig, dank den Arbeiten dieses Jahrhunderts, schon eine einigermaassen übersichtliche, wenn auch von der Vollständigkeit und erreichbaren Genauigkeit noch weit entfernte Kenntniss. In Bezug auf die Theorie der Erscheinungen hingegen können alle bisherigen Untersuchungen nur als Hypothesen oder Versuche bezeichnet werden; man weiss wohl, in welcher Weise aus einer bestimmten zu Grunde gelegten Vorstellung die Erscheinungen sich folgern lassen, ob aber jene Vorstellungen resp. welche von ihnen der Wahrheit am nächsten kommt und welcher specielle physikalische Sinn ihnen beizulegen sei, dafür fehlen noch die entscheidenden Anhaltspunkte, und es ist auch vorläufig nicht abzusehen, auf welchem Wege sie sich einmal werden gewinnen lassen.

Die Lehre vom Erdmagnetismus nimmt eine Mittelstellung zwischen der Physik und der Meteorologie ein; da sie aber in letzterer nicht behandelt zu werden pflegt, ist es nothwendig, hier das Wichtigste darüber in Kürze zusammenzustellen[2]).

Oertliche Vertheilung.

Isomagnetische Linien. Jedem Orte auf der Erdoberfläche entspricht ein bestimmter Werth der drei erdmagnetischen Elemente, d. h. der Deklination der Inklination und der Horizontalintensität (natürlich können auch noch verschiedene andere Grössen als die drei Charakteristika gewählt werden, s. w. u.).

---

[1]) Eine andere Methode s. bei BÖRGEN, Ann. d. Hydrogr. 1891, pag. 49, 57, 93. 1891.

[2]) Seit LAMONT's Handb. des Erdmagnetismus (Berlin 1849) ist eine umfassende Darstellung der Lehre nicht mehr erschienen. Kurze Artikel findet man u. A. in GÜNTHER's Lehrb. d. Geophysik, Bd. 2, in der Encycl. Britannica, Bd. 16 (Meteorology) und in dem Text zur neuen Auflage von BERGHAUS' physikalischem Atlas (von NEUMAYER).

Verbindet man alle Punkte, für welche eine jener Grössen den gleichen Werth hat, so erhält man Curvensysteme, welche man isomagnetische Linien nennt. Das Bild, welches sie von der dargestellten Grösse liefern, wird noch inhaltreicher, wenn man aus den unendlich vielen möglichen Curven (entsprechend allen möglichen Werthen jener Grösse) solche auswählt, dass für je zwei benachbarte die Differenz des Werthes die gleiche ist; die »Dichte« der Linien, d. h. ihre gegenseitige Nähe, giebt alsdann einen Maasstab für die Schnelligkeit der Werthänderung. Man sieht, dass diese Linien den Niveaulinien, Isobaren u. s. w. verwandt sind. Im Gebiete des Erdmagnetismus kann man nun solcher Curven eine ganze Anzahl unterscheiden, die wichtigsten sind die folgenden:

1) Isogonen, d. h. Linien gleicher Deklination.

2) Isoklinen, d. h. Linien gleicher Inklination.

3) Isodynamen, d. h. Linien gleicher Gesammt-Intensität des Erdmagnetismus.

4) Horizontal-Isodynamen, d. h. Linien gleicher Horizontalcomponente der Intensität.

5) Vertikal-Isodynamen, mit entsprechender Bedeutung.

6) Magnetische Gleichgewichtslinien oder Niveaulinien, d. h. Linien gleicher Werthe des magnetischen Potentials (s. w. u.).

7) Magnetische Kraftlinien oder Meridiancurven, d. h. Linien, welche man erhält, wenn man von Punkt zu Punkt in der der Kraftrichtung entsprechenden Richtung fortgeht.

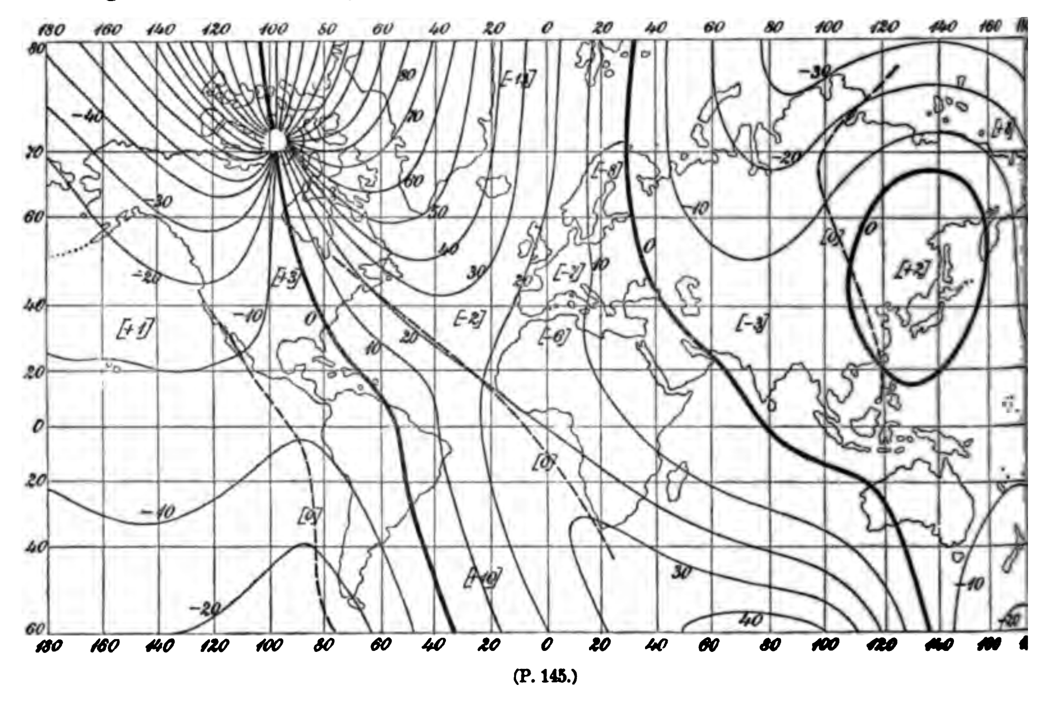
8) Isanomalen, d. h. Linien, in welchen die Abweichung des wahren Werthes einer der obigen Grössen von dem aus irgend einer Annahme abgeleiteten Werthe die gleiche Grösse besitzt.

Den Curvensystemen der bezeichneten Art kommt, da die durch sie dargestellten Grössen sich auch mit der Zeit ändern, eine Bedeutung nur für eine bestimmte Epoche bei. Diese muss daher stets angegeben werden, und es dürfen überdies die Systeme nur unter Zugrundelegung solcher Messungen entworfen werden, welche dieser Epoche angehören oder ihr sehr naheliegen, ältere Beobachtungen aber nur unter Reduction auf diese Epoche und, da diese Reduction noch ziemlich unsicher ist, überhaupt nur aushilfsweise und mit Vorsicht hinzugezogen werden. Daher kommt es, dass das zur Aufstellung derartiger Karten erforderliche Material viele Lücken aufweist und zahlreiche Curvenstrecken mehr oder weniger hypothetisch ergänzt werden müssen, besonders in weniger bekannten Gegenden, namentlich in der Nähe der Pole, was um so bedauerlicher ist, als gerade hier naturgemäss die wichtigsten Theile des Gesammtbildes liegen.

Immerhin ist gerade in den letzten dreissig Jahren ausserordentlich viel zur Ausfüllung der Lücken und zur exakteren Gestaltung der übrigen Gebiete geschehen, und zwar ganz besonders: 1) durch magnetische Landesaufnahmen, namentlich in den beiden durch ihre kolossale Ausdehnung wichtigen Reichen: Russland und Vereinigte Staaten von Nord-Amerika, 2) durch die beiden wissenschaftlichen Seereisen, welche unter den Namen der »Challenger«- und der »Gazellen«-Expedition bekannt sind, 3) durch eine internationale magnetische Expedition in die hohen Breiten, 1882—83, bei welcher jede betheiligte Nation eine besondere Beobachtungsstation übernahm und dort während eines Jahres Messungen ausführte. Auf Grund dieser und anderer Beobachtungen sind die in der Neuausgabe des Berghaus'schen physikalischen Atlas veröffentlichten Karten von Neumayer construirt worden. Ihre Epoche, d. h. der Zeitpunkt,

für den sie exakt gültig sind, ist der Anfang des Jahres 1885; den hier beigegebenen kleinen Kärtchen liegen sie vorzugsweise zu Grunde[1]).

Deklination, Isogonen. Die Deklination ist der Winkel zwischen dem magnetischen und dem geographischen Meridian; sie wird nach Uebereinkunft positiv gerechnet, wenn sie westlich, negativ, wenn sie östlich ist. Sie nimmt auf der Erdoberfläche alle Werthe von 0° bis + 180° und von 0° — 180° an, hält sich jedoch in den meisten Gebieten zwischen weit engeren Grenzen, etwa zwischen — 20° und + 30° und steigt nur in den höheren Breiten und im nördlichen atlantischen Ocean darüber hinaus. In Europa hält sie sich sogar zwischen — 3° und + 22° und speciell in Deutschland zwischen + 6° und + 15°. In Fig. 145 und 146 sind die Isogonen von 10 zu 10° (in einigen polar gelegenen Gebieten in grösseren Zwischenräumen) unter Beifügung des Werthes



(F. 145.)

von δ dargestellt, und zwar in Fig. 145 in MERCATOR's Projection für das Gebiet zwischen 80° nördlicher und 60° südlicher Breite, in Fig. 146 in Polarprojection für die Polargebiete[2]).

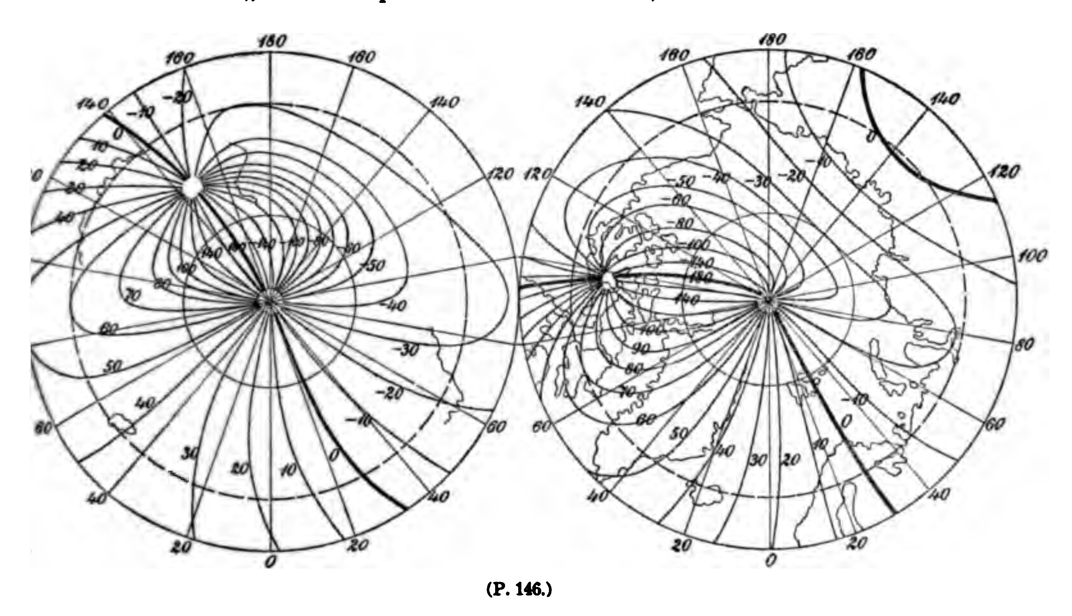
Wie man sieht, treffen alle Isogonen in 4 Punkten zusammen, von denen 2 auf der nördlichen, 2 auf der südlichen Halbkugel liegen, und von jedem dieser Punktepaare ist der eine Punkt ein Erdpol, der andere ein von ihm nicht allzu weit entfernter Punkt, der im engeren Sinne als Deklinationspol bezeichnet werden kann, aber, wie sich bald zeigen wird, schlechthin magnetischer Pol

[1]) Das Zahlen- und Kartenmaterial, betr. die erdmagnetischen Elemente, ist ein so ungeheures, dass sich selbst eine ausgewählte Literatur-Angabe verbietet. Die meisten Veröffentlichungen finden sich in den Berichten der Central-Institute der einzelnen Staaten. Der historischen Bedeutung halber sei aber hier auf das Werk von GAUSS und WEBER: Resultate aus den Beob. d. magnet. Vereins, Gött. 1837—43, hingewiesen.

[2]) Die Isogonen sind die ausgezogenen Linien, von den gestrichelten (ebenso wie von den eingeklammerten Zahlen) wird später die Rede sein.

genannt werden darf. Dass in diesen 4 Punkten alle Isogonen zusammentreffen müssen, ist nach der Definition der letzteren leicht einzusehen. Es werden das nämlich diejenigen Punkte sein, in welchen der Werth der Deklination ein unbestimmter wird; nun ist die Deklination der Winkel zwischen zwei Richtungen, sie wird also unbestimmt, wenn irgend eine dieser beiden Richtungen unbestimmt wird; der geographische Meridian wird in den beiden Erdpolen unbestimmt, der magnetische da, wo die Horizontalcomponente H des Erdmagnetismus Null wird. Es folgt hieraus zugleich, dass die beiden nicht in die Erdpole fallenden Schnittpunkte der Isogonen Punkte sind, in denen $H = 0$ ist. Ihre Lage ist nach den genauesten Bestimmungen die folgende:

Magnetischer Nordpol: 70° 30′ nördl. Br., 97° 40′ westl. L.
„ Südpol: 73° 39′ südl. Br., 146° 15′ östl. L.



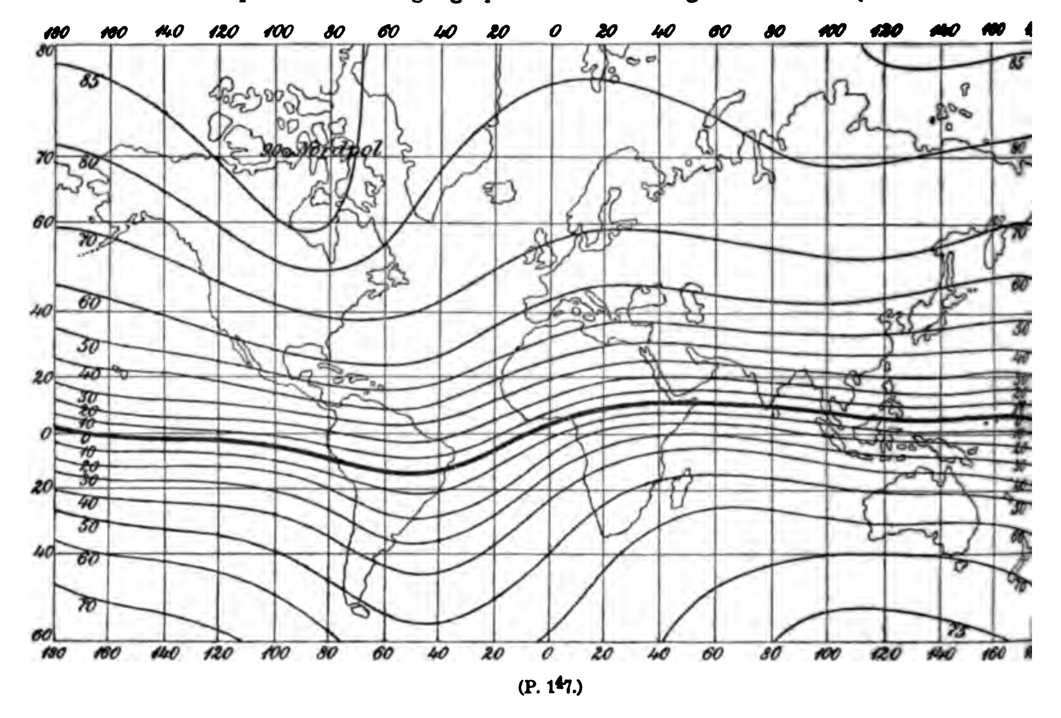
(P. 146.)

Wie man sieht, sind diese Pole durchaus nicht die Enden eines Erddurchmessers. Der Nordpol liegt westlich von der Halbinsel Boothia, der Südpol zwischen Victoria und Wilkesland.

Zwischen den Erdpolen und den ihnen benachbarten magnetischen Polen ändert sich δ ausserordentlich rasch, hier liegen die Isogonen sehr dicht bei einander, in der Nähe des Aequators hingegen und nördlich davon liegen sie sehr weit auseinander. Von den einzelnen Isogonen lenken zunächst die beiden stark gezeichneten schrägen Linien die Aufmerksamseit auf sich, die, vermöge ihrer Fortsetzung auf Fig. 146 auch als eine einzige um die Erde herumgehende Linie aufgefasst werden können. Es ist das die Linie, auf welcher $\delta = 0$ ist und welche agonische Linie heisst. Streng genommen ist aber die Zusammenfassung der beiden agonischen Linien in eine einzige unerlaubt, weil auf zwei Strecken derselben, nämlich zwischen den beiden Nordpolen und zwischen den beiden Südpolen δ nicht Null, sondern $\pm 180°$ ist, die Nadel also zwar in den geographischen Meridian fällt, aber nicht mit ihrem Nordpol, sondern mit ihrem Südpol nach dem geographischen Nordpol hinweist. Die agonischen Linien grenzen das Gebiet westlicher, positiver Deklination (fast ganz Europa, Afrika, Vorder-Asien, die östlichen Drittel von Nord- und Süd-Amerika, die Westspitze

von Australin) von dem Gebiete östlicher, negativer Deklination (das übrige) ab; sie schneiden den Aequator etwa in 78° östlicher und 55° westlicher Länge, also ebenfalls bei weitem nicht in zwei gegenüberliegenden Punkten. Ausserdem ist noch eine in sich geschlossene, eine Anomalie darstellende agonische Linie vorhanden, welche eine Enklave westlichen δ's (bis zu $+7°$) in China, Japan und Ost-Sibirien umschliesst. Trotzdem ist das Gebiet des östlichen δ nicht unwesentlich grösser als dasjenige des westlichen δ.

Die Isogonen, denen ein von Null verschiedener Werth von δ entspricht, zerfallen in drei Klassen, nämlich 1) solche, welche vom Erdnordpol zum magnetischen Südpol oder vom magnetischen Nordpol zum Erdsüdpol laufen, also den Aequator passiren, 2) solche, welche vom geographischen zum magnetischen Nordpol oder vom geographischen zum magnetischen Südpol verlaufen,

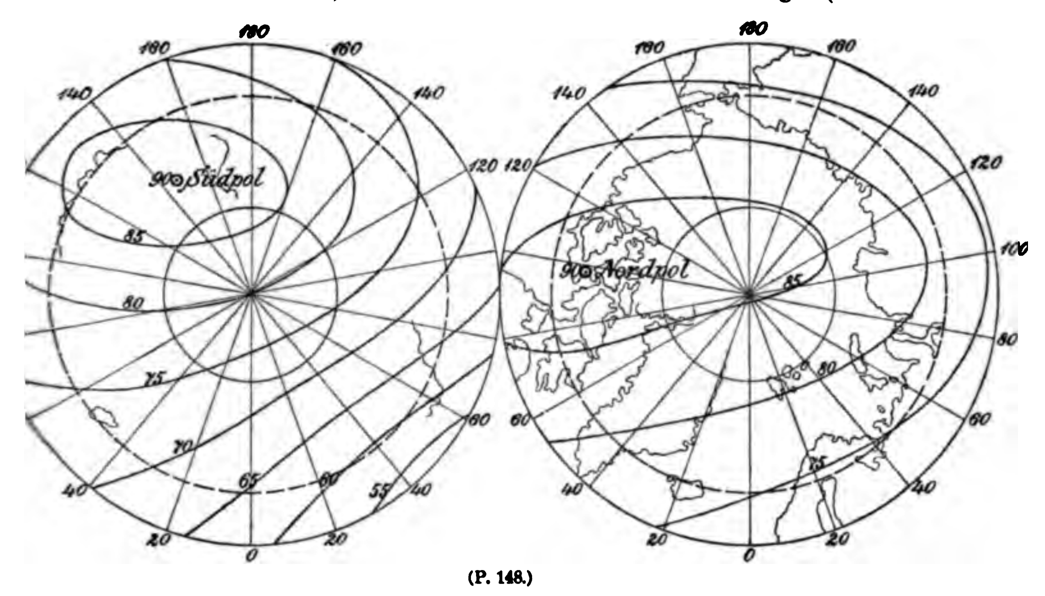


(P. 147.)

sich also auf eine einzige Erdhälfte beschränken, und 3) solche, welche in sich selbst geschlossen verlaufen, und zwar a) innerhalb oder unmittelbar ausserhalb der obigen geschlossenen agonischen Linie, b) im äquatorialen Theil des stillen Oceans, westlich von Süd-Amerika (auf der Karte behufs Wahrung der Gleichförmigkeit der Darstellung nicht verzeichnet). Dazu kommen schliesslich noch zwei Grenzfälle, nämlich 4) als Grenzfall zwischen 1) und 2) derjenige zweier sich in Spitzen berührender, scheinbar also sich schneidender Linien, die dasselbe δ besitzen und deren eine vom magnetischen Nord- zum geographischen Südpol, deren andere umgekehrt verläuft: verwirklicht für $\delta = +20°$ und auf der Karte verzeichnet, und 5) als Grenzfall zwischen 1) und 3) der Fall einer Schleife zwischen Nord- und Südpol: verwirklicht für $\delta = -2°$ in Asien und für $\delta = -7°$ im äquatorialen Pacific.

Inklination. Isoklinen. Weit einfacher als bei der Deklination gestalten sich die Verhältnisse bei der Inklination φ, d. h. dem Winkel zwischen der Nadelrichtung im Raume und der Horizontalen, und bei den sie darstellen-

den Isoklinen, die in Fig. 147 und 148 in analoger Weise wiedergegeben sind. Inklination und Isoklinen verhalten sich wenigstens in erster Annäherung so wie geographische Breite und Parallelkreise, d. h. φ ist in der Nähe des Aequators null, wächst nach beiden Polargebieten hin bis zu 90° und die Isoklinen laufen im Grossen und Ganzen von Westen nach Osten. In Deutschland bewegt sich φ zwischen den Grenzen 63° und 69°. Die Abweichung der Isoklinen von den Parallelkreisen wird desto grösser, je weiter man sich vom Aequator entfernt. Die Linie der Punkte $\varphi = 0$, die »aklinische Linie, Inklinationsäquator oder magnetischer Aequator« genannt, entfernt sich vom geographischen Aequator nirgends um mehr als 13°, am meisten nach Süden in Süd-Amerika, am meisten nach Norden zwischen Ost-Afrika und Ceylon, während sich beide Linien in zwei Punkten schneiden, nämlich in 8° und 170° westl. Länge (Busen von



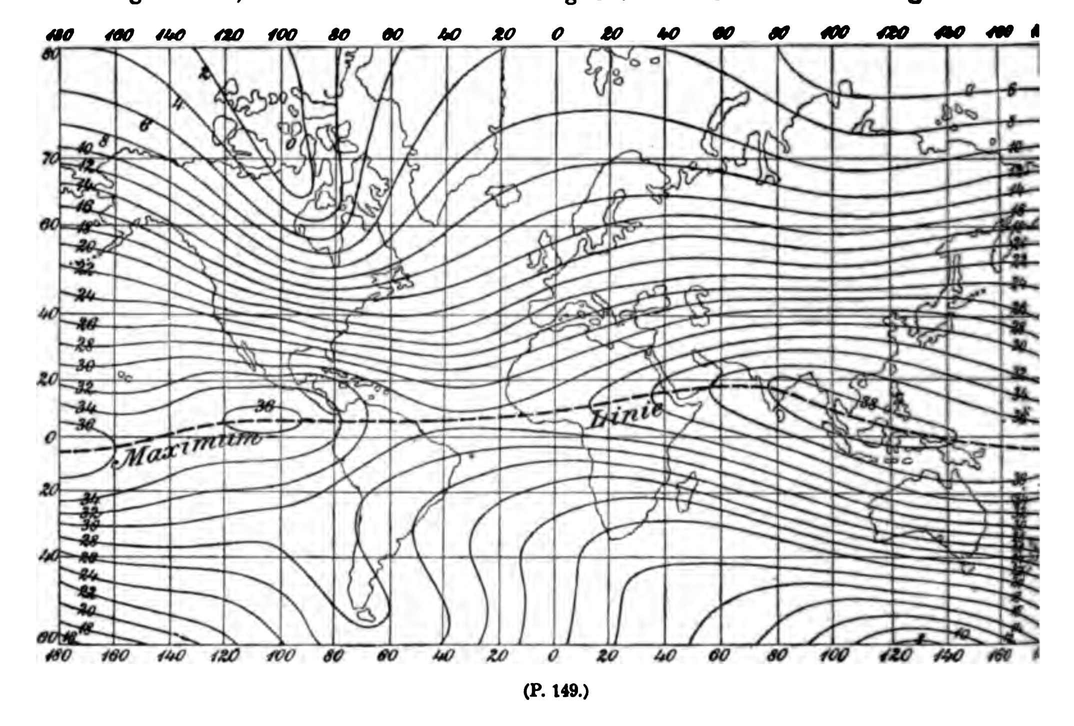
(F. 148.)

Guinea und stiller Ocean). Viel näher als dem Erdäquator kommt hiernach der magnetische Aequator einer anderen grössten Kreislinie der Erde, welche gegen jenen um einen gewissen Winkel geneigt ist, eine Thatsache, welche verständlich wird, wenn in Erinnerung gebracht wird, dass auch die Verbindungslinie der magnetischen Pole gegen die Erdaxe, und zwar in demselben Sinne, geneigt ist.

Geht man nun vom Aequator nordwärts, so gewinnen die Isoklinen immer grössere Vorsprünge vor den Parallelkreisen, und zugleich nimmt die europäisch-asiatische Ausbuchtung und die amerikanische Einbuchtung der Isoklinen immer mehr zu, derart, dass die 80° Linie sich zwischen den weiten Grenzen 50° und 78° nördl. Breite hinschlängelt, ein Verhalten, das freilich weniger der Curve an sich, als vielmehr ihrer Mercator'schen Projection charakteristisch ist, und das sich in der Polarprojection in der verständlicheren Form ausdrückt, dass die Isoklinen in höheren Breiten in langgestreckte, ellipsenähnliche Curven übergehen, deren Mittelpunkt eben vom geographischen Nordpol nach Amerika hin abweicht. Aehnlich auf der südlichen Halbkugel, nur dass hier die östliche Halbkugel eine Einbuchtung, die westliche eine Ausbuchtung aufweist. Schliesslich schrumpfen die erwähnten Ellipsen mehr und mehr zusammen, und man gelangt zu guterletzt zu den Punkten $\varphi = 90°$, den Inklinationspolen, die aber, weil aus $\varphi = 90°$

wiederum $H = 0$ folgt, mit den Deklinationspolen zusammenfallen und mit ihnen gemeinsam Magnetpole der Erde heissen. Im geographischen Nordpole ist, wie noch bemerkt werden möge, etwa $\varphi = 86°$, im geographischen Südpole dagegen nur etwa $\varphi = 80°$. Endlich ist noch hervorzuheben, dass die Isoklinen sich zu beiden Seiten des magnetischen Aequators ausserordentlich dicht zusammendrängen und in der Nähe der Pole weit auseinander treten, dass also φ sich dort sehr rasch, hier sehr langsam ändert, ein Verhalten, das übrigens wesentlich schon in der geometrischen Bedeutung der Inklination begründet ist.

Horizontalintensität. *H*-Isodynamen. Nach den Auseinandersetzungen des vorigen Artikels ist die der genauesten Messung zugängliche Grösse nicht die gesammte, sondern die horizontale Componente der Intensität des Erdmagnetismus, *H*. Diese Grösse ist in Fig. 149 und 150 in der bisherigen Weise

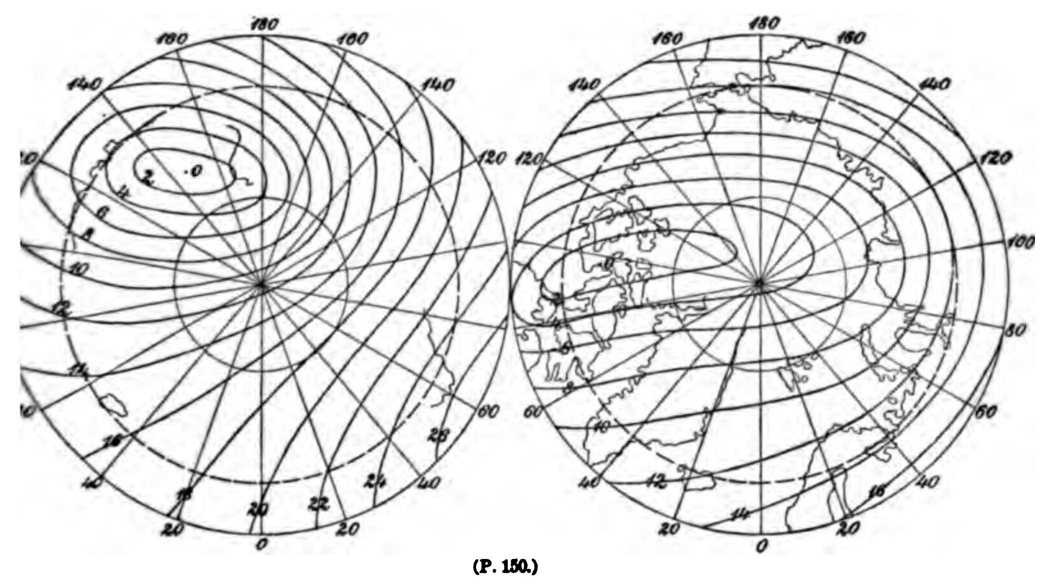


(P. 149.)

durch die Horizontal-Isodynamen dargestellt; die beigefügten Zahlen bedeuten hundertel der absoluten *C. G. S.* Einheit. Die Grösse *H* schwankt hiernach zwischen 0 und 0·39, den ersteren Werth besitzt sie in den *H*-Polen, die, wie man nach dem obigen ohne Weiteres einsieht, mit den δ- und φ-Polen, also mit den magnetischen Polen schlechthin identisch sind, den grössten Werth nimmt sie in der Nähe des Aequators, jedoch 6—8° nördlich von ihm, an, und zwar nicht überall, sondern nur in derjenigen geographischen Länge, welche etwa Hinter-Indien entspricht. In Deutschland bewegt sie sich zwischen den Werthen 0·17 und 0·21.

Was die *H*-Isodynamen betrifft, so sind sie, wie man sieht, in der nördlichen gemässigten Zone in erster Annäherung den Breitenkreisen ähnliche Linien, nur dass sie, ähnlich wie die Isoklinen, auf der östlichen Halbkugel nach Norden, auf der westlichen nach Süden ausbiegen, wobei aber hier die erstere Abweichung nur schwach, die letztere hingegen, besonders nach Norden hin, sehr stark wird. Auf der südlichen Halbkugel sind die Ausbiegungen umgekehrt, ausserdem aber, zumal auf der westlichen Hälfte, viel stärker. Nach den Polen zu gehen auch

diese Curven in Curven von der Gestalt gestreckter Ellipsen über, die nördliche Ellipse ist weit gestreckter als die südliche. Ein ganz anderes Bild, im Vergleich mit den Isoklinen, bieten dagegen die H-Isodynamen zu beiden Seiten des Aequators dar. Die letzte Isodyname nämlich, welche einem Parallelkreise ähnlich, rund um die Erde läuft, ist sowohl auf der nördlichen wie auf der südlichen Halbkugel diejenige, welcher der Werth $H = 0{\cdot}30$ entspricht. Dagegen bilden die höheren Werthen entsprechenden Curven sehr längliche, in sich zurücklaufende Linien, derart, dass jetzt jedem Werthe von H nur eine solche Linie entspricht, die aber theils auf der nördlichen, theils auf der südlichen Halbkugel liegt. Bei noch höheren Werthen, etwa $H = 0{\cdot}35$, findet alsdann eine Theilung jener geschlossenen Linie in zwei solche statt, so dass man schliesslich zu zwei Punkten gelangt, in denen H relative Maximalwerthe annimmt, der eine, und zwar



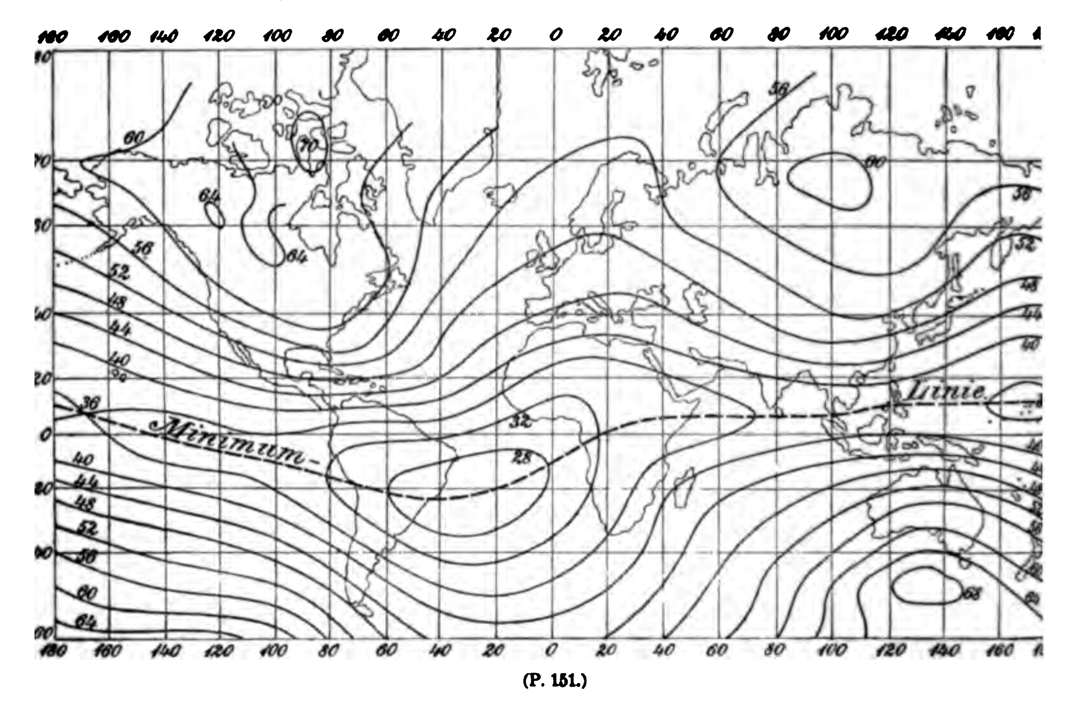
(F. 150.)

der absolute Maximalwerth, ist der oben schon genannte (0·39 in Hinter-Indien), der andere beträgt etwa 0·37 und liegt westlich von Central-Amerika. In Bezug auf die Dichte der Lagerung unterscheiden sich die H-Isodynamen ebenfalls von den Isoklinen, sie sind nicht am Aequator, sondern etwa bei $\pm 40°$ am dichtesten concentrirt, die Unterschiede sind aber hier überhaupt nicht so bedeutend wie bei φ.

Endlich lässt sich auch für die Horizontalintensität ein Begriff aufstellen, den man als Aequator, und zwar als H-Aequator bezeichnen könnte, nämlich die Verbindungslinie aller Punkte, deren jeder auf seinem Meridian den grössten Werth von H aufweist. Diese Linie ist in Fig. 149 gestrichelt dargestellt, sie liegt, abgesehen von einem kleinen Stück in der Südsee, durchweg über dem Aequator, am meisten in Vorderindien. Eine Isodyname ist sie natürlich nicht, vielmehr schwankt H auf ihr zwischen den Grenzen 0·31 und 0·39. Von dem eigentlichen magnetischen Aequator ($\varphi = 0$) weicht der H-Aequator, wie ein Vergleich der Fig. 149 und 147 lehrt, fast überall nach Norden ab, auch ist der Verlauf ein wesentlich anderer.

Totalintensität. Total-Isodynamen. Statt nun auch die Verticalcomponente des Erdmagnetismus zu betrachten, genügt es, gleich zur Resultante R, der ganzen erdmagnetischen Kraft, überzugehen. Sie ist in Fig. 151 für den

mittleren Theil der Erde dargestellt, wieder in hunderteln des *C. G. S.* Werthes, die Polargegenden bieten nichts besonderes dar. Die Grösse *R* verhält sich gerade umgekehrt wie *H*, sie nimmt von der Aequatorgegend, wo — östlich von Süd-Amerika — ihr kleinster Werth, 0·28 stattfindet, nach höheren Breiten hin mehr und mehr zu — in Deutschland bewegt sie sich zwischen den Grenzen 0·45 und 0·48 — und erreicht an einigen Stellen relative Maxima, eines südlich von Australien im Betrage von 0·69, eines im nördlichen Mittel-Sibirien (0·62) und eines, welches zugleich das absolute Maximum ist, in Nord-Amerika, östlich von Boothia etwa in 71° nördl. Br., mit dem Werthe 0·71. Man kann diese Punkte, namentlich den ersten und letzten der drei genannten, mit dem Namen Intensitätspol oder Focus belegen, sieht aber ein, dass kein Grund zu der Annahme vorliegt, diese Punkte möchten mit den Magnetpolen zusammenfallen;

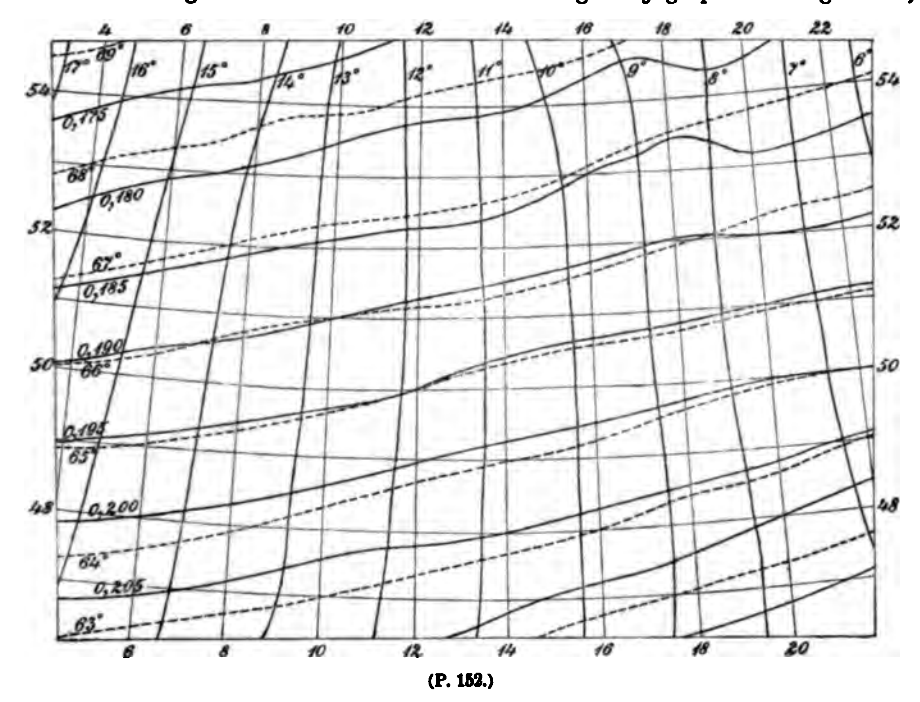


(P. 151.)

in der That liegt der südliche Focus sehr weit vom magnetischen Südpol entfernt, der nördliche Focus liegt freilich dem magnetischen Nordpol ziemlich nahe, es ist aber zu bemerken, dass gerade in dieser Hinsicht der Fortschritt in der Ausmessung der betreffenden Gegenden ungeheure Umwälzungen zur Folge gehabt hat, Umwälzungen, welche den Focus immer weiter nach Norden gerückt haben, so dass man auch heute noch nicht sagen kann, ob die angenommene Lage die richtige sei, zumal da die *R*-Isodynamen in dieser Gegend, wie die Karte zeigt, einen sehr krausen Verlauf aufweisen. Wie für die Maximalwerthe von *H*, so kann man endlich auch für die Minimalwerthe von *R* eine Curve bilden, welche in der Zeichnung gestrichelt wiedergegeben ist; sie liegt zur Hälfte nördlich, zur Hälfte südlich vom Aequator, den sie in Kamerun und in der Südsee schneidet, und *R* bewegt sich auf ihr zwischen den Werthen 0·26 und 0·38. Von dem magnetischen Aequator weicht der *R*-Aequator beträchtlich, und zwar fast überall nach Süden, ab, noch stärker folglich vom *H*-Aequator. In den Punkten des Inklinationsäquators muss natürlich $H = R$ werden, wodurch

man eine Controlle für den Vergleich der Horizontal- und der Total-Isodynamen in dieser Gegend erhält. Beide Grössen aber, H wie R, schwanken auf dem φ-Aequator recht bedeutend, nämlich zwischen den Grenzen 0·27 und 0·39.

Im Folgenden sind die erdmagnetischen Elemente für einige Breiten (linke Vertikalreihe) und Längen (oberste Horizontalreihe) für Anfang 1893 tabellarisch, ausserdem in Fig. 152 für Deutschland und Anfang 1885 graphisch dargestellt[1]).



(F. 152.)

Deklination δ.

	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
45°	14·8°	14·0	13·0	12·3	11·5	10·6	9·9	9·0	8·1	7·2	6·4	5·7
50°	15·8	14·8	13·7	12·9	11·8	10·9	9·8	8·8	8·0	7·0	6·0	5·1
55°	16·4	15·3	14·4	13·4	12·3	11·1	9·7	8·4	7·7	6·7	5·6	4·6

Inklination φ.

	0°	5°	10°	15°	20°	25°
45°	63·1°	62·3	61·6	61·0	60·4	59·7
46°	63.8	63·0	62·3	61·8	61·3	60·5
47°	64·4	63·8	63·1	62·5	62·2	61·4
48°	65·2	64·6	63·9	63·3	63·0	62·1
49°	65·9	65·3	64·7	64·1	63·8	63·0
50°	66·5	66·0	65·4	64·9	64·5	63·7
51°	67·2	66·6	66·1	65·7	65·2	64·3
52°	67·8	67·2	66·7	66·4	66·0	65·1
53°	68·4	67·8	67·3	67·0	66·8	65·9
54°	69·0	68·5	68·0	67·7	67·5	66·8
55°	69·7	69·2	68·7	68·3	68·0	67·6

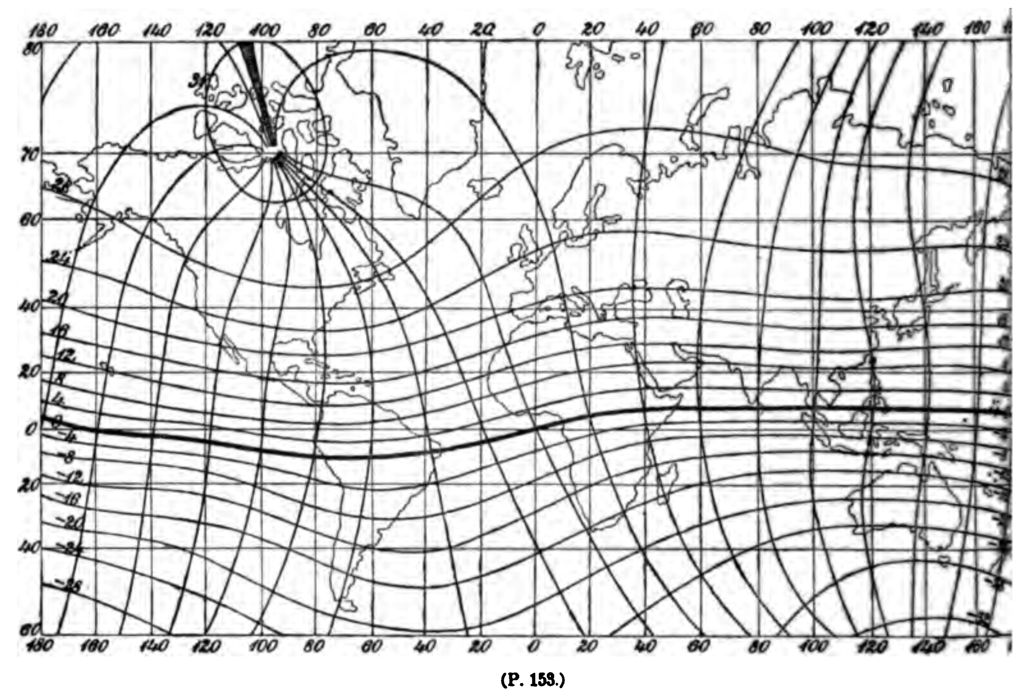
[1]) Die Zahlen nach NEUMAYER, ESCHENHAGEN, KOHLRAUSCH u. A., die Karte nach ESCHENHAGEN in KIRCHHOFF's Anleitung zur deutschen Landeskunde, Stuttg. 1888.

Horizontalintensität H (in Tausendteln).

	0°	5°	10°	15°	20°	25°
45°	209	213	217	221	225	230
46°	204	209	212	217	221	225
47°	200	204	208	212	216	220
48°	196	200	204	208	211	216
49°	192	196	200	203	207	211
50°	188	192	196	199	202	206
51°	184	188	192	195	197	201
52°	181	184	188	190	192	195
53°	177	180	184	186	188	190
54°	173	177	180	182	185	186
55°	169	173	176	178	180	182

Zur Umrechnung auf andere Zeitpunkte sei gleich hier bemerkt, dass δ alljährlich, φ etwa in 3 Jahren um 0·1° abnimmt, H dagegen in etwa 4—8 Jahren (je nach der Gegend) um 1 Tausendstel zunimmt.

Kraftlinien und Niveaulinien. Den obigen Systemen von Linien schliessen sich noch zwei weitere Systeme an, welchen in wissenschaftlicher Hin-



(P. 153.)

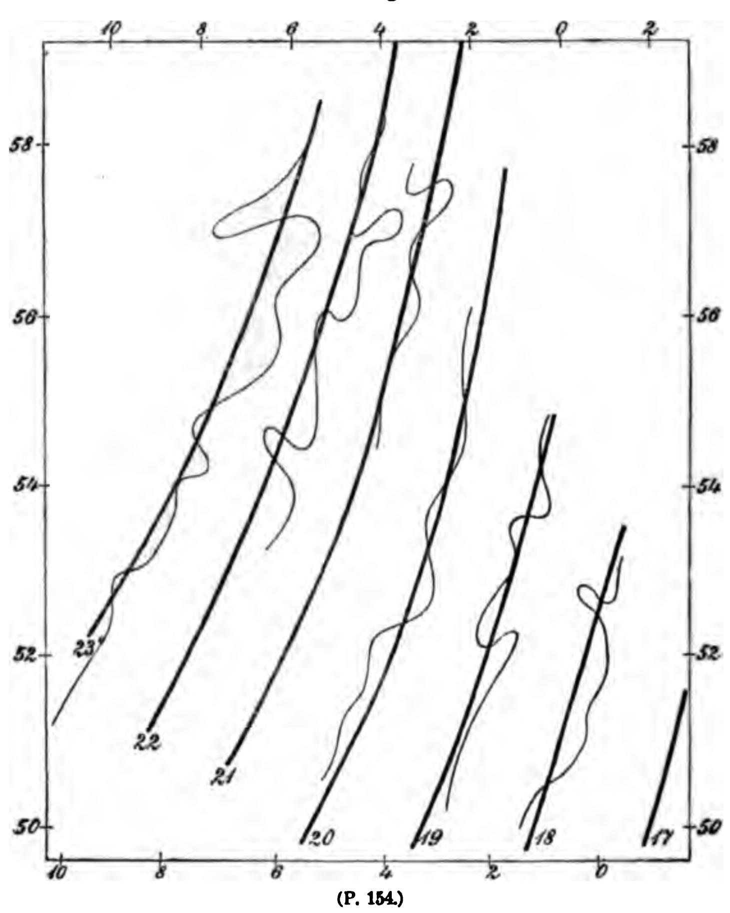
sicht sogar eine noch grössere Bedeutung zukommt. Es sind das diejenigen beiden Curvenschaaren, welche man in den verschiedensten Gebieten physikalischer Erscheinungen als Kraft- und Niveaulinien bezeichnet. Die Kraftlinien sind diejenigen Curven, deren Richtung in jedem ihrer Punkte mit der Richtung der betreffenden, hier also der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft übereinstimmt; sie werden im vorliegenden Falle gewöhnlich magnetische Meridiane genannt und können entweder direkt durch Beobachtung der Nadel an verschiedenen Orten oder aus den Isogonen in leicht ersichtlicher Weise abgeleitet werden. Die Niveaulinien andererseits sind Linien, die überall

diejenige Richtung haben, in welcher gar keine Kraft der betreffenden Art, hier also keine magnetische Kraft wirkt, für deren Punkte also das Potential V den gleichen Werth hat; man nennt sie auch magnetische Gleichgewichtslinien oder Linien gleichen magnetischen Potentials V. Diese beiden Liniensysteme sind in Fig. 153 dargestellt und zwar die Niveaulinien für je um 0·04 *C. G. S.* Einheiten abstehende Werthe nicht von V, sondern von V/r, wo r der äquatoriale Erdradius ist (nur die äusserste Curve im Norden entspricht einem nur um 0·03 differenten Werthe), die Zahlen bedeuten hundertel; von den Meridianen, für die es eine in der Natur der Sache begründete Auswahl nicht giebt, sind diejenigen gewählt, welche den Erdäquator in durch 20 theilbaren Längen östlich oder westlich von Greenwich schneiden. Es muss bemerkt werden, dass zwei Curvensysteme von der Bedeutung der hier vorliegenden sich bekanntlich überall senkrecht schneiden, wenn das in der Figur nicht überall genau der Fall ist, so liegt dies daran, dass die Meridiane aus der Beobachtung, resp. aus den Isogonen, die Niveaulinien hingegen aus der Theorie (s. w. u.) abgeleitet wurden.

Diese Curven bieten nun ein sehr anschauliches Bild der Verhältnisse dar, und zwar sowohl für δ als auch für H. Wo die Niveaulinien horizontal, die Meridiane vertikal verlaufen, ist offenbar $\delta = 0$, durch Verbindung der bezüglichen Punkte erhält man also wieder die agonischen Linien der Fig. 145. Wo die Niveaulinien von links unten nach rechts oben, die Meridiane von links oben nach rechts unten verlaufen, ist δ positiv (westlich), im entgegengesetzten Falle negativ (östlich). Wo die Niveaulinien dicht bei einander liegen, also am Aequator, ist H gross, wo sie weit von einander liegen, also in den Polargegenden, ist H klein. Vor den Isogonen haben die Meridiancurven den Vorzug, dass sie nur in den magnetischen und nicht auch in den geographischen Polen zusammentreffen, und dass in Folge dessen das Bild ein einfacheres ist. Ebenso haben auch die Niveaulinien vor den Horizontal-Isodynamen, mit denen sie sonst einige Aehnlichkeit haben, den Vorzug, dass die geschlossenen Linien in der Nähe des Aequators wegfallen, das Bild also ebenfalls einfacher wird. Endlich ist darauf hinzuweisen, dass sich auch hier eine ausgezeichnete Linie vorfindet, nämlich diejenige Gleichgewichtslinie, für welche $V = 0$ ist, welche also die Erdgebiete mit positivem von den mit negativem Werthe des magnetischen Potentials von einander trennt; man kann sie Deklinations- oder Potential-Aequator nennen; von den übrigen magnetischen Aequatorlinien weicht sie nicht unwesentlich ab, am wenigsten noch vom Inklinations-Aequator.

Besondere örtliche Erscheinungen. An vielen Stellen der Erdoberfläche treten anomale Werthe der erdmagnetischen Elemente, d. h. solche auf, welche von denen der Umgebung mehr, als zu erwarten wäre, abweichen, und in Folge dessen ergeben sich eigenthümliche Anomalien im Verlaufe der im übrigen sanft gekrümmten isomagnetischen Linien. In den obigen Figuren zeigen sich solche Anomalien nur dann, wenn sie sich über grosse Gebiete erstrecken, z. B. die Wellen der Isodynamen 0·180 und 0·185 auf der deutschen Karte Fig. 152; im weiteren Sinne könnte man natürlich selbst solche Gebilde wie die Deklinations-Enklave in Ost-Asien u. s. w. als Anomalien grössten Maassstabes bezeichnen. Die meisten Anomalien sind relativ sehr kleinen Maassstabes, sie treten in jenen Karten nicht hervor, theils weil sie zu unscheinbar sind, theils aber, weil sie absichtlich eliminirt, die Curven also entsprechend vereinfacht wurden. In diesem Sinne nennt man die obigen Linien terrestrische Curven und stellt ihnen die magnetischen Lokalcurven gegenüber. Fig. 154, die

sich auf Grossbritannien bezieht, zeigt, wie stark die einen oft von den anderen abweichen, und wie mannigfaltig und stark die Lokalcurven zuweilen gekrümmt sind. So beträchtliche Abweichungen kommen natürlich nicht allenthalben, vielmehr vorzugsweise in der Nähe von Gebirgen vor, welche magnetische Massen enthalten, sowie in der Nähe von Küsten und Inseln — Abweichungen, welche ganz an diejenigen erinnern, welche Grösse und Richtung der Schwerkraft unter denselben Umständen aufweisen. Es wird hiervon, insbesondere von dem Gebirgsmagnetismus, noch die Rede sein[1]).



(P. 154.)

Endlich ist noch die Frage nach den Werthen der erdmagnetischen Elemente in verschiedenen Höhen über der Erdoberfläche resp. in verschiedenen Tiefen unter ihr zu berühren. Leider liegen gegenwärtig in ersterer Hinsicht nur wenige, in letzterer gar keine erwähnenswerthen Bestimmungen vor, was in Anbetracht der bezüglichen Schwierigkeiten nicht zu verwundern ist; namentlich leuchtet es ein, dass die Anstellung magnetischer Messungen in Luftballons — und gerade solche sind naturgemäss von besonderer Wichtigkeit — eine überaus heikle Aufgabe ist. Auf Bergen fand FORBES eine Abnahme von H um $\frac{1}{3000}$ seines Werthes, von φ um 5″ auf je 100 englische Fuss, aus den Beobachtungen von KREIL und von HARTL in den Alpen lässt sich dagegen ein sicherer positiver Schluss nicht ziehen; in Ballons fanden GAY-LUSSAC, GLAISHER und Andere so widersprechende Zahlen und selbst Vorzeichen der Aenderung, dass man gar nichts oder höchstens soviel daraus schliessen kann, dass diese Aenderung sehr klein ist und von den Fehlerquellen mehr oder weniger

[1]) Ein Gebiet besonders starker lokaler Störungen sind einige Stellen der Ostseeküste, ein anderes die Gegend von Charkow und Süd-Russland, wo innerhalb von 20 Quadratmeilen δ von $+48°$ bis $-38°$, φ von 52° bis 81°, H von 0·11 bis 0·40° schwankt.

verdeckt wird. Immerhin wird hierauf bei der Theorie noch zurückzukommen sein[1]).

Zeitliche Aenderungen.

Schon in den ersten Zeiten magnetischer Beobachtungen erkannte man, dass die einem Orte zukommenden Werthe der magnetischen Elemente sich mit der Zeit ändern. Gegenwärtig weiss man, dass diese Aenderung eine sehr mannigfaltige ist und in dieser Hinsicht die Aenderungen z. B. der Lufttemperatur noch weit übertrifft. Die erste Unterscheidung, die man machen kann, nämlich die zwischen periodischen und nichtperiodischen Aenderungen, hält in letzter Instanz nicht Stich, da man bei der Kürze des Zeitraumes, den selbst die drei Jahrhunderte bisheriger Beobachtung darstellen, nicht wissen kann, ob nicht auch die scheinbar unperiodischen Veränderungen in Wahrheit periodisch sind. Es bleibt also im Wesentlichen nur die Klassificirung nach der Länge der Periode übrig, und es sind hier die säkularen, die vieljährigen, die jährlichen, die täglichen Schwankungen zu unterscheiden, wozu dann schliesslich noch die dem Anscheine nach unregelmässigen, grösstentheils plötzlichen Veränderungen kommen. Von den meisten Aenderungen wird die Deklination am stärksten, die Totalintensität am schwächsten betroffen.

Säkulare Deklinationsänderung. Wenn man für einen Ort die Werthe von δ für zahlreiche Zeitpunkte eines grösseren Zeitraumes kennt, so kann man daran gehen, sie durch eine Formel darzustellen, welche alsdann die Rückberechnung der Werthe für die übrigen Punkte jenes Zeitraumes mit einer gewissen Genauigkeit gestattet, während die Anwendung der Formel auf ausserhalb gelegene Zeitpunkte, also die Extrapolarisation gefährlich ist und oft ganz falsche Werthe liefert; es muss also jener Zeitraum der Formel stets beigefügt werden. Am gebräuchlichsten ist die parabolische Formel

$$\delta = \delta_0 + a(t - t_0) + b(t - t_0)^2,$$

in welcher t_0 ein fester Zeitpunkt, die sogen. Epoche, δ_0 die ihr entsprechende beobachtete Deklination, t irgend eine Zeit, δ die entsprechende Deklination ist, und a und b Constanten sind. Nur für wenige Orte hat man diese Constanten bisher berechnen können, und auch für diese nur für sehr verschiedene Epochen und Zeiträume; eine Auswahl giebt die folgende Tabelle.

Säkulare Deklination.

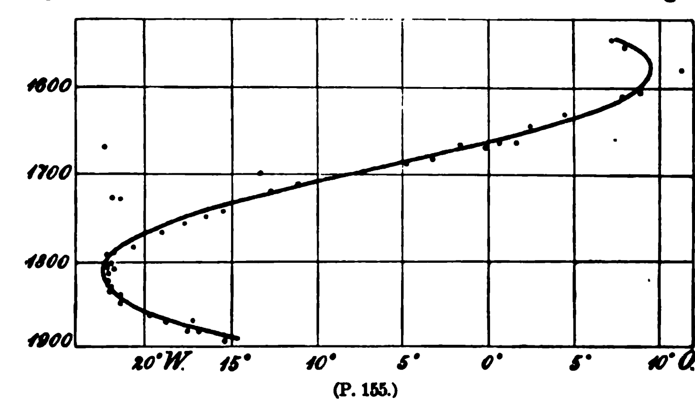
Ort	δ_0	a	b	Zeitraum	t_0	Autor
Petersburg . .	1° 37·64′	− 6·5200′	—	1873—1885	1873	Müller
Berlin	18° 7·30′	−0·2681′	− 0·070′	1730—1870	00	Ermann
Göttingen . . .	14° 51·70′	−8·8430′	− 0·053′	1632—1885	67·52	Kohlrausch
Greenwich . .	20° 24·97′	−7·8730′	+ 0·049′	1858—1875	66	Neumayer
Prag	12° 34·08′	−7·0480′	+ 0·092′	1855—1876	65	"
Wien	11° 39·42′	−7·3436′	+ 0·017′	1853—1871	65	"
München . . .	14° 58·92′	−7·2822′	+ 0·005′	1842—1872	57	"
Mailand . . .	13° 31·00′	− 6·7270′	− 0·004′	1836—1884	80	Chistoni
Venedig . . .	11° 49·00′	−6·8250′	− 0·008′	1848—1884	80	"
Toronto . . .	1° 57·58′	+2·8890′	− 0·013′	1841—1871	56	Neumayer
Rio de Janeiro .	0° 24·40′	+8·0940′	+ 0·022′	1670—1885	50	Weyer
Melbourne . .	−8° 19·74′	+ 1·1800′	+ 0·020′	1858—1884	71·5	Neumayer

[1]) Vergl. z. B. Airy, Ueb. d. Magnetismus, deutsch v. Tietjen, Berlin 1874, pag. 77; Humboldt, Kosmos, Bd. 4, pag. 93. 1858; Kreil, Denkschr. Wiener Akad. 1, pag. 279 1850. Hartl, Zeitschr. f. Meteor. 1881, pag. 102.

Eine parabolische Formel ergiebt für die dargestellte Grösse bekanntlich zweimal den Werth Null und dazwischen ein Maximum. So findet man z. B.

	$\delta = 0$	δ_{max}	Betrag
für Berlin	1673 und 1923	1798	18° 9′
„ Göttingen	1632 „ 1938	1785	19° 32′,

wobei es aber sehr wohl möglich ist, dass die Beobachtung in den Jahren 1923 resp. 1938 von Null stark abweichende Werthe von δ ergeben wird. Für Paris, wo sich die Beobachtungen bereits durch fast vier Jahrhunderte erstrecken, reicht die Parabel nicht aus, da sich hier auch ein Minimum, d. h. ein negatives (östliches) Maximum von δ ergeben hat; die betreffende, in Fig. 155 dargestellte Curve ist vielmehr wellen- resp. sinusartig, wobei allerdings kleinere Wellen und Unregelmässigkeiten zur Vereinfachung des Bildes eliminirt worden sind; als besondere Werthe findet man:



(F. 155.)

Minimum im Jahre 1580, Betrag — 9° 30′,
Null „ „ 1600
Maximum „ „ 1810, Betrag + 22° 18′.

Noch andere Orte weisen zwar ebenfalls Maxima und Minima auf, ohne jedoch dabei das Vorzeichen gewechselt zu haben (für New-York z. B. sind die Extreme der letzten 200 Jahre + 4° und + 9°). Endlich sei noch ein Beispiel für eine Darstellung gegeben, welche sich für sehr lange Reihen zuweilen bewährt hat, und bei welcher zwei verschiedene Epochen t_1 und t_2, sowie zwei verschiedene Perioden T_1 und T_2 zu Grunde gelegt werden:

$$\delta = \delta_0 - a \sin (t - t_1) \frac{360°}{T_1} - b \sin (t - t_2) \frac{360°}{T_2};$$

für Christiania z. B. ist

$$\delta_0 = 5{\cdot}99°, \quad a = 13{\cdot}53°, \quad t_1 = 1502{\cdot}2, \quad T_1 = 420,$$
$$b = 0{\cdot}53°, \quad t_2 = 1517{\cdot}5, \quad T_2 = 82,$$

und man findet

$\delta = 0$ in den Jahren 1530, 1681, 1950,
δ_{max} im Jahre 1822, Betrag + 20° 1′,
δ_{min} „ „ 1612, „ — 7° 56′.

Am anschaulichsten ergeben sich die Veränderungen von δ durch Vergleichung der im Laufe der Jahrhunderte publicirten und neuerdings mehrfach zusammengestellten Isogonenkarten, namentlich für die Jahre 1600, 1700, 1800, 1858 und 1885. Nur wenige Gebiete haben während dieser Zeit ihr Vorzeichen gewahrt, so sind West-Australien und die Neu-England-Staaten stets westlich, Ost-Australien und Süd-Amerika (mit Ausnahme der Ostecke) stets östlich geblieben, Afrika ist wenigstens seit 1700 westlich; Europa und Asien hingegen haben Zeichenwechsel, und zwar zum Theil wiederholte, aufzuweisen. Die agonische Linie, die jetzt durch Amerika geht, bog früher (1600) stark nach Osten aus und umschloss fast

ganz Europa, erst allmählich hat sie sich zurückgezogen und ihre heutige einfache Gestalt angenommen. Umgekehrt war damals die andere agonische Linie nahezu gerade, erst mit der Zeit bauchte sie sich nach Ost-Asien aus und schnürte schliesslich die jetzige geschlossene Agone von sich ab.

Gegenwärtig ist die Säkularänderung der Deklination, welche in Fig. 145 durch die eingeklammerten Zahlen in Minuten pro Jahr angegeben ist, fast überall negativ, d. h. die Deklination wird östlicher, sie nimmt also, absolut genommen, da, wo sie westlich ist, ab, dagegen dort, wo sie östlich ist, zu; nur in Amerika, dem südlichen Atlantic und Ost-Asien (besonders in der Enklave) nimmt δ zu; ohne Säkularänderung sind gegenwärtig drei, in Fig. 145 gestrichelte Linien, eine nahe der Westküste Amerikas hinlaufende, eine zweite, welche den Nord-Atlantic durchschneidet und dann westlich von Afrika hinläuft, und eine dritte in Ost-Asien. Die stärkste Abnahme findet in Nordwest-Europa statt, nämlich um 12′ jährlich, in Schottland beträgt sie 9, in Holland 8, in Deutschland 7, in Russland 5 bis 6; dabei wird diese Abnahme aber allmählich kleiner, sie betrug z. B. in Hamburg:

1856	1865	1873	1880	1885	1890
8·4′	8·0′	7·4′	7·0′	6·4′	5·2′.

Säkulare Inklinationsänderung. Sie ist wesentlich kleiner als die Aenderung der Deklination. Die parabolische Formel

$$\varphi = \varphi_0 + a(t - t_0) + b(t - t_0)^2$$

ergiebt folgende Werthe:

Ort	φ_0	a	b	t_0	Autor
Upsala	71° 0·0′	− 1·42	+ 0·051′	1869	Solander
Wilhelmshafen .	68° 13·0′	− 1·44	+ 0·039′	1870·5	Eschenhagen
Berlin	70° 19·5′	− 4·35	+ 0·021′	1800	Ermann
Göttingen . . .	67° 1·0′	− 1·90	+ 0·016′	1860·6	Kohlrausch
Greenwich . .	67° 56·2′	− 2·02	− 0·005′	1868	Neumayer
München . . .	64° 38·2′	− 2·52	− 0·007′	1857	"
Mailand . . .	62° 11·0′	− 1·33	+ 0·022′	1880	Chistoni
Venedig . . .	61° 38·0′	− 1·90	+ 0·012′	1880	"
Washington . .	71° 38·0′	− 0·15	− 0·016′	1880	Geodetic Survey
Melbourne . .	−67° 6·0′	+ 0·08	+ 0·008′	1871·5	Neumayer

Hiernach würde die bisher ununterbrochene Abnahme von φ im nächsten Jahrhundert ihr Ende erreichen, und zwar für Berlin etwa 1902 mit 66° 38′, für Göttingen 1935 mit 65° 50′. Welche Werthe φ im Laufe der Zeiten angenommen hat und wie gross dabei die jährliche Aenderung gewesen ist, möge das Beispiel von Paris zeigen:

Jahr	φ	jährliche Aenderung	Jahr	φ	jährliche Aenderung
1671	75° 0′	1·8′	1825	68° 0′	3·3′
1780	71° 48′	6·0′	1831	67° 40′	4·0′
1806	69° 12′	4·5′	1835	67° 24′	2·5′
1814	68° 36′	2·7′	1858	66° 26′	2·4′
1820	68° 20′	4·0′	1885	65° 20′	—

Die Inklination hat also ununterbrochen abgenommen, ohne dass jedoch in dem Verlauf dieser Abnahme ein Gesetz zu erkennen wäre; im Durchschnitt beträgt die jährliche Abnahme 2·7′, was auch heute noch etwa stimmt.

Die Inklination nimmt gegenwärtig fast überall ab, in Deutschland um 1 bis 2′, ebenso in Grossbritannien, in Frankreich, Italien und Oesterreich-Ungarn um 1 bis 3′, die Abnahme ist aber geringer, als sie noch vor kurzem war (z. B. in Grossbritannien 1837 bis 1857 1·6 bis 2·7′, dagegen 1857 bis 1888 0·9 bis 1·9′); auch im westlichen Russland nimmt φ ab, ferner in Afrika (bis zu 5′) und in den Vereinigten Staaten (um 2·5 bis 7·5′). Dagegen findet in Australien und im mittleren Russland gar keine Aenderung, in Ost-Russland eine kleine und in Asien eine etwas grössere Zunahme statt. Eine Linie ohne Inklinationsänderung geht von den Aleuten nach Kalifornien, West-Indien, Brasilien und dem nördlichen Atlantic, eine zweite durch das europäische Russland. Was endlich den magnetischen Aequator betrifft, so haben sich dessen Schnittpunkte mit dem geographischen Aequator sehr beträchtlich verschoben, der eine von ihnen lag z. B. 1700 unter 35° östl. L., 1780 unter 20° östl. L., jetzt liegt er unter 10° westl. L., er ist also jährlich etwa 15′ westwärts gewandert.

Säkulär-Aenderung der Horizontalintensität. Die parabolische Formel

$$H = H_0 + a(t - t_0) + b(t - t_0)^2$$

liefert folgende Werthe:

Ort	$100000\,H_0$	$100000\,a$	$1000000\,b$	t_0	Autor
Berlin	17594	− 8	2	1800	ERMANN
Göttingen . . .	18497	+ 35	3	1870	KOHLRAUSCH
Greenwich . . .	17694	+ 16	5	1864	NEUMAYER
Prag	19264	+ 22	1	1865	„
Wien	20090	+ 57	3	1865	„
München . . .	19694	+ 26	1	1857	„
Venedig . . .	21370	+ 17	− 1	1880	CHISTONI
Toronto . . .	16145	− 15	8	1856	NEUMAYER
Melbourne . .	23630	− 6	0	1871·5	„

Das Berliner Minimum fiel hiernach in das Jahr 1816 und betrug 0·1753, das Göttinger nach KOHLRAUSCH in 1817 mit 0·1756, während nach SCHERING die entsprechenden Zahlen 1823 und 0·1767 sind und ein Maximum für 1898 mit 0·1876 zu erwarten ist. Allgemein sind, wie man sieht, die Aenderungen von H keine erheblichen, sie messen nach Hunderttausendteln der absoluten Einheit und betragen in Deutschland deren 12 bis 23, ebenso in Oesterreich, in Italien etwas mehr, in Frankreich (1848 bis 1885) 22 bis 28, neuerdings aber nur 17 bis 19, woraus hervorgeht, dass die Zunahme kleiner und kleiner wird, in Grossbritannien 18 bis 22, in Russland ist sie sehr klein und geht im östlichen sogar in eine Abnahme über, welche in Sibirien bis zu −30 ansteigt, während das südliche Asien wieder eine Zunahme hat. Ferner nimmt H in West-Afrika zu, in Ost-Afrika und Australien ab, in Nordost-Amerika zu, im ganzen übrigen Amerika dagegen ab, und zwar in Süd-Amerika bis zu −80. Eine Linie ohne Aenderung, die aber in einzelnen Theilen prekär und vielleicht nur ephemer ist, geht von 50° nördl. B. und 120° westl. L. quer durch Nord-Amerika zwischen Bahama und Bermuda-Inseln nach Cap Verde, Zanzibar, den kleinen Sunda-Inseln und schliesslich hinauf nach Nord-Amerika.

Säkular-Aenderung der Totalintensität. Sie lässt sich offenbar durch Combination der Aenderungen der Inklination mit den Aenderungen der Horizontalintensität ableiten. Aus

$$H = R\,cos\varphi$$

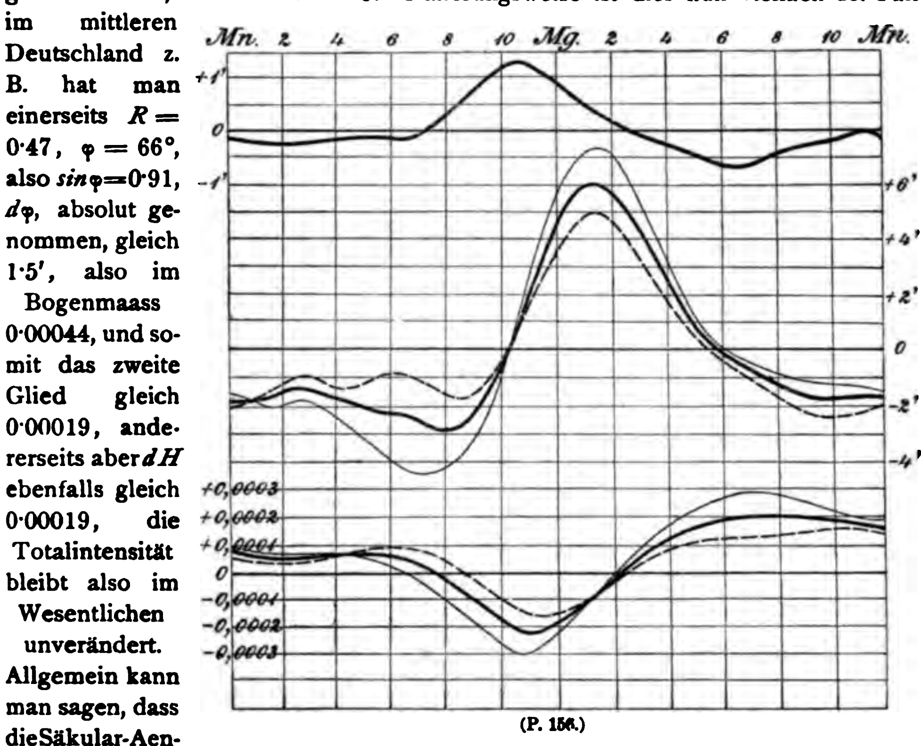
folgt nämlich

$$dH = -R\,sin\varphi\,d\varphi + cos\varphi\,dR,$$

also

$$dR = \frac{dH + R\,sin\varphi\,d\varphi}{cos\varphi}.$$

Nun haben nach dem Obigen dH und $d\varphi$ entgegengesetzte Vorzeichen; es wird also dR desto kleiner ausfallen, je näher die beiden Glieder des Zählers ihrem absoluten Betrage nach einander kommen; und wenn sie sogar einander gleich werden, so wird $dR = 0$. Näherungsweise ist dies nun vielfach der Fall; im mittleren Deutschland z. B. hat man einerseits $R = 0{\cdot}47$, $\varphi = 66°$, also $sin\varphi = 0{\cdot}91$, $d\varphi$, absolut genommen, gleich 1·5', also im Bogenmaass 0·00044, und somit das zweite Glied gleich 0·00019, andererseits aber dH ebenfalls gleich 0·00019, die Totalintensität bleibt also im Wesentlichen unverändert. Allgemein kann man sagen, dass die Säkular-Aenderungen der Totalintensität, wo und wann sie überhaupt existiren, weit kleiner sind als die der Horizontalintensität und der Inklination, oder gar als die der Deklination.

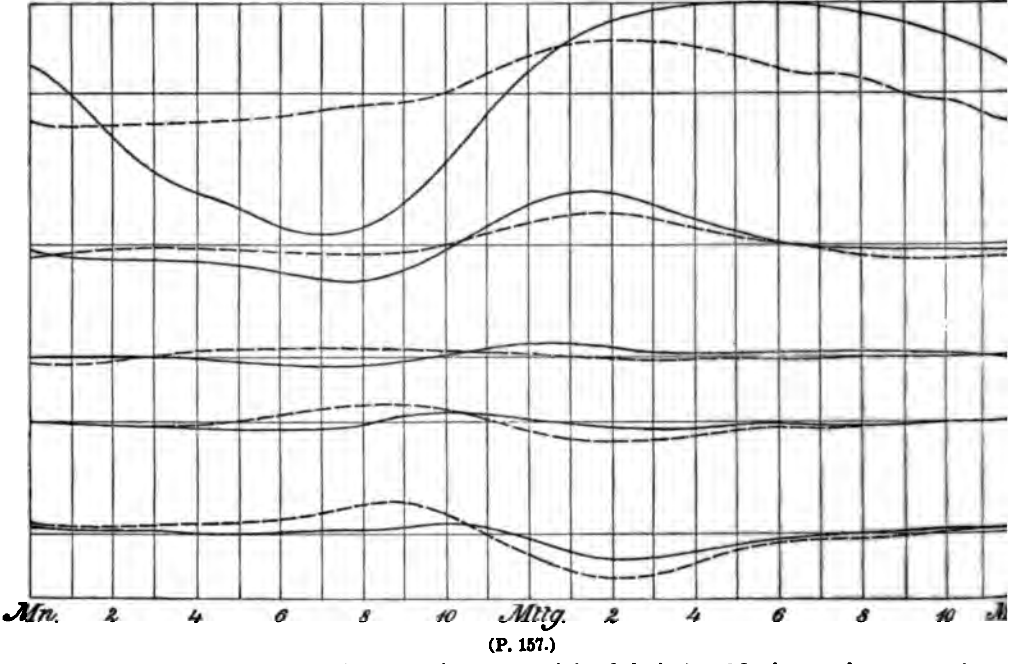


(P. 156.)

Tägliche Schwankungen. Sämmtliche erdmagnetische Elemente ändern ihre Werthe im Laufe des Tages. Am stärksten ist diese Aenderung auch hier wieder bei der Deklination, schwächer bei Inklination und Horizontalintensität, bei denen sie überdies einen entgegengesetzten Verlauf nimmt, und am schwächsten in Folge dessen bei der Totalintensität. In Fig. 156 ist der tägliche Gang von δ (in der Mitte), φ (oben) und H (unten) für Wilhelmshaven nach einjährigem Mittel (1883) auf Grund der Angaben registrirender Instrumente dargestellt, die starken horizontalen Linien geben die Mittelwerthe, die starken Curven den täglichen Gang. Wie man sieht, variirt δ um 10', φ um 2', H um 0·0004. Das Maximum von δ, also sein grösster westlicher Werth, fällt auf 1 bis 2 Uhr Nachmittags, das Minimum auf 8 Uhr Morgens; das Maximum von φ und das Minimum von H fallen auf 10—11 Uhr Vormittags, das Minimum von φ und das Maximum von H auf 7 bis 9 Uhr Abends. Bei allen Elementen sind die Aenderungen

am Tage stärker und gleichmässiger als in der Nacht, in welcher sich übrigens meist noch ein zweites, wenn auch sehr schwaches Maximum resp. Minimum vorfindet.

Wie sich die täglichen Schwankungen der Deklination in den verschiedenen Zonen gestalten, zeigt Fig. 157, deren fünf über einander liegende Darstellungen sich, von unten nach oben, auf die südliche gemässigte, südliche heisse, nördliche heisse, nördliche gemässigte und nördliche kalte Zone beziehen und welche, wenn von dem Unterschied der ausgezogenen und gestrichelten Linien zunächst abgesehen wird, erkennen lassen, dass die täglichen δ-Schwankungen (Millimeter bedeuten Minuten) am Aequator am kleinsten sind und nach den Polen



(P. 157.)

hin immer grösser werden, sowie, dass sich dabei das Maximum immer mehr nach den Nachmittagsstunden verschiebt. In der obersten Darstellung bezieht sich die ausgezogene Linie auf die westliche, die gestrichelte auf die östliche Hälfte der Polarzone, und es hängt offenbar mit der Nähe des Magnetpols zusammen, dass jene eine noch grössere tägliche Schwankung aufweist als diese[1].

Noch ist die wichtige Thatsache anzuführen, dass die täglichen Schwankungen auch eine jährliche Periode besitzen, d. h. sie sind in den gemässigten und kalten Zonen im Sommer stärker als im Winter, und in den heissen Zonen ist sogar der Verlauf in den beiden Jahreshälften der entgegengesetzte. Es geht dies deutlich aus den Fig. 156 und 157 hervor, in denen (abgesehen von der schon erwähnten obersten Darstellung der Fig. 157) die schwach ausgezogenen Linien sich auf den Sommer, die gestrichelten auf den Winter beziehen. In Deutschland ist nach einer angestellten Berechnung das Verhältniss der täglichen Amplitude im Sommer zu derjenigen im Winter folgendes:

δ	φ	H	R
1·72	1·82	2·27	2·63,

[1]) Zuweilen stellt man die täglichen Schwankungen von δ und φ durch eine einzige Curve dar (Abscissen δ, Ordinaten φ), welche dann gewissermaassen die Bewegung eines Endpunktes einer im Raume freien Nadel darstellt.

sodass man sagen kann, die tägliche Schwankung sei im Sommer etwa doppelt so gross wie im Winter. Die Relativzahlen für die einzelnen Monate sind noch vielfach mit grossen Unsicherheiten behaftet; als Beispiel mögen die Deklinationsschwankungen für Kiew dienen:

Januar . .	33	April . .	63	Juli . . .	59	October .	48
Februar .	41	Mai . .	58	August .	60	November	40
März . .	52	Juni . .	60	September	56	December	32

Sehr merkwürdig ist schliesslich eine andere Ungleichheit, welche die tägliche δ-Schwankung aufweist, und deren Periode und Phase mit derjenigen der Sonnenflecken übereinstimmt. Die folgenden Zahlen geben an, wie sich die tägliche Amplitude an Tagen maximaler Fleckenausbildung zu der an Tagen minimaler Ausbildung verhält.

Ort	Verhältniss	Autor
Paris	1·71	Cassini und Arago
Göttingen	1·74	Gauss
München	1·66	Lamont
Dublin	1·52	Lloyd
Hobarttown . . .	1·57	Kay
Toronto	1·51	Younghusband

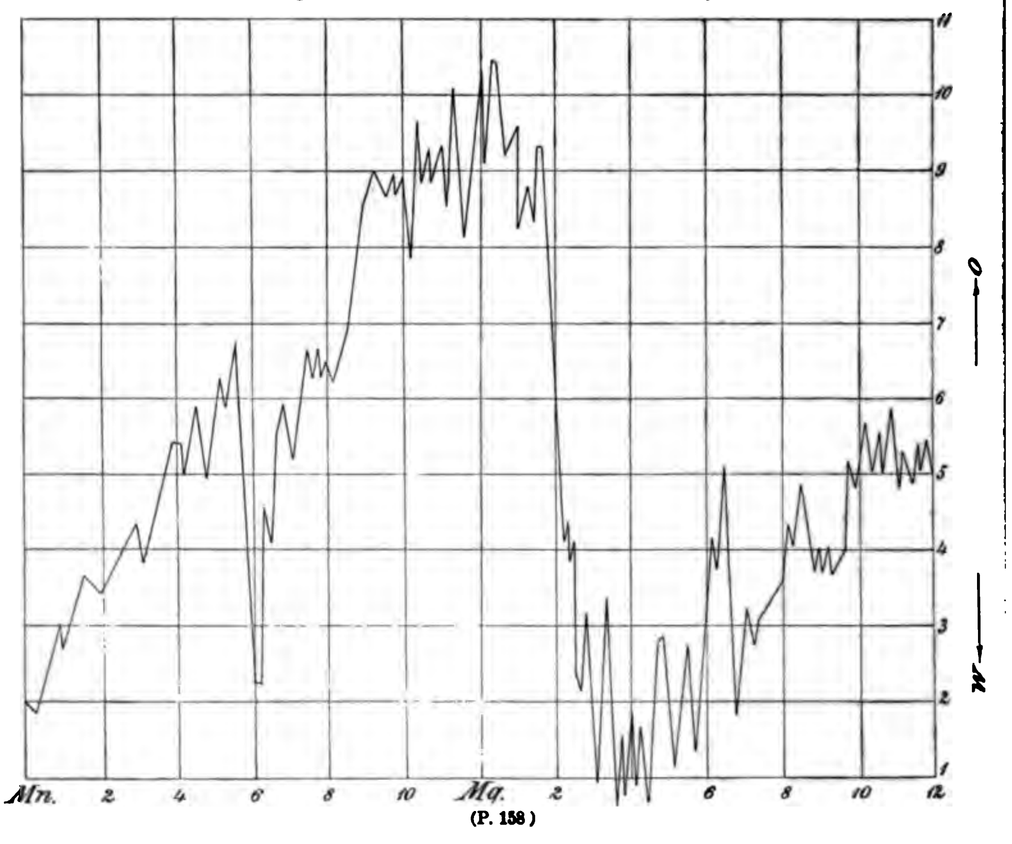
Das Verhältniss ist also rund das von 5:3; die Phasenübereinstimmung ist insofern keine vollständige, als die δ-Amplitude der Häufigkeit der Sonnenflecke etwas nachhinkt.

Andere periodische Schwankungen. Ausser den säkularen und den täglichen Veränderungen der magnetischen Elemente sind noch mehrere andere vermuthet oder mit mehr oder weniger Sicherheit constatirt worden. Es genüge, sie kurz anzuführen: 1) Eine jährliche Periode von δ ist in Russland jetzt festgestellt, das Maximum fällt in den Juni, das Minimum in den November oder December, die Differenz ist aber sehr geringfügig (rund 1'). 2) Eine halbjährige Periode mit den Aequinoctien und Solstitien als ausgezeichneten Punkten scheint stellenweise zu existiren. 3) In der Mondperiode fand Sabine für Toronto ein zweimaliges Maximum und Minimum mit den Amplituden 0·64' für δ, 0·07' für φ und 0·0000012 für R. Auch Kreil glaubt neuerdings (Wiener Denkschr. Bd. 5) den Mondeinfluss auf H zweifellos festgestellt zu haben. 4) Eine 19jährige Periode der Intensität, übereinstimmend mit der Bewegung der Mondknoten, fand Hansten für Christiania. 5) Andere vielleicht vorhandene Perioden sind die 26tägige, die von Hornstein (Wien. Ber. 1871, 15. Juni) gefunden wurde und fast genau der Sonnenrotation entspricht, die 11jährige (Sonnenflecke) und eine 40 bis 50jährige.

Magnetische Störungen. So nennt man plötzlich oder mindestens sehr rasch eintretende Veränderungen der magnetischen Elemente, insbesondere der Deklination. Sie markiren sich dadurch, dass die unter gewöhnlichen Umständen ruhige Magnetnadel sichtbar zu zittern anfängt und unter fortdauerndem Zittern ihre Richtung in kurzer Zeit, d. h. in einer oder wenigen Stunden zwischen oft sehr weiten Grenzen verändert. Besonders heftige Störungen, wie sie namentlich in hohen Breiten nicht zu den Seltenheiten gehören, bezeichnet man nach Humboldt auch als magnetische Gewitter. Eine Darstellung eines solchen giebt Fig. 158, die sich auf die deutsche Polarstation Kinguafiord und den 15. November 1882 bezieht und eine δ-Schwankung von über 10° innerhalb weniger Stunden erkennen lässt.

Geringere magnetische Störungen, die sich auf Bruchtheile eines Grades oder auf Minuten resp. auf kleine Bruchtheile von H beschränken, sind sehr häufig — so häufig, dass sie z. B. bei der Berechnung des täglichen Ganges der magnetischen Elemente störend wirken und WILD veranlasst haben, zwischen normalen und abnormen Tagen, d. h. Tagen ohne und mit Störungen zu unterscheiden, wobei alsdann für gewisse Zwecke die abnormen Tage von der Berücksichtigung auszuschliessen sind.

Die magnetischen Störungen, welche zuerst auf Anregung von GAUSS und WEBER durch den magnetischen Verein an 28 Stationen systematisch beobachtet



(P. 158)

wurden, treten im Norden und Süden häufig ganz gleichzeitig auf, pflanzen sich dagegen von Westen nach Osten zeitlich fort, wobei sie, wenn sie nicht grösseren Betrages sind, ihren Einfluss oft wesentlich ändern, weil sie nach und nach auf verschiedene Tageszeiten fallen, und sich folglich in verschiedener Weise mit den täglichen Schwankungen combiniren. Der durchschnittliche Betrag der Störungen nimmt, wie gesagt, nach Norden zu, und es seien hierfür nach LAMONT folgende Relativzahlen angeführt:

Mailand	1·0	Brüssel	1·3	Dublin	2·0
München	1·1	Berlin	1·5	Kopenhagen	2·2
Prag	1·2	Breda	1·6	Stockholm	2·4
		Göttingen	1·8		

Auch die magnetischen Störungen, so unregelmässigen Charakters sie sonst sind, lassen doch zeitliche Perioden erkennen. Sie sind nämlich am Tage

häufiger und auch meist stärker als in der Nacht, wobei noch zuweilen, z. B. in München, der Gegensatz auftritt, dass am Tage die δ-Störung mehr nach Westen, in der Nacht mehr nach Osten erfolgt; im Sommer sind die Störungen meist heftiger als im Winter, und während der Aequinoctien und des Sommer-Solstitiums sind sie oft am heftigsten. Zweifellos ist endlich der Parallelismus zwischen den magnetischen Störungen und den Sonnenflecken, sie treten beide in 11jährigen Perioden häufiger resp. seltener auf, und zwar derart, dass die magnetischen Störungen den Sonnenflecken meist etwas nachhinken.

Theorie des Erdmagnetismus.

Die erdmagnetischen Erscheinungen regen die Frage an, was für Kräfte man sich als ihre Ursache, und wo man sich den Sitz dieser Kräfte zu denken habe. Was zunächst die letztere Frage betrifft, so sind zwei generelle Möglichkeiten: jene Kräfte haben ihren Sitz ausserhalb oder innerhalb der Erde. Dass das erstere der Fall sei, ist schon deshalb nicht anzunehmen, weil die Erscheinungen sonst in hohem Grade von der Erddrehung abhängen müssten, während in Wahrheit die täglichen Schwankungen nur ganz kleine Bruchtheile der Elemente betreffen; und dann, weil bei der grossen Entfernung der Himmelskörper die Wirkung keine so gewaltige sein könnte, wie sie thatsächlich beobachtet wird. Es könnten derartige Wirkungen keine direkten, sondern nur indirekte sein, und sie können nicht die Haupterscheinungen, sondern nur deren Variabilität berühren, wovon noch die Rede sein wird. Auch die Lufthülle, welche die Erde umgiebt, und deren Sauerstoff allerdings magnetische Eigenschaften besitzt, hat jedenfalls nicht entfernt die Bedeutung für unsere Theorie, welche ihr FARADAY[1]) zuschrieb. Es ist also die Erde selbst als Sitz der Vorgänge, welche die beobachteten Erscheinungen veranlassen, anzusehen, und es fragt sich nur noch, ob man dabei an die Oberflächenschichten oder an das tiefere Innere zu denken habe. Aus den Erscheinungen an der Erdoberfläche und über derselben kann man das bekanntlich nicht entscheiden, da es für diese nach GAUSS stets eine Oberflächenvertheilung des wirkenden Agens giebt, welche einer inneren Vertheilung äquivalent ist (vergl. Art. Magnetismus, pag. 39), und es kann daher auch aus den oben erwähnten Messungen in verschiedenen Höhen nicht, wie Einige gemeint haben, auf eine grosse Tiefe der wirkenden Massen unter der Oberfläche geschlossen werden. Die Beschaffenheit der oberflächlichen Erdschichten aber, in denen wirksame Materialien nur sehr schwach und überaus sporadisch vorkommen, verweist auf das Erdinnere, welches ohnehin, nach den ermittelten Werthen der Dichte, als aus anderen, schwereren Stoffen bestehend angesehen werden muss.

Von älteren Versuchen, den Sitz von, die erdmagnetischen Erscheinungen quantitativ ergebenden, Magneten zu ermitteln, seien hier nur diejenigen von TOBIAS MAYER[2]), auf die auch HUMBOLDT wieder zurückkam, und von HANSTEEN[3]) erwähnt. Jener nahm einen einzigen, wenig ausgedehnten, aber sehr kräftigen Magneten im Mittelpunkte der Erde an, dieser deren zwei von unsymmetrischer Lage gegenüber der Aequatorialebene; beide Annahmen vermögen nur sehr roh die Thatsachen darzustellen, und selbst wenn sie es besser vermöchten, würden sie doch nicht den Charakter willkürlicher Darstellungen verlieren.

---

[1]) FARADAY, Exp. Unt. üb. Elektr. Bd. 1.

[2]) Vergl. BIOT, Traité de phys. 1816, Vol. 3, pag. 139. — AIRY, über den Magnetismus, pag. 78.

[3]) HANSTEEN, Unters. üb. den Magnetismus der Erde. Christiania 1816.

GAUSS'sche Theorie. Von derartigen Willkürlichkeiten völlig frei ist die Theorie von GAUSS, welche in einer der klassischsten und bedeutsamsten Abhandlungen aus dem Gebiete der mathematischen Physik niedergelegt ist[1]). Sie geht lediglich von der Annahme aus, dass die in Rede stehenden Wirkungen im umgekehrten Verhältniss des Quadrates der Entfernungen stattfinden, und dass es folglich ein erdmagnetisches Potential giebt, dessen allgemeine Darstellung der wesentliche Theil des Problems ist. Die Umgebung der Erde, und insbesondere der Raum, wo wir unsere erdmagnetischen Beobachtungen anstellen, ist das erdmagnetische Feld, es ist durchsetzt von den Flächen gleichen Potentials, und die Schnitte dieser Flächen mit der Erdoberfläche sind die Niveaulinien oder magnetischen Gleichgewichtslinien; auf ihnen stehen die Kraftlinien oder magnetischen Meridiane senkrecht. Die Schnittlinie der Fläche vom Potential Null mit der Erdoberfläche ist der magnetische Aequator, oben (pag. 117) im Gegensatz zu der in der Praxis meist sogenannten Linie (dem Inklinationsäquator) als Potentialäquator bezeichnet. Ein Punkt, in welchem eine Niveaufläche die Erdoberfläche berührt, wo also das Potential auf dieser ein Maximum oder Minimum und die Kraft vertikal gerichtet ist, ist ein magnetischer Pol, und es könnte vom theoretischen Standpunkte aus natürlich viele solche Pole geben, wobei dann die eigenthümliche Erscheinung eintreten würde, dass zwischen zwei gleichnamigen Polen immer noch ein Punkt liegen würde, in welchem (vergl. Art. »Magnetismus«) das Potential in einer Richtung ein Maximum, in der darauf senkrechten ein Minimum wäre, und den man als »falschen Pol« bezeichnen könnte. Thatsächlich sind derartige Fälle nicht, wie man früher auf Grund ungenauer Kenntnisse vielfach annahm, verwirklicht; die Erde besitzt vielmehr, von ganz lokalen Erscheinungen abgesehen, nur einen Nordpol und einen Südpol ihres Magnetismus.

Nennt man das erdmagnetische Potential V, die Kraft R und ihre Componenten nach Norden, nach Westen und nach dem Zenith X, Y, Z, so hat man die Formeln:

$$X = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial z},$$
$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}, \qquad H = \sqrt{X^2 + Y^2},$$
$$tang\,\delta = \frac{Y}{X}, \qquad \varphi = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$

Ferner ist die Aenderung des Potentials auf einer Curve, deren Element ds mit der Kraftrichtung den Winkel ϑ einschliesst,

$$V - V_0 = \int R \cos\vartheta \, ds,$$

und speciell auf der Erdoberfläche, wenn man statt ϑ den Winkel t des Elementes ds mit H, also $\cos t = \cos\vartheta / \cos\varphi$ einführt und die Beziehung $H = R\cos\varphi$ benutzt,

$$V - V_0 = \int H \cos t \, ds.$$

Von dem Wege ist dieses Integral hiernach unabhängig, und für einen geschlossenen Weg ist es Null. Wendet man dies auf ein Polygon, z. B. ein Dreieckan, so folgt, dass man, wenn man für die drei Eckpunkte die (mit t in einem leicht ersichtlichen Zusammenhange stehende) Deklinatiou δ und für zwei von ihnen H kennt, H für den dritten Eckpunkt berechnen kann — eine Berechnung, welche für das Dreieck Göttingen — Mailand — Paris zu einer sehr befriedigenden Uebereinstimmung mit der Beobachtung führt.

---

[1]) GAUSS, Allg. Theorie des Erdmagnetismus (1840), Werke, Bd. 5, pag. 119.

Auf der Erdoberfläche ist V eine Function der geographischen Länge λ und der Poldistanz (Complement der geographischen Breite) u. Für die genauere Untersuchung müsste man die Erde als Ellipsoid mit dem äquatorialen Radius a und der Excentricität ε betrachten; die Formeln für X und Y würden alsdann lauten:

$$X = -\frac{[1-\varepsilon(2-\varepsilon)\cos u^2]^{3/2}}{(1-\varepsilon)^2}\frac{1}{a}\frac{\partial V}{\partial u},$$

$$Y = -\sqrt{1-\varepsilon(2-\varepsilon)\cos u^2}\,\frac{1}{a\sin u}\frac{\partial V}{\partial \lambda}.$$

Die erdmagnetischen Beobachtungen waren aber zu GAUSS' Zeit und sind zum Theil auch heute noch nicht annähernd so fein durchgeführt, dass es nicht genügte, die Erde als Kugel zu betrachten und folglich

$$X = -\frac{1}{a}\frac{\partial V}{\partial u}, \qquad Y = -\frac{1}{a\sin u}\frac{\partial V}{\partial \lambda}$$

zu setzen. Zwischen X und Y besteht des weiteren die Beziehung

$$Y = \frac{1}{\sin u}\int_0^u \frac{\partial X}{\partial \lambda}\,du,$$

woraus der merkwürdige Satz folgt, dass, wenn X für die ganze Erdoberfläche gegeben ist, Y und somit auch H berechnet werden kann; umgekehrt gilt der Satz nur mit der Modifikation, dass, wenn Y für die ganze Erdoberfläche und X für irgend einen Meridian gegeben ist, X und somit auch H für die ganze Erdoberfläche berechnet werden kann.

Die Darstellung von V erfolgt naturgemäss durch Kugelfunctionen. Sind P_0, P_1 u. s. w. Functionen von λ und u, und ist r die Entfernung vom Erdmittelpunkt, so hat man

$$V = \frac{a^2 P_0}{r} + \frac{a^3 P_1}{r^2} + \ldots\ldots,$$

wo jedoch P_0 wegen der gleichen Stärke des positiven und negativen Magnetismus in Wegfall kommt; eine zweite nach positiven Potenzen von r steigende Reihe, welche hinzukommen würde, wenn nicht bloss innere, sondern auch äussere Massen wirksam wären, ist aus den obigen Gründen unterdrückt worden, und in der That erweist sich diese eine Reihe zur Darstellung der Haupterscheinungen als ausreichend.

Das Potential V genügt der Differentialgleichung $\Delta V = 0$, also in $r\lambda u$ der Gleichung

$$r\frac{\partial^2(rV)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial u^2} + \operatorname{cotg} u\frac{\partial V}{\partial u} + \frac{1}{\sin^2 u}\frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0,$$

folglich muss allgemein P_n der Gleichung

$$n(n+1)P_n + \frac{\partial^2 P_n}{\partial u^2} + \operatorname{cotg} u\frac{\partial P_n}{\partial u} + \frac{1}{\sin^2 u}\frac{\partial^2 P_n}{\partial \lambda^2} = 0$$

genügen, d. h. die P_n sind Kugelfunktionen von der Form

$$P_n = g_{n,0}P_{n,0} + (g_{n,1}\cos\lambda + h_{n,1}\sin\lambda)P_{n,1} + \ldots + (g_{n,n}\cos n\lambda + h_{n,n}\sin n\lambda)P_{n,n},$$

wo die g und h Constanten und die $P_{n,m}$ nur noch Funktionen von u sind nämlich

$$P_{n,m} = \cos^{n-m}u - \frac{(n-m)(n-m-1)}{2(2n-1)}\cos^{n-m-2}u$$
$$+ \frac{(n-m)(n-m-1)(n-m-2)(n-m-3)}{2\cdot 4\cdot(2n-1)(2n-3)}\cos^{n-m-4}u + \ldots.$$

Es ist also V für den ganzen Raum ermittelt, wenn die Constanten g und h bekannt sind. Da nun für die Oberfläche

$$\frac{V}{a} = P_1 + P_2 \ldots.$$

ist, hierin aber die g und h vorkommen und V für die Oberfläche bekannt ist, wenn z. B. X bekannt ist (s. ob.), so lässt sich die Bestimmung jener Constanten leisten, und das Problem ist gelöst. Schliesslich werden dann die Kraftcomponenten:

$$X = -\frac{a^3}{r^3}\left(\frac{\partial P_1}{\partial u} + \frac{a}{r}\frac{\partial P_2}{\partial u} + \frac{a^2}{r^2}\frac{\partial P_3}{\partial u} + \ldots\right),$$

$$Y = -\frac{a^3}{r^3 \sin u}\left(\frac{\partial P_1}{\partial \lambda} + \frac{a}{r}\frac{\partial P_2}{\partial \lambda} + \frac{a^2}{r^2}\frac{\partial P_3}{\partial \lambda} + \ldots\right),$$

$$Z = \frac{a^3}{r^3}\left(2P_1 + 3\frac{a}{r}P_2 + 4\frac{a^2}{r^2}P_3 + \ldots\right),$$

und speciell für die Erdoberfläche

$$X = -\left(\frac{\partial P_1}{\partial u} + \frac{\partial P_2}{\partial u} + \ldots\right), \quad Y = -\frac{1}{\sin u}\left(\frac{\partial P_1}{\partial \lambda} + \frac{\partial P_2}{\partial \lambda} + \ldots\right),$$

$$Z = 2P_1 + 3P_2 + 4P_3 + \ldots.$$

Hieraus folgen dann ohne weiteres die drei praktischen Grössen $\delta\varphi H$.

Die wirkliche Ausrechnung wird sich immerhin recht weitläufig gestalten, weil die Zahl der Glieder sehr gross ist. Es hat nämlich P_1 drei, P_2 fünf, P_3 sieben, P_4 neun Glieder; geht man also bis zu Grössen vierter Ordnung, so hat man schon 24 Constanten zu bestimmen, muss also, da jeder gegebene erdmagnetische Werth eine Gleichung liefert, mindestens für 8 Punkte der Erdoberfläche die beobachteten Werthe von $\delta\varphi H$ resp. die daraus berechneten von XYZ zu Grunde legen, in Wahrheit aber, um die unvermeidlichen Fehler auf ein geringes Maass zurückzuführen, weit mehr Punkte. Um die Rechnung zu vereinfachen, nahm GAUSS als gegebene Punkte solche, welche auf Parallelkreisen in gleichen Abständen von einander liegen. Für jeden dieser Parallelkreise kann man dann die Entwickelung

$$X = k + k_1 \cos\lambda + K_1 \sin\lambda + k_2 \cos 2\lambda + K_2 \sin 2\lambda + \ldots$$

$$Y = l + l_1 \cos\lambda + L_1 \sin\lambda + l_2 \cos 2\lambda + L_2 \sin 2\lambda + \ldots$$

$$Z = m + m_1 \cos\lambda + M_1 \sin\lambda + m_2 \cos 2\lambda + M_2 \sin 2\lambda + \ldots$$

bilden, erhält so viele Werthe der Constanten klm u. s. w., als Parallelkreise genommen wurden, und hat dann zur Bestimmung der g und h einfache Gleichungen, z. B. zur Bestimmung von $g_{1\cdot 0}$, $g_{2\cdot 0}$ u. s. w. die Gleichungen

$$k = -g_{1\cdot 0}\frac{\partial P_{1\cdot 0}}{\partial u} - g_{2\cdot 0}\frac{\partial P_{2\cdot 0}}{\partial u} - \ldots,$$

$$m = 2g_{1\cdot 0}P_{1\cdot 0} + 3g_{2\cdot 0}P_{2\cdot 0} + \ldots,$$

während $l = 0$ sein muss und dadurch eine Controlle liefert; ganz ähnliche Gleichungen hat man für die andern Conflicienten; und da die Zahl dieser Gleichungen in jedem Falle grösser ist als die der Coefficienten, kann man die Methode der kleinsten Quadrate benutzen.

GAUSS selbst hat die Rechnung für je 12 Punkte auf 7 Parallelkreisen durchgeführt, sie ist später wiederholt worden von ERMANN und PETERSEN[1]) für je 9 Punkte auf 10 Parallelkreisen, und zwar ebenfalls für die Epoche, auf welche

[1]) ERMAN und PETERSEN, Die Grundlagen der GAUSS'schen Theorie. Berlin 1874.

sich die GAUSS'sche Rechnung bezog (1830), dann von QUINTUS ICILIUS[1]) für je 12 Punkte auf 10 Kreisen und für das Jahr 1880, endlich von NEUMAYER für je 72 Punkte auf 25 Parallelkreisen (also im ganzen 1800 Erdoberflächenpunkte) und zwar für 1885. Die GAUSS'schen und die NEUMAYER'schen Zahlen[2]) folgen hier zum Vergleiche, wobei aber zu bemerken ist, dass die Differenzen, welche die Zahlen aufweisen, grossentheils auf die wirklichen Veränderungen, welche inzwischen in den erdmagnetischen Werthen stattgefunden haben, zurückzuführen sind und nur zum andern Theile der genaueren Berechnung entsprechen.

Constante	GAUSS	NEUMAYER	Constante	GAUSS	NEUMAYER
$g_{1\cdot0}$	+ 0·3235	+ 0·3157	$g_{2\cdot2}$	+ 0·0002	— 0·0057
$g_{2\cdot0}$	— 0·0077	+ 0·0079	$g_{3\cdot2}$	— 0·0256	— 0·0279
$g_{3\cdot0}$	— 0·0066	— 0·0244	$g_{4\cdot2}$	— 0·0100	— 0·0198
$g_{4\cdot0}$	— 0·0380	— 0·0344	$h_{2\cdot2}$	— 0·0136	— 0·0126
$g_{1\cdot1}$	+ 0·0311	+ 0·0248	$h_{3\cdot2}$	— 0·0080	— 0·0004
$g_{2\cdot1}$	— 0·0506	— 0·0498	$h_{4\cdot2}$	+ 0·0149	+ 0·0071
$g_{3\cdot1}$	+ 0·0430	+ 0·0396	$g_{3\cdot3}$	+ 0·0005	— 0·0033
$g_{4\cdot1}$	— 0·0533	— 0·0306	$g_{4\cdot3}$	+ 0·0069	+ 0·0068
$h_{1\cdot1}$	— 0·0625	— 0·0603	$h_{3\cdot3}$	— 0·0066	— 0·0055
$h_{2\cdot1}$	— 0·0021	+ 0·0130	$h_{4\cdot3}$	— 0·0001	+ 0·0051
$h_{3\cdot1}$	+ 0·0167	+ 0·0074	$g_{4\cdot4}$	— 0·0014	— 0·0008
$h_{4\cdot1}$	+ 0·0224	— 0·0119	$h_{4\cdot4}$	+ 0·0011	+ 0·0010

Auf höhere als die Glieder 4. Ordnung ist die Rechnung noch nicht fortgeführt worden.

Die vollständigen Werthe von V/a, X, Y, Z lassen sich nun leicht hinschreiben, sie sind aber zu vielgliedrig, um hier Platz finden zu können. Das magnetische Moment der Erde ergiebt sich aus der GAUSS'schen Rechnung zu $0·33092\,a^3$, aus der NEUMAYER'schen zu $0·32237\,a^3$, also um 3 % kleiner, wobei aber zweifelhaft bleibt, wieviel von dieser Differenz auf die Neuberechnung und wieviel auf eine wirklich eingetretene Abnahme kommt. Vergleicht man die Erde mit einem künstlichen Magneten, so kann man nach ERMAN und PETERSEN sagen: Die Erde würde aus 2700 Meilen Entfernung dieselbe Wirkung ausüben wie ein gut magnetisirter Stahlstab von 500 *gr* Gewicht aus 1 *m* Entfernung; oder auch: der Radius derjenigen mit der Erde concentrischen eisernen Kugel, welche, bis zur Sättigung magnetisirt, dieselbe Wirkung ausüben würde wie die Erde, beträgt 243 *km*, also $\frac{1}{26}$ des Erdradius. Nach GAUSS kann man auch sagen, dass bei gleichmässiger Vertheilung jedes Kubikmeter der Erde so stark magnetisch sein würde wie acht gut magnetisirte Pfundstäbe.

Als magnetische Axe der Erde, d. h. als Axe ihres grössten Moments (hierzu ist nur die Kenntniss der Glieder erster Ordnung von V erforderlich) ergiebt sich nach NEUMAYER die Linie

von 78° 20' nördl. Br. und 292° 43' östl. L.
nach 78° 20' südl. Br. und 112° 43' östl. L.

sie ist natürlich ein Durchmesser der Erde, was von der Verbindungslinie der Pole (s. o.) nicht gilt.

Die Werthe von δ, φ, H, welche GAUSS für zahlreiche Orte berechnet und mit den beobachteten zusammengestellt hat, weisen nur in einzelnen Fällen erhebliche Abweichungen auf, die zum Theil noch auf Rechnung der damals noch

---

1) v. QUINTUS ICILIUS, Arch. d. Seewarte 1881, No. 2.

2) Vergl. den Text zu BERGHAUS' Atlas.

nicht völlig exakten Beobachtungen kommen; bei δ kommt einmal eine Differenz von 5°, einigemal eine von 3° vor, die übrigen sind kleiner; bei φ sind die höchsten Unterschiede 4—5°, bei H kommt einigemale eine Differenz von 8§ des Werthes vor, solche von 3—6§ sind ziemlich häufig. Bei der NEUMAYER-schen Berechnung sind die Differenzen, entsprechend der grösseren Anzahl von Grundpunkten, beträchtlich kleiner.

Endlich sei noch auf eine besondere Grösse hingewiesen, nämlich auf die Dichte der GAUSS'schen idealen Oberflächenvertheilung wirksamer Massen. Sie ist durch die Formel

$$D = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{V}{a} - 2Z\right) = -\frac{1}{4\pi}(3P_1 + 5P_2 + \ldots)$$

gegeben, wo zur Reduction auf absolutes Maass noch mit 0·000349 zu multipliciren ist; sie hat nach GAUSS auf der nördlichen Halbkugel zwei, auf der südlichen aber nur ein Maximum (resp. Minimum). Auch diese Grösse kann man durch Curven gleicher Werthe zur Anschauung bringen und erhält dann den Gleichgewichtslinien ähnliche, aber meist stärker gekrümmte Curven.

Einfluss der Land- und Wasservertheilung. Wäre die Erde der Intensität und Richtung nach gleichförmig magnetisirt, so würden die magnetischen Erscheinungen auf der Oberfläche ein sehr einfaches Bild darbieten. Die magnetischen Meridiane würden grösste Kreise sein, die sich in zwei diametral entgegengesetzten Punkten schneiden würden, der magnetische Aequator würde ebenfalls ein grösster Kreis und die Isoklinen und die H-Isodynamen würden ihm parallelle Kreise sein; das Potential endlich würde eine Kugelfunction ersten Grades sein. Wäre die Richtung der Magnetisirung überdies die der Erdaxe, so würden alle jene Punkte und Kreise mit den das Gradnetz der Erde bildenden zusammenfallen. Dass alledem nicht so ist, zeigen die magnetischen Karten und die GAUSS'sche Entwickelung des Potentialwerthes.

Es liegt nahe, den Ursachen dieser Thatsache nachzuforschen oder, um es zunächst bescheidener auszudrücken, sich nach Symptomen umzusehen, welche zur Erkenntnis jener Ursachen den Weg bahnen können. In der That ist der Magnetismus nicht das einzige Gebiet, auf dem die Erde sich von der Symmetrie der Verhältnisse entfernt. Ein Gebiet, wo dies in der augenfälligsten Weise hervortritt, ist die Vertheilung von Land und Wasser. Dass zwischen ihr und der Anordnung der magnetischen Linien ein gewisser Zusammenhang besteht, ist schon früher mehrfach bemerkt worden. So laufen manche Isogonen auf ziemlich langen Strecken der benachbarten Küstenlinie parallel (Japan, Süd-Amerika, West-Afrika). Isodynamen werden zuweilen von Küsten »abgelenkt«, und in der Nähe von Inseln (Island), sowie innerhalb geschlossener Meeresbecken (Ostsee, Schwarzes Meer) finden oft ganz beträchtliche Anomalien der magnetischen Elemente statt. Die bestimmte Vermuthung, dass hier ein quantitativer Zusammenhang vorliege, ausgesprochen und durch eine interessante Rechnung gestützt zu haben, ist das Verdienst MENZZER's[1]), dem sich in neuester Zeit ESCHENHAGEN[2]) angeschlossen hat. Denkt man sich, dass die Continente die magnetischen Pole, die sonst mit den Erdpolen zusammenfallen würden, nach einem gewissen Gesetz »abgelenkt« haben, so kann man ihre Lage be-

---

[1]) MENZZER, POGG. Ann. Erg.-Bd. 5, pag. 592. 1871.

[2]) ESCHENHAGEN, PETERMANN's Geogr. Mitth. 1888, pag. 142.

rechnen. MENZZER findet auf diese Weise 69° nördl. Br. und 90° westl. L. für den Nordpol, resp. 76° südl. Br. und 165° östl. L. für den Südpol — Zahlen, deren Vergleichung mit den wahren immerhin zeigt, dass das Grundprincip der Berechnung nicht durchaus von der Hand zu weisen ist; insbesondere wird es verständlich, dass die Nordpole weiter aus einander liegen als die Südpole; und es sei ferner angeführt, dass der magnetische Nordpol dem »Schwerpunkte« des europäisch-asiatischen Continentes gerade gegenüber, d. h. auf demselben Meridiane jenseits des geographischen Nordpoles liegt, während er in den Meridian des nordamerikanischen Schwerpunktes gerade hineinfällt.

Einfluss der Bodengestaltung. Ganz analog wie Continente im Vergleich zu Meeren, beeinflussen zuweilen auch Gebirgsstöcke und Gebirgszüge im Vergleich zu Ebenen oder Tiefländern den Erdmagnetismus. Man kann diesen Einfluss in verschiedener Weise zur Anschauung bringen; einmal durch die isomagnetischen Linien, besonders die Isogonen, die nicht selten mit Gebirgszügen parallel laufen resp. sie, statt sie zu durchbrechen, in weitem Bogen umgehen (z. B. in Japan), oder endlich im Innern ringförmiger Gebirge, z. B. in Siebenbürgen, eine Schleife bilden; noch deutlicher aber durch eine graphische Darstellung der erdmagnetischen Elemente, bei welcher eine ideale Profillinie auf der Erde die Abscisse, eines jener Elemente die Ordinate ist. Zeichnet man dann über jener Abscisse auch noch die Contur des wirklichen Profils, so findet man, wie z. B. LOCKE[1]) im Staate New-York (am Hudson), einen ganz analogen Verlauf beider Curven: wo der Boden eben verläuft, thut es die φ-Curve auch, wo jene ansteigt, erhebt sich diese ebenfalls u. s. w.

Man kann den geschilderten Einfluss der Continente und Gebirge als den grösserer Massenconcentration bezeichnen; in wie weit dabei eine Beziehung zu tektonisch-geologischen Verhältnissen stattfindet, wie NAUMANN[2]) annimmt, muss dahingestellt bleiben.

Gebirgsmagnetismus. In zahlreichen Fällen liegt nun aber die Ursache derartiger Einflüsse klar zu Tage: es ist der Magnetismus des die Oberflächenerhebungen bildenden Gesteins. Dazu gehören z. B. Magneteisenstein, Magnetkies, Granit, Gabbro u. s. w. In der Nähe solcher Gebirge und Berge hat man schon längst Abweichungen der Nadel beobachtet, und nicht selten ganz gewaltige, z. B. eine fast völlige Umkehrung der Deklinationsnadel, wobei oft ganz nahe bei einander gelegene Punkte die verschiedensten Richtungen und Intensitäten der magnetischen Kraft erkennen liessen; insbesondere hat sich auf den Gipfeln mancher Berge H wesentlich grösser als am Fusse derselben ergeben. Diese Erscheinung hat neuerdings O. E. MEYER[3]) systematisch untersucht und sich dabei auch mit den beiden Möglichkeiten beschäftigt, welche die Erscheinung verständlich machen können. Nach der einen liegen die magnetischen Axen der Felsmassen (von den einzelnen Steinen, die sich sehr verschieden verhalten können, abgesehen und nur das grosse Ganze betrachtet) horizontal, die Nordpole südlich, die Südpole nördlich, also entsprechend den Magnetpolen der Erde; nach der anderen fällt die vorherrschende Axenrichtung des Gebirgsmagnetismus mit der Inklinationsrichtung zusammen und zwar so, dass sich die

[1]) LOCKE, SMITHSONIN, Contrib. 3, pag. 1. 1852. Vergl. NAUMANN, D. Erschein. d. Erdmagnetismus, Stuttg. 1887, pag. 46.

[2]) NAUMANN, a. a. O. Der Darlegung dieser Beziehung ist das Buch gewidmet.

[3]) O. E. MEYER, Jahresb. d. schles. Ges. 1888, pag. 49. — Münch. Ber. 19, pag. 167. 1889. — WIED. Ann. 40, pag. 489. 1890.

Nordpole unten, die Südpole oben befinden, also (wie bei der Induction) umgekehrt wie bei der Erde. Beide Annahmen führen, wie man leicht sieht, zu der beobachteten Thatsache, sie führen aber andererseits auch zu gewissen entgegengesetzten Schlüssen, welche es ermöglichen, in jedem einzelnen Falle zu entscheiden, welche von beiden Vorstellungen die richtige ist. Nach der einen muss nämlich H am nördlichen und südlichen Fusse des Berges kleiner sein als auf dem Gipfel oder an seinem östlichen oder westlichen Abhang, nach der anderen findet ein so einfaches Gesetz nicht statt, es wird dann vielmehr jeder der gedachten H-Werthe hauptsächlich durch den magnetischen Zustand des unmittelbar unter dem Beobachtungsorte liegenden Gesteins bedingt sein. Beim Zobtenberg in Schlesien fanden sich z. B. folgende Relativzahlen:

Ort	östlich	südlich	Gipfel	westlich	nördlich
Gestein	Serpentin	Serpentin	Gabbro	Granit	Granit
H	1·004	0·988	1·014	1·013	1·020

Man hat sich also hier für die zweite Annahme zu entscheiden und — was mit unseren übrigen bezüglichen Kenntnissen übereinstimmt — anzunehmen, dass Gabbro und Granit stärker magnetisch sind als Serpentin. Auch für das Riesengebirge ist es wahrscheinlich, dass die Axe mit der Inklination zusammenfällt; und da für den Vesuv nach MELLONI, für amerikanische Berge nach LOCKE u. s. w. das Gleiche gilt, so dürfte der Gebirgsmagnetismus wohl überall im Grossen und Ganzen das gleiche Verhalten aufweisen.

Beziehungen zur Temperatur. Auch diese sind zahlreich und zum Theil so deutlich, dass man schon frühzeitig auf sie aufmerksam wurde. So ist die südliche Halbkugel einerseits kälter, andererseits stärker magnetisch, der Inklinationspol und die Intensitätspole (s. o. pag. 111 u. 114) fallen nahe mit den Kältepolen der Erde zusammen, der magnetische sowohl wie der Temperaturäquator liegen meist nördlich vom geographischen, und die Gestalt der Isodynamen weist vielfach auffallende Aehnlichkeiten mit den Isothermen auf, z. B. die skandinavische Ausbiegung nach Norden, die sibirische und nordamerikanische Einbiegung nach Süden u. s. w. In wie weit dieser Parallelismus zwischen Kälte und starkem Magnetismus auf irdischen oder ausserirdischen Verhältnissen beruht, kann gegenwärtig noch nicht entschieden werden. Unzweifelhaft aber ist der Sonneneinfluss auf die Variationen der magnetischen Elemente, zumal auf die täglichen; es sei nur daran erinnert, dass diese Schwankungen am Tage stärker als in der Nacht, im Sommer stärker als im Winter sind, und dass das Maximum von δ nahezu mit dem der täglichen Temperatur zusammenfällt. Jedoch darf man nicht etwa annehmen, dass die Sonne einen direkt magnetischen Einfluss ausübe. Denn wenn auch die täglichen Schwankungen, selbst die der Deklination, sehr klein sind, so sind sie doch viel grösser, als sie sein könnten, wenn sie von dem Magnetismus der Sonne herrührten[1]). Das Verhältniss der Sonnenwirkung S zur Erdwirkung ist nämlich unter den günstigsten Verhältnissen durch die Formel

$$\frac{S}{E} = \frac{1}{4}\frac{M_s}{M_e}\left(\frac{2r}{d}\right)^3$$

bestimmt, wo M_s und M_e die Magnetisirungsintensitäten von Sonne und Erde sind, r der Radius der Sonne und d ihr Abstand von der Erde ist; die Ausrechnung ergiebt, wenn $M_s = M_e$ gesetzt wird, S/E rund zu 2×10^{-7}, woraus ein Einfluss auf die Deklination im Betrage einer zwanzigstel Secunde, also eine

[1]) Vergl. MASCART u. JOUBERT, El. u. Magn. Bd. 1, pag. 391.

ganz unmerkliche Aenderung folgen würde, während sie thatsächlich oft 10 Minuten und mehr beträgt. Um eine solche zu erzeugen, müsste die Sonne 12000 mal so stark magnetisirt sein (wohl verstanden auf die Raumeinheit) wie die Erde, also stärker als wenn sie gänzlich aus bestmagnetisirtem Stahl bestände. Der Einfluss der Sonne ist also ein indirekter, und es liegt am nächsten, der Temperatur die vermittelnde Rolle zuzuschreiben. Schliesslich ist auch der Zusammenhang der magnetischen Schwankungen mit den Sonnenflecken (s. o.) jedenfalls nur ein indirekter.

Magnetische oder elektrische Natur des Erdmagnetismus. Die magnetischen Kräfte, welche sich in den Erscheinungen des Erdmagnetismus bemerklich machen, können, wie bisher stillschweigend, resp. der Kürze des Ausdrucks halber angenommen wurde, von wirklichen Magneten, sie können aber auch von elektrischen Strömen ausgehen, und es tritt die dritte, die beiden ersten vermittelnde Möglichkeit hinzu, dass es sich um Elektromagnete handelt. Dass in der Erde so kräftige Stahlmagnete vorhanden seien, wie sie die Erscheinungen erfordern, ist wegen der Höhe der dort vermuthlich herrschenden Temperatur nicht wahrscheinlich. Elektrische Ströme spielen also jedenfalls die wesentliche Rolle; in wie weit sie jedoch direkt oder durch Vermittelung magnetisirter Eisenmassen wirken, von welcher Natur jene Ströme sind und welchen räumlichen Verlauf sie im Innern der Erde nehmen, gestatten unsere gegenwärtigen Kenntnisse nicht zu beantworten. Die zahlreichen Vermuthungen und Theorien, welche bezüglich dieser Punkte ausgesprochen und entwickelt worden sind, entbehren derjenigen Grundlagen und Ergebnisse, welche eine Entscheidung herbeiführen können. Manche haben dabei — mit Rücksicht auf die Rotation der Erde — an Convectionsströme, manche an Reibungsströme, noch andere an thermoelektrische Ströme gedacht, und vielfach ist auch die atmosphärische Elektricität zum Verständniss mit herangezogen worden. Es kann hierauf nicht näher eingegangen werden, wohl aber müssen noch zwei Erscheinungen kurz angeführt werden, welche, ebenfalls elektrischer Natur, mit den erdmagnetischen Erscheinungen in innigem thatsächlichen Zusammenhange stehen, die Polarlichter und die Erdströme.

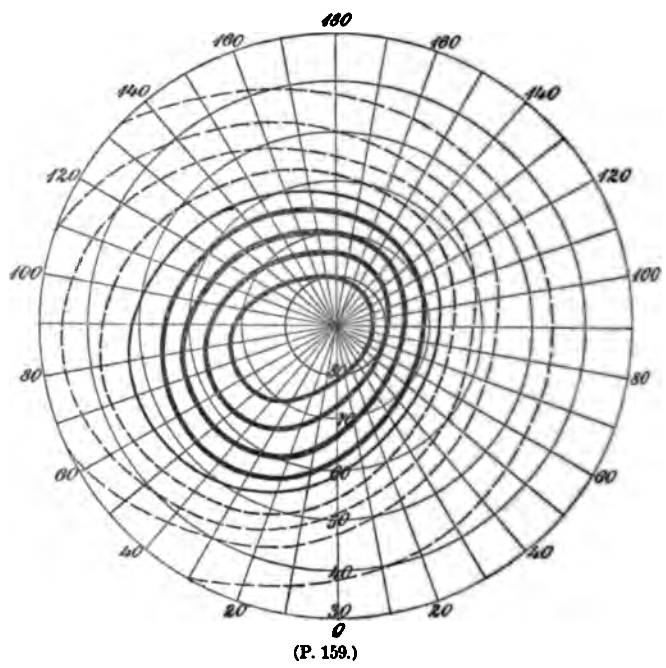
Polarlichter. In Bezug auf das Thatsächliche dieser Erscheinung muss auf die zahlreiche Literatur[1]) verwiesen werden; hier sei nur erwähnt, dass das Polarlicht eine meist sanfte, aber durch ihre Grösse und Mannigfaltigkeit imponirende Lichterscheinung ist, welche am nördlichen oder südlichen Himmel auftritt und deshalb auch Nordlicht bezw. Südlicht genannt wird. Ihre Beziehung zum Erdmagnetismus, die uns hier allein interessirt, ist eine durchgehende. Die geometrische Axe der Erscheinung, falls eine solche sich construiren lässt, stimmt mit der Richtung der Inklinationsnadel überein, die Ebene, in der sich die Erscheinung aufrollt, ist meist senkrecht zum magnetischen Meridian, und wenn die Strahlen des Lichtes hinreichend ausgebildet sind, so vereinigen sie sich nahe dem Punkte, nach welchem das obere Ende der freien Magnetnadel zeigt. Das Auftreten des Lichtes fällt mit den magnetischen Störungen zusammen, wobei ein Parallelismus in der Intensität beider Erscheinungen stattfindet und fast stets selbst dann, wenn an einem Orte nur eine Störung, aber kein Licht auf-

---

[1]) Vergl. z. B. MUNCKE in GEHLER's Wörterbuch Bd. 7, pag. 113. — FRITZ, das Polarlicht, Lpz. 1881. — LEMSTRÖM, Arch. de Gen. 54, 55 u. s. w. — UNTERWEGER, Wien. Denkschr. 1885. — Eine sehr übersichtliche Darstellung der Erscheinung und der Theorie giebt WEINSTEIN in: Himmel und Erde 1889/90, pag. 234 u. 360, 1890/91, pag. 101 u. 540.

tritt, geschlossen werden kann, dass letzteres irgendwo anders sichtbar geworden ist. Die Häufigkeit der Polarlichter endlich unterliegt bestimmten örtlichen und zeitlichen Gesetzen.

Die örtliche Häufigkeit ist wie die Totalintensität des Erdmagnetismus am Aequator am kleinsten und zwar gleich null, selbst noch bis zu 10° beiderseitiger Breite sind Polarlichter nicht beobachtet worden; nach Norden und Süden hin nimmt dann die Häufigkeit erst langsam, später rapide zu, erreicht aber schon weit vor den Polen das Maximum, um dann sehr rasch wieder abzunehmen. So sind beispielsweise in Italien durchschnittlich jährlich 0·1, in Deutschland 1—5, in Dänemark 10, in Schweden und Norwegen 20—100 Polarlichter zu sehen, in Spitzbergen aber wieder viel weniger; bei gleicher Breite haben ferner die amerikanischen Orte meist einen viel grösseren Reichthum an Polarlichtern als die europäischen oder gar die asiatischen, und in Labrador z. B. vergehen in manchen Jahren nur wenige Nächte ohne Polarlicht. Die Linien, welche Punkte verbinden, in denen durchschnittlich gleich viele Polarlichter im Jahre auftreten, heissen Isochasmen, sie sind in Fig. 159 dargestellt und verrathen eine ganz entschiedene Achnlichkeit mit den Isoklinen und Isodynamen.



(P. 159.)

Die Linie grösster Häufigkeit geht durch Alaska, die Hudsonsbai, zwischen Island und Schottland hindurch, schneidet etwa das Nordcap und Nowaja Semlja und zieht sich dann nördlich der sibirischen Küste hin. Ein wenig nördlich von dieser Linie läuft ein anderer Streifen hin, welchen man die neutrale Zone nennt, und der die Eigenschaft hat, dass in ihm die Polarlichter ebenso oft als Nordlicht wie als Südlicht auftreten, südlich von ihr dagegen überwiegend (und weiter südlich ausschliesslich) als Nordlicht, nördlich von ihr überwiegend als Südlicht. Das Centrum der Isochasmen ist natürlich schwer zu bestimmen und es kann daher auch nicht als sicher gelten, dass es, wie NORDENSKJÖLD meint, eine nicht unbeträchtliche Entfernung vom magnetischen Pole habe.

In zeitlicher Hinsicht ist das Polarlicht eine Erscheinung mit zahlreichen Perioden, verhält sich also ebenfalls ganz wie der Erdmagnetismus. Die bisher am deutlichsten erkannten Perioden sind die 11jährige, die also mit der der Sonnenflecke und der magnetischen Störungen übereinstimmt, die jährige, wonach die Nordlichter im Winter entschieden häufiger sind als im Sommer, und die halbjährige, jedoch nur in mittleren Breiten deutlich ausgeprägte (grösste

Häufigkeit zur Zeit der Tag- und Nachtgleichen, kleinste zur Zeit der Sonnenwenden). Die wichtigste zeitliche Eigenthümlichkeit der Polarlichter ist und bleibt aber ihr Zusammentreffen mit den magnetischen Störungen. Bei der grossen Unwahrscheinlichkeit, dass diesen Störungen wirklich so gewaltige plötzliche Aenderungen des Erdmagnetismus zu Grunde liegen, kommt man leicht zu dem Schlusse, dass vielmehr die Polarlichter (gemeinschaftlich mit den Erdströmen, s. w. u.) sie hervorrufen, oder mindestens, dass ihnen eine gemeinsame Entstehungsursache zukommt.

Dass das Polarlicht eine elektrische Erscheinung ist, wird gegenwärtig wohl kaum noch bezweifelt. Wie man sich aber die bezüglichen elektrischen Vorgänge genetisch und thatsächlich vorzustellen habe, darüber gehen die Ansichten noch weit auseinander; und da sichere Anhaltspunkte fehlen, so kann man höchstens der einen oder der andern dieser Ansichten mehr Wahrscheinlichkeit zusprechen und die Gründe hierfür entwickeln. So ist als Ursprungsort der Elektricität bald das Erdinnere, bald die Erdoberfläche, speciell die Meeresoberfläche, bald die Atmosphäre, bald endlich die Sonne bezeichnet worden, und gerade die letztgenannte, von SIEMENS herrührende Hypothese, erfreut sich gegenwärtig mit Recht grosser Beliebtheit. Für die hierbei anzunehmende Uebertragung von Elektricität von der Sonne auf die Erde wird neuerdings sogar noch eine weitere, längst bekannte Erscheinung am Himmel herangezogen, nämlich das Zodiakallicht. Zuzugeben ist jedenfalls, dass die oben angedeutete Uebereinstimmung in der Periodicität von Sonnenvorgängen einerseits und erdmagnetischen und Polarlicht-Erscheinungen andererseits der SIEMENS-schen Annahme eine starke Stütze verleiht.

Was andererseits die Natur des eigentlichen Vorganges betrifft, so hat man bisher vorzugsweise an Entladungen zwischen der Erde und den höheren Schichten gedacht; von bestimmten Theorien dürften hierbei die von EDLUND und LEMSTRÖM, die sich nur durch einen gewissen Gegensatz in der Richtung der sich abspielenden Processe unterscheiden, ein besonderes Interesse beanspruchen, zumal da es dem Letzteren gelungen ist, in Lappland durch geeignete Vorrichtungen künstliche Nordlichter in grösserem Maassstabe zu erzeugen. Hiernach ist die Luft zwar in den unteren Schichten der Atmosphäre ein Isolator, in den oberen aber ein Leiter, so dass man sich gewissermaassen die Erdkugel von einer durch eine isolirende Luftschale von ihr getrennten leitenden Luftschale umgeben denken kann; die Kugel und diese letztere Schale sind häufig oder stets entgegengesetzt geladen, und der Austausch von Elektricität, welcher bei gewisser Spannung zwischen ihnen erfolgt, kann zweierlei Formen annehmen: die gewaltsame, das sind die Gewitter, und die sanfte, das sind die Polarlichter — Entladungsformen, welche auch sonst bekannt genug sind; in mässigen Breiten wird die eine, in hohen die andere Form häufiger sein; jene hat keinen merklichen, diese dagegen einen beträchtlichen Einfluss auf die Magnetnadel. — Mit Recht hat WEINSTEIN die Aufmerksamkeit darauf gelenkt, dass es sich bei den Polarlichtern, statt um Entladungen, auch um wirkliche, in der Atmosphäre in sich selbst geschlossene elektrische Ströme handeln kann, deren Richtung dann nicht mit den Strahlen, sondern mit den darauf senkrechten Bögen der Lichterscheinung zusammenfallen würde, eine Auffassung, welche manche Beziehungen weit besser verständlich machen würde als die obige, und welche die Polarlichter in vollständigen Parallelismus mit dem nun zu erwähnenden Phänomen der Erdströme bringen würde.

Erdströme. Bald nachdem sich herausgestellt hatte, dass es zum Telegraphiren mittelst elektrischer Ströme eines Rückleitungsdrahtes nicht bedarf, dass vielmehr die Erde selbst diese Rückleitung übernimmt, wurde die Frage aufgeworfen, ob nicht auch spontan in der Erde Ströme entstehen, und schon BARLOW konnte diese Frage im bejahenden Sinne entscheiden, indem er einen Erdstrom nachwies[1]). Die erste eingehende Untersuchung über diesen Gegenstand stellte LAMONT[2]) an, es folgten dann zahlreiche weitere Experimentalreihen. Wenn trotzdem aus diesen Beobachtungen keine brauchbaren allgemeinen Resultate zu ziehen sind, liegt das an der Complikation der Erscheinung und den störenden Nebeneinflüssen. Namentlich sind Temperatureinflüsse, die Contaktdifferenz der Erdplatten, zwischen denen der Strom circulirt, ihre Verbindung mit der Erde, der sogen. Plattenstrom, die Polarisation, die atmosphärische Elektricität u. s. w. von wesentlicher Bedeutung. Erst neuerdings hat man es mehr oder weniger verstanden, geeignete Anordnungen zu treffen, um aus der am Galvanometer oder dem es ersetzenden Beobachtungsinstrumente gemachten Ablesung zuverlässige Schlüsse auf die Vorgänge in der Erde ziehen zu können. In dieser Hinsicht sind namentlich die Untersuchungen von SCHERING[3]), WEINSTEIN[4]), der deutschen Telegraphendirection[5]), dem Observatorium in Kew[6]), endlich von BRANDER[7]) in Finnland und BATTELLI[8]) in Italien zu nennen. Dass fast ununterbrochen Erdströme existiren, ist hiernach zweifellos; sie halten sich aber meist in mässigen Intensitätsgrenzen. Von regelmässigen Perioden, in Bezug auf welche die Beobachter sich aber zum Theil widersprechen, sei die halbjährige (nach TROMHOLT, Maxima und Minima zur Zeit der Gleichen und Sonnenwenden, also wie beim Nordlicht) und die tägliche (Nachts stärker als Tags, nach TROMHOLT u. A. jedoch das Maximum zwischen 8 und 9 Uhr Morgens) erwähnt. Zuweilen treten ungewöhnlich starke Erdströme auf, in der Woche vom 28. August bis 4. September 1859 waren sie z. B. so stark, dass in Deutschland 100 Elemente nicht zur Compensation ausreichten. Zu solchen Zeiten finden dann fast stets auch magnetische Störungen statt, und von besonderem Interesse ist dabei die namentlich von BATTELLI constatirte Thatsache, dass die Erdströme resp. ihre Variationen den Störungen fast stets, wenn auch meist nur um einige Minuten, vorangehen. Es ist hieraus mit einiger Wahrscheinlichkeit zu schliessen, dass die Erdströme, ähnlich wie die Polarlichter, und vermuthlich in noch höherem Maasse als diese, bei der Hervorrufung der magnetischen Störungen betheiligt sind. Die vorwiegende Richtung der Erdströme ist in verschiedenen Gegenden eine sehr verschiedene, bald nähert sie sich mehr dem Meridian, bald mehr dem Parallelkreis, ein Verhalten, welches dem der magnetischen Kraftlinien ebenfalls entsprechend ist.

Werfen wir zum Schluss einen Blick auf die Gesammtheit des Problems, so können wir uns etwa folgende, freilich in vielen Punkten zweifelhafte oder willkürliche Vorstellung machen: Die Erde erhält, falls sie nicht etwa schon von vornherein freie Elektricität besitzt, solche von der Sonne, vielleicht durch

---

[1]) Die ältere Literatur sehe man bei GÜNTHER, Lehrb. d. Geophysik II, pag. 9.

[2]) LAMONT, Der Erdstrom u. s. w. Lpz. 1862.

[3]) SCHERING, Beob. an Erdströmen. Göttingen 1884.

[4]) WEINSTEIN, El. Zeitschr. 1884 u. folg. (an vielen Stellen).

[5]) Berl. Sitz.-Ber. 1886, pag. 787.

[6]) Die Erdströme werden dort schon seit längerer Zeit photographisch registrirt.

[7]) BRANDER, Ac. Abh. Helsingfors 1888.

[8]) BATTELLI, Ann. Uff. Centr. di Meteor. (4) 9, pag. 1. 1889.

Vermittelung des im Zodiakallicht sichtbaren Mediums, zugesandt. Diese Elektricität bildet, etwa in Folge ungleicher täglicher Drehungsgeschwindigkeiten der verschiedenen Schichten im Innern und an der Oberfläche der Erde, sowie durch diese Drehung selbst, elektrische Ströme. Diese wiederum magnetisiren aus entsprechenden Gründen die weichen Eisenmassen im Innern der Erde und erzeugen auf diese Weise den Erdmagnetismus, wobei jedenfalls auch der permanente Magnetismus mitwirkt, den ein Theil dieser Eisenmassen im Laufe der Zeit erhalten hat. Die Thätigkeit der Sonne ist nun aber quantitativem Wechsel unterworfen, und auch die relativen Erdbewegungen treten bald schwächer, bald stärker auf (Erdbeben, grosse Fluthen, Stürme u. s. w.); die Folge hiervon sind zeitweilige Erscheinungen besonders ausgeprägten Charakters, die Erdströme im Erdinnern, die Polarlichter (und zum Theil auch die Gewitter) in der Erdhülle; diese ihrerseits wiederum, sowie die erstgenannten Ursachen direkt rufen die magnetischen Störungen hervor. In wie weit hierbei, sowie bei den allmählichen Aenderungen der magnetischen Elemente, die in der Sonne oder die im Erdinnern liegende Ursache von stärkerem und ursprünglicherem Einflusse ist, lässt sich gegenwärtig nicht entscheiden. F. Auerbach.

Magnetische Induction.

Einleitung. Die beiden fundamentalen Erscheinungen im Gebiete des Magnetismus sind die Bewegung, also die Aenderung des Ortes unter dem Einflusse magnetischer Kräfte (Anziehung und Abstossung, Ablenkung und Schwingung einer Magnetnadel u. s. w.) und die Aenderung des magnetischen Zustandes, speciell das Magnetischwerden unter dem Einflusse magnetischer Kräfte; jene Wirkung kann man als ponderomotorische, diese als magnetomotorische oder magnetisirende Wirkung bezeichnen; man nennt die bezüglichen Erscheinungen gegenwärtig allgemein magnetische Induction (s. o. pag. 48). Die Gesetze der magnetischen Bewegung sind bereits im Art. »Magnetismus« angegeben worden, der Theorie der magnetischen Induction ist der vorliegende Artikel gewidmet.

Allgemeine Bedeutung der Untersuchung. Die Theorie der magnetischen Induction würde sehr einfach sein, wenn der Magnetismus, welcher in jedem Theile des inducirbaren Körpers entsteht, nur von äusseren inducirenden Kräften herrührte. Thatsächlich kommt aber noch eine andere Kraft hinzu, welche von den übrigen, ebenfalls magnetisch gewordenen Theilen des inducirten Körpers herrührt und sich aus entsprechend vielen einzelnen Kräften zusammensetzt. Ein Theil dieser einzelnen Kräfte wird die äusseren Kräfte unterstützen, ein anderer Theil ihnen entgegenwirken, und der Antheil der unterstützenden und der entgegenwirkenden Kräfte wird ganz wesentlich von der Gestalt des Körpers abhängen. Die Folge wird die sein, dass die Stärke des magnetischen Zustandes nicht nur von der Stärke der äusseren Kräfte, vom Material des inducirten Körpers und von der Zahl seiner Theilchen, also von seinem Volumen, abhängen wird, sondern auch von seiner Gestalt, dass also der Coëfficient (oder wenn es mehrere sind, die Coëfficienten), welcher den Magnetismus mit der äusseren Kraft verknüpft, nur die beschränkte Bedeutung eines Magnetisirungs-

coëfficienten des betreffenden Körpers (z. B. einer Eisenkugel) haben würde. Will man dem Vorgange auf den Grund gehen, so wird man den Einfluss der Gestalt eliminiren und die Wirkung, also das entstehende magnetische Moment, mit der Ursache, also der Kraft, durch einen Coëfficienten verknüpfen müssen, welcher von der Gestalt des Körpers unabhängig, also abgesehen von seiner Proportionalität mit dem Volumen nur noch vom Material desselben abhängig ist. Diesen Coëfficienten wird man als Magnetisirungs-Coëfficienten des betreffenden Stoffes (z. B. des Eisens) zu bezeichnen berechtigt sein.

Uebersicht. Um das angedeutete Problem fürs erste in einfacher Weise mathematisch formuliren und behandeln zu können, hat man zwei Annahmen machen müssen, welche nur in gewissen Fällen und auch dann nur näherungsweise erfüllt sind. Erstens setzt man voraus, dass der Magnetismus des inducirten Körpers nur von den augenblicklich wirkenden Kräften abhängt, während er im Allgemeinen auch durch die vorhergegangenen Einwirkungen mitbestimmt wird (remanenter Magnetismus) und nur in gewissen Fällen, nämlich beim ganz weichen Eisen und bei kleinen magnetisirenden Kräften diese Nachwirkung verschwindend klein ist. Zweitens wird der Magnetismus, den der Körper erlangt, mit der Kraft proportional gesetzt, also der Magnetisirungscoëfficient als Constante betrachtet, eine Annahme, welche nach neueren Untersuchungen ebenfalls selbst nicht annähernd richtig ist.

Der Erste, welcher die Theorie auf dieser vereinfachten Grundlage entwickelte, POISSON[1]), ging dabei von einer Reihe bestimmter Vorstellungen über die Constitution magnetisirbarer Körper aus, welche zum Theil willkürlich, zum Theil aber sogar unwahrscheinlich sind; es ist das Verdienst neuerer Forscher und zwar insbesondere von Lord KELVIN (Sir W. THOMSON[2])), F. NEUMANN[3]), KIRCHHOFF[4]), STEFAN[5]) und BELTRAMI[6]) gezeigt zu haben, dass und in welcher Weise man die Theorie ganz unabhängig von jenen Vorstellungen darlegen kann. Abweichend und z. Thl. von anderen Gesichtspunkten ausgehend sind ferner die Darstellungen der Theorie von C. NEUMANN[7]), BEER[8]), LEONH. WEBER[9]), RIECKE[10]) (Methode der successiven Annäherung), DUHEM[11]) (auf Grund des thermodynamischen Potentials), DU BOIS[12]) u. A. Auch die Verallgemeinerung der Theorie für inducirbare Körper von heterogenem Charakter verdankt man im Wesentlichen THOMSON, wovon jedoch erst im folgenden Artikel die Rede sein wird.

---

[1]) POISSON, Mém. de l'Acad. 5, pag. 248 u. 488. 1824; 6, pag. 441. 1827. — Ann. Chim. Phys. 25, pag. 113; 28, pag. 1.

[2]) W. THOMSON, Phil. Mag. (4) 1, pag. 177. 1851. — Ges. Abh. üb. El. u. Magn., pag. 449. — Ausserdem gelegentlich an vielen andern Stellen.

[3]) F. NEUMANN, CRELLE's Journ. 37, pag. 44. 1848. — Vorl. üb. d. Th. d. Magn. Leipz. 1881.

[4]) KIRCHHOFF, CRELLE's Journ. 48, pag. 348. 1854. — POGG. Ann. Erg.-Bd. 5, pag. 1. 1870. — Ges. Abh., pag. 193 u. 223.

[5]) STEFAN, Wien. Ber. (2) 69, Febr. 1874.

[6]) BELTRAMI, Mem. di Bologna (4) 5. 1884; (5) 1, pag. 409. 1891.

[7]) C. NEUMANN. Unters. üb. d. log. u. NEWTON'sche Potential. Leipz. 1877.

[8]) BEER, Einl. in die Elektrostatik u. s. w. Braunschw. 1865, pag. 146 ff.

[9]) LEONH. WEBER, Z. Th. d. magn. Induction. Kiel 1877.

[10]) RIECKE, WIED. Ann. 13, pag. 465. 1881.

[11]) DUHEM, De l'aimantation par influence. Paris 1888. — Leçons sur l'electr. et le magn. Bd. 2. Paris 1891.

[12]) H. E. J. G. DU BOIS, WIED. Ann. 46, pag. 485. 1892.

Von einzelnen Körperformen ist natürlich die Kugel diejenige, für welche das Problem sich am einfachsten gestaltet. Für das Rotationsellipsoid ist es von F. NEUMANN, für das dreiaxige von LIPSCHITZ[1]), für den unbegrenzten Cylinder von KIRCHHOFF allgemein gelöst worden. Der begrenzte Cylinder bietet Schwierigkeiten dar, die bis jetzt noch nicht völlig überwunden sind, was sehr bedauerlich ist, da gerade diese Körperform naturgemäss sich für die experimentelle Behandlung am besten eignet und in der That am häufigsten benutzt worden ist. Von anderen Körperformen bietet nur der Ring besonderes Interesse dar. Dagegen kommt zu der Aufgabe, das ganze Moment zu ermitteln, die weitere hinzu, die Momente der einzelnen Theile darzustellen, und hier berühren sich die vorliegenden Untersuchungen mit denen über die Vertheilung des Magnetismus in Magneten, worüber schon im Art. »Magnetismus« einiges angeführt worden ist.

Die Versuche, die beiden Grundannahmen der Theorie durch allgemeinere zu ersetzen, welche den Thatsachen besser entsprechen, sind bisher nur von beschränktem Erfolge gewesen. So gab zuerst W. WEBER der Nichtproportionalität zwischen Kraft und Magnetismus einen mathematischen Ausdruck, den KIRCHHOFF und von anderen Ausgangspunkten aus DUHEM später durch eine ganz allgemeine Functionalbeziehung ersetzte; MAXWELL andererseits berücksichtigte zuerst die Mitwirkung des permanenten Magnetismus, einen endgültigen Werth können aber die betreffenden Formeln nicht beanspruchen.

Die Theorie kann hier nur in aller Kürze wiedergegeben und mit den Beobachtungen verglichen werden. Ausführliche Darstellungen derselben oder einzelner Theile findet man z. B. bei LAMONT[2]), MAXWELL[3]), F. NEUMANN[4]), KIRCHHOFF[5]), MASCART und JOUBERT[6]), sowie in einem kürzlich erschienenen, auch die technische Wichtigkeit der Frage auf Grund der neuesten Versuche und Anschauungen beleuchtenden Buche von EWING[7]).

Allgemeine Theorie.

Formulirung des Problems. Die Componenten der äusseren Kraft seien X, Y, Z, oder durch ihr Potential V ausgedrückt

$$-\frac{\partial V}{\partial a} \qquad -\frac{\partial V}{\partial b} \qquad -\frac{\partial V}{\partial c},$$

wo a, b, c die Coordinaten im Innern des inducirten Körpers sind. Die Componenten der von den übrigen Theilen auf einen kleinen Theil desselben ausgeübten Kraft seien L, M, N oder, wenn Q das betreffende Potential ist,

$$-\frac{\partial Q}{\partial a} \qquad -\frac{\partial Q}{\partial b} \qquad -\frac{\partial Q}{\partial c}.$$

Sieht man nun von dem permanenten Magnetismus ab und setzt für einen isotropen Körper (von dem zunächst die Rede ist) die Componenten A, B, C des in der Volumeneinheit erzeugten magnetischen Momentes mit den Com-

[1]) LIPSCHITZ, In.-Diss. Berl. 1853. — CRELLE's Journ. 58, pag. 1. 1859. — Vergl. auch die vorbereitenden Arbeiten von F. NEUMANN, BEER, PLÜCKER u. A.

[2]) LAMONT, Handbuch des Magnetismus, Leipz. 1867.

[3]) MAXWELL, Lehrb. d. El. u. Magn. Berl. 1883, Bd. 2.

[4]) F. NEUMANN, Vorlesungen (s. o.).

[5]) KIRCHHOFF, Vorl. üb. El. u. Magn., Leipz. 1891, pag. 147 ff.

[6]) MASCART u. JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. Magn. Berl. 1886.

[7]) EWING, Magnetische Induction u. s. w. Berlin 1892.

ponenten der Gesammtkraft proportional, so hat man, wenn p der Proportionalitätsfaktor ist, die Gleichungen

$$A = -p\frac{\partial(V+Q)}{\partial a}, \quad B = -p\frac{\partial(V+Q)}{\partial b}, \quad C = -p\frac{\partial(V+Q)}{\partial c}. \quad (1)$$

Unter Q kann man auch das Potential des ganzen inducirten Körpers auf einen seiner Punkte verstehen, da das Potential eines kleinen, diesen Punkt umschliessenden Elementes von lauter Dimensionen gleicher Grössenordnung, z. B. einer Kugel, unendlich klein ist, wie man leicht findet, wenn man Polarcoordinaten einführt, und wie auch schon früher gezeigt worden ist. In der obigen Gleichung kommen nun aber die Differentialquotienten von Q vor, und für diese gilt das Gesagte nicht, die unendlich kleine Kugel übt viel mehr eine endliche Kraft in ihrem Innern aus. Nimmt man an, dass die Magnetisirung dieser kleinen Kugel gleichförmig sei, was man bei ihrer Kleinheit in der That annehmen darf, so kann man (vergl. Art. »Magnetismus«, pag. 43) das magnetische Potential aus dem Gravitationspotential P ableiten und findet, wenn man den Radius der Kugel R, den Abstand des Punktes abc von ihrem Mittelpunkte r und dessen Coordinaten $a_0 b_0 c_0$ nennt:

$$P = \frac{2}{3}\pi(3R^2 - r^2) = \frac{2}{3}\pi\,[3R^2 - (a-a_0)^2 + (b-b_0)^2 + (c-c_0)^2], \quad (2)$$

hieraus durch Differentiation nach a, b, c und Multiplication mit α, β, γ

$$Q_0 = \frac{4}{3}\pi\,[A(a-a_0) + B(b-b_0) + C(c-c_0)] \quad (3)$$

und schliesslich als Componenten der von der kleinen Kugel herrührenden Kraft

$$\frac{\partial Q_0}{\partial a} = \frac{4}{3}\pi A \quad \frac{\partial Q_0}{\partial b} = \frac{4}{3}\pi B \quad \frac{\partial Q_0}{\partial c} = \frac{4}{3}\pi C, \quad (4)$$

also auch bei unbegrenzter Grössenabnahme der gedachten Kugel endliche Werthe, die mit ABC proportional sind und mit diesen als constant betrachtet werden können. Die erzeugten Momente erhalten nun folgende Form:

$$A = p\left[\frac{4\pi}{3}A - \frac{\partial(V+Q)}{\partial a}\right] \quad B = p\left[\frac{4\pi}{3}B - \frac{\partial(V+Q)}{\partial b}\right]$$
$$C = p\left[\frac{4\pi}{3}C - \frac{\partial(V+Q)}{\partial c}\right], \quad (5)$$

oder, wenn das Gesammtpotential

$$V + Q = \varphi \quad (6)$$

und

$$\frac{p}{1 - \frac{4\pi}{3}p} = \varkappa \quad (7)$$

gesetzt wird:

$$A = -\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial a} \quad B = -\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial b} \quad C = -\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial c} \quad (8)$$

und die Resultante J von ABC:

$$J = \varkappa\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial a}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial b}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial c}\right)^2}. \quad (8a)$$

Man nennt J die Intensität der Magnetisirung, ABC ihre Componenten; dividirt man durch das specifische Gewicht des Stoffes, so erhält man das in der Gewichtseinheit inducirte Moment, den sogen. specifischen Magnetismus. Das Potential Q hat nach früherem (pag. 38, Gleichung 33) ursprünglich den Werth

$$Q = \int d\tau \left(A \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + B \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} + C \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right), \tag{9}$$

lässt sich aber auf die Form

$$Q = \int \frac{J \cos \vartheta}{r} ds - \int \frac{1}{r} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right) d\tau$$

bringen, wo ds ein Oberflächenelement und ϑ der Winkel zwischen seiner inneren Normale und der Richtung von J ist, d. h. Q setzt sich aus einem Oberflächen- und einem Raumpotential zusammen. Nun folgt aber aus den Gleichungen (8), wenn n die innere Normale von ds ist:

$$J \cos \vartheta = \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial n},$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = - \varkappa \Delta \varphi; \tag{10}$$

die dem Raumpotential zugehörige Dichte ist also $\varkappa \Delta \varphi$, und folglich nach der Potentialtheorie (vergl. Bd. 3, 1. Abthl., pag. 11)

$$\Delta Q = - 4\pi \varkappa \Delta \varphi. \tag{11}$$

Aus der Gleichung (6) folgt aber

$$\Delta \varphi = \Delta Q \tag{12}$$

(weil $\Delta V = 0$ ist), und die Gleichungen (11) und (12) sind nur dann mit ein ander verträglich, wenn entweder $-4\pi\varkappa = 1$ ist oder wenn gleichzeitig $\Delta\varphi$ und ΔQ verschwindet. Die erstere Eventualität tritt aber nie ein, da $\varkappa$ erfahrungsgemäss entweder positiv oder, wenn negativ, sehr klein ist; es folgt also

$$\Delta \varphi = 0, \tag{13}$$

und folglich

$$Q = \varkappa \int \frac{ds}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial n}. \tag{14}$$

Es ist also Q als ein reines Oberflächenpotential darstellbar; mit anderen Worten, es ist die innere Dichte des Magnetismus

$$\rho = - \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0, \tag{15}$$

der Körper ist also (pag. 42) solenoidal magnetisirt. Dass er auch lamellar magnetisirt ist, sieht mann ein, wenn man

$$\varkappa \varphi = \Phi$$

setzt, wo dann Φ das Magnetisirungspotential (pag. 42) ist; es wird dann nämlich

$$A = - \frac{\partial \Phi}{\partial a}, \quad B = - \frac{\partial \Phi}{\partial b}, \quad C = - \frac{\partial \Phi}{\partial c}, \tag{17}$$

und das sind nach früherem die für die lamellare Magnetisirung charakteristischen Gleichungen. Es ist aber darauf hinzuweisen, dass bei beiden Schlüssen die Natur von $\varkappa$ als einer im ganzen Körper constanten Grösse benutzt worden ist; sie werden also hinfällig, wenn $\varkappa$ als Function der äusseren Kraft betrachtet wird, ausser in speciellen Fällen, in denen eben die Gesammtkraft, also auch die Intensität der Magnetisirung eine durch den ganzen Körper constante wird (s. w. u.).

Durch die Gleichungen (6) und (14) ist das Problem formulirt, und es lässt sich nach der Methode des indirekten Beweises leicht einsehen, dass die gesuchte Grösse, also Q oder φ, eindeutig bestimmt ist. Bequem ist aber diese Formulirung nicht, weil sie ein Integral enthält, und man thut daher besser, die Gleichung (14) durch diejenige für die Oberfläche des Körpers giltige Differentialgleichung auszudrücken, welche nach der Potentialtheorie die charakteristische

Grenzbedingung eines Oberflächenpotentials ist. Auf diese Weise erhält man eine der folgenden Gleichungen, die mit einander äquivalent sind, und von denen bald die eine, bald die andere sich besser zur Benutzung eignet:

$$\frac{\partial Q}{\partial n_i} + \frac{\partial Q}{\partial n_a} = -4\pi\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial n_i}, \qquad (18)$$

$$(1 + 4\pi\varkappa)\frac{\partial Q}{\partial n_i} + \frac{\partial Q}{\partial n_a} = -4\pi\varkappa\frac{\partial V}{\partial n_i}, \qquad (18a)$$

$$(1 + 4\pi\varkappa)\frac{\partial\varphi}{\partial n_i} + \frac{\partial\varphi}{\partial n_a} = 0. \qquad (18b)$$

Die erste dieser Gleichungen wird direkt erhalten, die zweite ist besonders geeignet, die Analogie des Problems mit dem der Elektrostatik, aber auch den Unterschied zu zeigen, insofern dort die Oberflächen-Bedingung $Q + V = const$ gilt, an deren Stelle eben hier diese Gleichung tritt (über einen Specialfall, in welchem dieser Unterschied sich in Uebereinstimmung verwandelt, s. w. u.), die dritte Gleichung endlich, bei deren Ableitung die Beziehung

$$\frac{\partial V}{\partial n_i} + \frac{\partial V}{\partial n_a} = 0 \qquad (18c)$$

benutzt wurde, zeigt in sehr anschaulicher Weise die Analogie mit den constanten elektrischen Strömen, indem sie, unter $1 + 4\pi\varkappa$ das Verhältniss der Leitungsfähigkeiten verstanden, mit der Grenzbedingung elektrischer Ströme identisch ist. In der That lässt die schon im vorigen Artikel gegebene Fig. 124 in gleicher Weise zwei Deutungen zu, man kann einmal, wie dort geschah, den Körper als einen Eisenstab, die Linien als Kraftlinien, man kann aber auch den Stab als einen Kupferstab in einem schwach leitenden Medium, die Linien als elektrische Strom-Linien betrachten.

Susceptibilität und Permeabilität. Wie man sieht, spielt in unserer Theorie eine gewisse Constante eine grosse Rolle, eine Constante, als welche man entweder $\varkappa$ selbst oder aber die Combination $1 + 4\pi\varkappa$ (denn diese Verbindung hat eine besonders wichtige Bedeutung) bezeichnen kann. Man nennt jene die Magnetisirungsconstante (resp. wenn man auf ihre thatsächliche Abhängigkeit von der magnetisirenden Kraft Rücksicht nimmt, Magnetisirungsfunction) oder die magnetische Susceptibilität, diese die magnetische Leitungsfähigkeit, magnetische Inductionscapacität, Aufnahmefähigkeit für magnetische Kraftlinien, Permeabilität. Die ersten beiden Ausdrücke für $1 + 4\pi\varkappa$ rühren von FARADAY her und sind nach dem soeben von der Analogie der magnetischen Kraftlinien und der elektrischen Stromlinien Gesagten resp. nach der Analogie mit der Dielekricität [Bd. 3 (1), pag. 24 u. 68] ohne weiteres verständlich, der letzte Ausdruck ist von Lord KELVIN vorgeschlagen worden und hat sich ziemlich allgemein eingebürgert. Man bezeichnet die Permeabilität gewöhnlich mit μ und hat also die beiden Gleichungen

$$\mu = 1 + 4\pi\varkappa, \quad \varkappa = \frac{\mu - 1}{4\pi}. \qquad (19)$$

Um die Bedeutung dieser Constanten in einfacher Weise zu erkennen, braucht man nur auf die obigen Gleichungen zurückzugehen und die Resultante R der Gesammtkraft einzuführen, aus Gleichung (8a) erhält man alsdann

$$J = \varkappa R, \qquad (20)$$

also

$$\varkappa = \frac{J}{R}, \qquad (20a)$$

in Worten: die Susceptibilität ist das Verhältniss der Intensität der Magnetisirung zu der Gesammtkraft, welche sie hervorgerufen hat. Man kann, der Gleichung (20) entsprechend, $\varkappa$ auch den Coëfficienten des inducirten Magnetismus nennen.

Eine ähnliche Gleichung kann man nun auch für μ aufstellen und zwar vermöge einer Operation, deren Sinn man begreift, wenn man erwägt, dass in der Kraft R zwar sowohl die äussere Kraft, als auch die von dem inducirten Körper selbst ausgehende Kraft enthalten ist, letztere aber mit Ausschluss eines kleinen Raumes an derjenigen Stelle des Körpers, auf den sich J bezieht. Es wird also noch ein Glied hinzukommen, welches mit J selbst proportional, ausserdem aber von der Gestalt jenes kleinen Raumes abhängen wird. Am grössten (s. w. u.) ist der Faktor für eine selbst gegen ihre Fläche dünne, auf der Magnetisirungsrichtung senkrechte Scheibe, nämlich gleich 4π. Bildet man demgemäss

$$U = R + 4\pi J, \tag{21}$$

so wird nach Gleichung (19) und (20)

$$U = \mu R, \quad \text{also} \quad \mu = \frac{U}{R}, \tag{22}$$

und ferner

$$U = \frac{\mu}{\varkappa} J. \tag{22a}$$

Nach dem Vorgange englischer Physiker nennt man U die »magnetische Induction«, entsprechend alsdann μ den Coëfficienten der magnetischen Induction (nicht zu verwechseln mit dem Coëfficienten des inducirten Magnetismus $\varkappa$, s. o.). Diese ganze Ableitung und Nomenclatur ist, wie man sieht und wie auch ihre Urheber zugeben, sehr gekünstelt und ziemlich unpassend, ihre einzige Rechtfertigung liegt eben darin, dass U und R durch die Zahl der Kraftlinien innerhalb und ausserhalb des inducirten Körpers, und μ durch deren Verhältniss anschaulich dargestellt wird, sowie in der Analogie mit den Verhältnissen bei der Wärmeleitung, der elektrischen Stromleitung und der dielektrischen Erregung, in welch letzterem Falle die »dielektrische Capacität« oder »Dielektricitätsconstante«, die unserem μ analoge Grösse ist (vergl. Bd. III, 1, pag. 72). Uebrigens ist zu bemerken, dass die Grössen R, J, U Richtungsgrössen sind und die Gleichung (21) somit im Princip nur im Vectorsinne richtig ist; in allen praktisch wichtigen, isotrope Körper betreffenden Fällen haben jene Grössen aber die gleiche oder entgegengesetzte Richtung, sodass die Gleichung (21) alsdann auch im gemein algebraischen Sinne richtig ist.

Unter Umständen kann man die charakteristischen Gleichungen für $\varkappa$ und μ, statt mittelst der Kräfte, auch mit Hilfe der Potentiale V, Q, φ bilden und findet dann in der schon Bd. III, 1, pag. 71 und 72 entwickelten Weise

$$\varkappa = -\frac{1}{4\pi}\frac{Q}{\varphi}, \quad \mu = \frac{V}{\varphi} \tag{23}$$

Gleichungen, welche insofern lehrreich sind, als sie über die Vorzeichen und Grössenverhältnisse der drei Grössen V, Q, φ Aufschluss geben. Da nämlich bei den eigentlich magnetischen Stoffen, wie dem Eisen, $\varkappa$ eine positive Grösse ist, so folgt, dass Q das entgegengesetzte Zeichen wie φ, also, da nach der zweiten Gleichung φ und V dasselbe Vorzeichen haben, Q auch das entgegengesetzte Zeichen wie V hat, d. h. das inducirte Potential ist dem gegebenen äusseren Potential dem Vorzeichen nach entgegengesetzt; und ferner, was hieraus, aber mit Rücksicht auf $\mu > 1$ auch aus der zweiten Gleichung direkt folgt: φ ist

stets kleiner als V, das Gesammtpotential stets kleiner als das äussere für sich, eben weil es durch das Potential der Induction geschwächt wird. Die Nichtbeachtung dieser Verhältnisse bildet gewöhnlich eine der wesentlichen Schwierigkeiten, denen der Anfänger in der Theorie der magnetischen Induction begegnet. Bei Stoffen mit negativem $\varkappa$ (diamagnetischen Stoffen) sind natürlich die entgegengesetzten Schlüsse zu ziehen, hier wird zwar die ganze Magnetisirung negativ, dieser negative Werth wird aber durch die negative Mitwirkung des Inductionspotentials nicht geschwächt, sondern verstärkt[1]).

G e s t a l t s c o ë f f i c i e n t. Auch in einer Differenzform kann man die Gleichungen aufstellen und dadurch zu einer Schlussformel gelangen, welche den Einfluss von Material und Körperform in gleich einfacher und übersichtlicher Weise zur Darstellung bringt. Die wirklich herrschende Kraft R ist nämlich kleiner als die ursprünglich gegebene äussere Kraft R_0 (Resultante von X, Y, Z, deren Potential V ist) und zwar um einen Betrag, der jedenfalls mit J proportional ist und ausserdem einen von der Form des inducirten Körpers abhängigen Faktor ε enthält, der im Allgemeinen von Ort zu Ort variiren, unter Umständen aber im Raume constant sein wird; man hat also

$$R = R_0 - \varepsilon J, \tag{24}$$

und folglich

$$J = \varkappa R = \varkappa R_0 - \varepsilon \varkappa J,$$

also ausgerechnet

$$J = \frac{\varkappa}{1 + \varepsilon \varkappa} R_0, \tag{25}$$

womit die Intensität der Magnetisirung durch die äussere Kraft ausgedrückt ist[2]). Sie hängt, wie man sieht, von zwei Grössen $\varkappa$ und ε ab, deren eine durch den Stoff, deren andere durch die Form des Körpers bedingt ist und von einigen Autoren (z. B. DU BOIS) Entmagnetisirungsfaktor genannt wird. Jene ist nach unserer vorläufigen Hypothese eine Constante, diese wird es für bestimmte Körperformen, und es wird dann, wie Gleichung (25) zeigt, J dieselbe Function des Raumes wie R_0, also z. B. constant, wenn R_0 constant ist, d. h. solche Körper haben die Eigenschaft, durch eine gleichförmige äussere Kraft gleichförmig magnetisirt zu werden. Wie wichtig solche Körperformen für die Untersuchung sind, sieht man ein, wenn man bedenkt, dass dann mit R_0 auch R im ganzen Körper constant ist und dass folglich unsere Theorie für jeden einzelnen Fall, d. h. für einen bestimmt gegebenen Werth von R_0 auch gültig bleibt, wenn man die Grundhypothese fallen lässt und, der Wirklichkeit entsprechend, annimmt, dass $\varkappa$ für verschiedene R verschiedene Werthe hat — solche verschiedene Werthe von R kommen ja in Körpern der gedachten Form, wenn nur R_0 einen bestimmten Werth hat, gar nicht vor. Wenn man also einen solchen Körper nach einander verschiedenen Kräften R_0 aussetzt und dabei verschiedene $\varkappa$ findet, so ist doch jedes dieser $\varkappa$ der dem betreffenden R_0 entsprechende wahre Werth, was bei einem Körper anderer Form nicht der Fall sein würde.

---

[1]) RIECKE u. FROMME haben früher die Benutzung der Grösse p (pag. 142) anstatt $\varkappa$ vorgeschlagen, sind hiermit jedoch, da die Gründe nicht stichhaltig waren, nicht durchgedrungen. Vergl. RIECKE, Gött. Nachr. 1872, No. 26.

[2]) In Bezug auf die Grössen R und R_0 herrscht in den Büchern leider eine sehr schwankende und deshalb verwirrende Nomenclatur; es wird nämlich bald R_0, bald R als »magnetisirende Kraft« bezeichnet, und im Gegensatze hierzu zuweilen von der »magnetischen Kraft« gesprochen. Im Folgenden wird, wo Zweifel entstehen können, immer R als Gesammtkraft, R_0 als äussere Kraft oder Feldstärke bezeichnet werden.

Es lässt sich leicht zeigen, welche Körperformen die in Rede stehende Eigenschaft haben. Dass der unendliche Kreiscylinder und der geschlossene Ring solche Formen sind, wenn die Kraft axial gerichtet ist, sieht man auch ohne Rechnung ein, da hier alle Axenpunkte gleichberechtigt sind, die Grösse ε also nicht nur constant, sondern sogar Null sein muss; man kann dies auch aus der Erwägung schliessen, dass die Pole, wie wir wissen, die Repräsentanten der Wirkung eines Magnetkörpers sind, dass aber diese Pole beim unendlichen Cylinder in unendlicher Entfernung liegen, beim Ringe aber überhaupt nicht existiren. Ein einfacher Ansatz zeigt aber, dass es noch weitere solche Körper giebt. Ist nämlich R_0, also auch XYZ im Raume constant, so ist V eine lineare Function der Coordinaten abc. Soll diese gleichförmige Kraft gleichförmige Magnetisirung hervorrufen, so muss wegen der Gleichungen (8) auch φ linear in abc sein. Die Gleichung (6) wird sich alsdann durch ein ebenfalls lineares Q befriedigen lassen. Bei gleichförmiger Magnetisirung ist aber nach Früherem und nach Gleichung (9) Q aus den ersten Differentialquotienten des NEWTON'schen Potentials zusammengesetzt; letzteres muss also eine Function zweiten Grades der Coordinaten sein. Das ist nun bekanntlich bei den von Oberflächen zweiten Grades begrenzten Körpern (Kugel, Ellipsoid, Cylinder) der Fall. Diese Körper werden also ebenfalls durch gleichförmige Kraft gleichförmig magnetisirt.

Bei Körpern dieser Art hängt es von dem Werthe der Constanten ε ab, ob sie für die Magnetisirung günstige oder ungünstige Bedingungen darbieten, und es lässt sich schon aus der rohen Betrachtung auf pag. 50 das allgemeine Gesetz dieses Einflusses erschliessen: je gestreckter die Körperform in der Richtung der Magnetisirung im Vergleich zu den anderen Richtungen ist, desto günstiger, je platter, desto ungünstiger sind die Verhältnisse; am gestrecktesten ist der unendliche Cylinder und der geschlossene Ring, hier ist $\varepsilon = 0$, also

$$J = \varkappa R_0, \tag{26}$$

am plattesten ist eine dünne Scheibe, die in der Dickenrichtung magnetisirt wird, hier ist $\varepsilon = 4\pi$, also gleich dem bereits oben erwähnten grösstmöglichen Werth. Mit der Eigenschaft guter Magnetisirbarkeit vereinigen die gestreckten Formen zugleich einen anderen Vortheil, nämlich den, dass sie sich zur experimentellen Ermittelung von $\varkappa$ am meisten eignen, weil hier nach (26) $\varkappa$ einen proportionalen Einfluss auf J ausübt, während nach (25) bei gedrungenen Formen das $\varkappa$ des Nenners den Einfluss des $\varkappa$ im Zähler mehr oder weniger aufhebt.

Aehnlichkeitssatz von THOMSON. Während die Grösse ε zur Vergleichung des Verhaltens verschieden gestalteter Körper dient, bezieht sich auf das Verhalten ähnlicher Körper der folgende unmittelbar einleuchtende Satz von THOMSON[1]. Einander ähnliche Körper gleichen Stoffes, die auf ähnliche Weise mit Drahtwindungen umwickelt sind, deren Längen den Quadraten der Körperdimensionen proportional sind, erhalten bei gleicher Stärke des magnetisirenden Stromes magnetische Momente, die sich wie ihre Volumina verhalten, und üben auf ähnlich gelegene äussere Punkte die gleiche Kraft aus.

Wenn nach H. MEYER[2] der Satz nur für Eisen, nicht aber für Stahl gültig ist, so hat dies jedenfalls in secundären Umständen seinen Grund.

Einfluss des Werthes von $\varkappa$. Wie bei verschiedenen Werthen von ε, so gestalten sich auch bei verschiedenen Werthen von $\varkappa$ die Verhältnisse sehr

[1] Trans. R. Soc. 1856 (1) pag. 287.

[2] H. MEYER, WIED. Ann. 18, pag. 233. 1883.

verschieden. Zunächst, je nachdem $\varkappa$ positiv oder negativ ist, je nachdem es sich also um paramagnetische oder diamagnetische Körper handelt. Die in dieser Hinsicht an die Gleichung (25) zu knüpfenden Betrachtungen brauchen nicht wiederholt zu werden, da sie sich mit früheren decken. Wenn $\varkappa$ sehr gross oder sehr klein ist, vereinfachen sich die Formeln wesentlich, und gerade diese Grenzfälle sind insofern wichtig, als der erstere bei den weicheren Eisensorten, wenigstens für mittelstarke Magnetisirungen, der andere bei der grossen Mehrzahl aller Stoffe erfüllt ist.

Für sehr kleines $\varkappa$ wird in Gleichung (14) Q unendlich klein, also nach Gleichung (6) annähernd $\varphi = V$; und das kann man entweder ohne weiteres benutzen, sodass

$$A = -\varkappa \frac{\partial V}{\partial x} \text{ u. s. w.,} \qquad J = \varkappa R_0$$

wird; bei sehr kleinem $\varkappa$ ist also J für alle Körperformen durch dieselbe Gleichung bestimmt, wie nach (26) bei beliebigem $\varkappa$ für die unendlich gestreckten Körperformen. Oder man behält, wenn man erst unendlich kleine Grössen dritter Ordnung vernachlässigen will, zwar Q bei, ersetzt aber in seinem Ausdrucke (14) φ durch V, so dass man erhält:

$$Q = \varkappa \int \frac{ds}{r} \frac{\partial V}{\partial n}, \qquad \varphi = V + \varkappa \int \frac{ds}{r} \frac{\partial V}{\partial n}, \tag{27}$$

während die Gleichungen (8), (8a) und (25) hier unverändert bleiben.

Für sehr grosses $\varkappa$ andererseits wird nach Gleichung (20) J gross gegen R, in Folge dessen nach Gleichung (24) R nur ein kleiner Bruchtheil der ursprünglichen äusseren Kraft R_0, und nach Gleichung (25) trotz des unendlich grossen $\varkappa$ für eine endliche äussere Kraft R_0 die Intensität der Magnetisirung ebenfalls nur endlich, nämlich

$$J = \frac{1}{\varepsilon} R_0. \tag{28}$$

Es ist also dann J von dem Werthe von $\varkappa$ ganz unabhängig, mit anderen Worten: für grössere und grössere Werthe der Susceptibilität wird zwar die Magnetisirung ebenfalls immer stärker, aber allmählich in immer geringerem Maasse, und schliesslich hat eine weitere Zunahme von $\varkappa$ keinen merklichen Einfluss mehr; ausgenommen ist nur der Fall, in welchem ε sehr klein oder Null ist, was nach den obigen Bemerkungen bei sehr gestreckten Körperformen eintritt. Ob z. B. die Susceptibilität des Materials 30 oder 300 sei — Werthe, die sich wie 1:10 verhalten — ist bei einem Körper von der Form eines sehr langen Stabes sehr wesentlich, indem die Stärke seiner Magnetisirung in beiden Fällen sich ebenfalls etwa wie 1:10 verhält, bei einem kugelförmigen oder überhaupt gedrungenen Körper ist es so gut wie gleichgültig.*

Aehnliche Betrachtungen wie für J an die Gleichung (25) kann man nun für die »magnetische Induction« U an eine entsprechende Gleichung knüpfen, es wird aber genügen, diese Gleichung hinzuschreiben, wobei man sich, wie dort des $\varkappa$, so hier der Grösse μ bedienen wird. Als allgemeine Gleichung zwischen U und R_0 findet man dann:

$$U = \frac{\mu}{1 + \frac{\varepsilon}{4\pi}(\mu - 1)} R_0; \tag{29}$$

für schwach magnetisirbare Stoffe, also nahezu $\mu = 1$, wird [Analogon der Gleichung (26)]

$$U = \mu R_0, \tag{30}$$

für stark magnetisirbare Stoffe andererseits, also sehr grosse μ, wird [Analogon der Gleichung (28)]

$$U = \frac{4\pi}{\varepsilon} R_0, \tag{31}$$

d. h. ein stark magnetisirbarer Körper verdichtet die Kraftlinien auf das $4\pi/\varepsilon$-fache, wo ε von der Gestalt des Körpers abhängt; im ungünstigsten Falle, d. h. bei ganz platten Körpern ($\varepsilon = 4\pi$) ist hiernach die Verdichtung gleich eins, d. h. es findet gar keine Verdichtung statt, jeder anderen Körperform entspricht eine bestimmte Verdichtungszahl $4\pi/\varepsilon$, nur bei unendlich gestreckten Körpern muss sie trotz sehr grossen Werthes von μ aus der allgemeinen Formel (29) berechnet werden. Ebenso zeigt diese allgemeine Formel, dass bei Stoffen mit $\mu < 1$ (diamagnetische Stoffe) nicht Verdichtung, sondern Verdünnung der Kraftlinien eintritt. Es sei noch bemerkt, dass sich der Abstand benachbarter Kraftlinien innerhalb und ausserhalb des inducirten Körpers hiernach wie $\sqrt{4\pi/\varepsilon}$: 1 verhält.

Endlich ist es noch von Interesse, den Einfluss der Grössenordnung von $\varkappa$ auf die Oberflächengleichungen (18) zu untersuchen. Für sehr kleines $\varkappa$ wird

$$\frac{\partial Q}{\partial n_i} + \frac{\partial Q}{\partial n_a} = 0,$$

was nichts Neues darbietet, für sehr grosses $\varkappa$ andererseits wird

$$\frac{\partial Q}{\partial n_i} + \frac{\partial V}{\partial n_i} = 0,$$

also, wenn Q_0 und V_0 die Oberflächenwerthe sind:

$$Q_0 + V_0 = const.$$

Der auf pag. 144 erwähnte Unterschied zwischen den Verhältnissen bei der elektrostatischen Vertheilung und der magnetischen Induction fällt also in diesem Specialfalle weg, beide Aufgaben werden hier identisch, nur dass die magnetische wegen der Bedingung: algebraische Summe aller Magnetismen gleich Null, specielleren Charakters ist. Die wichtigsten Sätze der Elektrostatik lassen sich dann auf unser Gebiet herübernehmen, insbesondere einige Sätze über Hohlkörper, die ihrer auch praktischen Wichtigkeit halber kurz angeführt werden mögen; sie gelten für beliebige Gestalt des Hohlkörpers, aber nur für endliche Dicke seiner Wandungen. Ein solcher Hohlkörper wirkt auf äussere Pole genau so, als ob er voll wäre. Wird er durch äussere Pole magnetisirt, so hebt er deren Wirkung auf Pole, die in seiner Höhlung liegen, gerade auf, schützt diese also vor äusserer Beeinflussung (magnetische Schirmwirkung, vergl. pag. 53, sowie hinsichtlich ihrer Anwendung auf Galvanometer Bd. III, 1, pag. 222). Ist der Hohlkörper durch innere Pole magnetisirt, so hebt er deren Wirkung auf äussere Pole gerade auf. Endlich ist die Wirkung des Hohlkörpers auf innere Pole unabhängig von seiner äusseren Oberfläche.

Anwendung der Theorie auf einzelne Körperformen.

Magnetisirung einer Kugel. Für die Kugel lässt sich das Problem der magnetischen Induction mit Hilfe der Kugelfunctionen lösen. Der Kugelradius sei 1, die Entwickelung des Oberflächenwerthes $\overline{V}$ des gegebenen äusseren Potentials V nach Kugelfunctionen sei

$$\overline{V} = V_0 + V_1 + V_2 + \ldots$$

also für innere Punkte, wenn ρ der Abstand vom Mittelpunkte ist:

$$V_i = V_0 + \rho V_1 + \rho^2 V_2 + \ldots$$

Der Differentialquotient nach innen hat daher für die Oberfläche den Werth

$$\frac{\overline{\partial V}}{\partial n_i} = - V_1 - 2 V_2 - \ldots .$$

Bildet man nun für das unbekannte Inductionspotential Q formell dieselben Entwickelungen, aber nicht bloss für das Innere, sondern auch für das Aeussere

$$\overline{Q} = Q_0 + Q_2 + \ldots .$$

$$Q_i = Q + \rho Q_1 + \rho^2 Q_2 \ldots .$$

$$Q_a = \frac{Q_0}{\rho} + \frac{Q_1}{\rho^2} + \frac{Q_2}{\rho^3} + \ldots$$

$$\frac{\partial Q}{\partial n_i} = - Q_1 - 2 Q_2 - \ldots .$$

$$\frac{\partial Q}{\partial n_a} = - Q_0 - 2 Q_1 - 3 Q_2 - \ldots ,$$

so kann man die Gleichung (18a) bilden und erhält dann durch Gleichsetzung der Glieder gleicher Ordnung:

$$Q_0 = 0, \quad Q_1 = - \frac{V_1}{1 + \frac{3}{4\pi\varkappa}}, \quad Q_2 = - \frac{V_2}{1 + \frac{5}{8\pi\varkappa}},$$

$$\text{allgemein: } Q_n = - \frac{V_n}{1 + \frac{2n+1}{n} \cdot \frac{1}{4\pi\varkappa}}. \tag{32}$$

Damit ist das Problem gelöst, da man nun auch ABC und J hinschreiben kann. Für eine von zwei concentrischen Kugelschalen begrenzte Schale erfolgt die Lösung in analoger Weise, und zwar auch dann, wenn die magnetisirenden Pole theils im äusseren Raume, theils in der Höhlung liegen; nur muss man dann V und Q im Innern des inducirten Körpers nach auf- und absteigenden, Q im äusseren Raume nach absteigenden, in der Höhlung nach aufsteigenden Potenzen von ρ entwickeln.

Wirkt auf die Kugel eine im Raume constante magnetisirende Kraft, so ist

$$V = - Xa - Yb - Zc$$

eine Kugelfunction erster Ordnung, dasselbe gilt dann auch von Q, und folglich erhält man:

$$Q = - \frac{V}{1 + \frac{3}{4\pi\varkappa}},$$

$$\varphi = V + Q = \frac{V}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa}.$$

$$A = \frac{\varkappa}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa} X, \quad B = \frac{\varkappa}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa} Y, \quad C = \frac{\varkappa}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa} Z, \quad J = \frac{\varkappa}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa} R_0, \tag{33}$$

wofür man nach (7) auch kürzer

$$A = pX, \quad B = pY, \quad C = pZ, \quad J = pR \tag{33a}$$

schreiben kann; der Coëfficient p ist für die Kugel in der That nichts anderes als das Verhältniss der Magnetisirung zur äusseren Kraft. Die Kugel wird also durch die gleichförmige Kraft gleichförmig magnetisirt, der Gestaltscoëfficient ε ist für sie $4\pi/3$, und bei grosser Susceptibilität des Materials wird nach (31) die »magnetische Induction«

$$U = 3 R_0,$$

d. h. die Kraftlinien werden auf das dreifache verdichtet, oder anders ausgedrückt, der Abstand der Kraftlinien innerhalb und ausserhalb der Kugel verhält sich wie $\sqrt{3}:1$. Die Formel (33) lässt erkennen, wie schwach eine Kugel selbst aus einem stark magnetischen Stoffe sich magnetisiren lässt; setzt man z. B. für Eisen $\varkappa = 30$, so würde die Intensität der Magnetisirung ohne Rücksicht auf die entmagnetisirende Kraft der Kugel $30 R_0$ betragen, durch diese Gegenkraft aber wird sie auf etwa $\frac{1}{125}$ dieses Werthes herabgedrückt.

Ellipsoid. Auch das Ellipsoid wird nach dem früher Gesagten durch eine gleichförmige Kraft gleichförmig magnetisirt. Dabei treten dann die von dem NEWTON'schen Potential des Ellipsoids her bekannten Constanten

$$\begin{aligned} L &= 2\pi a_0 b_0 c_0 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a_0^2+\lambda)\sqrt{(a_0^2+\lambda)(b_0^2+\lambda)(c_0^2+\lambda)}}, \\ M &= 2\pi a_0 b_0 c_0 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(b_0^2+\lambda)\sqrt{(a_0^2+\lambda)(b_0^2+\lambda)(c_0^2+\lambda)}}, \\ N &= 2\pi a_0 b_0 c_0 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(c_0^2+\lambda)\sqrt{(a_0^2+\lambda)(b_0^2+\lambda)(c_0^2+\lambda)}}. \end{aligned} \tag{34}$$

auf, und es werden die Componenten der Magnetisirungsintensität

$$A = \frac{\varkappa}{1+L\varkappa} X, \quad B = \frac{\varkappa}{1+M\varkappa} Y, \quad C = \frac{\varkappa}{1+N\varkappa} Z. \tag{35}$$

An die Stelle des Faktors $4\pi/3$ sind also hier die Constanten LMN getreten, d. h. für jede Componente eine andere Grösse, und es hat folglich die Gleichung (25) hier im Allgemeinen keine einfach algebraische Bedeutung; mit anderen Worten, eine magnetisirende Kraft von bestimmter Richtung ruft in dem Ellipsoid einen Magnetismus hervor, dessen Axe im Allgemeinen eine andere Richtung hat. Uebereinstimmend werden beide Richtungen nur dann, wenn die magnetisirende Kraft die Richtung einer der Axen des Ellipsoids hat, z. B. die der $z(c_0)$-Axe, alsdann wird

$$J = \frac{\varkappa}{1+N\varkappa} R_0, \tag{36}$$

d. h. das jetzige N ist mit dem früheren ε identisch. Der Werth von N ist aus den Tafeln für die elliptischen Integrale zu entnehmen.

Hat man es, was in der Praxis fast stets der Fall ist, mit einem Rotationsellipsoid zu thun, so wird $a_0 = b_0$, also $L = M$, und man kann Alles durch die Excentricität e der Meridianellipse ausdrücken, nämlich einerseits für das abgeplattete Rotationsellipsoid[1]):

$$\begin{aligned} a_0 = b_0 &= \frac{c_0}{\sqrt{1-e^2}}, \\ N = \varepsilon &= 4\pi\left(\frac{1}{e^2} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arc\sin e\right), \end{aligned} \tag{37}$$

andererseits für das verlängerte Rotationsellipsoid

$$\begin{aligned} a_0 = b_0 &= c_0\sqrt{1-e^2}, \\ N = \varepsilon &= 4\pi \frac{1-e^2}{e^2}\left(\frac{1}{2e}\log\frac{1+e}{1-e} - 1\right). \end{aligned} \tag{38}$$

Wird die Abplattung stärker und stärker, so nähert sich N dem Werthe

$$N = 4\pi, \tag{38a}$$

---

[1]) In Folge missverstandener engl. Schreibweise ist die Formel für N vielfach falsch wiedergegeben worden.

den es für eine dünne Scheibe erreicht, ein Werth, der schon mehrfach benützt wurde und der grösstmögliche überhaupt ist. Wird andererseits die Streckung des Ellipsoids grösser und grösser, so kann man zunächst mit der Näherungsformel

$$N = 4\pi \frac{a_0^2}{c_0^2} \left(log \frac{2c_0}{a_0} - 1 \right) \tag{39}$$

rechnen, und schliesslich, also für den unbegrenzten Kreiscylinder wird, wie sich durch Entwickelung des lg ergiebt,

$$N = 0. \tag{39a}$$

Die folgende kleine Tabelle lässt erkennen, in welcher Weise der schwächende Gestaltscoëfficient N beim Rotationsellipsoid abnimmt, wenn das Verhältniss $c_0 : a_0$ der Rotationsaxe zur anderen Axe mehr und mehr zunimmt; der ausser N noch beigefügte Werth $4\pi/N$, also $4\pi/\varepsilon$ lässt nach Gleichung (31) erkennen, in welchem Verhältniss in den verschiedenen Ellipsoiden die Kraftlinien verdichtet werden, falls die Susceptibilität gross ist; e hat natürlich in den sechs untersten Reihen die entgegengesetzte Bedeutung wie in den vier obersten.

e	$c_0 : a_0$	N	$\frac{4\pi}{N}$
1	0	12·59	1·00
0·866	0·5	6·60	1·90
0·661	0·75	5·16	2·43
0·436	0·9	4·77	2·63
0	1	4·19	3·00
0·866	2	2·18	5·78
0·968	4	0·95	13·3
0·995	10	0·25	50
0·999	50	0·018	691
fast 1	200	0·0016	8000
fast 1	500	0·0003	41700

Die vier obersten Reihen beziehen sich auf abgeplattete Ellipsoide, die fünfte auf die Kugel, die sechs letzten auf gestreckte Ellipsoide. Es mögen noch die Formeln für die Magnetisirung von Rotationsellipsoiden durch gleichförmige Kräfte senkrecht zur Figuraxe, also, was hierfür offenbar genügt, die Werthe von L oder M angeführt werden. Sie lauten für ein abgeplattetes Ellipsoid

$$L = M = 2\pi \left(\frac{\sqrt{1 - e^2}}{e^3} arc\, sin\, e - \frac{1 - e^2}{e^2} \right), \tag{40}$$

also für starke Abplattung $\pi^2 (c/a)$ und für eine ganz platte Scheibe Null, so dass geradezu $J = \varkappa R_0$ wird; andererseits für das gestreckte Ellipsoid

$$L = M = 2\pi \left(\frac{1}{e^2} - \frac{1 - e^2}{2e^3} log \frac{1 + e}{1 - e} \right), \tag{40a}$$

und für unendliche Streckung, also für einen unbegrenzten Cylinder oder für die centralen Theile eines sehr langen Cylinders mit abgerundeten Enden

$$L = M = \varepsilon = 2\pi \tag{40b}$$

Bei einem solchen Cylinder ist also, wenn er quer gegen seine Axe magnetisirt wird, die entmagnetisirende Kraft sehr beträchtlich, aber doch nur halb so gross, wie in dem anderen extremen Falle einer ganz dünnen Scheibe, die senkrecht gegen ihre Fläche magnetisirt wird.

Bisher war von der Einwirkung einer gleichförmigen magnetisirenden Kraft, wie es z. B. der Erdmagnetismus ist oder wie sie zwischen zwei breiten entgegen-

gesetzten Polflächen oder im Innern einer langen Spirale wirksam ist, die Rede. Für das Rotationsellipsoid hat aber F. NEUMANN das Problem auch für den allgemeinen Fall ungleichförmiger Kraft, d. h. beliebig im Endlichen vertheilter wirkender Pole gelöst. Die Methode ist der oben für die Kugel angegebenen ganz analog, nur werden statt der Polarcoordinaten elliptische Coordinaten eingeführt, d. h. es wird, wenn die Gleichung des Ellipsoids

$$\frac{x^2 + y^2}{r_0^2} + \frac{z^2}{r_0^2 - \lambda^2} = 1$$

ist,

$$x = r \sin\delta \cos\psi, \qquad y = r \sin\delta \sin\psi,$$
$$z = \sqrt{r^2 - \lambda^2} \cos\delta$$

gesetzt, und es lassen sich dann ähnliche Reihen wie bei der Kugel entwickeln. Die magnetischen Momente des ganzen Ellipsoids lassen sich aber, ausser durch diese Rechnung, auch direkt angeben, und zwar für ein beliebiges Ellipsoid. Eine Methode hierfür hat F. NEUMANN selbst, eine andere KIRCHHOFF mitgetheilt, die letztere stützt sich auf den Satz, dass eine beliebige Eisenmasse, durch einen Pol P_1 magnetisirt, auf einen Pol P_2 dasselbe Potential hat, wie, durch P_2 magnetisirt, auf P_1. Verlegt man den einen dieser Pole in die Unendlichkeit, den anderen in die Endlichkeit, so kann man das allgemeine Problem auf das frühere specielle zurückführen und erhält, wenn Ω das NEWTON'sche Potential des Ellipsoids ist, für die magnetischen Momente $\alpha\beta\gamma$ des ganzen Ellipsoids die Formeln

$$\alpha = \frac{\varkappa}{1 + L\varkappa}\frac{\partial\Omega}{\partial a}, \quad \beta = \frac{\varkappa}{1 + M\varkappa}\frac{\partial\Omega}{\partial b}, \quad \gamma = \frac{\varkappa}{1 + N\varkappa}\frac{\partial\Omega}{\partial c}. \tag{41}$$

Cylinder. Das Problem der Magnetisirung eines Cylinders ist, wenn dieser unbegrenzt ist, in dem allgemeineren Problem des Ellipsoids enthalten. In der That haben wir für gleichförmige magnetisirende Kraft schon gefunden, dass für axiale Richtung dieser Kraft $\varepsilon = 0$, bei Quermagnetisirung $\varepsilon = 2\pi$ ist, für schiefe Magnetisirung wird der Werth zwischen diesen beiden Grenzen liegen. In analoger Weise würde man aus den NEUMANN'schen Formeln für die Magnetisirung eines Rotationsellipsoids durch beliebige Kräfte die Magnetisirung eines unbegrenzten Kreiscylinders durch beliebige Kräfte ableiten können, wenn nicht gerade in diesem Falle die NEUMANN'schen Reihenentwickelungen ihre Anwendbarkeit verlören. KIRCHHOFF[1]) hat daher dieses Problem auf einem anderen Wege in Angriff genommen und gelöst. Er ersetzt nach dem bekannten Satze von GAUSS die wirkenden äusseren Massen durch solche, die auf der Mantelfläche des Cylinders verbreitet sind; ihr Potential V erfüllt dann nicht mehr die bei der Umformung der Oberflächengleichung (18a) in (18b) benutzte Gleichung (18c), da deren rechte Seite nun nicht mehr Null, sondern 4πmal der Dichte der Oberflächenvertheilung ist, und folglich ist die Gleichung (18c) durch die neue

$$\frac{\partial V}{\partial n_i} + \frac{\partial V}{\partial n_a} + (1 + 4\pi\varkappa)\frac{\partial\varphi}{\partial n_i} + \frac{\partial\varphi}{\partial n_a} = 0$$

zu ersetzen. Gleichzeitig aber muss $\Delta V = 0$, d. h. in Cylindercoordinaten

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\vartheta^2} = 0$$

sein. Mit Hilfe der KUMMER'schen Integrale und semiconvergenter Reihen wird nun eine Lösung der letzten Gleichung ermittelt, welche gleichzeitig für die Ober-

[1]) KIRCHHOFF, CRELLE's J. 48, pag. 348. 1853; Ges. Abh., pag. 193.

fläche dem gegebenen V gleich wird, und hieraus dann mit Hilfe der ersten Gleichung φ gefunden.

Für einen begrenzten Cylinder existirt eine strenge Theorie nicht, GREEN[1]) hat aber eine bei einigermaassen grosser Susceptibilität mit grosser Annäherung gültige Formel abgeleitet, welche die Dichte λ des freien Magnetismus an einer um x von der Mitte des Stabes entfernten Stelle darstellt und auf welche schon pag. 32 hingewiesen wurde; vollständiger als sie dort angegeben wurde, lautet sie

$$\lambda = \pi \varkappa X p \rho \frac{e^{\frac{px}{\rho}} - e^{-\frac{px}{\rho}}}{e^{\frac{pl}{\rho}} + e^{-\frac{pl}{\rho}}}, \tag{42}$$

wo X die Kraft, $2l$ die Länge, 2ρ der Durchmesser des Cylinders und p eine mit $\varkappa$ durch die Gleichung

$$0{\cdot}231863 - 2 \log p + 2p = \frac{1}{\pi \varkappa p^2}$$

verknüpfte Zahl ist und z. B. folgende Werthe hat:

$\varkappa = \infty$	336·4	62	48·4	20·2	6·3	0·143	0·0002
$p = 0$	0·01	0·02	0·03	0·05	0·1	1	10

Ring. Besonderes Interesse in theoretischer und experimenteller Hinsicht bietet der Fall dar, in welchem der zu inducirende Körper Ringform besitzt, d. h. durch Rotation eines ebenen Flächenstückes um eine ausserhalb liegende, aber seiner erweiterten Ebene angehörige Axe entstanden gedacht werden kann; und zwar der Fall, wo die Richtung der magnetisirenden Kraft auf den gedachten Querschnittflächen überall senkrecht steht, ihre Grösse aber überall dieselbe ist. Ein solcher Ring wird zwar magnetisirt, und zwar wird die durch die Mittelpunkte seiner Querschnitte gebildete Linie zur Axe der Magnetisirung; da diese Axe aber eine in sich zurücklaufende Linie ist, erhält der Ring keine Pole, und er übt folglich auch keine Wirkung nach aussen hin aus. Man kann also schon ohne Rechnung schliessen, dass das Potential Q der magnetisirenden Kraft hier Null sein und sich so die Theorie besonders einfach gestalten wird. Diese Theorie hat KIRCHHOFF[2]) entwickelt, und zwar unter der bestimmten Annahme, dass die magnetisirende Wirkung von einem elektrischen Strome ausgeht, dessen Windungen den Ring gleichförmig umschlingen. Streng gleichförmig ist diese Kraft freilich nicht, da sie nach den Gesetzen des Elektromagnetismus von der Zahl der auf die Längeneinheit der Mittellinie entfallenden Windungen abhängt, die Windungen sich aber an der Innenseite dichter anhäufen als an der Aussenseite; bei einem im Verhältniss zu seiner Grösse dünnen Ringe wird diese Differenz jedoch unerheblich sein. Das Charakteristische des vorliegenden Falles besteht darin, dass das Potential V der magnetisirenden Kraft eine vielwerthige Function der Coordinaten ist, und zwar in der Weise, dass, wenn man cylindrische Coordinaten $\rho \vartheta z$ einführt, $\partial V / \partial \rho$ und $\partial V / \partial z$ trotzdem stets Null, $\partial V / \partial \vartheta$ hingegen — unter n die Windungszahl, unter i die Stromstärke verstanden — 0 oder $2ni$ ist, je nachdem der Punkt $(\rho \vartheta z)$ innerhalb oder ausserhalb des Ringes liegt, den die Stromwindungen bilden. Es wird somit ausserhalb $V = 0$, innerhalb $V = 2ni\vartheta$, und bei diesem Werthe von V genügt man den Grundgleichungen des Inductionsproblems, indem man $Q = 0$, also $\varphi = V$ setzt, wo-

[1]) GREEN, An essay on the appl. etc. Nottingham 1828, CRELLE's J. 47, pag. 238. — Vergl. auch BEER, Einl. i. d. Elektrostatik u. s. w.

[2]) KIRCHHOFF, POGG. Ann. Ergzbd. 5, pag. 1. 1870; Ges. Abh., pag. 223.

durch die schon oben ausgesprochene Vermuthung ihre Bestätigung erfährt. Gleichzeitig ergiebt sich als Axe der Magnetisirung die Mittellinie des Ringes und als ihre Intensität

$$J = \frac{2n\kappa i}{\rho}. \tag{43}$$

Auch der Fall einer ungleichförmigen Magnetisirung eines Ringes, nämlich durch eine einzelne, irgend einen Ringquerschnitt umschliessende Stromwindung oder durch eine kurze, nur ein Stück des Ringes umgebende Stromspule ist theoretisch untersucht worden, und zwar durch BOLTZMANN[1]); es muss jedoch an diesem Hinweise genügen.

In neuester Zeit ist im Hinblick auf die elektrischen Maschinen der auch theoretisch interessante Fall eines geschlitzten Ringes von Wichtigkeit geworden. Es sei daher auf die theoretische Behandlung dieses Falles durch DU BOIS[2]) hingewiesen, dessen Rechnungen durch H. LEHMANN[3]) dann auch experimentell bestätigt worden sind (vergl. auch w. u.).

Zwei Kugeln. CHWOLSON[4]) hat die magnetische Induction in zwei Kugeln durch Kräfte, die symmetrisch zu ihrer Centrallinie liegen, berechnet, wobei sich ergiebt, welchen vergrössernden Einfluss die eine Kugel auf das Moment der andern ausübt. Es muss aber an diesem Hinweise genügen.

Methode der successiven Annäherung. Ein von dem bisher skizzirten verschiedenes Verfahren, das Problem der magnetischen Induction in einem beliebigen Körper zu lösen, haben BEER, LEONH. WEBER und RIECKE entwickelt; auch die von C. NEUMANN gegebene Darstellung der Theorie kann in ähnlichem Sinne aufgefasst werden[5]). Es ist ein auf der successiven Annäherung oder auf dem Princip der Superposition beruhendes Verfahren und besteht in Folgendem. Man bestimmt zunächst diejenige magnetische Vertheilung, welche die äusseren Kräfte für sich in dem Körper hervorrufen und denkt sie sich durch die äquivalente Oberflächenbelegung, die »Belegung erster Ordnung« ersetzt; dann bestimmt man die von dieser Belegung erzeugte Magnetisirung und die ihr äquivalente Oberflächenbelegung zweiter Ordnung; so fährt man fort und erhält schliesslich durch Superposition aller Vertheilungen die wahre Magnetisirung des Körpers. Natürlich ist der Nachweis erforderlich, dass die Reihen, die bei diesem Processe gebildet werden, convergiren. Die Methoden von BEER und WEBER einerseits, von RIECKE andererseits unterscheiden sich dadurch, dass bei der Ausrechnung der einzelnen Inductionen dort die gewöhnlichen Coordinaten zu Grunde gelegt werden und die Formeln sich deshalb im Einzelnen eng an die der gewöhnlichen Theorie anschliessen, dass dagegen hier der Körper in Elemente von besonderer Gestalt zerlegt wird, woraus sich ein sehr anschaulicher Process ergiebt und die gedachten äquivalenten Oberflächenbelegungen ganz unmittelbar hergestellt werden können. Von einem Oberflächenelement des Körpers wird eine der äusseren Kraft R_0 entsprechende Kraftröhre durch den Körper gelegt und aus ihr durch zwei Niveauflächen ein Raumelement $d\tau$ herausgeschnitten. RIECKE entwickelt nun zwei verschiedene Methoden, die sich durch die Gestalt dieses Körperelementes unterscheiden; bei der ersten wird es sehr gestreckt gewählt, bei der zweiten sehr platt, bei der ersten wird folglich

1) BOLTZMANN, Anz. d. Wien. Ak. 1878, pag. 203.
2) H. E. J. G. DU BOIS, WIED. Ann. 46, pag. 486. 1892.
3) H. LEHMANN, WIED. Ann. 48, pag. 406. 1893.
4) CHWOLSON, Zeitschr. für Math. und Phys. 24, pag. 40. 1878.
5) Die Literatur s. ob. pag. 140.

nach der allgemeinen Theorie das in dem Element durch den ersten Inductionsakt inducirte Moment gleich $-\varkappa R_0 d\tau$, bei der zweiten wird an die Stelle von $\varkappa$ der Faktor $-\varkappa/(1+4\pi\varkappa)$ treten, entsprechend dann bei den folgenden Gliedern; die zweite hat der ersten gegenüber den Vorzug, dass die Reihe stets convergirt, während dies bei der ersten nur für gewisse Körperformen der Fall ist. Als Beispiele giebt RIECKE die Induction in einem Ellipsoid, sowie die in einem begrenzten Cylinder; für den letzteren Fall werden zwar nur die beiden ersten Glieder berechnet, damit aber das Problem immerhin ein Stück weiter geführt.

THOMSON'sches Problem. Es möge hier noch eine verwandte, von THOMSON herrührende Untersuchung erwähnt werden, die sich auf den in einer Platte inducirten Magnetismus bezieht. Hiernach kann man die Wirkung, die auf einen vor der Platte befindlichen Punkt durch die Platte und den sie erregenden, hinter ihr gedachten Magneten ausgeübt wird, ersetzen durch die Wirkung einer Reihe von Magneten, die mit dem gegebenen anfängt und sich nach hinten derart fortsetzt, dass die Abstände der doppelten Plattendicke gleich sind, die magnetischen Intensitäten aber, wenn die des gegebenen Pols 1 ist, in geometrischer Progression mit dem von $\varkappa$ abhängigen Faktor m^2 (von THOMSON inductive Capacität der Platte genannt) abnehmen und mit $1-m^2$ beginnen; für eine unendlich dünne Platte fallen alle »Bilder«, wie man die folgenden Magnete nennen kann, mit dem gegebenen Magneten zusammen, ihre Gesammtintensität ist 1, und man muss folglich schliessen, dass die Platte gar keinen Einfluss hat.

Variabilität von $\varkappa$. Wie man die allgemeine Theorie zu ändern hat, wenn $\varkappa$ nicht constant, sondern eine Function der magnetisirenden Kraft ist, hat KIRCHHOFF[1]) gezeigt. Leider kann die so modificirte Theorie bei der complicirten Natur jener Function nur schwer verwendet werden, thatsächlich scheint sie noch nicht benutzt worden zu sein, und es möge daher bei diesem Hinweise sein Bewenden haben; man vergleiche jedoch oben pag. 146 und 147.

Thermodynamische Theorie. DUHEM[2]) hat die Theorie, um sie in den Rahmen der allgemeinen physikalischen Erscheinungen einzuordnen, auf der Grundlage der Thermodynamik entwickelt. Das thermodynamische Potential, das er ableitet, besteht aus drei Gliedern, nämlich der freien Energie im unmagnetischen Zustande, dem magnetischen Potential und einem von J und der Beschaffenheit der Körper abhängigen Integrale. Da das thermodynamische Potential für das Gleichgewicht ein Minimum oder Maximum sein muss, braucht man es nur zu differenziren, um die Gleichungen der magnetischen Induction zu erhalten, und zwar, wie bei KIRCHHOFF, ohne die beschränkende Voraussetzung constanter Susceptibilität. Nochmalige Differentiation lässt dann den stabilen oder labilen Charakter des Gleichgewichts erkennen. Es wird auf diese werthvolle Theorie noch wiederholt zurückgekommen werden (vergl. den folgenden Artikel).

Molekulartheorie.

Scheidungshypothese. POISSON ist zwar der Urheber der Theorie der magnetischen Induction, er hat sie aber nicht mit dem in der obigen Darlegung benutzten Minimum von Voraussetzungen entwickelt, sondern er ist dabei von bestimmten Vorstellungen über die molekulare Natur des Magnetismus aus-

---

1) KIRCHHOFF, CRELLE, Journ. 48. 1853; Ges. Abh. pag. 217.

2) DUHEM, Théorie nouvelle de l'aimantation par influence, fondée sur la thermodynamique. Paris 1888.

gegangen, und zwar von der schon früher (pag. 30) erwähnten Scheidungshypothese. Hiernach besteht ein Körper aus Theilchen, deren jedes gleichviel positiven wie negativen Magnetismus und unendliche magnetische Leitungsfähigkeit besitzt, während die Leitungsfähigkeit des Mediums, in das die Theilchen eingebettet sind, Null ist. Die Magnetisirung besteht nun darin, dass die im unmagnetischen Zustande durcheinandergemischten entgegengesetzten Magnetismen innerhalb des Theilchens geschieden werden. Wie stark dabei der Körper magnetisirt wird, wird von der Anzahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Theilchen k (POISSON'sche Constante) abhängen, und zwar wird die magnetische Leitungsfähigkeit des Gesammtkörpers μ, wie man leicht findet, zunächst allgemein, wenn μ_1 und μ_2 die Zahlen für Zwischenmedium und Theilchen sind,

$$\mu = \mu_1 \frac{2\mu_1 + \mu_2 + 2k(\mu_2 - \mu_1)}{2\mu_1 + \mu_2 - k(\mu_2 - \mu_1)},$$

also, da POISSON $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = \infty$ setzt,

$$\mu = \frac{1 + 2k}{1 - k}, \qquad k = \frac{\mu - 1}{\mu + 2}.$$

Entsprechend dieser Beziehung zwischen den Coëfficienten k und μ wird die zwischen k und der Susceptibilität $\varkappa$

$$\varkappa = \frac{3k}{4\pi(1 - k)}, \qquad k = \frac{4\pi\varkappa}{4\pi\varkappa + 3}.$$

Da nun für Eisen $\varkappa$ eine ziemlich grosse Zahl ist, so wird nahezu $k = 1$, d. h. man muss sich so ziemlich den ganzen Raum mit Molekeln erfüllt denken; für kugelförmige Theilchen, wie sie POISSON sich denkt, ist dies geometrisch unmöglich, aber auch für andere ist es sehr unwahrscheinlich[1]). Ueberhaupt führt die Annahme, dass die Grösse k die für den Magnetismus verschiedener Stoffe charakteristische Grösse sein solle, zu wenig befriedigenden Consequenzen[2]). Nach den obigen Gleichungen müsste ferner, da k eine Constante ist, auch $\varkappa$ resp. μ constant sein, was, wie schon mehrfach erwähnt wurde, durchaus nicht der Fall ist. Endlich ist auf eine Reihe instruktiver, von BEETZ angestellter Versuche hinzuweisen, die sich auf im Magnetfelde elektrolytisch niedergeschlagenes Eisen beziehen und mit der Scheidungshypothese kaum vereinbar sind.

Drehungshypothese; magnetische Sättigung. Die erörterten Nachtheile der Scheidungshypothese sind gleichzeitig Vorzüge der besonders von W. WEBER[3]) (vergl. pag. 31) ausgebildeten Drehungshypothese, nach welcher die Theilchen schon im unmagnetischen Zustande des Körpers Magnete, jedoch mit den verschiedensten Axenrichtungen sind, bei der Magnetisirung aber gleichgerichtet werden. Diese Gleichrichtung würde im Widerspruch mit der Erfahrung schon bei Einwirkung der kleinsten Kraft eine vollständige sein, wenn man nicht annähme, dass ihr ein Widerstand entgegentritt, und es ist auch sofort einzusehen, dass ein solcher Widerstand in Gestalt der von den umgebenden Theilchen ausgeübten Kräfte, die unserem Theilchen ja auch seine natürliche Lage vorgeschrieben haben, vorhanden ist. Auf die Ausführung dieses

---

[1]) Mehrfach hat man deshalb die POISSON'sche Hypothese zu modificiren versucht, und es sei hier z. B. auf die Entwickelung von BETTI verwiesen, welche für Eisen etwa $k = \frac{1}{2}$ liefert.

[2]) Man vergleiche z. B. die interessanten Ausführungen von G. ADLER, WIED. Ann. 44, pag. 173.

[3]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen. Abh. Sächs. Ges. d. Wiss. 1, pag. 485. 1852. — Werke 3, pag. 475.

Gedankens geht jedoch WEBER nicht ein, er nimmt einfach an, dass dem Theilchen eine Richtkraft D innewohnt, die es, der äusseren Kraft X entgegen, in seine ursprüngliche Lage zurückzuführen sucht. Nennt man α den ursprünglichen, ϑ den schliesslichen Winkel der Molekelaxe gegen die X-Richtung, so liefert die Gleichsetzung der von den beiden Kräften ausgeübten Drehungsmomente die Gleichgewichtsbedingung

$$tang\,\vartheta = \frac{D \sin\alpha}{X + D\cos\alpha}.$$

Ist ferner m das magnetische Moment der Molekel und sind deren in der Volumeneinheit n vorhanden, so würde die bei völliger Gleichrichtung eintretende, also maximale Intensität der Magnetisirung $J_{max} = mn$ sein, bei unvollständiger Gleichrichtung dagegen wird allgemein:

$$J = \int\limits_0^\pi \frac{mn}{2} \cos\vartheta \sin\alpha\, d\alpha = -\int \frac{mn}{4} \frac{R^2 + X^2 - D^2}{X^2 D} dR,$$

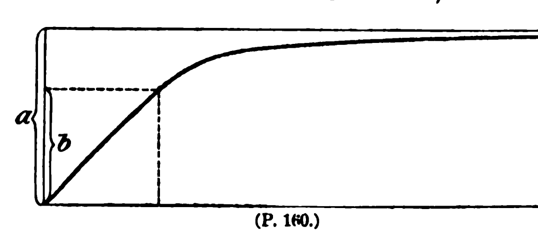
wo R die Resultante von D und X ist, und die Grenzen der Integration für $X < D$ und für $X > D$ verschieden sind, da man in jenem Falle offenbar von $D - X$ bis $D + X$, in diesem von $X - D$ bis $X + D$ zu integriren hat. Da nun unbestimmt

$$J = -\frac{mn}{12} \frac{R}{X^2 D}(R^2 + 3X^2 - D^2) + const$$

ist, so erhält man folgende zusammengehörige Werthe von X und J:

$X=$	0	$< D$	D	$> D$	∞
$J=$	0	$\frac{2}{3}\frac{mn}{D}X$	$\frac{2}{3}mn$	$mn\left(1 - \frac{1}{3}\frac{D^2}{X^2}\right)$	mn

Die entsprechende Curve (Fig. 160) ist also zwar stetig, zerfällt aber in zwei Theile von verschiedenem Charakter; der erste Theil ist geradlinig ansteigend, der zweite nach unten concav, d. h. allmählich immer weniger ansteigend und sich schliesslich einem Grenzwerth nähernd. Dieser Grenzwerth a entspricht der magnetischen Sättigung, der geradlinige Theil reicht bis zu einem Ordinatenwerthe b, der $\frac{2}{3}$ des Sättigungswerthes ausmacht. Die Sättigung spielt namentlich auch in der Technik eine wichtige Rolle; will man mit gegebenen Mitteln einen möglichst starken Effekt erzielen, so muss man sie zu erreichen suchen; will man jedoch ökonomisch arbeiten, worauf es viel häufiger ankommt, so muss man in angemessener Entfernung von der Sättigung arbeiten, oder, wie man mit erweiterter Bedeutung des Ausdruckes Sättigung sagt, mit mässiger Sättigung; nach der WEBER'schen, in der Praxis freilich zu modificirenden Formel würde der höchste für ökonomischen Betrieb geeignete Sättigungswerth $\frac{2}{3}$ sein.



(F. 160.)

Berücksichtigung der Coërcitivkraft; remanenter Magnetismus. Die WEBER'sche Theorie wird bereits der einen von den beiden Differenzen (wenigstens in grossen Zügen) gerecht, welche zwischen den Annahmen der POISSON'schen Theorie und der Wirklichkeit bestehen, nämlich dem Umstande, dass die Magnetisirung zwar anfangs der magnetisirenden Kraft proportional ist, später aber langsamer wächst und den Sättigungswerth erreicht. Dagegen bleibt

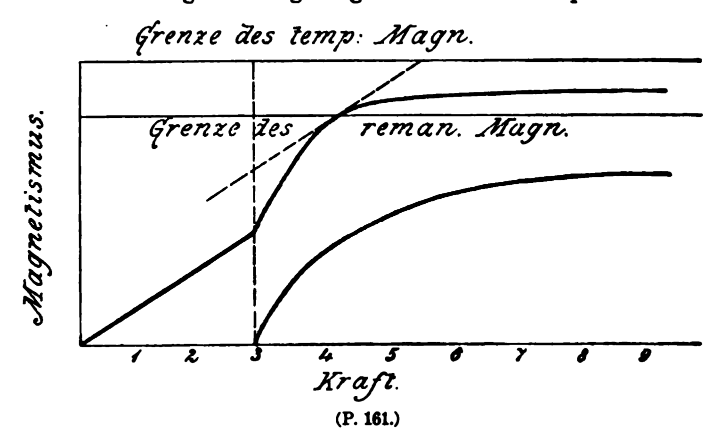
noch die Differenz bestehen, dass nach Aufhören jener Kraft der Magnetismus nach der Theorie vollständig, in Wahrheit aber nur theilweise verschwindet, während ein anderer Theil, der remanente Magnetismus (vergl. pag. 51) bestehen bleibt; eine Erscheinung, mit der, wie man schon von vornherein vermuthen kann, eine zweite im Zusammenhange steht, wonach die Curve des temporären Magnetismus auch durch die WEBER'sche Formel noch nicht richtig dargestellt wird, indem sie nämlich ausser dem ersten, proportional und dem letzten, langsamer steigenden Stück noch ein mittleres, rascher steigendes aufweist. Beiden Forderungen wird die MAXWELL'sche Theorie gerecht[1]). Nimmt man nämlich an, dass eine Molekel bei Ablenkungen β (d. h. $\alpha - \vartheta$), die kleiner als ein gewisser Werth β_0 sind, nach Aufhören der ablenkenden Kraft in die ursprüngliche Lage zurückkehrt, bei grösseren Ablenkungen dagegen nach dem Aufhören der Kraft nur um β_0 zurückgeht, dagegen die Ablenkung $\beta - \beta_0$ vermöge der Coercitivkraft (pag. 51) behält, und wenn man $D \sin \beta_0 = L$ setzt, so erhält man folgende Tafel der zusammengehörigen Werthe der magnetisirenden Kraft X, des temporären Magnetismus J und des remanenten J'.

X	J	J'
0	0	0
$< L$	$\frac{2}{3} mn \frac{X}{D}$	0
L	$\frac{2}{3} mn \frac{L}{D}$	0
$> L, < D$	$\frac{2}{3} mn \frac{X}{D} + mn \left(1 - \frac{L^2}{X^2}\right) \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{L^2}{D^2}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{X^2}{D^2} - \frac{L^2}{D^2}}\right)$	$mn \left(1 - \frac{L^2}{D^2}\right)\left(1 - \frac{L^2}{X^2}\right)$
$> L, = D$	$\frac{2}{3} mn + \frac{1}{3} mn \left(1 - \frac{L^2}{D^2}\right)^{\frac{3}{2}}$	$mn \left(1 - \frac{L^2}{D^2}\right)^2$
$> L, > D$	$mn\left(1 - \frac{1}{3}\frac{D^2}{X^2}\right) + mn\left[\frac{D^2}{6X^2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{L^2}{D^2}}\right) + \frac{X}{3D}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{L^2}{X^2}}\right) - \frac{L}{6X}\left(\frac{L}{X}\sqrt{1 - \frac{L^2}{D^2}} + \frac{L}{D}\sqrt{1 - \frac{L^2}{X^2}}\right) - \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{L^2}{X^2}}\right)\right]$	$\frac{mn}{4}\left[1 - \frac{L^2}{XD} + \sqrt{\left(1 - \frac{L^2}{D^2}\right)\left(1 - \frac{L^2}{X^2}\right)}\right]^2$
∞	mn	$\frac{mn}{4}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{L^2}{D^2}}\right)^2$

In Fig. 161 sind die Curven der temporären und der remanenten Magnetisirung, sowie die Asymptoten, denen sich beide Curven nähern, dargestellt, und zwar für $mn = J_{max} = 1000$, $L = 3$, $D = 5$. Die Curve des temporären Magnetismus hat zwei ausgezeichnete Punkte; in dem einen, bei $X = L$, hat die Curve ein scharfes Knie, das sich in der Wirklichkeit nicht wiederfindet, und das man, wie die Erfahrung fordert, in eine sanfte Einbuchtung verwandeln kann, wenn man annimmt, dass β_0, also auch L für verschiedene Molekeln verschiedene Werthe hat, wobei sich dann gleichzeitig der plötzliche Anstieg der Curve

[1]) MAXWELL, Lehrb. d. El. u. d. Mag. 2, pag. 99.

des remanenten Magnetismus in einen sanfteren verwandelt; der zweite kritische Punkt der temporären Curve ist der, in welchem die Tangente an die Curve dem ersten, geradlinigen Curvenstück parallel verläuft, jenseits dieses Punktes wächst die Magnetisirung langsamer als der Proportionalität entsprechen würde.



(P. 161.)

Die Ordinate dieses Punktes ist hier nicht, wie bei WEBER, $\frac{3}{4}$ der Sättigungsordinate, sondern grösser; ihr Werth hängt ebenso wie der für das Knie von dem Grössenverhältniss von L und D ab. Das letztere gilt auch hinsichtlich des Bruchtheils, den das Maximum des remanenten Magnetismus von dem Maximum des temporären ausmacht; nur ergiebt sich das Paradoxon, dass jenes mindestens ein Viertel von diesem ausmachen muss, was bekanntlich nicht richtig ist.

Ganz neuerdings hat FÖPPL[1]) auf Grund der Anschauung der Kraftlinienströmung und ohne besondere Hypothesen zu Hilfe zu nehmen, den Unterschied zwischen den magnetisch weichen und harten Körpern, d. h. zwischen denen ohne und mit Coercitivkraft, mathematisch formulirt, und zwar durch die Gleichungen

$$\frac{\partial U_3}{\partial y} - \frac{\partial U_2}{\partial z} = A_1, \quad \frac{\partial U_1}{\partial z} - \frac{\partial U_3}{\partial x} = A_2, \quad \frac{\partial U_2}{\partial x} - \frac{\partial U_1}{\partial y} = A_3,$$

wo U_1 U_2 U_3 die Componenten der magnetischen Induction und A_1 A_2 A_3 die Componenten einer Grösse sind, die für die magnetische Härte charakteristisch und für absolut weiche Körper Null ist. Um zu quantitativen Ergebnissen zu gelangen, müsste man über diese Grösse besondere Annahmen machen; qualitativ aber ergeben sich die Erscheinungen des remanenten Magnetismus aus der obigen Theorie ohne weiteres, und es zeigt sich dabei u. a., dass der remanente Magnetismus von der Oberfläche in das Innere eines Magneten nicht ab- sondern zunimmt, ein Ergebniss, das mit den bekannten JAMIN'schen Aetzversuchen[2]) nur scheinbar in Widerspruch steht.

Weiterentwickelung der Molekulartheorie. Von verschiedenen Forschern ist in der neuesten Zeit die Molekulartheorie des Magnetismus weiter ausgebildet worden. Auf die Theorie von CHWOLSON[3]) kann hier nur hingewiesen werden. Viel des Interessanten bietet die Theorie von RIGHI[4]), die sich an die WEBER'sche anschliesst und durch zahlreiche Versuchsreihen gestützt wird.

---

[1]) FÖPPL, WIED. Ann. 48, pag. 252. 1893.

[2]) JAMIN hat in den Compt. rend. (von Bd. 77 an) eine Vorstellung über das Eindringen des Magnetismus in das Eisen entwickelt und auf zahlreiche Weisen, z. B. durch Wegätzen der Oberflächenschicht, zu stützen versucht, welche viel des Interessanten bietet, sich aber doch nicht zu behaupten vermocht hat.

[3]) CHWOLSON, POGG. Ann. Ergzb. 7, pag. 53 u. 535. 1876.

[4]) RIGHI, Mem. di Bologna (4) 1, pag. 433. 1880.

Eigenartig und in mancher Hinsicht erfolgreich ist die Hypothese von STEFAN[1]) und W. SIEMENS[2]), dass jede Eisenmolekel aus zwei entgegengesetzt gepaarten Elementarmagneten besteht, die zusammen frei drehbar sind, durch äussere Kräfte aber auch auseinander gedreht werden können. Bis in viele Einzelheiten ausgebildet sind ferner die Theorien von LAMONT[3]), G. WIEDEMANN[4]) und EWING[5]), die (wie übrigens auch schon die von CHWOLSON) auf dem von WEBER nicht weiter verfolgten Gedanken (pag. 157) beruhen, die Beeinflussung jedes Elementarmagneten durch alle benachbarten zu ermitteln, wobei dann zugleich manche willkürliche Annahmen über Richtkraft, Reibungswiderstand u. s. w. wegfallen. Man untersucht nach EWING zunächst eine Gruppe von zwei, dann eine solche von vier Molekeln und geht schliesslich zu einem Gebilde regelmässig im Raume angeordneter Molekeln über. Diese Theorie, die von ihrem Urheber mit Hilfe zahlreicher drehbarer Magnetnadeln auch experimentell geprüft worden ist[6]), macht die wesentlichsten Erscheinungen mindestens qualitativ verständlich. Es kann jedoch auf diese und andere Theorieen hier nicht näher eingegangen werden.

AMPÈRE'sche Theorie der Molekularströme. Endlich sei schon hier wenigstens erwähnt, dass man, wie AMPÈRE gezeigt hat, die Molekularmagnete durch elektrische Ströme, welche die Molekeln umkreisen, ersetzen kann, auf die sich dann die Drehungshypothese ebenfalls anwenden lässt. Diese Ströme kreisen nämlich im unmagnetischen Zustande des Körpers, in welchem sie auch schon vorhanden sind, in Bahnen von allen beliebigen Richtungen, und der Akt des Magnetisirens besteht in der mehr oder weniger vollständigen Gleichrichtung dieser Ströme. Die meisten Betrachtungen der WEBER'schen, MAXWELL'schen und anderer Theorien lassen sich von den Molekularmagneten ohne weiteres auf die Molekularströme übertragen. Hierauf wird beim Elektromagnetismus zurückgekommen werden.

Experimentelle Untersuchungen.

Die auf dem Gebiete der magnetischen Induction angestellten überaus zahlreichen und mannigfaltigen experimentellen Untersuchungen haben theils den Zweck, die Theorie zu prüfen, theils den weiteren, die ziffermässigen Werthe der in ihr vorkommenden Grössen zu ermitteln. Um diese Aufgaben lösen zu können, müssen diejenigen Gesichtspunkte beachtet werden, die sich aus den obigen Ausführungen unmittelbar ergeben; insbesondere müssen solche Körperformen gewählt werden, auf welche sich die Theorie anwenden lässt. Dies gilt nicht von den zahllosen Untersuchungen über den Magnetismus mehr oder weniger kurzer und verschiedentlich geformter Stäbe, Untersuchungen, die durch die praktische Wichtigkeit, zum Theil aber auch durch die vermeintliche, inzwischen durch die Theorie nicht bestätigte Einfachheit dieser Körperform hervorgerufen wurden; diese Arbeiten, die mit unserer Theorie in keinem direkten Zusammenhange stehen, deren Bedeutung also eine rein praktische ist, sollen später in Kürze behandelt werden. Geeignet sind hingegen lange, dünne Stäbe, Ellipsoide und ringartig geschlossene Formen. Handelt es sich insbesondere darum, die Eigenthümlichkeiten der verschiedenen Formen zu untersuchen, so

[1]) STEFAN, Wien. Ber. 69 (2), pag. 165. 1874.

[2]) W. SIEMENS, Ber. Berl. Ac. 1881 u. 1884; Wiss. Abh., pag. 334 u. 380.

[3]) LAMONT, Handb. d. Magn., Lpz. 1867, pag. 181.

[4]) G. WIEDEMANN, d. Lehre v. d. Elektricität, Bd. 3 u. 4 (3. Aufl.).

[5]) EWING, Magn. Induction, pag. 277 ff. u. a. a. O.

[6]) EWING, Phil. mag. (5) 30, pag. 205. 1890.

wird man dafür sorgen müssen, dass bei den gewählten Dimensionsverhältnissen die Form, also im Wesentlichen der oben eingeführte Gestaltscoëfficient ϵ auch wirklich einen erheblichen Einfluss ausübe, was z. B. bei langen Stäben und sehr gestreckten Ellipsoiden nicht der Fall sein wird, wohl aber bei Kugeln und gedrungenen Ellipsoiden; es sei in dieser Hinsicht auf eine Untersuchung von RIECKE[1]) verwiesen, in welcher die Bedingungen, unter denen sich die Theorie in wirklich empfindlicher Weise prüfen lässt, nach der angedeuteten Richtung erörtert werden. Genau umgekehrt wird die Wahl ausfallen müssen, wenn es sich, unter Zugrundelegung der bis zu einem gewissen Punkte als richtig zugegebenen Theorie, um die Bestimmung ihrer charakteristischen Grössen, also insbesondere von $\varkappa$ und μ handelt; diese Grössen haben mit der Körperform direkt nichts zu thun, hier ist das Material das in erster Linie entscheidende, und man muss hier solche Dimensionsverhältnisse wählen, bei denen dieser Einfluss beträchtlich ist. Man muss aber gleichzeitig solche Formen wählen, bei denen man die Bedingungen kennt, unter denen sie gleichförmig magnetisirt werden, bei denen man also z. B. weiss, dass sie durch eine gleichförmige äussere Kraft gleichförmig magnetisirt werden. — Diese zweite Forderung ist unerlässlich, weil nur für solche Formen die Versuche auch dann Werth behalten, wenn sie, im Gegensatz zur Theorie, ergeben, dass $\varkappa$ resp. μ keine Constante, sondern eine Function der wirkenden Kraft ist. Hiernach sind für den gedachten Zweck gestreckte Ellipsoïde und Ringe am günstigsten.

Auf die Versuche zur Prüfung der Theorie braucht hier nicht näher eingegangen zu werden; soweit sie die Theorie bestätigen, bieten sie wenig Interesse dar; die Widersprüche aber bestehen im Wesentlichen eben in der Nichtconstanz von $\varkappa$ resp. μ, sowie in den Erscheinungen der Remanenz des Magnetismus, beides Punkte, die sich bei der Betrachtung der zur Messung von $\varkappa$ bestimmten Versuche ohnedies darbieten werden.

Messungsmethoden.

Die wichtigsten, zur Messung der Magnetisirung von Körpern in Anwendung gebrachten Methoden sind folgende:

1) Die magnetometrische Methode. Man lässt den Körper auf die Nadel eines Magnetometers wirken und vergleicht diese Wirkung mit der vom Erdmagnetismus oder einer anderen bekannten Kraft auf die Nadel ausgeübten Wirkung. Im Artikel »Magnetische Messungen« ist diese Methode bereits dargestellt worden; während es sich aber dort um das magnetische Moment des Körpers handelte, soll hier J (und daraus dann $\varkappa$ u. s. w.) ermittelt werden, und zwar nicht, wie dort für Stäbe, sondern für andere Körperformen; die Formeln werden also im Allgemeinen andere. Da Ringe nach aussen nicht wirken, wird es sich bei dieser Methode meist um Ellipsoide handeln, und man wird der Einfachheit halber Rotationsellipsoide nehmen. Sind a und c die Halbaxen in der äquatorialen und polaren Richtung, so ist das Volumen $\frac{4}{3}\pi a^2 c$, durch diesen Betrag muss man also — bei gleichförmiger Magnetisirung — das ganze Moment M dividiren, um J zu erhalten. Ferner sei H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus und r die einigermaassen grosse Entfernung des Körpers von der Nadel, genauer gesagt und unter Annahme der zweiten Hauptlage, die Entfernung jedes der beiden Pole (pag. 48) von der Nadelmitte

[1]) RIECKE, WIED. Ann. 13, pag. 485. 1881.

(jeder Pol ist vom Mittelpunkte des Ellipsoids um $\frac{2}{3}c$ entfernt); endlich ϑ die Ablenkung der Nadel; dann ist

$$J = \frac{3\,r^3\,H\,tang\,\vartheta}{4\pi a^2 c}.$$

Man kann in manchen Fällen, nämlich bei sehr gestreckten Körpern, wie es lange Stäbe mit ellipsoïdisch abgerundeten Enden sind, mit Vortheil eine andere Lage des Körpers benutzen, die zu der sogen. unipolaren Methode führt; man stellt den Körper vertikal auf und bringt einen seiner Pole in die horizontale Nadelebene; es ist dann, wenn r die Entfernung dieses, r' die des anderen Poles von der Nadel ist:

$$J = \frac{r^2\,H\,tang\,\vartheta}{\pi a^2\left[1 - \left(\frac{r}{r'}\right)^2\right]} = \frac{r^2}{\pi a^2}\,H\,tang\,\vartheta,$$

letzteres angenähert, wenn r' gegen r vernachlässigt werden kann. Um sodann $\varkappa$ zu finden, muss man auch die magnetisirende Kraft R kennen, zu welchem Zwecke es am einfachsten ist, auf die Differenzgleichung (24) zurückzugreifen. Die darin vorkommende äussere Kraft R_0 geht meist von einer stromdurchflossenen, den Eisenkörper umgebenden Drahtspule aus und wird durch das Produkt der Stromstärke in die Zahl der auf 1 *cm* Axenlänge entfallenden Drahtwindungen gemessen (s. Art. Elektromagnetismus); die Wirkung der Spule selbst auf das Magnetometer muss natürlich in Abzug gebracht werden. ε lässt sich für ein Rotationsellipsoid von bekannter Excentricität aus der Formel (38) berechnen resp. aus der Tabelle auf pag. 152 ($N = \varepsilon$) entnehmen, J endlich ist bereits bekannt. Nunmehr ergiebt sich aus Gleichung (20a) der Werth der Susceptibilität $\varkappa$, aus (21) die »magnetische Induction« U und aus (22) die Permeabilität μ. Hinsichtlich der zweckmässigen Einrichtung der Versuche und weiterer Einzelheiten sei auf die Lehrbücher von EWING (pag. 38 ff.) und von MASCART und JOUBERT (II, pag. 577 ff.) verwiesen, und zwar auch für die übrigen Methoden.

2) Methode der Inductionsströme oder ballistische Methode. Der Körper wird, ausser mit der zur Magnetisirung dienenden Spule, überall oder an einer Stelle noch mit einer zweiten, zum Unterschied als secundäre bezeichneten Spule umgeben, letztere ist mit einem Galvanometer mit langsam schwingender Nadel verbunden. Zieht man den Körper heraus oder steckt man ihn herein, oder schliesst oder öffnet oder commutirt man den Strom in der magnetisirenden Spule, oder ändert man auch nur die Lage des Körpers oder die Stärke des magnetisirenden Stromes, kurzum bei jeder Aenderung des magnetischen Zustandes des Körpers tritt (s. Art. »Elektrische Induction«) in der secundären Spule ein Inductionsstrom und im Galvanometer ein Nadelausschlag auf, die dem Magnetismus oder seiner Aenderung proportional sind. Erforderlich ist dabei die Beobachtung einiger Vorsichtsmaassregeln, besonders die Verhinderung des z. B. beim plötzlichen Schliessen oder Oeffnen des Stromes in der Spule sowohl wie im Eisen entstehenden Inductionsströme; man thut also gut, alle Strom- und Ortsänderungen allmählich vorzunehmen. Um statt des proportionalen ein absolutes Maass zu erhalten, muss man sich Kenntniss von dem Ausschlage verschaffen, den eine bekannte magnetische Kraft erzeugt, z. B. der Erdmagnetismus. Zu diesem Zwecke schaltet man in den Kreis der secundären Spule einen Erdinductor ein und dreht ihn rasch um eine z. B. vertikale Axe (vergl. Art. Magnetische Messungen, pag. 90). Sind die Ausschläge bei dem Hauptversuch und bei der Drehung des Erdinductors δ und δ_0, die Windungszahlen der secundären Spule und des Erdinductors n und n_0, H die Compo-

nente des Erdmagnetismus, welche benutzt wurde, und F die Windungsfläche des Erdinductors, so hat man zunächst

$$Q = \frac{2n_0 F H \delta}{n \delta_0},$$

wo Q die »magnetische Induction« für den ganzen Querschnitt, jedoch für 1 *cm* der Länge des Körpers, bedeutet; um hieraus die »magnetische Induction« U pro *ccm* zu finden, braucht man, wenn die secundäre Spule dicht auf dem Körper sitzt, nur mit dessen Querschnittt q zu dividiren, anderenfalls muss man an Q, ehe man durch q dividirt, eine Correction anbringen, die aber meist klein ist. Aus U ergiebt sich dann μ und, rückwärts berechnet, J und $\varkappa$.

Statt des Erdmagnetismus kann man auch einen elektrischen Strom zum Vergleichsobjekt wählen und hat alsdann

$$Q = 4\pi i n' q' \cdot \frac{\delta}{\delta'},$$

wo i der Strom in einer Spule ist, dessen plötzliche Schliessung oder Oeffnung den Ausschlag δ' erzeugt, q' der Querschnitt und n' die Windungszahl pro *qcm* für diese Spule ist. Die Methode hat vor der erdmagnetischen erstens den Vortheil, dass sie die Kenntniss des augenblicklichen und lokalen Werthes des Erdmagnetismus erspart. Zweitens aber ist sie einfacher und macht einen eigenen Versuch überhaupt unnöthig, wenn man als Spule, die den Vergleichsstrom erhalten soll, die Magnetisirungsspule nach Entfernung des Eisenkörpers benutzt; den betreffenden Versuch muss man dann nämlich ohnehin anstellen, um die Wirkung des zur Magnetisirung erforderlichen Stromschlusses abziehen zu können. Im Uebrigen sei auf das im Art. »Magnetische Messungen«, pag. 95 Gesagte verwiesen. Nur sei noch bemerkt, dass die Methode auf Ringe nicht anwendbar ist, weil sich hier der Eisenkörper nicht abziehen lässt; man ist also hier auf die Vergleichung mit dem Erdmagnetismus angewiesen.

Besonders wichtig ist die Inductionsmethode für Ringe, weil hier die magnetometrische Methode nicht anwendbar ist. Dabei ist sie nicht auf eigentliche Ringe beschränkt, sondern kann auch auf geradlinige Stäbe ausgedehnt werden, und zwar mittelst der von J. HOPKINSON[1]) angegebenen Einrichtung des »Schlussjoches«. Die Enden des Stabes stecken hierbei in einem Rahmen von kräftigen Dimensionen und hoher Permeabilität, also am besten aus weichem, ausgeglühtem Schmiedeeisen. Durch dieses Joch werden die von den Stabenden ausgehenden Kraftlinien so gut wie vollständig aufgenommen und damit die entmagnetisirende Gegenwirkung dieser Enden aufgehoben, so dass man ihn als unendlich lang betrachten und die dann gültigen einfachen Formeln anwenden kann; vorausgesetzt ist dabei, dass ihn die Magnetisirungsspule in seiner ganzen freien Länge bedeckt. Eine Modifikation dieser Einrichtung besteht darin, dass man zwei aus dem zu untersuchenden Material hergestellte Stäbe parallel legt, beiderseits durch kräftige Anker schliesst und in die sie umgebenden Magnetisirungsspulen gleiche aber entgegengesetzte Ströme schickt.

3) Isthmus-Methode. STEFAN[2]) hat gezeigt, dass man die Kraft, welche zwischen den zugekehrten Polen eines ⊏⊐ förmigen RUHMKORFF'schen Elektromagneten (vergl. pag. 54) herrscht, beträchtlich steigern kann, wenn man statt

1) HOPKINSON, Trans. R. Soc. 1885, pag. 455.

2) STEFAN, WIED. Ann. 38, pag. 440. 1889. Siehe daselbst auch den Einfluss von Durchbohrungen. — Versuche hierüber haben u. A. CZERMAK u. HAUSMANINGER angestellt. Wien. Ber. 98 (2), pag. 1142—56. 1889.

ebener Endflächen gestutzte Kegel benutzt, und zwar am besten von einem Leitlinienwinkel von 54° 44′ (*arc tang* $\sqrt{2}$); diese Kegel wirken, wie man leicht einsieht, wie Linsen in der Optik. Im Mittelpunkte des Feldes wird nämlich, wenn a der Abstand, r der Radius der Endflächen ist, im ersten Falle

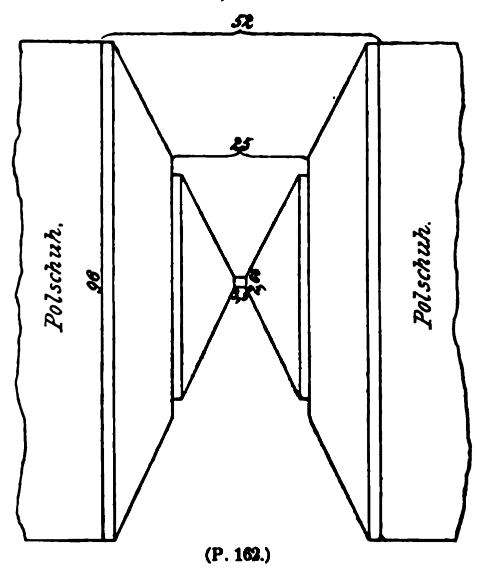
$$R = 4\pi\mu\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}\right),$$

also höchstens $4\pi\mu$, im zweiten dagegen

$$R = 4\pi\mu\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3\sqrt{3}} \log \frac{r}{a\sqrt{2}}\right),$$

also mit abnehmendem a/r beliebig gross, und z. B. für $a = r/20$ schon $1{\cdot}442\ 4\pi\mu$.

Hierauf beruht die von Ewing und Low in die Praxis eingeführte Isthmus-Methode[1]). Um dabei den doppelten Zweck zu erreichen, dass in der Mitte des Feldes die Magnetisirung sehr kräftig und doch auch möglichst gleichförmig ausfalle, setzt man an die breiten Polflächen conische Stücke an und verbindet ihre möglichst kleinen Endquerstücke durch das zu untersuchende Stäbchen; oder noch besser, man giebt dem zu untersuchenden Körper selbst die Form einer Spule, d. h. eines Doppelkegels mit möglichst schlankem und kurzem Mittelstück. In Fig. 162 ist ein solches von Ewing construirtes System in $\frac{1}{2}$ der natürlichen Grösse und mit Angabe der wahren Dimensionen in *mm* dargestellt. Die Einzelheiten und die Anpassung an die ballistische Methode findet man in Ewing's Buch.



(F. 162.)

4) Zugkraft-Methode. Diese Methode kann man als eine wissenschaftlichere Gestaltung der altbekannten Tragkraft-Methoden bezeichnen. Die Schwierigkeit besteht darin, die Beziehung zwischen J resp. U und Z (Zugkraft) zu ermitteln, deren Form von den Umständen abhängen wird. Am einfachsten ist der Fall eines ringförmig geschlossenen Eisenkörpers im gleichförmigen Felde; denkt man sich diesen Ring in zwei Theile zerschnitten und die Schnittflächen sich berührend, so kann man jene Beziehung am einfachsten in der Form

$$Z = \frac{U^2}{8\pi}$$

darstellen. Die Methode hat eine Reihe von hier nicht näher zu erörternden Bedenken; am besten scheinen diese in dem neuesten derartigen Apparate, der sogen. magnetischen Waage von du Bois[2]) beseitigt zu sein, die sich für rasche Bestimmungen von annähernder Genauigkeit sehr eignen dürfte. Der Probekörper mit den Backen, zwischen die er geklemmt ist, bildet hier den einen, ein darüber schwebendes Ankerjoch den anderen Theil des Ringes;

---

[1]) Ewing u. Low, Trans. R. Soc. 1889 (A), pag. 221.

[2]) du Bois, El. Zeitschr. 1892, pag. 579. — Vergl. ferner auch das Buch von Ewing (deutsche Ausg.), pag. 332.

letzterer dient zugleich als Wagebalken mit ungleichen Hebelarmen, die Zugkraft wird durch Laufgewichte compensirt, und an der quadratisch getheilten Scala kann man die Magnetisirung ablesen.

Für die auf gerade Drähte wirkende Zugkraft hat u. A. ADLER[1]) Formeln angegeben und mit den experimentellen Bestimmungen QUINCKE's in ziemlicher Uebereinstimmung gefunden (vergl. hierüber auch weiter unten im Capitel »Beziehungen des Magnetismus zur Elasticität«).

5) Optische Methode. Sie beruht auf der KERR'schen Erscheinung (s. w. u.), wonach die Polarisationsebene des Lichtes bei der Reflexion von einem Magneten um einen mit der Intensität der Magnetisirung proportionalen Winkel, also um $D = KJ$ gedreht wird; DU BOIS[2]) bestimmte den Werth von K und begründete darauf die optische Methode zur Messung von J. Auch diese Methode leistet besonders für hohe Feldstärken vortreffliche Dienste.

Ergebnisse der Messungen.

Die nach den obigen Methoden ausgeführten Messungen haben eine so grosse Menge von Ergebnissen geliefert, dass hier nur das Wichtigste angeführt werden kann. Die Ergebnisse bestehen theils in Zahlenwerthen für die Grössen J und U, $\varkappa$ und μ, theils in der Darstellung dieser Grössen als Functionen der wirksamen Kraft oder als Functionen von einander, theils in besonderen Erscheinungen und Beziehungen, die der Verlauf dieser Functionen je nach den äusseren Umständen darbietet; dabei tritt eine weitere Mannigfaltigkeit dadurch ein, dass zu den temporären Werthen von J und U noch deren remanente Werthe J' und U' hinzukommen, die ihrerseits wieder zu jenen und zu den »verschwindenden« Werthen, d. h. den Differenzen $J - J'$ und $U - U'$ in interessanten Beziehungen stehen.

Verschiedene Functionsdarstellungen. Das unmittelbare Beobachtungsmaterial besteht in Tabellen, deren erste Spalte die äussere Kraft R_0 enthält, während auf die übrigen Spalten sich die zugehörigen Werthe der wirklichen Kraft R, der Intensität J, der Induction U, der Susceptibilität $\varkappa$, der Permeabilität μ, der Remanenz- und Verschwindungswerthe von J und U und event. noch anderer Grössen, vertheilen. Anschaulicher als diese Tabellen sind aber die aus ihnen construirten graphischen Darstellungen, die denn auch in der Wissenschaft wie in der Praxis vorwiegend benutzt werden. Es fragt sich nur, was man dabei als Abscisse und was als Ordinate wählen solle, und diese Wahl ist von verschiedenen Forschern, z. B. von W. WEBER, MAXWELL, ROWLAND u. s. w. in verschiedenem Sinne getroffen worden. Das folgende Tableau giebt hiervon eine Uebersicht:

Abscisse	Ordinate	Abscisse	Ordinate
I. R_0	1) R	II. R	6) J
	2) J		7) U
	3) U		8) $\varkappa$
	4) $\varkappa$		9) μ
	5) μ	III. J	10) $\varkappa$
		IV. U	11) μ

Die Darstellung I. ist die nächstliegende, II. ist aber dem inneren Zusammenhange entsprechender (in vielen Fällen, z. B. bei Ringen und langen Stäben fallen offenbar die Darstellungen I. und II. zusammen), in noch höherem Maasse vielleicht ist das bei III. und IV. der Fall. Rechnet man nun noch die Curven

[1]) G. ADLER, Wien. Ber. 100, pag. 897. 1891.

[2]) DU BOIS, Phil. Mag. (5) 29, pag. 263 u. 293. 1890.

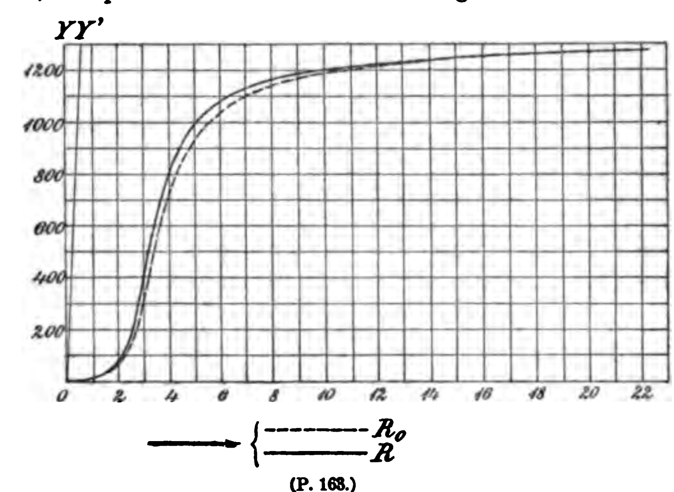
für J' und U', sowie für $J - J'$ und $U - U'$ hinzu, so sieht man, welche Mannigfaltigkeit sich hier ergiebt.

Beispiele für die wichtigsten Fälle.

1) Langer, weicher Eisendraht. Die Länge betrug 30·5 *cm*, die Dicke 0·077 *cm*, jene also das 400fache dieser, und folglich die Correctionsgrösse ε (Gleichung 24), durch die man R erhält, nach der Tabelle auf pag. 152 0·00045; der Draht wurde vor dem Versuche ausgeglüht und langsam gekühlt; benutzt wurde die magnetometrische Unipolar-Methode, die magnetisirende Kraft wurde langsam von Null an gesteigert[1]).

R_0	R	J	U	$\varkappa$	μ	R_0	R	J	U	$\varkappa$	μ
0	0	0	0	—	—	5·63	5·17	1009	12680	195	2450
0·32	0·32	3	40	9	120	6·69	6·20	1086	13640	175	2200
0·85	0·84	13	170	15	200	8·46	7·94	1155	14510	145	1830
1·38	1·37	33	420	24	310	10·23	9·79	1192	14980	122	1530
2·18	2·14	93	1170	43	550	12·11	11·57	1212	15230	105	1320
2·80	2·67	295	3710	110	1390	15·61	15·06	1238	15570	82	1030
3·50	3·24	581	7300	179	2250	20·32	19·76	1255	15780	64	800
4·21	3·89	793	9970	204	2560	22·27	21·70	1262	15870	58	730
4·92	4·50	926	11640	206	2590						

Wie man sieht, wachsen J und U erst langsam, dann schneller und schliesslich wieder immer langsamer, entsprechend ist der Verlauf der gestrichelten Curve in Fig. 163, die J als Function von R_0 darstellt, die Curve für U würde vom Maassstab abgesehen fast genau dieselbe sein, da für, gegenüber R_0, grosse J-Werthe, wie sie hier auftreten, nach Gleichung (21) U das 4π-fache von J ist. Wichtiger ist es, J auch als Function der wahren Kraft R darzustellen, und Lord RAYLEIGH[2]) hat gezeigt, dass man diese neue Darstellung aus der alten durch eine einfache Scherungsconstruction erhält; zieht man nämlich durch den Anfangspunkt eine gerade Linie Y', welche die Ordinate $J = 1000$ bei der Abscisse 0·45 schneidet und denkt man an die Beziehung $R = R_0 - 0{\cdot}00045\,J$, so sieht man ein, dass die alte Curve bei Rechnung der Abscissen von der neuen Y'-Axe die neue Beziehung darstellt; will man von der alten Y-Axe rechnen, so muss man also jeden Punkt der Curve um das 0·00045 fache seiner Ordinate nach links rücken und erhält so die ausgezogene Curve, die in diesem Falle nur wenig, in anderen aber sehr stark von der



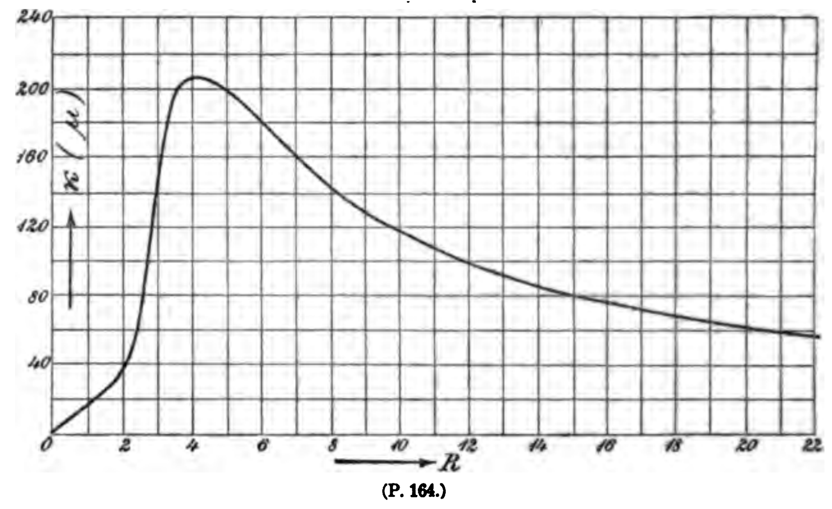
(F. 163.)

[1]) Das Beispiel entstammt dem Buche von EWING, pag. 52 u. 55. Aehnliche Tabellen für lange Drähte haben zahlreiche andere Physiker mitgetheilt.

[2]) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 22, pag. 175. 1886.

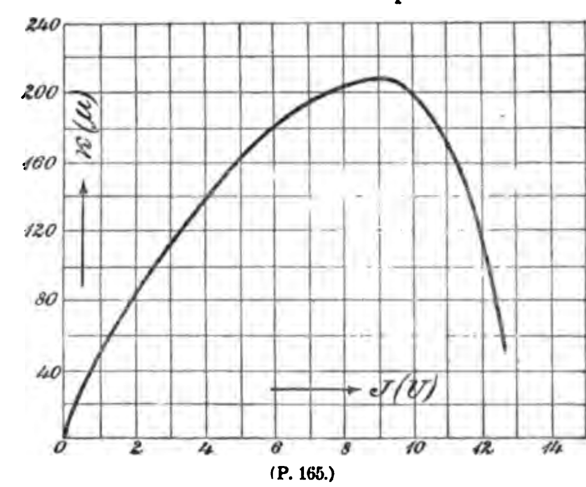
gestrichelten abweicht. Die Abnahme der Steigung im letzten Curventheil ist wohl zuerst von JOULE, ihre Zunahme im ersten Curventheil von LENZ, G. WIEDEMANN, DUB u. A. erkannt worden.

In einfacher und demonstrativer Weise kann man die anfangs schnellere und schliesslich langsamere Zunahme des Magnetismus in Vervollständigung



(F. 164.)

einer Angabe von KOOSEN[1]) nachweisen, indem man den Strom ausser der magnetisirenden, den Eisenkörper enthaltenden Spirale noch die Rolle einer Bussole durchlaufen lässt und Spirale mit Kern so aufstellt, dass bei geringer Stromstärke die Bussolennadel auf Null steht; bei wachsender Stromstärke wird dann die Nadel abgelenkt, bei weiter wachsender kehrt sie auf Null zurück und bei grossen Stromstärken geht sie auf die entgegengesetzte Seite.



(F. 165.)

Stellt man zweitens $\varkappa$ (oder, was bis auf den Maassstab dasselbe ist, μ) als Function von R dar, so erhält man Fig. 164, also eine Curve, die Anfangs sanft, dann nach einem ziemlich scharfen Knie steil ansteigt, ein Maximum erreicht dann abfällt und sich allmählich immer langsamer der Abscissenaxe nähert.

Noch anders ist der Verlauf der Curve in Fig. 165, welche $\varkappa$ als Function von J (event. auch μ als Function von U) darstellt; sie steigt steil an, wird allmählich sanfter, erreicht ein Maximum und fällt dann sehr steil ab, so dass man versucht ist, sie bis zur Abscissenaxe fortzusetzen; da aber unmöglich $\varkappa$ geradezu Null werden kann, so muss man vermuthen, dass die Curve für grössere J ähnlich wie die Curve in Fig. 164 umbiegt, die concave Seite nach oben kehrt

[1]) KOOSEN, POGG. Ann. 85, pag. 159. 1852.

und nur asymptotisch der Axe sich nähert — eine zuerst von FROMME[1]) ausgesprochene Vermuthung, die durch Versuche in starken Feldern bestätigt worden ist.

2) Ring aus ausgeglühtem Schmiedeeisen. Es wurde die ballistische Methode angewandt, der Eisenquerschnitt betrug 0·0483 *qcm*, der Durchmesser des Ringes 10 *cm*, die Magnetisirungsspule hatte 474, die secundäre Spule 167 Windungen, verglichen wurde mit dem Erdmagnetismus; R_0 und R sind hier identisch.

R	$\mathfrak{J}$	U	$\varkappa$	μ	R	$\mathfrak{J}$	U	$\varkappa$	μ
0·13	2	26	15	200	4·01	509	6400	127	1600
0·40	7	84	17	210	5·86	791	9940	135	1700
1·31	25	320	19	245	7·20	899	11300	125	1570
1·89	56	705	30	370	9·14	989	12440	108	1360
2·78	203	2560	73	920					

Der Verlauf der Curven ist ganz ähnlich wie bei dem vorigen Beispiel. Versuche an Ringen sind insbesondere von STOLETOW[2]), ROWLAND[3]), BAUR[4]), EWING[5]), v. HOFE[6]), H. LEHMANN[7]) ausgeführt worden. Dabei hat v. HOFE den Einfluss der Form des Ringquerschnittes studirt (Quadrat, flaches Rechteck, hohes Rechteck) und, zumal die Differenz des äusseren und inneren Ringradius recht gross, die Abweichung von den Voraussetzungen der KIRCHHOFF'schen Theorie (pag. 154) also beträchtlich war, naturgemäss Verschiedenheiten in den Werthen von $\varkappa$ gefunden — Verschiedenheiten, die jedoch ziemlich geringfügig sind. Ferner haben OBERBECK[8]) und später v. ETTINGSHAUSEN[9]) Ringe ungleichmässig, d. h. durch eine nur einen Theil desselben bedeckende Spirale magnetisirt. Jener fand dabei zwischen den Werthen der Magnetisirung der verschiedenen Stellen des Ringes nur sehr kleine Differenzen (wenige Procent), dieser beträchtlich grössere (Verhältniss der Extreme bei kleinen Kräften 15, bei grösseren bis 2 abnehmend), sodass hier ein noch aufzuklärender Widerspruch bestehen bleibt; letzterer prüfte auch die BOLTZMANN'sche Theorie (s. ob.) und fand wenigstens qualitative Uebereinstimmung. Auch auf Arbeiten von HAMMERL[10]) ist hier hinzuweisen.

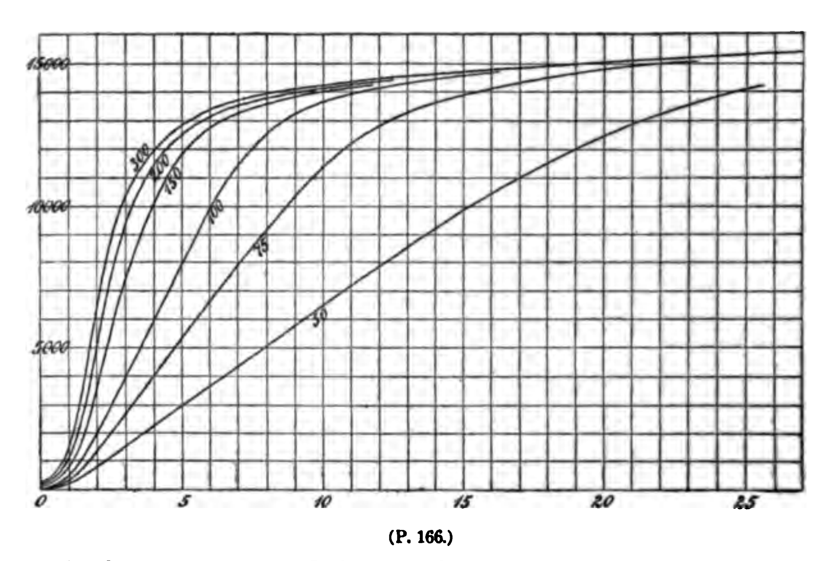
3) Versuche mit Ellipsoiden. Es sei in dieser Hinsicht lediglich auf die Versuche von v. QUINTUS ICILIUS[11]), FROMME[12]), RIECKE[13]), HOLZ[14]), RÖSSLER[15]) u. A. verwiesen.

[1]) FROMME, Gött. Nachr. 1875, pag. 500.
[2]) STOLETOW, POGG. Ann. 146, pag. 442. 1872.
[3]) ROWLAND, Phil. Mag. (4), 46, pag. 140. 1878.
[4]) BAUR, WIED. Ann. 11, pag. 394. 1880.
[5]) EWING, a. a. O.
[6]) v. HOFE, WIED. Ann. 37, pag. 482. 1889.
[7]) H. LEHMANN, WIED. Ann. 38, pag. 406. 1893. (Versuche mit dem geschlossenen und dem geschlitzten Ringe, vergl. über letzteren ob. pag. 155 u. w. u. pag. 181).
[8]) OBERBECK, Ueb. d. Fortpflanzung d. magn. Induction im weichen Eisen. Halle 1878.
[9]) v. ETTINGSHAUSEN, WIED. Ann. 8, pag. 554. 1879.
[10]) HAMMERL, El. Zeitschr. 1885, pag. 378 u. 474.
[11]) v. QUINTUS ICILIUS, POGG. Ann. 121, pag. 125. 1864. Vergl. auch STOLETOW, POGG. Ann. 146, pag. 439. 1872.
[12]) FROMME, POGG. Ann. 155, pag. 305. 1875; Ergzbd. 7, pag. 390. 1876. — Für die Kugel vergl. FROMME, D. Magnetisirungsfunction e. Kugel aus weichem Eisen. Cassel 1874; POGG. Ann. 152, pag. 627. 1874.
[13]) RIECKE, POGG. Ann. 141, pag. 453. 1870; 149, pag. 433. 1873.
[14]) L. A. HOLZ, POGG. Ann. Ergzbd. 8, pag. 353. 1876.
[15]) RÖSSLER, Unt. ü. d. *Magn. durch sehr kleine* u. durch sehr grosse Kräfte, In.-Diss. Zür. 1892.

4) Auch auf die in mancher Hinsicht interessanten **Versuche an Röhren** kann hier nur hingewiesen werden[1]).

5) An elliptischen (und zum Vergleiche auch an rechteckigen) Platten hat C. LA ROCHE[2]) Messungen angestellt und interessante Beziehungen zu den Kräften und Dimensionen gefunden; der Gedanke, die scharfkantigen Platten auch nur annähernd mit Ellipsoiden zu identificiren und die Theorie auf sie anzuwenden, muss jedoch als verfehlt bezeichnet werden.

Curvensystem für Drähte verschiedener Länge. Der Einfluss der bei verschieden langen Körpern verschieden starken entmagnetisirenden Kraft lässt sich sehr anschaulich in folgender Weise darstellen. Es ist nämlich ein-



(P. 166.)

leuchtend, dass, wenn man J als Function von R darstellt, man für Körper, z. B. Drähte der verschiedensten Länge die nämliche Curve erhält (weil eben R bereits die mit Rücksicht auf die entmagnetisirende Kraft der Enden berechnete wahre magnetisirende Kraft ist), dass dagegen die Darstellung von J als Function von R_0 zu verschiedenen Curven führen muss, und zwar zu Curven, die sich der erstgedachten Curve mehr und mehr nähern, je länger der Draht ist (vergl. Fig. 163). In Fig. 166 ist nun ein System von $J:R_0$ Curven nach Versuchen von EWING wiedergegeben, sie entsprechen einem und demselben Draht, der durch Abschneiden allmählich die beigesetzten Längen in Vielfachen des Durchmessers erhielt; das Interessante dabei ist, dass, je stärker die Kraft ist, desto weniger die Gegenwirkung hervortritt, so dass also die Curven zwar derselben Grenze zustreben, aber sehr verschieden stark gewölbt sind, die für den längsten Draht am meisten, die für den kürzesten fast gar nicht.

Verhalten gegen schwache Kräfte. Die oben mitgetheilten Curven könnten den Eindruck erwecken, als ob mit abnehmender Kraft auch $\varkappa$ immer weiter abnähme und schliesslich für $R = 0$ auch $\varkappa = 0$ würde. Zahlreiche Untersuchungen, besonders von BAUR[3]), Lord RAYLEIGH[4]) u. A. haben jedoch das

[1]) Vergl. z. B. HERWIG, POGG. Ann. 156, pag. 437. 1875. — SIEMENS, Berl. Ber. 1881, Juni; Wiss. Abh., pag. 334.

[2]) C. LA ROCHE, WIED. Ann. 35, pag. 168. 1888.

[3]) BAUR, WIED. Ann. 11, pag. 399. 1880.

[4]) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 23, pag. 225. 1887.

ɛgentheil erwiesen, d. h. es giebt einen Grenzwerth von x für $R = 0$. Schon ıs der obigen Tabelle für den Ring (pag. 169) geht hervor, dass dort dieser renzwerth nicht weit unter 15 liegt; auf noch kleinere Kräfte bezieht sich die lgende, den Versuchen BAUR's entnommene Tabelle:

R	J	x	R	J	x
0·0158	0·263	16·5	0·1319	3·815	28·9
0·0308	0·547	17·6	0·230	9·156	39·8
0·0708	1·633	23·0	0·384	22·487	58·6

Hiernach ist x sehr gut als lineare Function von R darzustellen, und zwar wird

$$x = 14{\cdot}5 + 110\,R$$
$$J = 14{\cdot}5\,R + 110\,R^2$$

Diese Formeln, nur mit anderen Constanten für andere Eisensorten, sind von ıderen Beobachtern wiedergefunden worden, Lord RAYLEIGH z. B. erhielt für ıen (wesentlich härteren) Draht

$$x = 6{\cdot}4 + 5{\cdot}1\,R$$
$$J = 6{\cdot}4\,R + 5{\cdot}1\,R^2;$$

ıtürlich darf man sie nur bis zu einem gewissen, immer noch ziemlich kleinen erthe von R (bei Lord RAYLEIGH z. B. bis zu $R = 1{\cdot}2$) anwenden. Für ganz ɛsonders kleine R wird nach diesen Formeln x constant, J mit R proportional, ıd in der That hat Lord RAYLEIGH bei seinem Versuchsdrahte bis zu $R = 0{\cdot}04$:ine merkliche Zunahme von x gefunden. Im Gegensatze hierzu schliesst ÖSSLER aus seinen Versuchen (a. a. O.), dass für noch so kleine Kräfte das oment schon schneller als die Kraft wachse.

Verhalten gegen starke Kräfte. Von gleichem Interesse ist das andere ctrem, die Magnetisirung durch sehr hohe Kräfte, und es fragt sich, welche erthe von J und U überhaupt erreichbar sind. Für U wird dies eine lediglich ıssere Frage sein, d. h. davon abhängen, wie starke Kräfte man herzustellen ɛrmag, da nach Gleichung (21) U den Bestandtheil R enthält, also mit diesem ıbegrenzt wächst; J dagegen kann sehr wohl einen in den Vorgängen resp. der Natur des Materials beruhenden Grenzwerth haben, wenn nur in Gleichung :0) bei immer weiterer Steigerung von R die Grösse x in gleichem Verhältniss ›nimmt. Versuche mit der Isthmusmethode haben dies in der That ergeben, ie z. B. folgende Zahlen beweisen:

R	J	U	x	μ
3630	1680	24700	0·46	6·80
6680	1670	27610	0·25	4·13
9500	1650	30200	0·17	3·18
10360	1630	30830	0·16	2·98
11180	1620	31560	0·15	2·82

Man sieht also, dass zwar U noch weiter wächst, J hingegen constant georden ist (die kleine Abnahme rührt davon her, dass bei der Isthmusmethode cht genau das wahre R gemessen wird); ferner dass x und μ, die für sehr eine Kräfte etwa 15 resp. 200, für mittlere aber im günstigsten Falle 250 resp. 300 betragen, für die hier vorliegenden colossalen Kräfte bis auf 0·15 resp. 3 ɛruntergegangen sind. Für das Maximum von J kommt in Betracht, dass ie betr. Curve (vergl. ob. pag. 168) zuletzt nach unten convex wird. Die

äussersten Werthe, die bisher von EWING und LOW[1]) erreicht worden sind, sind folgende:

R	J	U	$\varkappa$	μ
24500	1660	45350	0·07	1·85

Der Werth von J ist nicht wesentlich höher als er schon bei älteren Untersuchungen, z. B. v. WALTENHOFEN's und FROMME's, erreicht worden war; auch RÖSSLER findet als Maximum von J etwa 1700. Es scheint hiernach, dass das grösste magnetische Moment, dessen die Volumeneinheit Eisen von der günstigsten Sorte fähig ist, rund durch die Zahl 1700 ausgedrückt wird, das grösste Moment der Gewichtseinheit also, der sogen. specifische Magnetismus, durch die Zahl 230. Dieser Grenzwerth wird nach RÖSSLER u. A. schon bei Kräften von 800—900 Einheiten im Wesentlichen erreicht. Die »magnetische Induction« andererseits ist bisher bis auf 45000 getrieben worden, würde sich aber mit noch gewaltigeren Elektromagneten jedenfalls noch weiter steigern lassen.

Remanenz. Wenn man bei einer Versuchsreihe, bei der man, wie oben, wachsende Kräfte auf einen Eisenkörper einwirken lässt, zwischen je zwei Versuchen die Kraft vollständig aufhebt, so kann man die schon früher (pag. 159) erwähnte Erscheinung der Remanenz oder des remanenten Magnetismus messend verfolgen und sich neben der Curve für J eine zweite für den remanenten Magnetismus J' verschaffen. Als Beispiel diene folgende, einen langen, weichen Eisendraht betreffende Tabelle[2]):

R	J	J'	$J':J$	R	J	J'	$J':J$
0·42	16	3·9	0·24	6·46	1050	864	0·82
0·70	33	9·9	0·30	8·64	1110	897	0·81
1·16	91	46	0·50	10·26	1130	910	0·80
1·44	195	133	0·68	11·91	1150	918	0·80
1·76	364	283	0·78	17·50	1190	929	0·79
2·14	507	418	0·82	23·61	1195	929	0·78
2·51	614	513	0·84	35·71	1230	933	0·76
2·88	702	598	0·85	45·51	1230	933	0·76
3·58	842	711	0·85				
5·02	984	832	0·84				

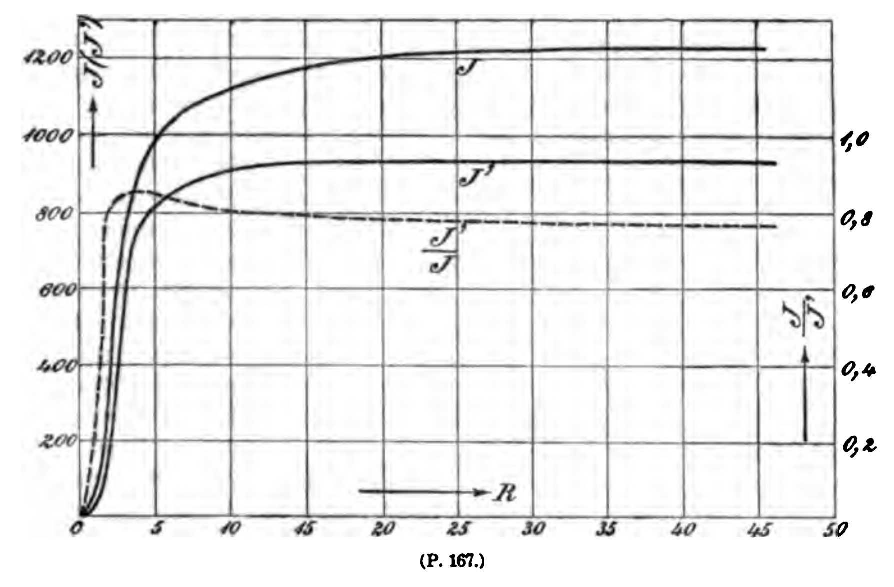
Wie man aus Fig. 167 ersieht, nimmt die Curve für J' einen ganz ähnlichen Verlauf wie die Curve für J, unterscheidet sich aber von der MAXWELL'schen theoretischen J'-Curve in ihrem ersten Theile sehr wesentlich, indem sie gleich vom Nullpunkte aus in die Höhe steigt, d. h. schon die kleinste magnetisirende Kraft hinterlässt remanenten Magnetismus — eine Thatsache, die freilich noch gegenwärtig von manchen Seiten bestritten wird und, da es sich hier um eine Frage der Empfindlichkeit des Messinstrumentes handelt, in ihrer äussersten Consequenz wohl auch controvers bleiben wird (s. w. u.). Man sieht übrigens ein, dass diese Controverse mit der oben (pag. 171) erwähnten Proportionalität oder Nichtproportionalität von J mit R für sehr kleine R innig zusammenhängt. Jedenfalls ist für kleine Kräfte J' sehr klein, wächst dann schneller, dann wieder langsamer, um sich schliesslich, und zwar, wie man sieht, rascher als J der Sättigung zu nähern; und zwar entsprechen den drei Theilen der J-Curve die

---

[1]) EWING u. LOW, Trans. R. Soc. 180, pag. 221. 1889, u. Magn. Ind., pag. 137, 143. In einer Reihe geht J bis 1730 hinauf; diese Reihe erscheint aber wegen der Schwankungen der Werthe verdächtig.

[2]) EWING, Magn. Induction, pag. 291.

nämlichen der J'-Curve. Wie hoch sich die Curve erhebt und wie gross das Maximum von J' ist, hängt zunächst in hohem Grade vom Material ab, und zwar in der Weise, dass für Stoffe mit kleinem J sich J' bis zu einem relativ grossen Bruchtheile von J erhebt, z. B. für glasharten Stahl, für Stoffe mit grossem dagegen, z. B. für weiches Schmiedeeisen, J' nur einen kleinen Bruchtheil von J ausmacht. Man kann dies Verhalten sehr anschaulich darstellen, indem man den echten Bruch J'/J bildet und graphisch darstellt, wie dies in der Figur geschehen ist. Hier erhebt sich dieser Bruch also bis zu $\frac{5}{6}$, und man sieht zugleich, dass er zwar mit R stark ansteigt, dann aber ein Maximum erreicht und schliesslich wieder



(P. 167.)

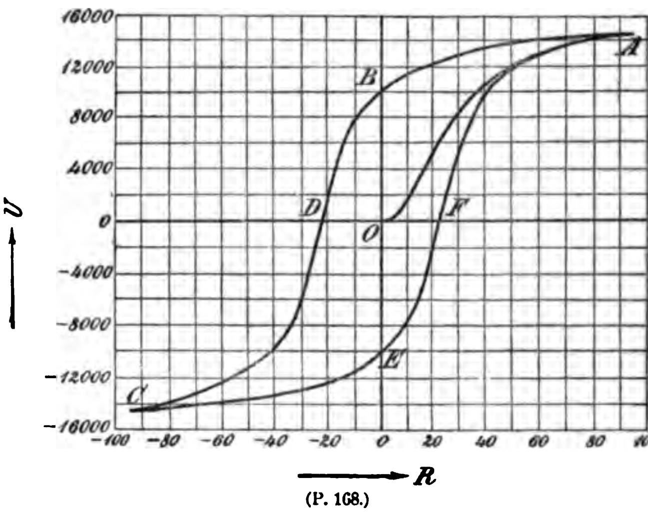
etwas abfällt, d. h. dass sich J' rascher als J seinem Maximum nähert. Das Maximum von J' scheint den Werth 1200 nirgends zu überschreiten.

Wie die Curve für J, so wird natürlich auch die für J' verschieden ausfallen, je nachdem man R_0 oder R als Abscisse wählt. Bei J' kommt aber noch ein anderer, und zwar sehr wesentlicher Umstand in Betracht, nämlich die entmagnetisirende Kraft des remanenten Magnetismus selbst. In Ringen und sehr langen Stäben findet eine solche Gegenwirkung nicht statt, wohl aber bei kurzen Stäben, Ellipsoiden und Kugeln, und sie kann alsdann so gross werden, dass sie den ganzen remanenten Magnetismus vernichtet. Hat man z. B. ein Ellipsoid mit dem Axenverhältniss 1:200, so ist die Gegenkraft (allgemein NJ') nach der Tabelle auf pag. 152 gleich 0·0016 J', also z. B. für $J' = 1000$ (was nicht selten vorkommt) gleich 1·6, dieser Gegenkraft kann leicht ein Magnetismus von etwa 50 entsprechen, und folglich wird J' von 1000 auf 950 herabgedrückt; bei einem Axenverhältniss von 1:50 wird es unter Umständen schon auf die Hälfte reducirt u. s. w. Lange Stäbe und Ringe werden also stets grösseres J' aufweisen als gedrungene Körper aus gleichem Stoff, und man muss sich stets darüber orientiren, in wie weit der Mangel oder die Geringfügigkeit der Remanenz nur scheinbar, d. h. der Gestalt des Körpers zuzuschreiben, und wie weit sie eine wirkliche Eigenthümlichkeit des Materials ist.

Auch der verschwindende Magnetismus, also die Grösse $J - J'$ giebt zu interessanten Betrachtungen und graphischen Darstellungen Anlass, worauf aber hier nicht eingegangen werden kann. Dasselbe gilt von den Differential-

quotienten dJ/dR, dJ'/dR und $d(J - J')/dR$, deren Betrachtung auf manche Verhältnisse ein neues Licht wirft.

Hysteresis. Die Remanenz beweist, dass der magnetische Zustand eines magnetisirenden Kräften nicht unterworfenen Körpers von seiner Vorgeschichte abhängt, d. h. ob und welche Kräfte vorher auf ihn gewirkt haben. Es liegt nahe, von dieser speciellen zu der allgemeinen Einsicht überzugehen, dass ein unter dem Einfluss einer magnetisirenden Kraft stehender Körper einen Magnetismus annehmen wird, dessen Betrag nicht bloss von der augenblicklich wirkenden, sondern auch von den vorher wirksam gewesenen Kräften abhängt. Am einfachsten tritt diese »magnetische Nachwirkung« in die Erscheinung wenn man einen Eisenkörper einer Reihe wachsender und dann wieder fallender Kräfte aussetzt, man erhält alsdann für jede der Kräfte auf dem Rückwege einen anderen Werth für J als auf dem Hinwege und somit zwei verschiedene Curven für den ansteigenden und absteigenden Theil der Versuchsreihe, und zwar liegt die absteigende Curve naturgemäss über der ansteigenden. Wie man einsieht, handelt es sich hier um eine magnetische Trägheit der Körpertheilchen, um ein Zurückbleiben der Aenderungen des Magnetismus hinter den Aenderungen der Kraft; man hat deshalb für diese auch für die elektrotechnische Praxis äusserst wichtig gewordene Erscheinung nach dem Vorschlage von Ewing den Namen Hysteresis eingeführt.



(F. 168.)

In Fig. 168 ist die Hysteresis graphisch dargestellt, wobei die Kraft R als Abscisse, die Induction U als Ordinate gewählt ist. Der erste Zweig OA der Curve entspricht ansteigenden Kräften, der zweite Zweig in seinem ersten Stück AB wiederum auf Null abnehmenden Kräften, so dass OB der Betrag des remanenten Magnetismus ist; lässt man nun die Kräfte weiter abnehmen, d. h. wendet man nunmehr entgegengesetzte, von Null ansteigende Kräfte an, so erhält man die Fortsetzung BC des absteigenden Curvenzweiges; und man sieht, dass bei diesem Verfahren der remanente Magnetismus OB ziemlich rasch, nämlich schon durch die Kraft $-OD$ vernichtet wird und dann weiterhin entgegengesetzte Magnetisirung erzeugt wird; anfänglich ist diese natürlich kleiner als die positive Magnetisirung durch gleich grosse positive Kräfte (z. B. $U = -5800$ für $R = -30$, während $U = +8400$ für $R = +30$ war), allmählich wird dies aber eingeholt, und für eine der positiven Maximalkraft gleiche negative Maximalkraft erreich auch U einen dem früheren positiven Maximum gleichen negativen Werth; lässt man schliesslich wieder abnehmende negative Kräfte bis zur Null und dann weiter steigende positive wirken, so erhält man den Zweig $CEFA$, so dass sich die Curve schliesst; OE ist der negative remanente Magnetismus, OF die ihn zerstörende positive Kraft. Sieht man von dem ersten Zweige

OA ab, so behält man zwei Curvenzweige, einen ansteigenden und einen absteigenden übrig, die sich im Wesentlichen nur dadurch unterscheiden, dass sie um ein gewisses Abscissenstück DF gegen einander verschoben sind, oder, wie man auch sagen kann, dadurch, dass sie, gegen eine ähnliche, durch O gehende Curve nach entgegengesetzten Seiten um gleiche Abscissenstücke OF resp. OD verschoben sind. Derselbe Magnetismus ist also scheinbar bei dem einen Zweige die Folge einer zu kleinen, bei dem andern die einer zu grossen Kraft, und das ist verständlich, weil die Abscisse R nur die augenblicklich wirkende, nicht aber die nachwirkende Kraft berücksichtigt; bei Berücksichtigung derselben würde man eben statt beider Curven eine einzige, nämlich die vorhin gedachte, ihnen ähnliche durch O gehende erhalten. Umgekehrt könnte man aus der Curve rückwärts berechnen, mit welchem Betrage die nachwirkenden Kräfte sich zu der wirkenden addiren.

Je grössere specifische Remanenz, also je grössere Coercitivkraft (pag. 51) das Material des Körpers hat, desto höher resp. tiefer liegen die Punkte B und E, desto weiter auseinander also auch die Punkte D und F; die Strecken OD und OF liefern geradezu ein Maass für die Fähigkeit des Stoffes, Magnetismus zu bewahren, man bezeichnet sie daher nach HOPKINSON als Coercitivkraft, die man auf diese Weise zahlenmässig angeben kann.

Die Coercitivkraft und der in einem besonderen Falle auftretende remanente Magnetismus sind, was nochmals ausdrücklich zu betonen ist, zwei ganz verschiedene Dinge und in Folge der Mitwirkung eines dritten Momentes, der entmagnetisirenden Kraft, weit entfernt, im eindeutigen Verhältnisse von Ursache und Wirkung zu stehen; jene ist für ein Material charakteristisch, dieser aber auch von der Körpergestalt abhängig; jene ist eine negative Abscisse, dieser eine positive Ordinate. Denkt man sich z. B. in Fig. 166 zu den aufsteigenden Curven auch die absteigenden hinzu so würden diese die positive Ordinatenaxe in verschiedenen Punkten schneiden, entsprechend den verschiedenen Längen der Drähte; sie würden aber, noch weiter verlängert, die negative Abscissenaxe sämmtlich in demselben Punkte treffen, denn alle Drähte bestehen aus derselben Eisensorte. Allgemeiner ausgedrückt: *Ceteris paribus* tritt in einem Material von grosser Coercitirkraft viel, in solchem von kleiner wenig remanenter Magnetismus auf, man kann aber auch stark coerciblem Material eine Form geben, in welcher der remanente Magnetismus gering ausfällt (das Umgekehrte kommt nicht vor).

Kreisprocess; Arbeit beim Magnetisiren. Sieht man von dem ersten Curvenzweige OA ab, so stellen die beiden übrigen Zweige einen sogen. Kreisprocess dar, den man beliebig oft wiederholen kann, und bei dem man jedes Mal eine gewisse Menge von Magnetisirungsarbeit aufwenden muss. Es ist nun zuerst von WARBURG[1]) auf Grund der Einführung einfacher Polpaare und später durch allgemeinere Betrachtungen von EWING[2]), HOPKINSON[3]) u. A. gezeigt worden, dass die von den beiden Curven eingeschlossene Fläche ein Maass jenes Arbeitsaufwandes für die Volumeneinheit darstellt; da der magnetische Zustand am Ende des Kreisprocesses derselbe ist wie am Anfang, so handelt es sich im Sinne magnetischer Verwerthung um eine Arbeits- oder Energie-Vergeudung, die sich durch die Erwärmung des Eisenkörpers bemerklich macht und die man

[1]) WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141. 1881. — Vergl. auch WARBURG u. HÖNIG, WIED. Ann. 20, pag. 814. 1883.

[2]) EWING, Proc. R. Soc. 1882, pag. 39; Trans. R. Soc. 1885, pag. 549.

[3]) HOPKINSON, Trans. R. Soc. 1885, pag. 446.

z. B. bei den elektrischen Maschinen möglichst beschränken muss. Der Betrag der Energievergeudung lässt sich durch die Formel

$$V = \frac{1}{4\pi}\int R\,dU$$

darstellen oder auch, da $dU = 4\pi\,dJ + dR$ und $R\,dR$ ein vollständiges Differential, also sein Integral über eine geschlossene Strecke Null ist, durch die Formel

$$V = \int R\,dJ.$$

Wählt man also U als Abscisse, so muss man, um die Arbeitsvergeudung für die Volumeneinheit zu erhalten, die Fläche zwischen den Curven durch 4π dividiren; wählt man J als Abscisse, so stellt die Fläche ohne weiteres V dar. Dass die Energievergeudung absolut genommen desto grösser ist, je stärker die Induction U ist, versteht sich von selbst; aber man kann fragen, nach welchem Gesetze V mit U wächst. Diese Frage hat STEINMETZ[1]) auf Grund der EWING-schen und anderer Beobachtungszahlen durch die sehr gut stimmende Formel

$$V = 0{\cdot}002\,U^{1{\cdot}6}$$

beantwortet, welche zeigt, dass V rascher als U wächst, dass also magnetische Kreisprocesse magnetisch desto ungünstiger arbeiten, je höher hinauf die Magnetisirung getrieben wird.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass sich ausser WARBURG neuerdings auch Lord RAYLEIGH[2]), J. J. THOMSON, ADLER[3]) u. A. mit der Berechnung des magnetischen Arbeitswerthes beschäftigt und mancherlei Folgerungen daran geknüpft haben.

In neuester Zeit hat sich die Literatur über Hysteresis, namentlich im Hinblick auf die Wirkungsweise der Dynamomaschinen, sehr stark entwickelt, und es ist besonders auf die Arbeiten von HOPKINSON, EWING, STEINMETZ und KAPP[4]) hinzuweisen.

Magnetische Nachwirkung. Die Hysteresis ist, wie gesagt, eine magnetische Nachwirkungserscheinung. Von verschiedenen und zum Theil allgemeineren Gesichtspunkten aus hat sich mit der magnetischen Nachwirkung eine Anzahl von Physikern beschäftigt, indem sie den Magnetismus und seine Bestandtheile bei steigenden und abnehmenden Kräften, bei Kräften von abwechselnd positivem und negativem Zeichen (»Hin- und Hermagnetisirung«), indem sie ferner den Einfluss der Geschwindigkeit und des Charakters der Kraftänderung (rasch, langsam, plötzlich, allmählich) untersuchten, indem sie des weiteren prüften, welche Aenderungen der Magnetismus während des Wirkens einer und derselben Kraft mit der Zeit erleidet (Nachwirkung zweiter Art), und indem sie sich schliesslich bemühten, aus allen diesen verwickelten Erscheinungen Schlüsse auf normale magnetische Verhältnisse, welche frei von Nachwirkungseinflüssen wären, zu ziehen. Es kann hier nur auf einige wenige von diesen Arbeiten und auch auf diese nur mit kurzen thatsächlichen Angaben eingegangen werden.

Sätze von G. WIEDEMANN[5]) (zum Theil zuerst von ihm selbst, zum Theil schon vorher von JOULE, POGGENDORFF, ABRIA, RITCHIE, JACOBI, MARIANINI,

---

1) Vergl. z. B. STEINMETZ, The Electrician 26, pag. 261. 1891. Electrot. Zeitschr. 1891 bis 92, in verschiedenen Heften.

2) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 22, pag. 175. 1886.

3) G. ADLER, WIED. Ann. 46, pag. 503. 1892.

4) Man sehe in den letzten Jahrgängen von The Electrician, Electrot. Zeitschr. u. s. w.

5) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 100, pag. 235. 1857; 106, pag. 169. 1859; 117, pag. 195. 1862; WIED. Ann. 27, pag. 376. 1886; d. Lehre v. d. Elektr. Bd. 3 (3. Aufl.). Daselbst auch d. weitere Literatur.

PLÜCKER u. A. gefunden). 1) Bei der ersten Magnetisirung eines Stabes wächst der *TM* (temporäre Magnetismus) anfangs wie die Kraft, dann rascher, zuletzt langsamer; die Periode des rascheren Wachsens ist bei langen Stäben ausgeprägter als bei kurzen, und das Maximum wird bei langen, dünnen Stäben schneller erreicht als bei kurzen, dicken. 2) Bei der ersten Magnetisirung ist der Verlauf des *PM* (permanenten Magnetismus) analog. 3) Ein entgegengesetzter Strom kann entgegengesetztes *TM* und doch noch ursprüngliches *PM* bewirken; die zur Vernichtung des *PM* erforderliche Kraft ist kleiner als die zur Erzeugung erforderlich gewesene. 4) Ein auf diese Weise entmagnetisirter Stab erhält durch nochmalige Anwendung der negativen Kraft (oder einer kleineren) kein negatives *PM*, wohl aber durch eine ebenso grosse positive Kraft ein positives *PM*; der Stab ist also nur scheinbar unmagnetisch geworden und besitzt in Wahrheit eine Asymmetrie zu Gunsten der ersten Magnetisirungsrichtung. 5) Bei wiederholter Hin- und Hermagnetisirung durch dieselbe Kraft wächst das *PM* anfangs etwas, wird aber allmählich constant; eine grössere Kraft steigert aber das *PM* von Neuem. 6) Alle obigen Erscheinungen treten am meisten im harten Stahl hervor.

Formeln von BOUTY[1]). Die Dauer der Kraft hat keinen Einfluss auf das *PM*, wohl aber ihre Wiederholung, und zwar ist nach x-maligem Magnetisiren $PM = A - B/x$ (z. B. $A = 57{\cdot}78$, $B = 6{\cdot}32$). Das Verhältniss $A/(A - B)$, d. h. des schliesslichen zum erstmaligen *PM* nimmt mit wachsender Kraft ab. Dagegen ist das Verhältniss R'/R, d. h. der Kraft, die ein bestimmtes *PM* nach einmaligem Wirken erzeugt, zu einer solchen, die es nach häufigem Wirken thut, ziemlich constant für verschiedene R, nämlich etwa 1·06. In manchen Fällen ist der obigen Formel für *PM* eine exponentielle vorzuziehen.

Untersuchungen von FROMME[2]). Die älteren von diesen Untersuchungen sind fast durchweg auf Stahl bezüglich. Sobald das *PM* für ein bestimmtes R erreicht ist, verhält sich der Körper für alle kleineren R, wie wenn er keine Coercitivkraft hätte. Das Verhältniss PM_1/PM_∞ ist für kleine Kräfte nahezu 1, nimmt dann bis zu einem Minimum ab und schliesslich wieder bis 1 zu Wiederholung einer Erstlingskraft liefert gewöhnlich abnehmende *TM*, dagegen Wiederholung einer auf eine etwas kleinere folgenden Kraft, zunehmende *TM*; allgemein hängt die Zunahme oder Abnahme des *TM* durch Wiederholung einer Kraft von der Grösse und Wiederholung der vorhergegangenen kleineren Kraft ab. Andererseits nimmt *PM* bei Wiederholung stets zu, das verschwindende Moment *VM* stets ab, und zwar um Beträge, die sich mit der Differenz $R - R_0$ der wirkenden und der nachwirkenden Kraft der Null nähern. Eine Kraft r, die auf eine grössere R folgt, lässt *PM* unverändert; dagegen erzeugt ihre Wiederholung abnehmende *TM*, und das schliessliche TM_∞ ist von R unabhängig. Die Nachwirkung von R auf r lässt sich in der Form $N = c\, r^a\, (R - r)^b$ darstellen, wo b ein echter Bruch und a vielleicht nahezu 1 ist; für $r = 0$ und $r = R$ wird also $N = 0$, für einen gewissen Zwischenwerth wird es ein Maximum.

Neuerdings hat FROMME die analogen Versuche auch bei weichen Eisenstäben und besonders bei Drahtbündeln durchgeführt und gefunden, dass hier

---

[1]) Von den zahlreichen Arbeiten BOUTY's s. bes. Compt. rend. 80, pag. 650 u. 879; 81, pag. 88. Ann. Ec. norm. (2) 4, pag. 9 u. 49. 1875.

[2]) FROMME, POGG. Ann. Ergzbd. 7, pag. 390; WIED. Ann. 4, pag. 76; 5, pag. 345; 18, pag. 442; 43, pag. 181; 44, pag. 138; 45. pag. 798. 1875—1892. Auf den weiteren, sehr reichen Inhalt dieser Abhandlungen kann hier leider nicht eingegangen werden.

die Erscheinungen wesentlich andere werden; insbesondere ändert hier auch eine kleinere Kraft das *PM*, selbst wenn es sehr gross ist, ab, und zwar je nach dem Werthe der Kraft in erhöhendem oder verringerndem Sinne.

WALTENHOFEN'sches Phänomen. Wie zuerst v. WALTENHOFEN[1]) beobachtete und später FROMME[2]), AUERBACH[3]), RIGHI[4]), PEUCKERT[5]) u. A. näher untersuchten, hat bei weichem Eisen die Art und Weise, wie man die Kraft zu wirken anfangen resp. aufhören lässt, einen oft nicht unwesentlichen Einfluss auf den *PM* resp. *TM*. Unterbricht man nämlich den magnetisirenden Strom plötzlich, so bleibt ein geringerer *PM* übrig, als wenn man ihn durch Einschalten von Widerständen allmählich auf Null reducirt oder den Eisenstab allmählich seiner Wirkung entzieht In Fällen, in denen schon bei allmählicher Unterdrückung der Kraft ein nur kleiner *PM* auftritt, kann bei plötzlicher Stromunterbrechung sogar negativer Magnetismus, die sogen. »anomale Magnetisirung« eintreten. Diese merkwürdige Erscheinung könnte zwei verschiedene Ursachen haben, sie könnte nämlich entweder durch die beim plötzlichen Stromöffnen im Eisen erzeugten Inductionsströme bewirkt sein und würde alsdann ihr eigentliches Interesse verlieren; sie könnte aber auch molekularmagnetischer Natur sein und würde dann, wie man sofort einsieht, zu wichtigen Folgerungen Anlass geben. Jene Ansicht wird z. B. von G. WIEDEMANN[6]), diese von v. WALTENHOFEN, FROMME[7]), AUERBACH[8]), EWING[9]) vertreten und durch verschiedenartige Versuche und Erwägungen gestützt; hier sei nur zu Gunsten der letzteren Auffassung darauf hingewiesen, dass in dem verwandten Gebiete der Elasticität die analoge Erscheinung (z. B. die verschiedene Einstellung einer Federwaage nach behutsamer und nach plötzlicher Entlastung) ebenfalls vorkommt, und dass sie dort jedenfalls molekular-elastischer Natur ist.

Eine Verallgemeinerung des Phänomens ist von AUERBACH im Zusammenhange mit seinen gleich anzuführenden Untersuchungen in den Worten ausgesprochen worden: Bei plötzlicher Aenderung der magnetisirenden Kraft fällt der ihrem Endwerth entsprechende Magnetismus kleiner oder grösser aus als bei allmählicher Aenderung, je nachdem die Kraft verkleinert oder vergrössert wurde.

Untersuchungen von AUERBACH[10]). Die allgemeinste Fragestellung lautet offenbar: Wie hängt der Magnetismus von der jetzt wirkenden Kraft R und den ihr vorangegangenen Kräften R_1, R_2 . . . ab? In erster Annäherung ist hierauf zu antworten: Der Magnetismus M setzt sich zusammen aus einem der Kraft R entsprechenden Normalmagnetismus M_0 und einem Nachwirkungswerthe N, und für den letzteren maassgebend ist diejenige unter den vorangegangenen Kräften, auf die nur noch solche folgen, die der Grösse nach zwischen ihr und R liegen.

1) v. WALTENHOFEN, Wien. Ber. 48 (2), pag. 564. 1863; POGG. Ann. 120, pag. 650.

2) FROMME, WIED. Ann. 5, pag. 345. 1878; 13, pag. 326. 1881; 18, pag. 442. 1883; 44 pag. 138. 1891.

3) AUERBACH, WIED. Ann. 14, pag. 308. 1881.

4) RIGHI, Compt. rend. 90, pag. 688. 1880; Mem. di Bol. (4) 1. 1880.

5) PEUCKERT, WIED. Ann. 32, pag. 291. 1887.

6) G. WIEDEMANN, D. Lehre v. d. Elektr. (3), 4, pag. 279. 1885; WIED. Ann. 37 pag. 610. 1889.

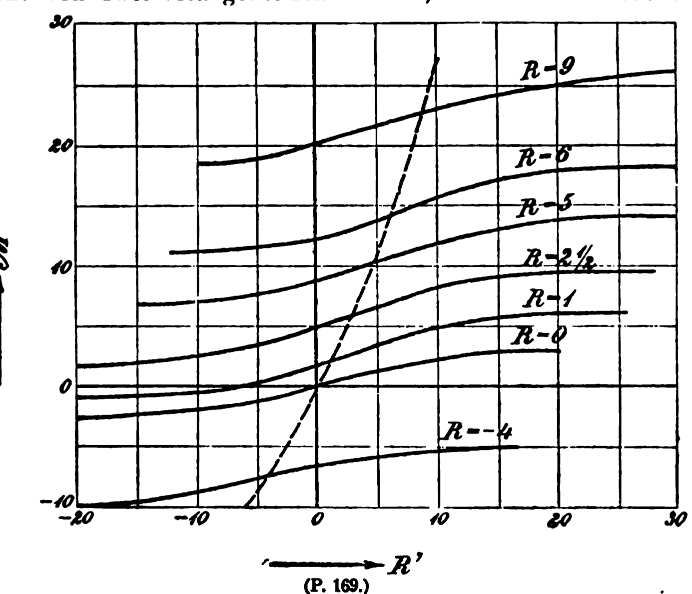
7) FROMME, zuletzt WIED. Ann. 33, pag. 236. 1888 und 44, pag. 138. 1891.

8) AUERBACH, WIED. Ann. 14, pag. 308. 1881.

9) EWING, Magn. Ind. (s. ob.).

10) AUERBACH, WIED. Ann. 14. pag. 308. 1881. — Vergl. auch Encycl. Brit. 9. Ed. Art. »Magnetism«, wo ein Auszug aus der Arbeit gegeben ist.

In vielen Fällen ist diese Regel genau, in manchen aber erfährt sie Abweichungen und bedarf alsdann einer zweiten Annäherung. Der theoretisch und praktisch wichtigste dieser letzteren Fälle ist der, wo unter den vorangegangenen Kräften R selbst vorkommt, weil dann die Regel zweideutig wird. Es seien z. B. in der Reihe $R_{10} R R_5 R$ alle Kräfte positiv und die Indices Andeutungen für ihre Grössenverhältnisse, dann bleibt zweifelhaft, ob das Endergebniss M_{10} oder M_5 sein werde; thatsächlich liegt es zwischen beiden Werthen, aber näher an M_{10}. Um M_5 zu erzielen, muss man vielmehr noch eine Kraft $R_0 < R$ einschieben und überdies die Glieder $R_5 R$ mehrmals wiederholen, sodass folgende Reihe entsteht: $R_{10} R R_0 R_5 R R_5 R$ . . . Eine weitere Abweichung lässt sich folgendermaassen aussprechen: von zwei vorangehenden Kräften, die auf verschiedenen Seiten von R (der Grösse nach) liegen, ist die zweite ausschliesslich maassgebend, wenn sie weiter von R abliegt als die erste, andernfalls bestimmen beide Kräfte gemeinschaftlich die Nachwirkung, die erste allein ist nie maassgebend. Mit Rücksicht auf diese und andere Umstände kann man nunmehr daran gehen, für ein gegebenes R den Magnetismus M als Function der maassgebenden vorangehenden Kraft R' zu ermitteln und diese Function als eine Curve darzustellen.



(P. 169.)

In Fig. 169 sind diese »Nachwirkungs-Curven« für verschiedene Werthe von R wiedergegeben. Wie man sieht, sind sie, bis auf ihre geringere Erhebung, den Magnetisirungscurven selbst ganz ähnlich. Eine von ihnen, nämlich die für $R = 0$, ist die Curve des remanenten Magnetismus, ihr Inflexions- oder Symmetriepunkt liegt im Nullpunkt; dagegen sind die Inflexionspunkte der übrigen Curven nach rechts oder links verschoben, ihre Abscissen R' sind nämlich gleich den betreffenden R-Werthen. Hiernach erhält man den Satz: Die Nachwirkung hängt in derselben Weise von der Differenz der wirkenden und der nachwirkenden Kraft ab, wie die Hauptwirkung von der wirkenden Kraft. Verbindet man alle Inflexionspunkte, so erhält man (vergl. die unterbrochene Linie) die Curve des Normalmagnetismus als reine Function der wirkenden Kraft.

Im Anschlusse an AUERBACH hat BACHMETJEFF [1]) den »normalen« und den remanenten Magnetismus gerader und ringförmiger Magnete untersucht.

Entmagnetisirung. Schliesslich ist aus dem Obigen noch eine wichtige Folgerung zu ziehen in Bezug auf die Zurückführung eines Eisenkörpers in den

[1]) BACHMETJEFF, Rep. der Phys. 27, pag. 147. 1891.

unmagnetischen Zustand. Eine einfache und zuverlässige Methode hierfür besteht bekanntlich in dem Ausglühen (s. w. u.). Aber es fragt sich, ob es nicht auch ein magnetisches Verfahren giebt. Dass die Anwendung einer Kraft, die an sich einen dem Bestehenden entgegengesetzten PM erzeugen würde, nicht im Stande ist, letzteren zu vernichten, und dass dies überhaupt durch Anwendung einer beliebigen Gegenkraft nicht möglich ist, ist nach dem Gesagten klar; bei geeigneter Wahl der Gegenkraft würde man nämlich zwar $PM = 0$ erhalten, der Körper würde aber immer noch eine Asymmetrie gegen neue magnetische Einwirkungen aufweisen. Dagegen findet in den AUERBACH'schen Versuchen[1]) die folgende, von verschiedenen Seiten[2]) mit Erfolg benutzte Entmagnetisirungsmethode ihre Begründung: man lasse der Reihe nach die Kräfte $-R$, $+(R-\varepsilon)$, $-(R-2\varepsilon)$, $+(R-3\varepsilon)$ ... bis zur Null herab wirken, wo R desto grösser zu wählen ist, je stärker magnetisch der zu entmagnetisirende Körper ist, aber lieber etwas zu gross als zu klein, und wo ε möglichst klein gewählt werden muss, um den Zweck möglichst vollständig zu erreichen. Dasselbe Verfahren kann mit entsprechender Modifikation auch dazu dienen, um, statt des Nullzustandes, einen bestimmten magnetischen Normalzustand herzustellen[3]). Die Entmagnetisirungsmethode durch Stromwechsel ist hinsichtlich der erzeugten magnetischen Symmetrie dem Ausglühen nach EWING sogar noch überlegen, während Andere freilich das Gegentheil behaupten.

Magnetischer Kreis. Nach dem früheren hat ein Eisenstab die Eigenschaft, die Kraftlinien aus der schwächer magnetisirbaren Umgebung, z. B. aus der Luft, an sich zu ziehen, derart, dass die meisten Kraftlinien durch ihn und nur wenige durch die Luft hindurchgehen (vergl. Fig. 124). Er verhält sich also den magnetischen Kraftlinien gegenüber genau so wie ein von einem schlechten Leiter umgebener Leiter den elektrischen Kraft- resp. Stromlinien gegenüber, und es liegt nahe, diese Analogie auszubilden. Dieser Gedanke ist, auf Grund FARADAY-scher Andeutungen, in neuester Zeit von verschiedenen Seiten und meist im Hinblick auf die Wirkungsweise der Dynamomaschinen entwickelt worden, besonders von BOSANQUET[4]), SIEMENS[5]), HOPKINSON[6]), KAPP, STEINMETZ, CARTER u. A.[7]). Exakt durchführen lässt sich die Analogie für einen geschlossenen und gleichförmig von der Magnetisirungsspirale umgebenen Eisenring. Benutzt man hier die Formeln (22a) und (43) und ersetzt φ durch $l/2\pi$, wo l die Länge (der Umfang) des Ringes ist, so findet man

$$U = \frac{4\pi\mu n i}{l},$$

also durch Multiplikation mit dem Eisenquerschnitt q und bei veränderter Anordnung der Glieder die Gesammtzahl der im Eisen verlaufenden Kraftlinien

$$Z = \frac{4\pi n i}{\frac{l}{\mu q}} = \frac{M}{W}.$$

1) AUERBACH, WIED. Ann. 14, pag. 308. 1881; 16, pag. 554. 1882.

2) z. B. schon von GAUGAIN in ähnlicher Weise: Compt. rend. 77, pag. 1074. 1873.

3) Hierzu vergl. auch FROMME, WIED. Ann. 45, pag. 798. 1892, wo von den verschiedenen Zuständen des PM gehandelt wird.

4) BOSANQUET, Phil. Mag. (5) 15, pag. 205, 257, 309. 1883.

5) SIEMENS, Berl. Ber. 1884; WIED. Ann. 24, pag. 93. 1885; Wiss. Abh., pag. 380.

6) HOPKINSON, Tr. R. Soc. 1886 I, pag. 331.

7) Vergl. die 10 letzten Jahrgänge von The Electrician, El. Zeitschr. u. s. w.

Diese Gleichung stellt das Analogon des OHM'schen Gesetzes dar, und zwar ist M die magnetomotorische Kraft, W der aus lq und μ (magnetische Leitungsfähigkeit) ganz analog wie dort gebildete magnetische Widerstand, endlich Z die Intensität des magnetischen Stromes[1]). Ebenso kann man von der magnetischen Spannungsdifferenz zwischen irgend zwei Punkten des Schliessungskreises sprechen, bei Verzweigungen die KIRCHHOFF'schen Gesetze und zur Vergleichung magnetischer Widerstände die WHEATSTONE'sche Brücke anwenden u. s. w.[2]). Es ist aber schon für geschlossene Kreise von unregelmässiger Form zu beachten, dass, während auch das OHM'sche Gesetz nur für lineare Gleichungen gilt, die magnetischen Leiter meist auch nicht annähernd linear sind, und sodann, dass der Antheil der Luft an der Kraftleitung zwar sehr klein, aber doch wesentlich beträchtlicher als bei der elektrischen Leitung ist und bei starker Sättigung des Eisens sogar ganz bedeutend wird (vergl. die kleinen μ-Werthe auf pag. 171 u. f.). Es hat dies zur Folge, dass an vielen Stellen, besonders bei Querschnittsänderungen, starken Krümmungen oder gar Ecken Kraftlinien aus dem Eisen in die Luft übertreten — eine Erscheinung, die man als magnetische Streuung bezeichnet; das Verhältniss der Zahl der Kraftlinien an der Erzeugungsstelle zu der an der Verwendungsstelle im Eisen wird vielfach Streuungscoëfficient genannt. In Folge dessen giebt es eigentlich auch für einen Leiter von überall gleichem Querschnitte im Allgemeinen, d. h. bei beliebiger Gestalt des Kreises, keinen Widerstand in dem obigen Sinne, man muss ihn vielmehr durch Integration von Schicht zu Schicht, d. h. durch die Formel

$$W = \frac{1}{q}\int\frac{dl}{\mu}$$

ermitteln, wo μ fortwährend variirt. Noch weit verwickelter werden die Verhältnisse in Folge des Umstandes, dass in der Praxis das Eisen meist nicht völlig geschlossen ist, der Kreis vielmehr durch eine Luftstrecke ergänzt wird; es treten dann Pole auf, die Streuung spielt nicht mehr eine secundäre, sondern eine primäre Rolle, und es können dann meist nur ungefähre Resultate gewonnen werden. In der Luftstrecke zwischen den Polen kann sich dann selbst wieder noch Eisen befinden (z. B. das Ankereisen der Dynamomaschinen), oder es kann die Schliessung durch ein eisernes Joch erfolgen (pag. 164). Endlich sei auf die wichtige Thatsache hingewiesen, dass auch eine einfache Schnittfläche, d. h. eine Luftstrecke von der Länge Null einen magnetischen Widerstand besitzt, dass also die Magnetisirbarkeit eines Ringes oder Stabes stark herabgedrückt wird, wenn er an einer Stelle zerschnitten wird; und selbst energisches Zusammenpressen bringt sie nicht auf die alte Höhe zurück[3]).

Zusammenwirkung verschiedener Magnetisirungen. Wie schon auf pag. 55 f. angeführt worden ist, kann ein Körper in Folge Magnetisirung in verschiedenen Richtungen verschiedene Arten von Magnetismus annehmen, z. B. ein Stab longitudinalen, transversalen oder circularen Magnetismus. Es ist von theoretischem und praktischem Interesse, zu untersuchen, welche besonderen

[1]) Wie schwierig freilich der experimentelle Nachweis dieses Gesetzes ist, zeigen die Versuche von SIEMENS (a. a. O.).

[2]) Vergl. u. a. EDISON, Proc. Amer. Assoc. 36. 1887. — HANAUER, El. Zeitschr. 1893, pag. 527.

[3]) Das Nähere hierüber findet man in der elektrotechnischen Literatur. Ueber die Streuung bes. in geschlitzten Ringen vergl. ferner DU BOIS, WIED. Ann. 46, pag. 486. 1892. — H. LEHMANN, WIED. Ann. 48, pag. 406. 1893.

Erscheinungen etwa auftreten, wenn zwei verschiedene Magnetisirungen gleichzeitig hervorgerufen werden, oder wenn ein Körper, der schon Magnetismus der einen Art besitzt, noch auf eine der anderen Arten erregt wird. Hiermit haben sich u. A. VILLARI[1]), G. WIEDEMANN[2]), SIEMENS[3]), JANET[4]), DECHARME, TOMLINSON, KNOTT, KÜLP[5]) beschäftigt, die Quermagnetisirung wird wie die Längsmagnetisirung durch Spiralen erzeugt, nur dass die Windungen der Länge, statt der Quere nach verlaufen, die circulare gewöhnlich durch Hindurchsendung eines Stromes durch den Stab oder Draht selbst oder, wenn es eine Röhre ist, durch einen mit ihr coaxialen Draht. Im Allgemeinen hat sich dabei ergeben, dass sowohl der temporäre wie der remanente Magnetismus einer Art durch Magnetisirung einer anderen Art vermindert wird, was nach der Drehungshypothese verständlich ist; (bei dickeren Stäben kann er sich jedoch nach VILLARI und WIEDEMANN unter Umständen auch vergrössern). Am stärksten ist die Verminderung bei Röhrenmagneten, wie sie SIEMENS und nach seinem Vorgange W. H. SCHULTZE[6]) benutzte; letzterer verfolgte die Erscheinung nach verschiedenen Richtungen hin. Auch der Verlauf der Magnetisirungscurve, der Betrag der Hysteresis u. s. w. sind an diesen Interferenzerscheinungen betheiligt.

Zeitdauer der magnetischen Induction. Es handelt sich hier eigentlich um zwei verschiedene Fragen. Die erste lautet: Erfordert die magnetische Induction an einer bestimmten Stelle des Eisenkörpers Zeit resp. erreicht sie erst mit der Zeit ihren endgültigen Werth? Dieses Problem ist schon pag. 176 als Nachwirkung zweiter Art erwähnt worden, seine Behandlung ist wegen der vielen dabei möglichen, leicht ersichtlichen Fehlerquellen nicht leicht, es steht aber so viel gegenwärtig ausser Zweifel, dass die formulirte Frage unter Umständen zu bejahen ist; nur kann es in vielen Fällen zweifelhaft bleiben, ob die Verzögerung eine unmittelbar magnetische Erscheinung, oder aber durch mechanische oder thermische Vorgänge im Eisen bedingt sei. Es sind hier von neueren Arbeiten besonders die gelegentlichen Beobachtungen von AUERBACH[6]) und die Arbeiten von Lord RAYLEIGH[7]) und EWING[8]) hervorzuheben, wobei der Kunstgriff angewendet wurde, die momentane Wirkung auf das Magnetometer zu compensiren, so dass die nachträgliche für sich zur Geltung kam. Im weichen Eisen ist die Trägheit deutlicher als im Stahl, in dicken Körpern deutlicher als in dünnen; endlich ist sie für schwache Kräfte relativ beträchtlicher als für stärkere. In ganz dünnen Drähten ist die Wirkung, wie schon vor längerer Zeit v. HELMHOLTZ[9]) nachgewiesen hatte, momentan. Die Zeiten, während deren die Nachwirkung sich abspielt, messen meist nach einigen Secunden, gehen aber

---

1) VILLARI, POGG. Ann. 126, pag. 103. 1865. — Mem. Acc. Bol. (5) 2, pag. 443. 1892; (5) 3. pag. 153. 1893. — N. Cim. 33, pag. 152, 193, 268. 1893.

2) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 117, pag. 213. 1862; d. Lehre von der Elektr. (3) 3, pag. 456.

3) SIEMENS, Berl. Ber. 1881, Juni; Wiss. Abh., pag. 334.

4) JANET, Compt. rend. 108, pag. 398. 1889. — Es sei bei dieser Gelegenheit auch auf die Arbeiten dieses Physikers über Transversalmagnetismus hingewiesen: Sur l'aimantation transversale, Paris 1890; Compt. rend. 1887 u. 1888.

5) Wegen der übrigen Literatur vergl. Beibl. z. WIED. Ann. 1888—1893.

6) W. H. SCHULTZE, WIED. Ann. 24, pag. 643. 1885.

6) AUERBACH, WIED. Ann. 5, pag. 322. 1878.

7) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 23, pag. 225. 1887.

8) EWING, Proc. R. Soc. 1889, pag. 269; Magn. Ind., pag. 120 u. 308.

9) v. HELMHOLTZ, POGG. Ann. 83. pag. 535. 1851; Wiss. Abh. 1, pag. 458.

auch bis zu einer oder einigen Minuten hinauf. Der Betrag der Nachwirkung erreicht zuweilen einen erheblichen Bruchtheil der augenblicklichen Wirkung.

Zweitens gehört hierher die wichtige Frage, ob die Ausbreitung der magnetischen Induction über die einzelnen Theile des Eisenkörpers Zeit, oder genauer gesagt, messbare Zeit erfordert. SIEMENS[1]) hat diese Frage mit Hilfe seines Fallhammers geprüft, aber ein negatives Ergebniss erhalten. OBERBECK[2]) wandte periodische Veränderungen des Moments an und fand, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit an sich sehr gross ist, durch die entstehenden Inductionsströme aber mehr oder weniger verkleinert wird. TROUTON[3]) und TROWBRIDGE[4]) haben mit Eisenringen, Wechselströmen und Telephonen gearbeitet, und in der That Interferenzen, Phasenverschiedenheiten, Knoten und Bäuche beobachtet. Ueber die Deutung dieser Erscheinungen kann man aber immerhin sehr verschiedener Ansicht sein, und es werden daher erst weitere Untersuchungen Licht in die Verhältnisse bringen[5]).

Empirische Magnetisirungsformeln.

Zum Schlusse ist es erforderlich, die Ergebnisse der wichtigsten unter denjenigen überaus zahlreichen Untersuchungen kurz zusammenzustellen, welche — in losem oder gar keinem Zusammenhange mit der Theorie — über die Abhängigkeit der Magnetisirung von den bestimmenden Faktoren angestellt worden sind, und die noch jetzt theils von historischem, theils von praktischem Interesse sind.

1) Abhängigkeit der Magnetisirung von der äusseren Kraft. Unter Magnetisirung ist meist das magnetische Moment, eventuell die Polstärke des Körpers, der gewöhnlich Stabform hat, verstanden; die äussere Kraft R_0 geht meist von einem Strome in einer den Körper umgebenden Spirale aus und ist dann bis auf einen Faktor durch das Produkt aus Stromstärke und Windungsdichte bestimmt, worauf jedoch hier nicht näher eingegangen wird (s. Art. Elektromagnetismus); *abc* bedeuten im Folgenden Constanten.

LENZ und JACOBI[6]) setzten einfach

$$M = a R_0,$$

was nur in dem mittleren Curvenstück annähernd richtig ist. MÜLLER, v. WALTENHOFEN, DUB, CAZIN, BREGUET[7]) u. A. setzen

$$M = a \operatorname{arc\,tang} b R_0,$$

eine Formel, die die Annäherung an die Sättigung wiedergiebt, für geringere Kräfte jedoch, wie v. WALTENHOFEN gezeigt hat, der MÜLLER'schen Formel nachsteht. LAMONT[8]) setzt

$$M = a(1 - e^{-bR_0}),$$

wo a offenbar das Maximum von M ist. RUTHS[9]) stellt die Formel

---

1) SIEMENS, Wiss. Abh., pag. 350.

2) OBERBCK, WIED. Ann. 22, pag. 73. 1884.

3) TROUTON, Rep. Brit. Ass. Cardiff 1891.

4) TROWBRIDGE, Phil. Mag. (5) 33, pag. 374. 1892.

5) Vergl. zu diesem Gegenstande ferner mehrere Abhandlungen von PISATI, die sich auf die Vertheilung des Magnetismus über die Länge von Stäben beziehen und diese Vertheilung als eine Fortpflanzungserscheinung auffassen: Rend. Acc. Linc. 6, pag. 82, 168 u. 487. 1890. — N. Cim. 31, pag. 58. 1892. — Phys. Revue 2, pag. 346. 1892.

6) LENZ u. JACOBI, POGG. Ann. 47, pag. 225. 1839.

7) J. MÜLLER, POGG. Ann. 79, pag. 340. 1850. — v. WALTENHOFEN, Wien. Ber. 52, pag. 87. 1865; WIED. Ann. 27, pag. 630. 1886; 32, pag. 133. 1887.

8) LAMONT, Hdb. d. Magnetismus, pag. 41.

9) V. RUTHS, Ueb. d. Magn. weicher Eisencylinder u. s. w. Dortm. 1876.

$$J = a\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (bR_0)^2}}\right)$$

auf, wo J die Intensität der Magnetisirung, bezogen auf die Gewichtseinheit, also der sogen. specifische Magnetismus (pag. 172) ist, a und b Constanten sind, deren letztere von 0·0145 bis 0·052 wächst, wenn das Verhältniss der Länge zur Dicke der Stäbe von 40 auf 150 wächst; man kann diese Formel daher mit der Fig. 166 in einigen Zusammenhang bringen.

Verschiedene Physiker und insbesondere Frölich[1]) setzen

$$M = \frac{R_0}{a + bR_0}.$$

Sohncke[2]) setzt

$$M = aR_0 e^{-bR_0},$$

eine Formel, durch welche offenbar diejenigen von Müller und Lamont miteinander verknüpft werden. Endlich ist noch die für die Berechnung von Dynamomaschinen wichtig gewordene Formel von Kapp[3])

$$M = aR_0 \frac{tang \frac{\pi}{2} \sigma}{\frac{\pi}{2} \sigma}$$

anzuführen, wo σ das Verhältniss der bei Wirkung der Kraft R_0 im Eisen verlaufenden Kraftlinienzahl zu ihrem Maximum ist; für gross R_0 ist die Formel unbrauchbar, dagegen giebt sie das anfänglich schnellere Wachsen von M wieder, was keine der obigen Formeln und sonst nur noch die Maxwell'sche Theorie thut.

2) Abhängigkeit der Magnetisirung von den Dimensionen. Hier treten noch grössere Complikationen auf als vorhin, einmal, weil es nicht immer oder nur schwer möglich ist, eine der maassgebenden Grössen, z. B. Länge, Dicke, Dichte u. s. w. zu variiren, ohne dass sich in den sonstigen Verhältnissen etwas ändert — man vergleiche eine Arbeit von Auerbach[4]) — und zweitens weil, selbst wenn es gelingt, eine constante und in den zu vergleichenden Fällen gleich grosse Kraft wirken zu lassen, die Magnetisirung der Stäbe trotzdem meist auch nicht annähernd gleichförmig wird.

Für den Einfluss der Länge liefert die schon oben (pag. 154) angegebene Green'sche Formel durch Integration folgende Formel für das Gesammtmoment des Stabes

$$M = \pi \varkappa \rho^2 R_0 \left(2l - 2\frac{\rho}{p} \frac{e^{\frac{t}{\rho}l} - e^{-\frac{t}{\rho}l}}{e^{\frac{t}{\rho}l} + e^{-\frac{t}{\rho}l}}\right),$$

wo $2l$ die Länge des Stabes ist (wegen ρ und p s. ob.); eine Formel, die zwar ihrerseits für nicht sehr dünne Stäbe nur eine Annäherung giebt, aus deren Gestalt man aber andererseits sofort erkennt, dass die hier folgenden empirischen Proportionalitätsformeln ebenfalls nur beschränkte Gültigkeit besitzen werden. Aus den Versuchen von Lenz und Jacobi, Dub u. A. folgt, dass die Potenz der Länge, mit welcher M proportional ist, zwischen der 2. und $2\frac{1}{2}$., also für den Magnetismus J der Volumeneinheit zwischen der 1. und $1\frac{1}{2}$. Potenz liegt, so dass man, wenn $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ ist,

$$M \sim l^{2+\alpha}, \quad J \sim l^{1+\alpha}$$

[1]) Frölich, El. Zeitschr. 1881, pag. 141 u. 170; 1882, pag. 73.

[2]) Sohncke, El. Zeitschr. 1883, pag. 160.

[3]) Kapp, The Electr. 18, pag. 21. 1886.

[4]) Auerbach, Wied. Ann. 11, pag. 353. 1880.

setzen kann. Im Mittel dürfte etwa $\alpha = 0{\cdot}3$ sein. Analog folgt für den Einfluss der Dicke d aus den Versuchen von LENZ und JACOBI, MÜLLER, DUB, v. WALTENHOFEN, WIEDEMANN u. A., dass M einer zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 liegenden Potenz von d, also J einer zwischen -1 und $-1\frac{1}{2}$ liegenden Potenz von d proportional ist, so dass man, wenn wieder $0 < \beta < \frac{1}{2}$ ist,

$$M \sim d^{1-\beta}, \quad J \sim d^{-(1+\beta)}$$

setzen kann. Da auch hier im Mittel etwa $\beta = 0{\cdot}3$ ist, kann man $\alpha = \beta$ setzen und erhält durch Verknüpfung der für l und d gefundenen Formeln

$$M \sim l d^2 \left(\frac{l}{d}\right)^{1+\alpha} \qquad J \sim \left(\frac{l}{d}\right)^{1+\alpha},$$

d. h. die Magnetisirung der Volumeneinheit hängt nur von dem Verhältniss der Länge zur Dicke, d. h. nur von der Gestalt ab. Das Ergebniss genügt also, wie man sofort einsieht, dem THOMSON'schen Aehnlichkeitssatze[1]).

Die bisherigen Angaben beziehen sich zunächst auf den temporären Magnetismus; für den permanenten gelten aber ganz ähnliche Sätze, so dass nicht besonders darauf eingegangen zu werden braucht. Auch auf die Vertheilung von M der Stablänge nach braucht nach den Angaben auf pag. 32 ff. nicht mehr zurückgekommen zu werden.

Dagegen ist noch auf die Idee von DU BOIS hinzuweisen, die empirischen Ergebnisse für cylindrische Stäbe dadurch mit der Theorie wenigstens in einen gewissen Zusammenhang zu bringen, dass man aus ersteren die Werthe des Entmagnetisirungsfaktors oder Gestaltsfaktors (pag. 146 u. 151) ableitet, die man dann mit den entsprechenden Werthen für Rotations-Ellipsoide vergleichen kann. Unter Benutzung von Versuchen von EWING und TANAKADATÉ erhält DU BOIS für verschiedene Werthe v des Verhältnisses der Länge zur Dicke resp. der Polar- zur Aequatorialaxe folgende Werthe von N (resp. ϵ).

v	N		v	N	
	Cylinder	Rot.-Ellipsoid		Cylinder	Rot.-Ellipsoid
0	12·5664	12·5664	50	0·0126	0·0181
1	—	4·1888	100	0·0045	0·0054
5	—	0·7015	300	0·00050	0·00075
10	0·2160	0·2549	1000	0·00005	0·00008
20	0·0775	0·0848	∞	0	0
30	0·0393	0·0432			

Der Entmagnetisirungsfaktor ist also bei gleichem v für den Cylinder stets kleiner als für das Ellipsoid, und zwar bis zu 40%; oder anders ausgedrückt: ein Cylinder verhält sich wie ein um 10—20% längeres Ellipsoid. Wie man sieht, ist der Cylinder eine für die Magnetisirung günstigere Form als das Ellipsoid[2]).

Polabstand. Bei dieser Gelegenheit seien die wichtigsten Polabstände, von denen schon mehrfach die Rede war, übersichtlich zusammengestellt; p ist der Polabstand, l die Länge oder grösste Ausdehnung des betreffenden Körpers:

[1]) LENZ u. JACOBI, POGG. Ann. 47, pag. 235. 1839; 61, pag 255. 1844. — v. WALTENHOFEN, Wien. Ber. 52, pag. 87. 1865. — DUB, POGG. Ann. 90, pag. 250. 1853; 94, pag. 580. 1855; 102, pag. 208. 1857; 120, pag. 557. 1863. — Der Elektromagnetismus, Berlin 1861. — MÜLLER, POGG. Ann. 79, pag. 337. 1850; 82, pag. 181. 1851; G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 117, pag. 236. 1862. — D. Lehre v. d. Elektr. (3) 3, pag. 484 ff. — v. FEILITZSCH, POGG. Ann. 80, pag. 321. 1850. — RUTHS, a. a. O. — AUERBACH, WIED. Ann. 11, pag. 353. 1880. — v. WALTENHOFEN, WIED. Ann. 27, pag. 630. 1886; 32, pag. 133. 1887.

[2]) DU BOIS, WIED. Ann. 46, pag. 495. 1892.

Sehr langer dünner Draht: $p = \quad l$
Langer dünner Stab: $p = 0{\cdot}9\ l$
Gewöhnlicher Stab: $p = 0{\cdot}83\ l$
Ellipsoid, Kugel, Scheibe (Magnetspiegel): $p = 0{\cdot}67\ l$.

Dies die Pole für Fernwirkung; die Abstände der »äquivalenten Pole« für Nahwirkung (pag. 48) sind:

Dünner Stab: $p = 0{\cdot}72\ l$
Sehr gestrecktes Ellipsoid: $p = 0{\cdot}77\ l$
Kugel: $p = 0$.

Diese Zahlen haben aber nur beschränkte Giltigkeit (vergl. a. a. O.).

3) Von dem Einflusse des Materials, seiner Qualität und seiner Vertheilung (Stahl, Eisen, Guss-, Schmiedeeisen, Pulver u. s. w.) wird im nächsten Artikel die Rede sein.

4) Tragkraft und Anziehung der Magnete. — Die oben gemachte Bemerkung von der beschränkten Gültigkeit der Resultate gilt in ganz besonderem Maasse von den überaus zahlreichen Untersuchungen über die Tragkraft und die Anziehungskraft der Magnete. Die Form der Magnete, die Art der Berührung mit dem getragenen Anker, die magnetische Vertheilung in beiden Körpern u. s. w. kann eine so verschiedenartige sein, und die Zusammenwirkung dieser Faktoren ist fast stets eine so verwickelte, dass jenes Urtheil auch durchaus erklärlich erscheint. Dass man trotzdem in einfachen Fällen zuverlässige Schlüsse ziehen kann, ist oben bei der Zugkraftmethode und der du Bois'schen Waage gezeigt worden (pag. 165). Aus der übrigen Literatur sei folgendes Wenige herausgehoben. Theoretisch hat Stefan[1]) einige Fälle behandelt. Für den Fall, dass Magnet und Anker zusammen eine Kugel vom Radius r bilden, die ebene Trennungsfläche auf der Axe der Magnetisirungsrichtung senkrecht steht, und die vom Kugelcentrum nach Mittelpunkt und Rand der Trennungsebene gezogenen Linien den Winkel α bilden, fand er, indem er die Wirkung der Grenzschichten mit der Fernwirkung der übrigen magnetischen Massen combinirte:

$$T = \pi^2 r^2 \sin^4 \alpha \cdot J^2,$$

und wenn beide Körper Halbkugeln sind, $T = \pi^2 r^2 J^2$; hieraus kann man dann die Tragkraft für die Einheit der Grenzfläche und für die Volumen- (Gewichts-) Einheit ableiten. Die Tragkraft ist also mit dem Quadrat der Intensität der Magnetisirung proportional. Ein zweiter Fall ist der zweier Kugeln, den man mit dem vorigen vergleichen kann; für zwei gleich grosse Kugeln mit punktförmiger Berührung wird T das $\frac{2}{3}$fache des Werthes für die Halbkugeln, für eine grosse und eine kleine Kugel sogar doppelt so gross wie für ein grosses und ein kleines Kugelsegment. Man ersieht daraus, dass die Fernwirkung ebenso wichtig wie die Grenzwirkung ist und sie sogar zuweilen übertrifft. Drittens sollen Magnet und Anker die beiden Theile eines Ringes bilden, und zwar so, dass der Mittelfaden die Trennungsflächen q unter dem Winkel ε trifft; dann ist bei gewissen Voraussetzungen

$$T = 2\pi q \sin \varepsilon \cdot J^2;$$

für zwei Halbkreise wird also

$$T = 2\pi q J^2, \qquad T_1 = 2\pi J^2,$$

letzteres für die Flächeneinheit. Maassgebend ist also wieder das Quadrat der magnetischen Intensität. Da ferner (pag. 172) J höchstens den Werth 1700 hat, ergiebt sich das Maximum der Tragkraft zu rund $12\frac{1}{2}$ K pro qcm. Hiermit

[1]) Stefan, Wien. Ber. 81 (2), pag. 89. 1880.

stimmen experimentelle Resultate von ROWLAND[1]) und v. WALTENHOFEN[2]) recht gut überein. Das Maximum von T für die Gewichtseinheit ist ebenfalls mehrfach, jedoch nicht übereinstimmend ermittelt worden; z. B. fand SIEMENS[3]) das rund 400fache Gewicht.

Was dagegen die Beziehung zwischen T und J betrifft, so herrscht unter den Beobachtern, die überdies meist gar nicht J, sondern nur die Stärke des magnetisirenden Stromes ermittelt und angegeben haben, keine Uebereinstimmung. Während einige in Bestätigung der STEFAN'schen Formeln J^2, finden andere, z. B. noch neuerdings SIEMENS[4]), J selbst für T maassgebend, und letzterer findet dies auch mit seinen theoretischen Vorstellungen in Uebereinstimmung, noch andere, wie WASSMUTH[5]), finden keines der beiden Gesetze giltig, sondern eine weit complicirtere Beziehung. Dabei leisten Systeme, welche durch die Anker geschlossen werden, naturgemäss mehr als andere. Auch mit der Berührungsfläche ist T nicht einfach proportional, am ehesten noch bei sehr kräftiger Magnetisirung, was erklärlich ist, da die von STEFAN angenommene, gleichförmige Vertheilung über die Fläche bei starker Magnetisirung annähernder als bei schwacher erreicht ist[6]).

F. AUERBACH.

Magnetismus der verschiedenen Körper.

Uebersicht. Das Eisen ist im Hinblick auf die magnetischen Erscheinungen zwar weitaus der wichtigste aller Stoffe, der magnetischen Eigenschaft sind aber, wie sich im Laufe der Zeit herausgestellt hat, auch die anderen Stoffe mehr oder weniger fähig, und einige von ihnen stehen dem Eisen nur wenig oder gar nicht nach, während andererseits auch unter den verschiedenen Sorten des Eisens und insbesondere zwischen Eisen und Stahl grosse quantitative und qualitative Unterschiede bestehen. Diesen specifischen Eigenthümlichkeiten der Stoffe ist das vorliegende Kapitel gewidmet. Es lässt sich für dasselbe eine Gliederung in folgender Weise vornehmen. Es hat sich nämlich herausgestellt, dass der Zustand, in den die Körper gelangen können, nicht schlechthin magnetisch genannt werden darf, sondern dass dabei ein akuter Gegensatz auftritt, indem sich manche Stoffe gerade umgekehrt wie die übrigen verhalten; man unterscheidet demgemäss zwischen paramagnetischen (oder kurz magnetischen) und diamagnetischen Stoffen. Ferner ist schon aus den Grundlagen des vorigen Artikels klar, dass die Erscheinungen, welche kräftig magnetisirbare und nur schwach magnetisirbare Stoffe darbieten, nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ verschieden ausfallen werden, indem alle secundären Erscheinungen, wie die innere Induction, die Nachwirkung, die Remanenz, bei jenen von entscheidender Wichtigkeit sind, bei diesen aber so gut wie gänzlich fehlen; man muss daher auch zwischen stark-

---

[1]) ROWLAND, Phil. Mag. (4) 46, pag. 140. 1873.
[2]) v. WALTENHOFEN, POGG. Ann. 142, pag. 252. 1871.
[3]) SIEMENS, WIED. Ann. 14, pag. 640. 1881; Wiss. Abh., pag. 334.
[4]) SIEMENS, WIED. Ann. 14, pag. 640. 1881; Wiss. Abh., pag. 334.
[5]) WASSMUTH, Wien. Ber. 85 (2), pag. 327. 1882.
[6]) Weitere Literatur: LENZ und JACOBI, DUB (Elektromagnetismus), TYNDALL, JOULE, DU MONCEL, RICHIE, FECHNER, POGGENDORFF, HAECKER u. A. m.

magnetischen und schwach-magnetischen Stoffen unterscheiden. Hiernach würden sich vier Klassen von Stoffen ergeben, wenn nicht thatsächlich die eine von ihnen in der Natur fehlte und auch künstlich bisher noch nicht hergestellt worden wäre, nämlich die Klasse der stark diamagnetischen Stoffe. Ferner zeigen die schwach-magnetischen und die schwach-diamagnetischen Stoffe, eben wegen der Schwäche ihrer Eigenschaften ein, abgesehen von der Gegensätzlichkeit ganz analoges Verhalten, sodass kein Grund vorliegt, sie getrennt zu behandeln. Eher führt die experimentelle Verschiedenheit zu einer getrennten Behandlung der festen, flüssigen und gasförmigen schwach-magnetischen Körper. Endlich ist zu beachten, dass bei diesen Erörterungen bisher ebenso wie im vorigen Artikel immer stillschweigend angenommen worden ist, dass es sich um isotrope Körper handelt; es ist also schliesslich ein Abschnitt über den Krystall-Magnetismus hinzuzufügen. Uebrigens ist es verständlich, dass es auf einem Gebiete wie dem vorliegenden, wo es sich um unzählige verschiedene Stoffe handelt, das Material ein besonders ausgedehntes ist, und es kann daher hier nur das Wichtigste Berücksichtigung finden.

Ferromagnetismus.

Für den Inbegriff der Erscheinungen, welche stark-magnetisirbare Stoffe darbieten, hat DU BOIS[1]) den sehr zweckmässigen Namen Ferromagnetismus vorgeschlagen, der bis dahin vielfach, z. B. von W. THOMSON, in weiterem Sinne gebraucht worden war; im Princip lässt sich natürlich keine untere Grenze für das, was man noch Ferromagnetismus nennen soll, angeben; die thatsächlichen Verhältnisse aber lehren, dass zu der genannten Gruppe nur sehr wenige Stoffe gehören, nämlich Eisen, Nickel und Kobalt, die unter dem Namen Stahl bekannten kohlenhaltigen Eisensorten und diejenige Verbindung des Eisens, welche als Magneteisenstein zuerst zur Entdeckung der magnetischen Erscheinungen geführt hat.

Eisen und Stahl. Die verschiedenen Eisen- und Stahlsorten unterscheiden sich, von weniger wichtigen Umständen abgesehen, in chemischer und in physikalischer Hinsicht: in jener, insofern sie einen geringeren oder grösseren Betrag von Kohlenstoff enthalten, der bei Schmiedeeisen sehr gering ist, bei den Stahlsorten $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ %, bei Gusseisen 2—3 % und bei Spiegeleisen bis zu 5 % ausmacht; in dieser Hinsicht, insofern sie verschiedene Härte besitzen, vom weichsten Schmiedeeisen an bis zum glasharten Stahl. Ueber die Beziehung zwischen diesen beiden Eigenschaften und dem magnetischen Verhalten hatte man bis vor kurzem die folgende einfache und allgemein bekannt gewordene Vorstellung, die man aus dem zahlreichen, sich zum Theil freilich stark widersprechenden Beobachtungsmaterial entnehmen zu können glaubte. Je weicher und kohleärmer das Eisen ist, desto stärkeren temporären Magnetismus nimmt es unter der Wirkung einer bestimmten Kraft an, desto geringeren Magnetismus bewahrt es aber nach dem Aufhören dieser Kraft; die beiden Grenzfälle sind also die des reinen, ganz weichen Eisens, welches stark magnetisch, dann aber wieder völlig unmagnetisch wird, und des glasharten Stahls, der einen verhältnissmässig nur geringen Magnetismus, diesen aber dauernd annimmt. Die Theorie der drehbaren Molekularmagnete und die Idee der Coërcitivkraft machen nicht nur beide Erscheinungen, sondern auch ihren inneren Zusammenhang verständlich. Auch ergeben sich dann zwanglos zahlreiche weitere für die verschiedenen Eisensorten charakteristische Erscheinungen, wie das schnellere oder langsamere Ansteigen des Magnetismus mit der Kraft, der frühere oder spätere Eintritt der Sättigung, die

---

[1]) DU BOIS, WIED. Ann. 46, pag. 485. 1892.

verschiedene Lage des Inflexionspunkts der Magnetisirungscurve u. s. w. Trotzdem muss diese ganze Vorstellung in ihrer einfachen Form als veraltet bezeichnet werden; sie behält zwar ihren Werth für viele Fälle der Praxis, z. B. für die Herstellung von Dauermagneten aus hartem Stahl und von vorübergehenden Magneten aus weichem Schmiedeeisen bei, den principiellen Verhältnissen wird sie aber in keiner Weise gerecht, und es kann daher unterbleiben, die zahlreichen Ergebnisse mitzutheilen, zu denen selbst die hervorragendsten Forscher auf diesem Gebiete, wie BARLOW, MÜLLER, DUB, WIEDEMANN, v. WALTENHOFEN, JAMIN, FROMME, RUTHS u. s. w. in älterer Zeit und noch bis vor kurzem gelangt sind; nur als Beispiele und für den ungefähren Anhalt mögen folgende Zahlen dienen:

1) nach J. MÜLLER[1]):

Sorte	temp. Magn.	reman. Magn.
Schmiedeeisen . . .	0·490	0
Gewalztes Eisen . .	0·474	0
Geglühter Stahl . .	0·404	3·5°
Angelassener Stahl. .	0·393	7°
Harter Stahl	0·259	9°
Gusseisen	0·220	1°

Die temporären Zahlen sind relative, die remanenten Grade, zur Umrechnung diene, dass die Remanenz bei hartem Stahl 55% betrug. Je kleiner der temporäre, desto grösser ist, wie man sieht, der remanente Magnetismus, nur bei Gusseisen sind beide sehr klein.

2) Nach COULOMB[2]); Verhältnisszahlen des maximalen remanenten Magnetismus für bei verschiedenen Temperaturen abgelöschten Stahl, der dann wieder angelassen, also erst immer härter, dann wieder immer weicher gemacht wurde:

Temperatur des	Ablöschens				Anlassens		
bis	875°	975°	1075°	1187°	267°	512°	1250°
Rem. Magn.	1	1·42	2·11	2·18	2·07	1·77	1·00

Die Wirkung des Ablöschens fängt also erst bei 875° an, durch Anlassen wird sie wieder aufgehoben.

3) nach G. WIEDEMANN[3]) für verschiedene Kräfte, alles Relativzahlen (z. Thl. interpolirt):

Kraft		14·0	28·2	45·6	91·5
Temp. Magn.	Weiches Eisen . .	41·5	86·0	142·0	269·5
	Harter Stahl . . .	28·5	55·6	87·0	184·8
Stahl : Eisen		0·69	0·65	0·61	0·68

Kraft		7·4	20·8	52·3	99·1	130·0
Rem. Magn.	Weiches Eisen . .	4·1	7·4	9·4	9·6	9·7
(Nach mehrfacher	Weicher Stahl . .	6·6	16·3	31·2	40·7	43·9
Wiederholuug)	Harter Stahl . . .	7·5	15·0	35·5	69·3	82·6

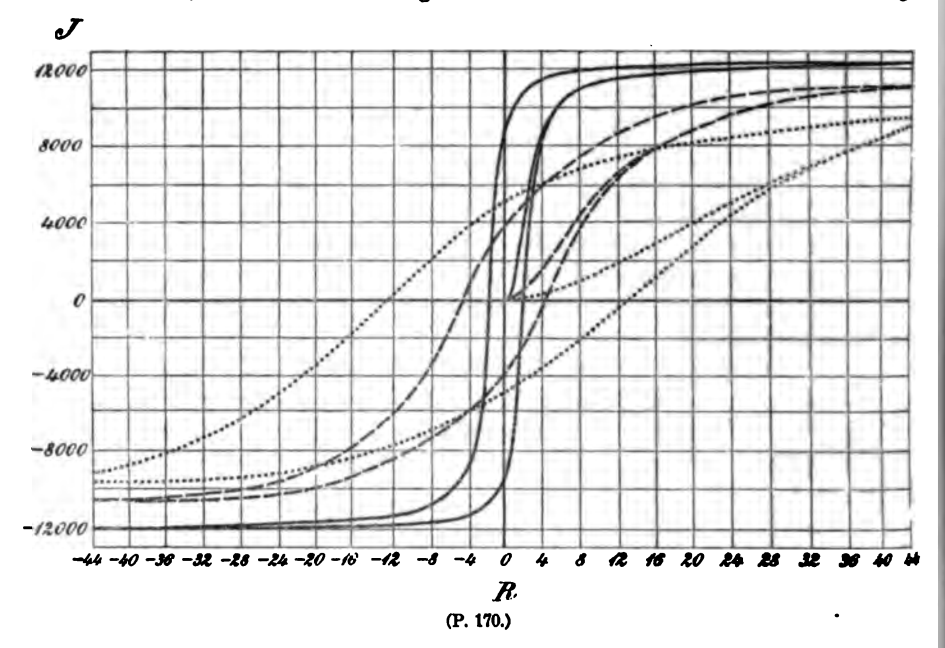
Beim Stahl ist also der temporäre Magnetismus kleiner und wächst auch relativ langsamer als beim Eisen, der remanente dagegen ist grösser und wächst auch viel stärker.

[1]) J. MÜLLER, POGG. Ann. 85, pag. 157. 1852.

[2]) COULOMB, s. WIED. Galv. (3) 3, pag. 557.

[3]) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 100, pag. 235. 1857, und 106, pag. 169. 1859.

Kehren wir nun zu unserer Hauptbetrachtung zurück. Die Gründe, welche die Einfachheit der obigen Vorstellungen über den Haufen werfen, sind zahlreich. Zunächst ist, wie wir aus dem vorigen Artikel wissen, die Form der Körper von grossem Einfluss auf ihre Magnetisirung, es ist also nicht erlaubt, Körper verschiedener Form, wie dies vielfach geschehen ist, mit einander zu vergleichen. Noch wesentlicher ist aber der Einfluss der Form auf die Remanenz, und es ist besonders hervorgehoben worden, dass derselbe Stoff, also z. B. genau dieselbe Eisensorte bei verschiedener Form einen sehr verschiedenen Bruchtheil ihres Magnetismus dauernd bewahrt; man muss eben unterscheiden zwischen demjenigen Werthe des remanenten Magnetismus, welcher auftritt, wenn keine entmagnetisirende Kraft nachwirkt, was bei Ringen



(P. 170.)

und langen dünnen Stäben der Fall ist, und den mehr oder weniger kleineren Werthen bei Schwächung durch eine entmagnetisirende Kraft. Wie gross diese Schwächung meist ist, geht am besten daraus hervor, dass man früher meist schlechtweg sagte, weiches Eisen zeige keinen oder nur ganz geringen remanenten Magnetismus, während z. B. die Tabelle auf pag. 172 erkennen lässt, dass er bei einem dünnen Drahte rund 80% des gesammten Magnetismus ausmacht. Dabei kommt ein weiterer Umstand sehr wesentlich in Betracht, nämlich die Art und Weise, wie das Eisen magnetisirt und wieder entmagnetisirt worden ist, und ob dieser Process einmal oder wiederholt stattgefunden hat. Am deutlichsten kann man alle diese Verhältnisse sich durch Betrachtung eines Kreisprocesses von der Art des in Fig. 168 dargestellten veranschaulichen. In Fig. 170 ist ein solcher für weiches Eisen (ausgezogen), hartgezogenes Eisen (gestrichelt) und harten Stahl (punktirt) neben einander verzeichnet. Wie man sieht, steigt allerdings die Curve beim Stahl nicht so schnell und nicht so hoch wie beim weichen Eisen, d. h. der Stahl wird langsamer und schwächer magnetisirt, aber auf dem Rückwege schneidet die Stahlcurve die Ordinatenaxe nicht in einem höheren, sondern in einem tieferen Punkte als die Eisencurve, d. h. der remanente Magnetismus des Stahls ist in diesem Falle kleiner als der des Eisens, und man

würde also zu einem völligen Gegensatze zu der früheren Anschauung gelangen, wenn man nicht durch weiteren Verfolg der Curve einsähe, wo die Versöhnung zu suchen ist. Die Eisencurve fällt nämlich links von der Ordinatenaxe sehr rasch, die Stahlcurve viel langsamer ab, und der Abscissenwerth, wo die negative Abscissenaxe geschnitten wird, also die »Coërcitivkraft« im quantitativen Sinne des Wortes (pag. 175) ist bei Stahl viel grösser als bei Eisen; mit anderen Worten: der remanente Magnetismus des Stahls ist beständiger als der des Eisens, er kann nur durch eine viel grössere Kraft zerstört werden. Man hat eben früher den Fehler gemacht, die Coercitivkraft durch den remanenten Magnetismus zu messen, während es doch zwei selbständige Grössen (Abschnitte der negativen Abscissenaxe und Abschnitt der positiven Ordinatenaxe) sind. — Das gehärtete Eisen nimmt in allen diesen Hinsichten eine gewisse Mittelstellung zwischen weichem Eisen und hartem Stahl ein. Zu besonderer Betrachtung bietet noch das erste Stück der Curve Anlass, welches zu dem eigentlichen Process nicht gehört, sondern die Magnetisirungscurve für »frisches« Material bedeutet. Gerade diese Curve ist je nach dem Härtegrade sehr verschieden gestaltet, das erste, langsam ansteigende Stück ist desto kürzer, je weicher das Eisen ist, die Curve steigt in Folge dessen bei weichem Eisen viel rascher an als bei hartem, und v. WALTENHOFEN[1]) hat sogar eine Methode und einen mehrfach vervollkommneten und vereinfachten Apparat vorgeschlagen, um durch Ausmessung dieser Curve den Härtegrad von Stahlsorten zu bestimmen.

Die Form der Eisenkörper bringt auch noch in anderer Weise eine nicht unwesentliche Verschiedenheit mit sich, nämlich in Bezug auf die Homogenität der gehärteten Eisenmasse. Das Härten wird bekanntlich entweder auf mechanischem Wege, z. B. durch Hämmern oder Strecken oder aber — ebenso wie das Weichmachen — auf thermischem Wege erzielt, indem der Körper erhitzt, bei einer bestimmten Temperatur abgelöscht, d. h. plötzlich abgekühlt wird, wodurch er hart wird, und dann eventuell wieder geglüht wird, wodurch er seine Härte wieder mehr oder weniger einbüsst. Fast alle diese Processe wirken aber von der Oberfläche des Körpers aus, erstrecken sich nur abgeschwächt in sein Inneres und geben also dünneren Körpern eine homogenere Umgestaltung als voluminösen Körpern, wie denn z. B. der Aehnlichkeitssatz von THOMSON (pag. 147) nach H. MEYER[2]) BARUS u. A. für Stahl seine Gültigkeit verliert, was bei homogenem Material unverständlich wäre. Dabei spielt ferner in leicht begreiflicher Weise die Ablöschungs- resp. Anlassungstemperatur, die Höhe und Dauer des Glühens, Streckens u. s. w., die Häufigkeit der Wiederholung dieser Processe und noch mancher andere Umstand eine wichtige Rolle, sodass man die Complikation dieses Problems einsieht und sich nicht wundern wird, wenn aus den meisten bezüglichen Experimentaluntersuchungen sichere und allgemeine Schlüsse nicht zu ziehen sind.

Eine der brauchbarsten und werthvollsten Arbeiten dieser Art ist jedenfalls die von BARUS und STROUHAL[3]). Alle erwähnten Umstände wurden hierbei berücksichtigt, und die Härte der verschiedenen Drähte, die benutzt wurden, wurde durch ihren elektrischen Leitungswiderstand bestimmt, eine Methode, die, wie BARUS vorher gezeigt hatte, relativ sehr zuverlässig ist. Ein Theil der Ergebnisse

---

[1]) v. WALTENHOFEN, DINGL. Pol. Journ. 170, pag. 201. 1863; 217, pag. 357. 1875; 232, pag. 141. 1879.

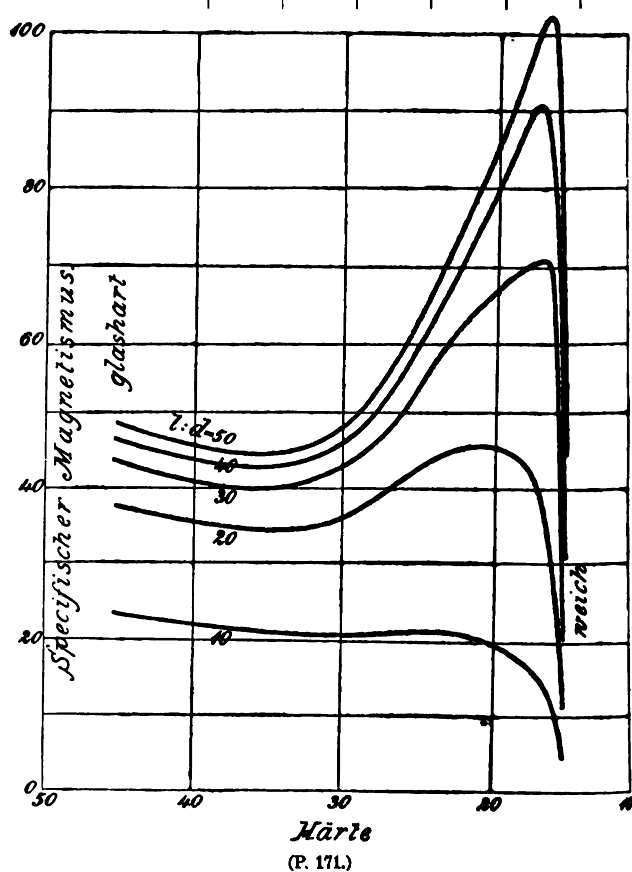
[2]) H. MEYER, WIED. Ann. 18, pag. 248. 1883.

[3]) BARUS u. STROUHAL, Bull. Un. States Geol. Surv. No. 14. 1885.

ist in der folgenden Tabelle zahlenmässig und in der ihr entsprechenden Fig. 171 graphisch dargestellt. Die erste Spalte der Tabelle giebt die Behandlung resp. den Zustand des Eisens an, die zweite die elektrisch bestimmte Härte, die folgenden den specifischen Magnetismus für 5 verschiedene, darüber stehende Dimensionsverhältnisse $l:d$ (Länge : Dicke).

Härtezustand	Härte	Specif. Magnetismus				
		10	20	30	40	50
Glashart	45·3	23·5	37·6	43·6	46·5	48·3
Angelassen 1 St. in Wasserdampf v. 100°	40·2	22·2	35·7	41·3	44·2	46·0
" 3 " " " " "	37·9	22·3	35·3	40·8	43·3	45·0
" 6 " " " " "	36·6	22·3	35·3	40·6	43·1	44·8
" 10 " " " " "	35·7	22·3	35·2	40·6	43·1	44·8
" 20 Min. in Anilindampf v. 185°	30·2	20·8	36·0	42·9	46·2	48·3
" 1 St. in " " "	28·5	20·8	37·4	45·1	48·8	51·2
" 3 " " " " "	26·7	21·4	40·2	49·4	53·8	56·5
" 7 " " " " "	25·1	21·9	43·3	54·3	59·6	63·0
" 13 " " " " "	23·8	21·4	44·7	57·8	64·3	68·2
" 10 Min. im Zinnbad v. 240°	23·0	21·0	45·2	59·3	66·5	70·9
" 1 " " Bleibad " 330°	19·5	19·3	45·8	67·0	80·4	87·3
" 1 St. " Zinkbad " 420°	16·7	15·2	40·8	71·3	91·3	101·8
Weich	15·3	4·3	11·2	20·5	31·8	44·6

Wie man sieht, ist der Verlauf der Curven zwar, wenigstens theilweise, ein ähnlicher, einfach ist er aber durchaus nicht, es treten Maxima und Minima auf, und die den verschiedenen Dimensions-Verhältnissen entsprechenden Curven liegen so verschieden hoch, dass die Unvergleichbarkeit der Magnetismen verschiedener Härtegrade ohne Rücksicht auf die Dimensionen in die Augen springt.



(F. 171.)

Mit der zahlenmässigen Feststellung der verschiedenen magnetischen Charakteristiken der Eisensorten haben sich besonders EWING, HOPKINSON und HOLBORN beschäftigt. Es handelt sich dabei hauptsächlich um maximale temporäre und remanente Induction U und U', um

die Constanten $\varkappa$ oder μ, um die »Coërcitivkraft« C und um die bei dem maximalen Kreisprocess zerstreute Energie E — sämmtlich Grössen, welche von Wichtigkeit sind, da sie sich von Sorte zu Sorte unabhängig von einander und durchaus nicht parallel ändern, weil eben die Magnetisirungscurven in jeder Hinsicht verschieden verlaufen. Die erste der folgenden Tabellen enthält eine kleine Auswahl der HOPKINSON'schen für $R = \pm 240$ geltenden Resultate[1]), die zweite, die die Maxima von $\varkappa$ und μ sowie die R-Werthe, für die sie eintreten, enthält, rührt von EWING[2]) her.

Sorte	Härtezustand	U	U'	C	E (in Erg.)
1) Schmiedeeisen	Langs. gekühlt	18251	7248	2·30	13356
2) Hämmerb. Gusseisen . .	„ „	12408	7479	8·80	34742
3) Graues Gusseissen . . .	—	10783	3928	3·80	13037
4) Graues kohlenhltg. Gusseis.	—	9148	3161	13·67	39789
5) Halbirtes Gusseisen . .	—	10546	5108	12·24	41072
6) Weisses Gusseisen . . .	—	9342	5554	12·24	36383
7) Weicher Bessemerstahl . .	—	18196	7860	2·96	17137
8) „ Whitworthstahl .	Langs. gekühlt	19840	7080	1·63	10289
9) „ „ (mehr Kohle)	Langs. gekühlt	16120	10740	8·26	42366
10) „ „ „	In Oel gehärtet	16120	8736	19·38	99401

Der Kohlegehalt beträgt bei 7) 0·045%, 8) 0·09%, 9) und 10) 0·89%, bei 6) 2·036%, bei 5) 2·581% und bei 4) 3·455%. Ausserdem enthalten 7—10) 0·015 bis 0·08% an Mangan, Silicium, Schwefel und Phosphor, bei 4—6) sind diese Stoffe bis zu 0·6%, Silicium sogar bis zu 2·04% vorhanden. Der remanente Magnetismus schwankt, wie man sieht, zwischen 34 und 66% des temporären, am günstigsten in Bezug auf temporären Magnetismus und Kleinheit der Coërcitivkraft (und von E) verhält sich weicher Whitworthstahl, nächstdem Schmiedeeisen; im übrigen sei auf die Zahlen selbst verwiesen; nur sei, um einem naheliegenden Zweifel zu begegnen, bemerkt, dass die U u. s. w. die unter gewöhnlichen Umständen zu erreichenden Maxima sind — die Isthmusmethode z. B. erlaubt für Schmiedeeisen U bis über 40000 hinaufzutreiben (s. pag. 172)

Eisensorte	$\varkappa$	μ	R
Klavierdraht, glashart	9·3	118	55
„ normal	22	273	39
Stahldraht, hart gezogen	25	320	30
Eisendraht, „ „	36	450	17
Stahldraht, geglüht	37	470	18
Eisendraht, „	162	2040	4·1
„ stärker geglüht	212	2670	2·8
„ sehr weich	279	3500	2·1

Die Drähte sind nach steigendem $\varkappa$ und μ geordnet, wobei, wie man sieht, gleichzeitig R abnimmt; d. h. je grösser das Maximum von $\varkappa$ ist, bei desto kleinerer Kraft tritt es bereits ein. Hieran liegt es auch, dass die Sorten sich hinsichtlich des Werthes von $\varkappa$ viel stärker unterscheiden als in den Werthen von J oder U.

Besondere Stahllegirungen. Ausser den kohlehaltigen Eisensorten hat man neuerdings auch vielfach solche hergestellt und magnetisch untersucht,

[1]) J. HOPKINSON, Trans. R. Soc. 1885, 2, pag. 463.

[2]) EWING, Trans. R. Soc. 1885, 2, pag. 581.

welche erhebliche Mengen anderer Stoffe, namentlich Silicium, Chrom, Wolfram und Mangan enthalten. Siliciumstahl bietet nach HOPKINSON keine besonderen Merkwürdigkeiten hinsichtlich der Grössen U, U', C und E der obigen Tabelle dar; es verhält sich etwa wie kohlereicher Whitworthstahl. Dagegen besitzen Chromstahl und Wolframstahl eine etwas geringere temporäre, ersterer auch etwas geringere remanente Magnetisirbarkeit, andererseits aber beide eine ganz kolossale Coërcitivkraft, die im härtesten Zustande bei jenem bis zu 40, bei diesem sogar über 50 hinaus ansteigt, also 20—25mal so gross ist wie im weichen Eisen und 2—3mal so gross wie beim harten Whitworthstahl; die bei einem maximalen Kreisprocess zerstreute Energie erreicht daher auch sehr grosse Werthe (für $R = 240$ z. B. bis über 200000 Erg.). Am seltsamsten verhält sich Manganstahl, wie die folgenden HOPKINSON'schen Zahlen erkennen lassen.

Sorte	Zustand	§ Mn.	U	U'	C	E
Manganstahl	weich	4·73	10578	5848	33·9	113963
„	hart	„	4769	2158	27·6	41941
„	weich	8·74	1985	540	24·5	15474
„	hart	„	733	—	—	—
HADFIELD's Manganstahl	„	12·36	310	—	—	—

Der 4proc. harte Manganstahl ist also noch $\frac{1}{4}$ so stark magnetisirbar wie gewöhnlicher, der 8proc. nur noch $\frac{1}{20}$ so stark und der 12proc. fast gar nicht mehr; dabei ist die Coercitivkraft ausserordentlich gross, bei dem HADFIELD-schen aber die Remanenz trotzdem äusserst schwach, vielleicht überhaupt nicht vorhanden; die Permeabilität μ ist für ihn etwa 1·4, also überaus klein und dabei fast constant. Aehnlich unmagnetisch bei gewöhnlicher Temperatur ist auch eine mit 25§ Nickel legirte Eisensorte, was besonders merkwürdig ist, da Nickel selbst so stark magnetisch ist (s. w. u.).

HOLBORN[1]) hat besonders den Einfluss der Härtungstemperatur für gewöhnlichen Wolframstahl untersucht und gefunden, dass die wirkliche Härtung erst bei 750° eintritt, dass hierbei der temporäre Magnetismus ab-, der remanente bis auf das vierfache zunimmt, dass jedoch jenseits 850° beide Grössen abnehmen, so dass letzterer bei 1000° nur noch $\frac{2}{3}$ seines grössten Werthes beträgt; der gewöhnliche und der Wolframstahl verhielten sich fast gleich. Es muss jedoch bemerkt werden, dass diese Ergebnisse zunächst nur für die betreffenden Versuchsverhältnisse (ziemlich dicke, kurze Stäbe u. s. w.) zu gelten brauchen. (Vergl. auch w. u. »Magnetismus und Wärme«.)

Von anderen Untersuchungen seien noch die von NEGBAUR[2]) (22 Eisen- und Stahlsorten, am stärksten magnetisirbar ganz weiches und Flusseisen, von den Stahlen Bessemer- und zweimal raffinirter Löwenstahl), von P. MEYER[3]) (Manganstahl) und von DU BOIS[4]) (Eisen, Stahl, Manganstahl für Kräfte bis zu sehr hohen Werthen) erwähnt; letzterer zieht aus seinen magnetometrischen und magnetooptischen Beobachtungen am Manganstahl (12§) den Schluss, dass dieses Material sehr heterogen in magnetischer Hinsicht, also für exakte Zwecke untauglich ist.

---

[1]) HOLBORN, Beibl. 1893, pag. 957; vergl. auch eine ältere Abh. mit z. Thl. etwas abweichenden Zahlen, Zeitschr. f. Instr.-K. 1891, pag. 113.

[2]) NEGBAUR, El. Z. 1889, pag. 348.

[3]) P. MEYER, El. Z. 1889, pag. 582.

[4]) DU BOIS, Phil. Mag. (5) 29, pag. 293. 1890.

Die angeführten Zahlen bilden das Material für die Entscheidung der Frage, was für Eisen- resp. Stahlsorten man für bestimmte praktische Zwecke zu wählen habe, wobei es darauf ankommt, ob man starken temporären, starken permanenten Magnetismus oder starke Permeabilität braucht. Es muss aber in dieser Hinsicht auf die elektrotechnische Literatur verwiesen werden.

Magneteisenstein. Die Angaben über dieses Mineral lauten ausserordentlich verschieden, was z. Thl. auf die sehr schwankende chemische Beschaffenheit desselben (von zwei von ABT benutzten Stücken enthielt z. B. das eine 17, das andere 61 § Eisen), z. Thl. auf die verschiedene Form der den Beobachtungen zu Grunde liegenden Stücke zu schieben ist. BECQUEREL fand den specifischen Magnetismus etwa halb so gross wie beim Eisen. A. L. HOLZ[1]) verglich den Magnetit mit Stahl und fand den temporären Magnetismus in drei Fällen ziemlich übereinstimmend zu 93, 84, 77 § von dem des Stahls, den permanenten beträchtlich grösser und zwar in einem von der Kraft ziemlich unabhängigen Verhältnisse, im Mittel 1·3, 1·45, 1·55 bei den 3 Stücken. Trotzdem wird der Magnetit, wie HOLZ fand und sich nach den damaligen Vorstellungen noch nicht zu erklären vermochte, leichter entmagnetisirt, d. h. seine Coërcitivkraft ist kleiner. Zu qualitativ ähnlichen, quantitativ jedoch abweichenden Ergebnissen ist neuerdings ABT[2]) gelangt, der ungarischen Magnetit, und zwar zu gleichartigen Prismen verarbeitet, benutzte; das eine Stück (I.) enthielt (s. o.) 17, das zweite (II.) 61 § Eisen. Die folgende kleine Tabelle enthält für verschiedene, leider nicht in absolutem Maasse gegebene Kräfte R das Verhältniss der temporären (T) und permanenten (P) Magnetismen für Magnetit und glasharten Stahl:

I.	R	37·5	51·2	64·0	71·5	79·0	95·5	99·5
	T	0·25	0·23	0·21	0·20	0·18	0·24	0·24
	P	0·84	1·22	1·54	1·50	1·56	1·75	1·82
II.	R	38·5	50·5	65·8	72·2	82·0	94·0	98·5
	T	0·37	0·39	0·35	0·38	0·31	0·38	0·31
	P	2·00	2·61	2·73	2·65	2·57	2·24	2·21

Das Verhältniss der T ist also constant, bei I. etwa 0·22, bei II. etwa 0·36, d. h. der Magnetit nimmt etwa $\frac{1}{5}$—$\frac{2}{5}$ von dem temporären Magnetismus des Stahls an; dagegen ist der permanente (bis auf eine Ausnahme) bei Magnetit grösser, das Verhältniss wächst bei I mit steigender Magnetisirung bis zu 1·82, bei II wächst es bis 2·73, um dann wieder auf 2·21 abzunehmen. Die Zahlen beziehen sich auf die Gewichtseinheiten; für die Volumeneinheit wird die Ueberlegenheit des Magneteisensteins noch grösser.

Die einzigen absoluten Bestimmungen sind bisher von DU BOIS[3]), und zwar nach der optischen Methode (pag. 166) ausgeführt worden; hiernach steigt der Magnetismus des Magnetits mit der magnetisirenden Kraft rasch an und erreicht etwa bei $R = 1500$ das Maximum $= 350$, d. h. etwa $\frac{1}{4}$ von dem des Eisens. Der Werth des remanenten J' ist leider nicht angegeben.

Eisenpulver. Ueber den Magnetismus pulverförmigen Eisens haben COULOMB[4]), BÖRNSTEIN[5]), TÖPLER und v. ETTINGSHAUSEN[6]), v. WALTENHOFEN[7]), AUER-

[1]) A. L. HOLZ, WIED. Ann. 5, pag. 169. 1878.
[2]) ABT, WIED. Ann. 45, pag. 80. 1892.
[3]) DU BOIS, Phil. Mag. (3) 29, pag. 301. 1890.
[4]) COULOMB, vergl. WIEDEMANN, Galv. (2) 2, pag. 420.
[5]) BÖRNSTEIN, POGG. Ann. 154, pag. 336. 1875.
[6]) TÖPLER u. v. ETTINGSHAUSEN, POGG. Ann. 160, pag. 1. 1877.
[7]) v. WALTENHOFEN, Wien. Ber. 89 (2). 1873.

BACH[1]), HAUBNER[2]) u. A. Versuche angestellt. Die drei erstgenannten Versuchsreihen kommen nicht in Betracht, da sie veraltet resp. irrig oder nur gelegentlich angestellt sind. Die drei letztgenannten führen zu dem übereinstimmenden Resultate, dass der specifische Magnetismus von Eisenpulver kleiner ist als der von consistentem Eisen und dass er mit abnehmender Dichte ebenfalls abnimmt — eine Erscheinung, die verständlich ist, da die Wechselwirkung der Theilchen, die doch einen wesentlichen Antheil an der Magnetisirung hat, bei der Verdünnung immer schwächer wird; man kann sogar aus der Thatsache, dass der Magnetismus sehr stark abnimmt und zuletzt nur noch einen kleinen Bruchtheil seines vollen Werthes hat, schliessen, dass bei weitem der grösste Theil des Magnetismus des Eisens nicht von der äusseren Kraft, sondern von jener inneren Wechselwirkung herrührt. Quantitativ kommen freilich die drei genannten Autoren zu ziemlich verschiedenen Ergebnissen, wofür AUERBACH die Gründe z. Thl. erörtert hat. Nach ihm entsprechen den äussersten von ihm untersuchten Dichten, nämlich 0·0176 und 3·612 Magnetismen, die sich wie 1:4 verhalten, und für den Vergleich des ersteren Pulvers mit consistentem Eisen erhöht sich dies Verhältniss auf 1:7. Die Magnetisirungscurve, welche k (Verhältniss des Magnetismus zur Kraft) als Function der Kraft darstellt, verläuft bei Pulvern z. Thl. ähnlich wie bei consistentem Eisen, d. h. k wächst erst, erreicht ein Maximum und fällt dann ab; aber je dünner das Pulver ist, desto kürzer ist der ansteigende Ast, desto kleiner auch das Maximum, und für sehr dünne Pulver fehlt dieser Ast ganz, k fällt von Beginn an[3]). Der Werth der HAUBNER'schen Arbeit liegt hauptsächlich in der absoluten Bestimmung von Kraft und Magnetismus. Die Werthe von J sind bei ihm sehr klein, weil er die Pulver in die für die Magnetisirung ungünstige Kugelform brachte, aber auch die von dem Einfluss der Gestalt befreite Susceptibilität $\varkappa$ ist überaus klein, selbst für das dichteste Pulver und die stärkste Kraft ($R = 1825$) kleiner als 1, mit der Kraft aber nur sehr langsam steigend und dann gar nicht fallend, so dass es für die grössten Kräfte sich den Werthen für consistentes Eisen stark nähert (vergl. pag. 171). Die remanenten Magnetismen, die HAUBNER ebenfalls maass, sind wegen der bei der Kugel sehr starken entmagnetisirenden Nachwirkung minimal, zwischen 0 und 4 § der temporären schwankend; viel grösser — ebenso wie die hier bis 1071 ansteigende Induction J — sind sie bei einem Versuche mit ringförmig angeordnetem Pulver, wo sie bis 14 § steigen. AUERBACH sowohl wie HAUBNER haben aus ihren Zahlen Formeln für den Magnetismus als Function der Dichte abgeleitet und hieran theoretische Betrachtungen geknüpft, auf die jedoch nicht eingegangen werden kann.

Nickel. Die älteren Beobachter[4]) fanden meist, dass Nickel etwa ein drittel bis ein halb so stark magnetisch wird wie Eisen unter gleichen Umständen, und das hat sich auch neuerdings so ziemlich bestätigt. Die vollständigsten und zuverlässigsten Bestimmungen sind die von ROWLAND, EWING und DU BOIS, die sich insofern ergänzen, als sie sich auf verschiedene Gestalten (Ringe, Drähte, Stäbe), verschiedene Härtezustände beziehen und nach verschiedenen Methoden (Inductions-, magnetometrische, Isthmus-, optische) gewonnen sind.

---

1) AUERBACH, WIED. Ann. 11, pag. 35[illegible]. 1880.

2) HAUBNER, Wien. Ber. 83 (3), pag. 1167. 1881.

3) Hiermit ist ein Versuchsergebniss von BAUR, WIED. Ann. 11, pag. 411. 1880, wonach k bei Pulver sein Maximum später erreicht als bei consistentem Eisen, schwer in Einklang zu bringen.

4) Es sei besonders HANKEL erwähnt: WIED. Ann. 1. pag. 285. 1877.

1) ROWLAND[1]): gegossener Nickelring, maximale Werthe:

$\varkappa = 17{\cdot}6, \quad \mu = 222, \quad J = 434$ (für $R = 104$):

2) EWING[2]): ausgeglühter Nickeldraht bei kleinen bis mittleren Feldstärken:

R	J	$\varkappa$	R	J	$\varkappa$
0	22	—	24·6	325	13·2
4·0	36	—	52·6	371	7·1
6·5	83	12·8	79·7	392	4·9
8·0	177	22·1	100·4	401	4·0
9·5	223	23·5	0	284	—
10·9	251	23·0	— 7·5	0	—
12·3	273	22·2			

J wächst also zuerst rascher, dann langsamer als R, oder $\varkappa$ nimmt erst zu, dann ab; die $\varkappa$-Curve ist aber viel flacher als beim Eisen, und zwar auch relativ; denn während das J-Maximum etwa $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ desselben bei Eisen ist, beträgt das $\varkappa$-Maximum nur rund $\frac{1}{10}$ desselben für Eisen, auch tritt es erst bei einer etwa 3 mal so grossen Kraft, aber freilich umgekehrt schon bei sehr viel kleinerem J ein. Mit andern Worten: Die Magnetisirungscurve (J als Function von R) und die Curve für $\varkappa$ als Function von R steigen beim Nickel sanfter an als beim Eisen, die Curve für $\varkappa$ als Function von J, oder auch von μ als Function der Induction U (vergl. Fig. 165) hingegen steigt bei Nickel plötzlicher an als bei Eisen. Die vorletzte Zahl für J giebt den remanenten Magnetismus, er beträgt also 70% des temporären; die letzte Zahl für R giebt die Coërcitivkraft, sie ist im Vergleich zu weichem Eisen sehr beträchtlich. Noch viel grösser wurde sie freilich nach Härtung des Drahtes, nämlich gleich 18, während dabei $\varkappa$ auf 8·3 im Maximum herabsank.

3) DU BOIS[3]): hartgezogener Nickeldraht bei hohen Feldstärken und bei 100° (aus experimentellen Gründen); bei 0° würden die Zahlen etwas grösser sein (z. B. in der letzten Zeile 579 statt 525).

R	U	J	μ	$\varkappa$	R	U	J	μ	$\varkappa$
550	6420	453	11·67	0·82	9600	16250	527	1·69	0·06
3410	9920	518	2·91	0·15·	12620	19290	525	1·52	0·04
6290	12850	522	2·04	0·08					

Wie bei Eisen wird also auch bei Nickel $\varkappa$ für hohe R sehr klein, aber es ist bemerkenswerth, dass das Verhältniss hier für Nickel immer günstiger wird.

4) EWING[4]): hartgezogener und ausgeglühter Nickeldraht bei hohen Kräften und 0° (Isthmus-Methode).

hartgezogen				ausgeglüht			
R	U	J	μ	R	U	J	μ
2220	7100	390	3·20	3450	9850	510	2·86
4440	9210	380	2·09	6420	12860	510	2·00
7940	12970	400	1·63	8630	15260	530	1 77
14660	19640	400	1·34	11220	17200	480	1·53
16000	21070	400	1·32	12780	19310	520	1·51
				13020	19800	540	1·52

[1]) ROWLAND, Phil. Mag. (4) 48, pag. 321. 1874.

[2]) EWING, Phil. Trans. Lond. 179 A. pag. 327. 1888.

[3]) DU BOIS, Phil. Mag. (5) 29, pag. 300. 1890; vergl. EWING, Magn. Ind. pag. 155, wo jedoch einige Zahlen falsch berechnet sind.

[4]) EWING, Magn. Ind. pag. 147. 1892.

540 scheint bis jetzt der höchste erreichte Werth der magnetischen Intensität im Nickel zu sein.

Den remanenten Magnetismus des Nickels hat u. A. auch ABT[1]) untersucht und mit dem des Stahls verglichen. Für kleine Kräfte ist Nickel dem Stahl 4--5 mal überlegen, dann schneiden sich die Curven, und schliesslich ist das Maximum nur $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ von dem für Stahl.

Legirungen von Nickel und Wolfram haben TROWBRIDGE und SHELDON[2]) untersucht, es muss aber an diesem Hinweise genügen.

Angeregt durch eine Bemerkung E. BECQUEREL's, der den verschiedenen Magnetismus von Eisen und Nickel mit ihrer verschiedenen Dichte in Verbindung bringen zu sollen meinte, hat AUERBACH[3]) auch Nickelpulver verschiedener Dichte untersucht und für den specifischen Magnetismus im Vergleich mit Eisen von gleicher Dichte folgende Zahlen gefunden:

Dichte	0·05	0·1	0·5	1	2	4	consistent
Nickel : Eisen	0·49	0·49	0·45	0·39	0.35	0·24	0·25—0·35

Das Verhältniss wächst also zwar mit abnehmender Dichte, nähert sich aber nicht dem Werthe 1, sondern dem Werthe $\frac{1}{2}$, wodurch jene Vermuthung widerlegt ist.

Kobalt. Es wird hier genügen einige Zahlen anzuführen, aus denen hervorgeht, dass das Kobalt qualitativ sich ganz wie Nickel verhält und quantitativ zwischen Eisen und Nickel steht, derart, dass es sich für hohe Feldstärken dem Eisen sehr nähert, für geringe aber nicht erheblich vom Nickel abweicht. So fand EWING[4]) bei einem gegossenen Kobaltstabe im Maximum $\varkappa = 13·8$ (bei $R = 25$), ROWLAND bei einem gegossenen Ringe sogar nur 11·2, also etwa halb so viel wie bei Nickel; andrerseits fanden DU BOIS und EWING bei grossen Kräften folgende sehr gut übereinstimmende Zahlen.

DU BOIS, Gegossenes Kobalt. 100° C. Optische Methode.

R	U	J	μ	$\varkappa$
860	14180	1060	16·49	1·23
2500	16750	1134	6·70	0·45
4800	19550	1174	4·07	0·24
6870	21710	1181	3·16	0·17
8350	23330	1192	2·79	0·14

EWING, Kobalt. Isthmusmethode.

R	U	J	μ	$\varkappa$
1350	16000	1260	12·73	0·93
4040	18870	1280	4·98	0·32
8930	23890	1290	2·82	0·14
14990	30210	1310	2·10	0·09

Das Maximum von J ist hiernach etwa 1300, d. h. $\frac{3}{4}$ von dem Werthe für weiches Eisen.

Für die Nickel- und Kobaltversuche gemeinschaftlich gilt übrigens die Bemerkung, dass diese Materialien schwer rein zu erhalten sind, und dass sie auch in den oben benutzten Versuchen Eisen und (das Kobalt) Nickel enthielten, was auf die Zahlen vielleicht von nicht ganz unwesentlichem Einflusse ist.

Schliesslich möge, soweit dies bei der wiederholt besprochenen Complication der Einflüsse möglich ist, eine Vergleichung der verschiedenen ferromagnetischen

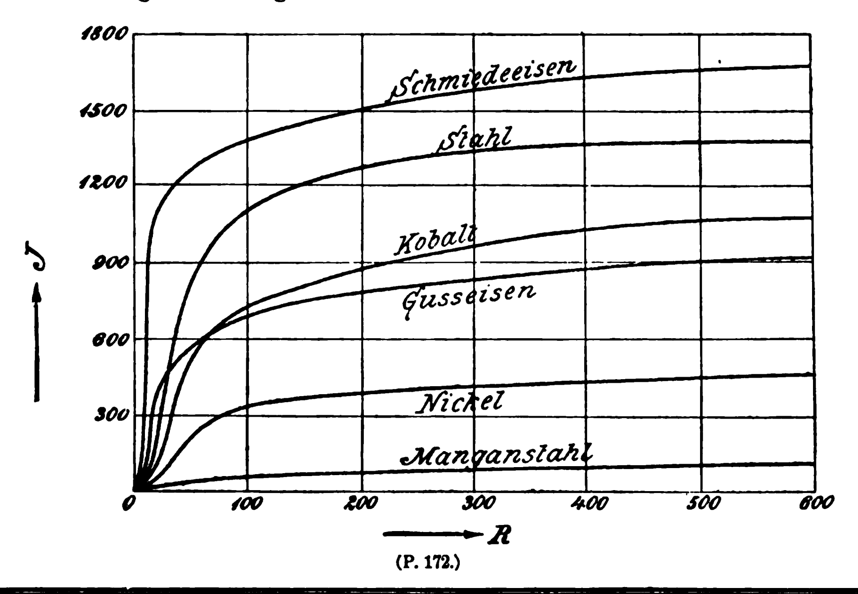
[1]) ABT, Centr. Z. f. Opt. u. Mech. 1890, pag. 229.

[2]) TROWBRIDGE und SHELDON, Sill. Journ. (3) 38, pag. 462. 1889.

[3]) AUERBACH, WIED. Ann. 11, pag. 372. 1880.

[4]) Ueber die Literatur vergl. bei Nickel.

Stoffe durchgeführt werden. Hierzu dient die auf Eisen, Nickel und Kobalt bezügliche Tabelle sowie die Fig. 172, in die auch noch Curven für Stahl, Gusseisen und Manganstahl aufgenommen sind.



(P. 172.)

R	Eisen (0°)	J Kobalt (100°)	Nickel (100°)	R	Eisen (0°)	J Kobalt (100°)	Nickel (100°)
100	1410	—	313	800	1697	1056	459
200	1520	856	375	1000	1705	1080	467
300	1580	938	406	1200	1710	1090	471
400	1627	988	428	2000	1715	1110	485
500	1658	1018	441	3000	1720	1140	505
600	1677	1032	450	5000	1725	1175	520
700	1689	1048	456	10000	1730?	1200	525

Zahlen und Curven beziehen sich auf die Volumeneinheit (Intensität der Magnetisirung); für die Masseneinheit (specifische Magnetismen) werden die Verhältnisse für Kobalt und Nickel noch etwas ungünstiger, die Maxima sind dann

Eisen	Kobalt	Nickel
230	140	65.

Paramagnetismus und Diamagnetismus.

Methodik. Die paramagnetischen und diamagnetischen Stoffe haben die gemeinsame Eigenschaft, selbst durch starke Kräfte nur schwach magnetisch zu werden, sodass man Beobachtungen an ihnen und insbesondere Messungen ihrer magnetischen Constanten nur unter günstigen Umständen vornehmen kann. Man hat daher auf diesem Gebiete theils schon vorhandene, besonders kräftige Apparate benutzt, theils eigene Apparate construirt und dabei keines der gebräuchlicheren Verstärkungsmittel magnetischer Wirkungen unverwendet gelassen. Hierzu gehört zunächst das astatische Nadelpaar, das bei dem »Sideroskop«[1]) insofern eine von der gewöhnlichen abweichende Anordnung hat, als die beiden Nadeln mit gleichnamigen Enden in die beiden Enden eines Strohhalmes gesteckt werden, der an einem Faden aufgehängt ist; derart, dass sie im Raume entgegengesetzt

[1]) LEBAILLIF, POGG. Ann. 10, pag. 507. 1827.

orientirt und folglich astasirt sind. Ueberhaupt spielt hier die Fadenaufhängung eine grosse Rolle und zwar theils die einfache Fadenaufhängung, theils wie oben die durch Vermittelung eines horizontalen Querbalkens, wobei man den Vortheil erlangt, dass ein am Ende des Balkens angebrachter Körper sich seitlich bewegen, also z. B. angezogen oder abgestossen werden kann, ohne gegen die Schwerkraft ankämpfen zu müssen. Neben der Fadenaufhängung hat man wohl auch die Beweglichkeit schwimmender Körper, jedoch ohne besonderen Erfolg, verwerthet. Als Magnete benutzt man natürlich vorzugsweise Elektromagnete, einmal weil sie kräftiger gebaut werden können, und dann, weil die Möglichkeit des Stromschlusses und der Stromöffnung die Beobachtung des plötzlichen Eintritts des magnetischen Zustandes resp. seines Verschwindens gestattet, sodass man selbst kleine, die beiden Zustände unterscheidende Merkmale, z. B. Einstellungen, noch wahrnehmen kann; freilich ergiebt sich dabei zugleich die Nothwendigkeit, die beim Strom-Oeffnen und -Schliessen in den Drähten und in den Massen der Untersuchungskörper selbst auftretenden Inductionsströme mit peinlichster Sorgfalt auszuschliessen oder in Rechnung zu ziehen, was namentlich in älterer Zeit nicht immer geschehen ist und bei manchen Anordnungen gar nicht geschehen kann. Unter den Formen der Magnete werden ihrer kräftigen Wirkung halber hauptsächlich de. Hufeisenmagnet und der RUHMKORFF'sche (pag. 164) benutzt; letzterer hat den Vortheil noch grösserer Stärke und geradlinig zwischen den Polen verlaufender Kraftlinien, ersterer den Vortheil, dass seine Polflächen in eine horizontale Ebene gebracht werden können, auf welcher man bequem experimentiren kann. Ist schon bei diesen Apparaten die Wirkung durch Anwendung zweier entgegengesetzten Pole verdoppelt, so gilt dies in noch höherem Maasse bei einem besonders von TYNDALL[1]) benutzten Apparate, bei dem sich entweder zwei entgegengesetzte Pole windschief gegenüber stehen oder deren gar vier benutzt werden. Ein ähnliches Princip combinirt mit einer Art von Multiplicationsverfahren liegt auch dem Diamagnetometer von WEBER[2]) in seiner empfindlichsten Form zu Grunde. Hier ist ein gewöhnliches astatisches Nadelpaar (die Nadeln neben einander in einer horizontalen Ebene), mit dem sich behufs Ablesung ein Spiegel dreht, an einem Coconfaden aufgehängt; zwischen dem Südpole des einen Stäbchens und dem Nordpole des anderen geht eine vertikal stehende Drahtspule hindurch, eine eben solche auf der andern Seite zwischen Nordpol des einen Stäbchens und Südpol des anderen. Durch die Axe der Spule ist ein Faden ohne Ende gezogen, der oberhalb und unterhalb um eine Rolle geführt ist und an zwei Stellen, die den Faden in gleiche Theile theilen, zwei der Länge nach, also gleichfalls vertikal stehende Stäbchen aus dem zu untersuchenden Stoffe trägt; bei symmetrischer Stellung befindet sich die Mitte dieser Stäbchen zwischen den Polen des astatischen Paares, durch Ziehen an der Schnur kann man aber auch das untere Ende des einen und das obere des anderen zwischen diese Pole bringen und ebenso umgekehrt. Leitet man nun durch die Spulen entgegengesetzte Ströme, die man, wenn sie schon an sich das Nadelpaar beeinflussen, durch Anwendung einer Gegenspule äquilibriren kann, so lenken die durch sie magnetisch gewordenen Stäbchen das Nadelpaar ab, und diese an und für sich meist sehr kleine Ablenkung kann man bequem

---

[1]) TYNDALL, Phil. Mag. (4) 9, pag. 425. 1855 und (4) 10, pag. 268. Trans. R. Soc. 1855, pag. 24.

[2]) W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, 3. Theil, 1852. Vergl. auch TYNDALL, Trans. R. Soc. 1856, 1, pag. 237 und CHRISTIE, POGG. Ann. 103, pag. 577. 1858.

steigern, indem man die Stäbchen abwechselnd hebt resp. senkt. Eine weitere Methode beruht ebenfalls auf Ablenkungen, aber auf solchen einseitigen Charakters, ausgeübt nicht auf astatische, sondern einfache Systeme (z. B. Abstossung eines Körpers aus einer Spule[1]), s. w. u.) Ferner kann man mit ROWLAND und JACQUES[2]) davon Gebrauch machen, dass sich im magnetischen Felde die Schwingungsdauer ändert. Statt die bei diesen Methoden auftretenden Ablenkungen zu beobachten, kann man sie natürlich, wie bei anderen elektrischen und magnetischen Messungen, auch aufheben, indem man nach dem Vorgange G. WIEDEMANN's[3]) die Torsionsmethode anwendet, was sogar entschieden vorzuziehen ist und deshalb meist geschehen ist. Statt der Aequilibrirung durch Torsion kann man ferner die durch Gewichte benutzen, wodurch man zu dem Princip der diamagnetischen Wage gelangt, an deren einem Arm der zu untersuchende Körper frei herabhängt, während man auf die Wagschale am anderen Ende Gewichte auflegt oder von ihr abnimmt. Die Wägungsmethode ist besonders von PLÜCKER[4]) angewandt worden. Des weiteren ist auch hier, wie bei den ferromagnetischen Substanzen, die Inductionsmethode vielfach benutzt worden, und auch hier wieder, um die Wirkung zu steigern, unter Anwendung häufiger Inductionsstösse, zu deren regelmässigerer und in Rechnung zu ziehender Ausführung sich TÖPLER[5]) und später SILOW[6]) eines Rotationscommutators eigener Construction bedienten. Endlich ist noch die mit der Wägungsmethode im Princip verwandte, aber in ihrer Gestaltung für Flüssigkeiten und Gase ganz eigenartige, von QUINCKE[7]) ersonnene und auch zu dielektrischen Messungen [Bd. III (1), pag. 82] benutzte manometrische Methode zu nennen; ihr liegt die Thatsache zu Grunde, dass eine Flüssigkeit im Magnetfelde einen Druck senkrecht gegen die Kraftlinien ausübt (s. den folg. Art.), und dass dieser Druck in einfacher Beziehung zur Magnetisirungsconstante steht. Für Messungen hat sich diese Methode am besten in der Form bewährt, dass die Flüssigkeit in ein *U*-Rohr gebracht wird, dessen weiter Schenkel ausserhalb, dessen enger mitten in dem erregenden Felde liegt. Ist dann h die eintretende Ansteigung in letzterem Schenkel (bei paramagnetischen Flüssigkeiten positiv, bei diamagnetischen negativ), σ die Dichte, R die Feldstärke, Q eine Constante (QUINCKE'sche Constante) und $\varkappa$ die Susceptibilität, bezogen auf das angrenzende Medium, so ist $h\sigma = QR^2 = \frac{\varkappa}{2g}R^2$; man kann also Q und damit auch $\varkappa$ ermitteln. Die Methode ist von QUINCKE selbst und andern vielfach abgeändert worden (s. w. u.) Die Methode hat den Vortheil, dass man der Nothwendigkeit, die Flüssigkeiten resp. Gase in mitbewegliche Hüllen einzuschliessen und deren Einfluss zu eliminiren, grösstentheils überhoben wird; man kann sogar unter Umständen auch im leeren Raume arbeiten, jedenfalls aber die Correction für das an die Flüssigkeitsoberfläche grenzende Gas durch vergleichende Beobachtungen leicht feststellen.

Zu der Schwierigkeit, die in der Geringfügigkeit der Erscheinung liegt, kommt noch eine weitere, mit ihr zusammenhängende hinzu, nämlich die Schwierigkeit, die zu untersuchenden Stoffe in reinem Zustande zu benutzen;

---

1) v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. 85 (2), pag. 38. 1882.
2) ROWLAND und JACQUES, Sill. Journ. 18, pag. 360. 1879.
3) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 126, pag. 8. 1865.
4) PLÜCKER, POGG. Ann. 91, pag. 1. 1854.
5) TÖPLER, POGG. Ann. 160, pag. 1. 1877.
6) SILOW, WIED. Ann. 11, pag. 324. 1880.
7) QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 374. 1885; 34, pag. 401. 1888.

die Minerale insbesondere enthalten bekanntlich fast immer grössere oder kleinere Spuren von Eisen, und bei dem gewaltigen Uebergewicht des Eisens in magnetischer Hinsicht über alle anderen Stoffe können selbst kleine Spuren von Eisen die Erscheinung nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ modificiren, ein Grund, weshalb man, besonders in älterer Zeit, vielfach zu ganz falschen Ergebnissen gelangt ist und über die festen Körper, die der Verunreinigung vorzugsweise ausgesetzt sind, noch heute wenig sicheres weiss. Uebrigens ist zu bemerken, dass man die festen Stoffe in amorphem oder pulverförmigem Zustande untersuchen muss, weil sonst besondere, von der Krystallnatur abhängige Erscheinungen auftreten (s. w. u.).

Diamagnetismus. Während für viele Stoffe die Versuche über ihr magnetisches Verhalten nichts Besonderes darbieten, indem eben die Erscheinungen lediglich schwächer sind als beim Eisen, hat das entgegengesetzte Verhalten mancher Stoffe, der diamagnetischen, schon frühzeitig das Interesse der Beobachter erregt. Man kann die bezüglichen Grunderscheinungen in sehr verschiedenen Formen, z. B. den folgenden, beobachten. Eine Wismuthkugel wird von einem Magnetpole nicht angezogen, sondern abgestossen. Ein Wismuthstäbchen stellt sich zwischen zwei Magnetpolen nicht axial, sondern transversal ein; dabei müssen aber möglichst punktförmige Pole benutzt werden, bei flächenhaften Polen kommt der Missstand in Betracht, dass die Randtheile dieser Flächen (pag. 35) viel stärker magnetisch sind als die Mitte, sodass das Wismuthstäbchen, indem es der Abstossung der ersteren folgt, sich axial einstellt. Diese letzteren Versuche kann man durch Benutzung verschieden geformter Pole, verschiedener Abstände derselben, verschiedener Lage des Wismuthstäbchens zu den Polen u. s. w. vielfach modificiren, erhält dabei aber keine Erscheinungen von innerem Interesse, sondern nur solche, die durch die Umstände in leicht erklärlicher Weise beeinflusst sind und nach Eliminirung derselben doch wieder auf die Grunderscheinungen führen. Eine Flüssigkeit, die in einer Schale auf die Polflächen eines Hufeisen-Magneten gebracht wird, verändert ihre ursprünglich radial symmetrische Form; aber während sich manche Flüssigkeiten axial dehnen und dabei an beiden Enden, den Polen zunächst, Wulste, in der Mitte eine Mulde bilden, verhalten sich andere wieder gerade umgekehrt, sie dehnen sich in die Breite und bilden einen nach den Polen hin abfallenden Sattel.

Die Körper, welche angezogen werden, resp. sich »axial« stellen, nennt man paramagnetisch, diejenigen, welche abgestossen werden, resp. sich »transversal« oder »äquatorial« stellen, diamagnetisch. Ehe man aus der Beobachtung in dieser Richtung einen Schluss zieht, muss man sich vergewissern, dass sich nicht Nebenerscheinungen geltend machen, unter denen namentlich die Induction von Strömen in der Masse des untersuchten Körpers zu nennen ist, wie sie auftreten, wenn der Elektromagnet geschlossen wird. Man muss also insbesondere einige Zeit warten, bis ein deutlicher Gleichgewichtszustand eingetreten ist. Auch muss man durch Schutzhüllen dafür sorgen, dass nicht Luftströmungen die Sicherheit des Ergebnisses beeinträchtigen.

Will man die Grunderscheinung an einer Flüssigkeit oder einem Gase beobachten, so muss man sie in Glasballons oder Röhren einschliessen, findet dann aber, dass es nicht nur von der Natur der Flüssigkeit, sondern auch von der des Gefässmaterials abhängt, ob Anziehung oder Abstossung, axiale oder transversale Stellung eintritt; sehr begreiflich, da beide Stoffe magnetisch werden und es folglich lediglich darauf ankommt, welcher von ihnen stärker paramagnetisch oder schwächer diamagnetisch wird. Es wird hierauf bei der Besprechung

der Theorie des Diamagnetismus näher eingegangen werden. Dieselbe Bemerkung bezieht sich übrigens auch auf die meisten anderen gelegentlich benutzten Methoden, von denen hier die von FARADAY[1]) herrührende, sehr anschauliche Färbungsmethode für Gase erwähnt sein mag. Bei den gefärbten Gasen sieht man schon ohne weiteres, ob sie magnetisch oder diamagnetisch sind; bei farblosen liess FARADAY eine Anzahl Röhrchen, die Papier mit flüssigem Ammoniak enthielten, zwischen und neben den Polen bis in ihre Ebenen hinabreichen; in dem Rohre andererseits, welches das Gas von unten her zuführt, befand sich mit Salzsäure getränktes Papier; in jenen Röhrchen, in welche das Gas einströmte, bildeten sich in Folge dessen weisse Dämpfe, und zwar bei magnetischen in den axial, bei den diamagnetischen in den äquatorial einmündenden Röhrchen.

Man kann dieses differentielle Verhalten der Stoffe dem Magnetismus gegenüber mit dem ganz analogen der Schwere gegenüber vergleichen und das archimedische Princip von dort hierher übertragen (s. jedoch w. u.). Man kann also hier wie dort entweder verschiedene Körper, die man untersuchen will, in demselben Medium beobachten, oder einen und denselben Körper, der dann als Hilfskörper dient, in verschiedenen, eben den zu untersuchenden Medien; beide Methoden sind angewendet worden, und man sieht leicht ein, in welchen Fällen die eine, in welchen die andere von Vortheil sein wird.

Der Erste, der die diamagnetische Natur des Wismuths beobachtete, und zwar schon 1778, war BRUGMANS[2]); BEQUEREL[3]) (1827) und FARADAY[4]) (1845) haben die Beobachtungen, die vielfach missdeutet worden oder in Vergessenheit gerathen waren, wiederholt und variirt; von FARADAY rührt auch der Name Diamagnetismus und der Nachweis her, dass fast alle Stoffe, auch Flüssigkeiten und Gase, schwach magnetisch oder diamagnetisch sind.

In der ersten Zeit nach dem Bekanntwerden der allgemeinen Verbreitung des Magnetismus hat man sich meist begnügt, anzugeben, welche Körper paramagnetisch, welche diamagnetisch sind, und welche von jenen und diesen es in stärkerem oder schwächerem Grade sind; man kommt auf diese Weise, ähnlich wie in anderen Gebieten, zu einer magnetischen Reihe der Stoffe, in die sich jedoch die meisten Stoffe nicht einreihen lassen, weil sie sich hinsichtlich der Stärke ihrer Eigenschaften zu wenig und in zu wenig sicherer Weise unterscheiden. Beschränkt man sich daher auf die hierfür geeigneten Stoffe und nimmt noch die ferromagnetischen hinzu, so erhält man folgende Reihe, die mit dem am stärksten magnetischen Metall anfängt und mit dem am stärksten diamagnetischen aufhört:

[+] Eisen, Kobalt, Nickel, Magnetit, Mangan, Chrom, Silicium, Cer, Titan, Palladium, Platin (?), Osmium, Beryllium, Aluminium, Kalium, Natrium [0], Wolfram, Iridium, Rhodium, Uran, Arsen, Gold, Kupfer, Silber, Blei, Quecksilber, Cadmium, Zinn, Zink, Antimon, Wismuth [—].

Viele der hier auf der diamagnetischen Seite stehenden Metalle wurden früher für magnetisch gehalten, weil sie eisenhaltig waren, und es ist noch immer nicht ausgeschlossen, dass nicht noch dies oder jenes der jetzt als magnetisch verzeichneten Metalle auf die andere Seite der Reihe wird wandern müssen,

---

1) FARADAY, Exper. Researches 21, § 2400. 1846; Exp. Unters. Bd. 3.

2) BRUGMANS, Magnetismus seu de affin. magneticis obs. Lugd. 1778.

3) BECQUEREL, POGG. Ann. 10, pag. 507. 1827.

4) FARADAY, Exper. Researches 20 u. f., 1845 u. f.

z. B. Kalium, Platin, ferner Palladium, das sich, wie manche andere Stoffe, verschieden verhält je nach der Art und Weise, wie es chemisch dargestellt worden ist. Sonst seien noch folgende Stoffe als diamagnetisch in ungeordneter Folge aufgeführt: Tellur, Schwefel, Phosphor, Selen, Thallium, Jod, Tantal; von wichtigen anderen Stoffen fast alle Glassorten, falls sie eisenfrei sind, was freilich meist nicht der Fall ist, Bergkrystall, Gyps, Koch-, Bitter- und Glaubersalz, Alaun, Salmiak, Salpeter, Soda, Kalkspath, Wachs, Wallrath, Olivenöl, Terpentin, Kautschuk, Gummi, Zucker, Stärke, Elfenbein, Leder, Blut, Fleisch, Brot u. s. w. Die Flüssigkeiten sind fast sämmtlich diamagnetisch, insbesondere Wasser, Alkohol und Aether. Sehr wenig einheitlich verhalten sich die Verbindungen und Lösungen der Metalle. So sind z. B. nicht einmal alle Eisenverbindungen magnetisch, das gelbe Blutlaugensalz ist vielmehr diamagnetisch; die chromsauren Salze sind sogar sämmtlich diamagnetisch. Vom Kupfer andererseits sind die Oxydulsalze diamagnetisch, wie das Metall selbst, die Oxydsalze hingegen magnetisch. In manchen Fällen ist der Zustand magnetisch oder diamagnetisch, je nach dem Lösungsmittel oder sogar je nach der Concentration der Lösung, in welch' letzterem Falle entsprechend dem Diamagnetismus des Wassers, meist die concentrirtere Lösung magnetisch, die verdünntere diamagnetisch ist. Bestimmte Gesetze wird man daher nur in gewissen eng begrenzten Gruppen erwarten dürfen (s. w. u.)

Bei den Gasen kann man sich eine magnetische Reihe verschaffen, indem man nach dem übertragenen archimedischen Princip zunächst Luft und dann der Reihe nach andere Gase als umgebende Medien einer und derselben Flüssigkeit wählt. Man ist hierbei indessen nicht immer zu übereinstimmenden Ergebnissen gelangt, und es sei daher hier zunächst nur angeführt, dass gegen den leeren Raum Sauerstoff und demnächst Stickoxyd und Luft am stärksten magnetisch, dass aber wahrscheinlich auch alle übrigen Gase gegen den leeren Raum schwach magnetisch oder höchstens, wie vielleicht Wasserstoff, sehr schwach diamagnetisch sind; während gegen Luft nur Sauerstoff und Stickoxyd magnetisch, alle andern Gase aber diamagnetisch sind.

Quantitative Bestimmungen. Um die specifischen Charakteristiken der diamagnetischen Stoffe zu erhalten, muss man sich zunächst darüber klar werden, in wie weit es solche giebt. Beim Eisen giebt es bekanntlich keine specifische magnetische Constante, weil das Verhalten von der magnetisirenden Kraft abhängig und zwar in nicht proportionaler Weise abhängig ist. Bei den schwach magnetischen Körpern ist dies jedoch jedenfalls innerhalb gewisser Grenzen der Fall (s. w. u.), man braucht also nur bei irgend einer (möglichst grossen) Kraft den Magnetismus zu bestimmen und den Quotienten zu bilden, wobei man die äussere Kraft geradezu als magnetisirende Kraft betrachten darf, da die innere Selbstinduction von äusserst geringem Betrage oder geradezu Null ist (eine hiervon abweichende Beobachtung v. ETTINGSHAUSEN's[1]), wonach der Magnetismus gepulverten Wismuths um 12% kleiner ist als der des consistenten, wird von dem Autor selbst als wahrscheinlich durch fremde Einflüsse verursacht hingestellt).

Absolute Messungen. Wie für das Eisen, so sind auch für die schwach magnetischen Stoffe nur zum kleinsten Theile absolute Bestimmungen gemacht worden, diese sollen hier vorangestellt werden, obgleich sie naturgemäss fast sämmtlich neuesten Datums sind. Von der grössten Wichtigkeit in quantitativer

[1]) v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. (2) 96, pag. 785. 1887.

Hinsicht ist es zunächst, wenigstens für einen diamagnetischen und einen paramagnetischen Stoff nach möglichst vielen Methoden den absoluten Werth des Magnetisirungs-Coëfficienten $\varkappa$ (Susceptibilität) zu ermitteln, um auf diese Weise ein Urtheil über den Grad von Sicherheit und Genauigkeit, der erreichbar ist, zu gewinnen; wegen der Grösse der Wirkung eignet sich hierzu das Wismuth einerseits und das Eisenchlorid andererseits am besten.

Wismuth. Für dieses Metall sind absolute oder doch auf absolute reducirbare Bestimmungen, insbesondere von CHRISTIE[1]), TÖPLER und v. ETTINGSHAUSEN[2]) ROWLAND und JACQUES[3]) und v. ETTINGSHAUSEN[4]) allein durchgeführt worden, und zwar von dem Letztgenannten nach vier verschiedenen Methoden. Bei der ersten wurde die Inductionswirkung des diamagnetisirten Wismuths mit derjenigen einer gegebenen, von einem bekannten Strome durchflossenen Spirale verglichen; bei der zweiten wurde — mit Benutzung der Torsionsmethode — die Kraft bestimmt, mit welcher ein Wismuthstück, das nahe dem Ende einer stromdurchflossenen Spirale conaxial mit ihr aufgehängt ist, abgestossen wird, ein Verfahren, das sich schon für sehr kleine, verfügbare Mengen der betr. Substanz anwenden lässt; bei der dritten wurde der Einfluss der diamagnetischen Kräfte auf die Schwingungsdauer eines Stäbchens im unhomogenen Magnetfelde, z. B. nahe dem Ende einer Spirale, gemessen (man könnte auch, wie es Andere gethan haben, zwischen den Polen eines RUHMKORFF'schen Magneten operiren, kann dann aber die Feldstärke nicht so einfach auswerthen); bei der vierten Methode endlich wurde die diamagnetische Fernwirkung direkt zur Messung benutzt. Wie sich die Methoden in der wirklichen Ausführung gestalten, kann hier nicht angegeben werden; es sei nur bemerkt, dass die beiden letzten unter der Schwäche der Wirkung leiden und ebenso wenig wie die erste der zu zweit genannten ebenbürtig sind. Ausser auf diesen direkten Wegen kann man zu absoluten Werthen für das Wismuth natürlich auch gelangen, indem man es nach irgend einer Methode, z. B. nach dem Inductionsverfahren (W. WEBER)[5]) mit Eisen vergleicht, muss dabei aber zwei Punkte sehr wesentlich beachten, nämlich die Mitwirkung der Gestalt des benutzten Eisenkörpers und die Abhängigkeit seiner Susceptibilität von der magnetisirenden Kraft (s. Art. »Magnetische Induction«, pag. 168). Die zahlenmässigen Ergebnisse der erwähnten Versuche sind folgende:

Absolute Werthe von $\varkappa$ für Wismuth

(die vier Reihen für die zweite ETTINGSHAUSEN'sche Methode beziehen sich auf vier verschiedene Wismuthproben)

Beobachter	äusserste Werthe	Mittelwerth
v. ETTINGSHAUSEN, 1. Methode . .	$13{\cdot}35$ bis $13{\cdot}82 \cdot 10^{-6}$	$13{\cdot}57 \cdot 10^{-6}$
„ 2. „ . .	13·82 „ 14·08 „	13·99 „
„ 2. „ . .	14·41 „ 14·80 „	14·54 „
„ 2. „ . .	13·41 „ 13·54 „	13·48 „
„ 2. „ . .	14·09 „ 14·13 „	14·11 „
„ 3. „ . .	—	15·3 „
„ 4. „ . .	13·1 „ 13·6 „	13·35 „
„ Hauptmittel . .	—	14·05 „

1) CHRISTIE, POGG. Ann. 133, pag. 589. 1858.

2) TÖPLER u. v. ETTINGSHAUSEN, POGG. Ann. 160. pag. 1. 1877.

3) ROWLAND u. JACQUES, Sill. Journ. 18, pag. 360. 1879. Die Zahlen sind unbrauchbar.

4) v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. 85 (2) pag. 37. 1882 u. WIED. Ann. 17, pag. 272.

5) W. WEBER, Elektr. Maassbest., insb. über Diamagnetismus, pag. 523.

Beobachter	äusserste Werthe	Mittelwerth
W. Weber	—	$16{\cdot}4 \cdot 10^{-6}$
Töpler und v. Ettingshausen . .	—	15·1 „
Christie	—	14·6 „
v. Ettingshausen (1887)	$13{\cdot}4$ bis $13{\cdot}8 \cdot 10^{-6}$	13·7 „

Mit Rücksicht auf das Gewicht der einzelnen Bestimmungen kann man hiernach sagen, dass die Susceptibilität des Wismuths wahrscheinlich nicht wesentlich grösser als 0·000014 ist, der knapp 10mal so kleine specifische Magnetismus also rund 0·0000015.

Eisenchlorid. Die Dichte der wässrigen Lösungen dieses Salzes, soweit sie in der hier folgenden Tabelle figuriren, bewegte sich zwischen 1·4 und 1·52, sie ist übrigens für jeden Fall einzeln angegeben, der Einfluss dieser Verschiedenheiten auf die Magnetismen wird jedoch, wie man sieht, durch die aus anderen Quellen fliessenden Verschiedenheiten der letzteren fast völlig verdeckt. Arndtsen[1]) arbeitete mit dem Diamagnetometer, Borgmann[2]) nach der Inductionsmethode mit ringförmiger Gestaltung des Magnetisirungskörpers (Stoletow, vergl. pag. 169), Schuhmeister[3]) benutzte Schwingungen zwischen Magnetpolen, v. Ettingshausen[4]) seine zweite Methode, Silow[5]) die Inductionsmethode, aus seinen Zahlen, auf die später zurückzukommen sein wird, ist diejenige herausgegriffen, welche der grössten benutzten Kraft entspricht; Henrichsen[6]) wandte drei verschiedene Methoden an; Quincke[7]) endlich und nach ihm Wähner[8]) bedienten sich der Quincke'schen manometrischen Methode.

Eisenchlorid.

Beobachter	Dichte	$\varkappa$	Beobachter	Dichte	$\varkappa$
Arndtsen . . .	1·495	$57{\cdot}5 \cdot 10^{-6}$	v. Ettingshausen .	1·48	$57{\cdot}2 \cdot 10^{-6}$
Borgmann . . .	1·487	48·8 „	Silow	1·52	55 „
„ . . .	1·52	38·5 „	Quincke	1·508	65 „
Schuhmeister . .	1·395	35 „	Wähner	1·435	37·3 „
			Henrichsen . . .	1·36	42·9 „

Man kann also sagen, dass für starke Eisenchloridlösung in Wasser $\varkappa$ zwischen 0·000035 und 0·000065 liegt, d. h. dieser Stoff ist etwa 3 bis 4mal so stark magnetisch wie Wismuth diamagnetisch. Man sieht aber zugleich, wie gering die Uebereinstimmung der Zahlen ist, deren grösste fast doppelt so gross ist, wie die kleinste, und man würde daher sehr unbefriedigt sein müssen, wenn man nicht durch Kritik der Methoden und Begleitumstände zu dem Urtheil gelangte (s. w. u.), dass die grössten der obigen Zahlen die wahrscheinlichsten sind, dass also für Eisenchlorid etwa $\varkappa = 55$ bis 65, also rund $\varkappa = 60 \times 10^{-6}$ ist.

Absolute und relative Zahlen für andere Stoffe. Am stiefmütterlichsten sind die festen Körper behandelt worden; vom Wismuth abgesehen

[1]) Arndtsen, Pogg. Ann. 104, pag. 600. 1858.
[2]) Borgmaan, Wied. Ann. Beibl. 3, pag. 812. 1879 (nach J. d. russ. phys. Ges. 1878).
[3]) Schuhmeister, Wien. Ber. 83 (2), pag. 45. 1881.
[4]) v. Ettingshausen, Wien. Ber. 85 (2), pag. 72. 1882.
[5]) Silow, Wied. Ann. 11, pag. 324. 1880 (u. frühere Abhandlungen).
[6]) Henrichsen, Wied. Ann. 45, pag. 38. 1892.
[7]) Quincke, Wied. Ann. 24, pag. 347. 1885.
[8]) Wähner, Wien. Ber. (2) 96, pag. 94. 1887.

:heinen nämlich nur für Antimon und Tellur absolute Bestimmungen vorzuliegen. e rühren von v. ETTINGSHAUSEN[1]) her, beziehen sich auf zwei reine Antimon-ícke I und II und ein Tellurstück (sämmtlich reine Metalle) und sind nach der 'eiten Methode des Verfassers durchgeführt worden. Das Ergebniss ist folgendes:

Stoff	$\varkappa$				Mittel
Antimon I . . .	4·92	4·91		4·87	$4·90 \cdot 10^{-6}$
Antimon II . . .	5·57	5·58			5·58 „
Tellur	1·59	1·61	1·58	1·60	1·60 „

Hieran mögen in Kürze noch einige Relativzahlen gefügt werden.

PLÜCKER[2])

(nach der sehr unsicheren Abreissmethode), Gewichtsmagnetismen.

Ei·en (Vergleichseinheit) .	100000	Wasser (Vergleichseinheit)	— 100
Magneteisenstein	40227	Kochsalz	— 79
Eisenglanz	533	Wismuthoxyd	— 35
Eisenoxyd	286	Schwefelblumen	— 71
Rotheisenstein	134	Phosphor	— 100
Nickeloxydul	35		
Manganoxydoxydul . . .	167		

Volumenmagnetismen

(berechnet mit dem Werth $14·6 \cdot 10^{-6}$ für Wismuth) (sämmtlich negativ).

Stoff	nach FARADAY[3])	nach E. BECQUEREL[3])	Stoff	nach FARADAY[3])	nach E. BECQUEREL[3])
as	$0·135 \cdot 10^{-6}$	—	Gold . . .	$2·60 \cdot 10^{-6}$	—
ıchs . . .	—	$0·38 \cdot 10^{-6}$	Blei . . .	—	$1·03 \cdot 10^{-6}$
ık	0·56 „	0·17 „	Selen . . .	1·25 „	1·11 „
ıpfer . . .	1·27 ,	—	Schwefel . .	0·87 „	0·76 „
ber . . .	1·74 „	—	Phosphor . .	1·24 „	1·10 „

Sehr zahlreich hingegen sind die untersuchten Flüssigkeiten; es kann daher ır eine kleine, nach Autoren geordnete Auswahl getroffen werden.

SCHUHMEISTER[5])

'orsionsmethode nach WIEDEMANN, d. h. Aequilibrirung der Abstossung des vor nem starken Pole an einem Wagebalken hängenden Körpers durch Torsion des Drahtes).

Flüssigkeit	$\varkappa$ (für die grösste Kraft)
Wasser	$-0·436 \cdot 10^{-6}$
Alkohol	— 0·376 „
Schwefelkohlenstoff	— 0·368 „
Aether	— 0·290 „
Eisenchloridlösung von 1·388 spec. Gew.	+30·27 „

[1]) v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. (2) 96, pag. 777. 1887.
[2]) PLÜCKER, POGG. Ann. 74, pag. 321. 1848.
[3]) FARADAY, Exp. Res. Bd. 3, pag. 497.
[4]) E. BECQUEREL, Ann. chim. phys. (5) 12, pag. 34. 1877.
[5]) SCHUHMEISTER, Wien. Ber. (2) 83, pag. 45. 1881.

QUINCKE[1]);
manometrische Methode des Verfassers. Aus der Constanten Q (vergl. pag. 201) erhält man $\varkappa$ durch Multiplikation mit $2g$ (d. h. mit 1962). Die Zahlen sind Mittelwerthe aus den für verschiedene Feldstärken erhaltenen Einzelwerthen.

Flüssigkeit	spec. Gew.	$Q \cdot 10^{10}$	Flüssigkeit	spec. Gew.	$Q \cdot 10^{10}$
Mangansulfat	1·4165	286·1	Zinnchlorür	1·4651	— 3·77
Manganchlorür . . .	1·3695	293·4	Schwefelkohlenstoff . .	1·2644	— 3·81
Eisenchlorid	1·5083	330·8	Rapsöl	0·9159	— 3·89
Eisensulfat	1·2217	99·9	Kaliumpermanganat .	1·0309	— 3·97
Eisenchlorür	1·3096	177·9	Glycerin	1·2518	— 4·07
Kobaltsulfat	1·2584	94·82	Ammoniak	0·9307	— 4·10
Kobaltchlorür . . .	1·1290	63·7	Salzsäure	1·1651	— 4·19
Nickelsulfat	1·2921	44·6	Schwefelsäure . . .	1·8326	— 4·19
Nickelchlorür . . .	1·1385	24·8	Wasser	0·9983	— 4·27
Chromalaun	1·0471	2·37	Wismuthnitrat . . .	1·6251	— 4·54
Kupfersulfat	1·1651	5·14	Magnesiumsulfat . . .	1·2500	— 4·56
Aether	0·7152	— 3·22	Zinnchlorid	1·8555	— 4·67
Methylalkohol . . .	0·7915	— 3·46	Zinksulfat	1·4393	— 4·70
Alkohol	0·7929	— 3·48	Calciumchlorid . . .	1·3392	— 4·93
Benzol	0·8822	— 3·50	Brom	3·147	— 7·33
Terpentinöl	0·8690	— 3·51	Phosphor	1·764	— 8·36
Salpetersäure	1·3872	— 3·55	Quecksilber	13·546	— 13·42
Steinöl	0·7988	— 3·66			

Berechnet man aus diesen Werthen von Q die $\varkappa$, so findet man weit grössere, zum Theil fast doppelt so grosse Zahlen, wie die entsprechenden von SCHUHMEISTER.

WÄHNER[2])
(QUINCKE'sche Manometermethode).

Flüssigkeit	spec. Gew.	$\varkappa \cdot 10^6$	Flüssigkeit	spec. Gew.	$\varkappa \cdot 10^6$
Wasser	0·9993	— 0·541	Mangansulfat	1·1455	+ 8·861
Alkohol	0·795	— 0·422	Kobaltchlorid	1·0790	+ 3·194
Schwefelkohlenstoff . .	1·270	— 0·500	Kobaltsulfat	1·1616	+ 5·475
Aether	0·730	— 0·402	Kobaltnitrat	1·1401	+ 4·590
Eisensulfat	1·1365	+ 6·20	Nickelchlorid	1·1218	+ 1·958
Manganchlorid . . .	1·1819	+ 15·62	Nickelsulfat	1·1785	+ 1·889

Diese Zahlen stimmen mit denen von SCHUHMEISTER ziemlich überein, sind aber demgemäss viel kleiner als die QUINCKE'schen.

H. E. J. G. DU BOIS[3])
QUINCKE'sche Manometermethode, durch Neigung des Capillarrohrs empfindlicher gemacht.

Flüssigkeit	spec. Gew.	$\varkappa \cdot 10^6$	Flüssigkeit	spec. Gew.	$\varkappa \cdot 10^6$
Wasser	0·9992	— 0·837	Schwefelkohlenstoff . .	1·2692	— 0·816
Alkohol	0·7963	— 0·694	Manganchlorür . . .	1·0445	+ 6·819
Aether	0·7250	— 0·642	Cerchlorid	1·5229	+ 4·877

[1]) QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 347. 1885. — QUINCKE bezeichnet die Permeabilität als »Dimagnetisirungsconstante«.

[2]) WÄHNER, Wien. Ber. (2) 69. pag. 85. 1887.

[3]) DU BOIS, WIED. Ann. 35, pag. 137. 1888.

Diese Zahlen beziehen sich übrigens nicht, wie die der anderen Autoren, auf Luft als umgebendes Medium, sondern auf den luftleeren Raum, wodurch sie um $0.024 \cdot 10^{-6}$ kleiner werden. Mit Rücksicht hierauf ergiebt die Vergleichung sehr befriedigende Uebereinstimmung mit QUINCKE (nur für Schwefelkohlenstoff ist sie etwas schlechter). Hiernach ist es höchst wahrscheinlich, dass die QUINCKE'schen und die DU BOIS'schen Zahlen die richtigen sind oder der Wahrheit mindestens sehr viel näher kommen als die von SCHUHMEISTER und WÄHNER.

Endlich hat HENRICHSEN mit Hilfe seiner Zahl für Eisenchlorid nachfolgende Zahlen aus seinen Versuchen berechnet ($x \cdot 10^6$):

Wasser	0·75	Aether	0·58
Alkohol	0·61	Schwefelkohlenstoff	0·74

Sie liegen zwischen den obigen, aber den QUINCKE-DU BOIS'schen näher.

Es mögen hieran noch einige relative Zahlen angeschlossen werden. Die ältesten derartigen Zahlen rühren wohl von PLÜCKER her (Abreissmethode), haben aber nur noch historisches Interesse und haben, soweit es sich um paramagnetische Stoffe handelt, schon deshalb keine irgendwie erhebliche Bedeutung, als sie auf Eisen als Einheit bezogen sind, während diese Einheit doch je nach Material und Stärke der Magnetisirung in weiten Grenzen variirt. Für die diamagnetischen Stoffe ist allerdings Wasser als Grundlage gewählt, aber auch hier stimmt nicht einmal die Reihenfolge der Zahlen mit der durch die neueren Untersuchungen festgestellten, z. B. wäre nach PLÜCKER Schwefelkohlenstoff stärker diamagnetisch als Wasser, während er in Wahrheit beträchtlich schwächer diamagnetisch ist. Aehnliches gilt von den meisten Bestimmungen, die E. und H. BECQUEREL[1]) ausgeführt haben. Es sind ferner die Arbeiten G. WIEDEMANN's zu nennen, deren Bedeutung sich aber nach einer anderen Richtung erstreckt, von der sogleich die Rede sein wird. Es bleiben dann von älteren Messungen nur diejenigen FARADAY's[2]) übrig, bei denen die Ablenkung eines zwischen Polen aufgehängten Glasstäbchens in den verschiedenen Flüssigkeiten als Medien durch Torsion des Fadens äquilibrirt wurde. Einige Ergebnisse für den Diamagnetismus gleicher Volumina reducirt auf den luftleeren Raum, aber bezogen auf Wasser in Luft = 100, sind folgende:

Aether	75·3	Salpetersäure	88·0	Schwefelkohlenstoff	99·6
Alkohol	78·7	Wasser	96·6	Schwefelsäure	104·5
Olivenöl	85·6	Ammoniak	98·5		

In neuester Zeit hat HENRICHSEN[3]) nach der WIEDEMANN'schen Torsionsmethode zahlreiche vergleichende Messungen gemacht, aus denen hier nur wenige herausgegriffen werden können; da alle Substanzen sich als diamagnetisch erwiesen, ist das negative Zeichen weggelassen, Wasser ist gleich 10 gesetzt, die Zahlen bedeuten die Volumenmagnetismen.

Wasser	10·00	Ameisensäure	7·28	Amylacetat	8·37
Methylalkohol	7·63	Essigsäure	7·65	Aethyläther	7·94
Aethylalkohol	8·11	Propionsäure	7·94	Chloroform	10·07
Propylalkohol	8·54	Buttersäure	8·26	Bromoform	13·18
Amylalkohol	8·85	Methylacetat	7·63	Chloral	9·62
Acetaldehyd	5·46	Aethylacetat	7·76	Schwefelkohlenstoff	9·86
Aceton	6·44	Propylacetat	8·14		

[1]) E. BECQUEREL, Ann. chim. phys. (3) 28, pag. 313. 1850 u. 44, pag. 223. 1855. — H. BECQUEREL, Ann. chim. phys. (5) 12, pag. 5. 1877.

[2]) FARADAY, POGG. Ann. 88, pag. 557. 1853. Exp. Res. Bd. 3, pag. 497.

[3]) HENRICHSEN, WIED. Ann. 34, pag. 180. 1888.

Die Werthverhältnisse für Wasser, Alkohol, Aether und Schwefelkohlenstoff stimmen mit denen nach DU BOIS so gut überein, dass man die Zahlen für diese Stoffe als gesichert ansehen kann.

Chemische Beziehungen bei Flüssigkeiten. Die grosse Zahl der für Flüssigkeiten gewonnenen Zahlenergebnisse legt die Frage nahe, ob und in wie weit diese Zahlen in gesetzmässiger Beziehung zur physikalischen und chemischen Constitution der Stoffe stehen. Eine solche Beziehung kann z. B. bei Lösungen verschiedener Concentration vorhanden sein, und sie ist es thatsächlich in vielen Fällen. Folgende Beispiele mögen genügen.

Manganchlorür verschiedener Concentration nach QUINCKE.

spec. Gew. s	$Q \cdot 10_{10}$	$Q' \cdot 10^{10}$	$\frac{Q'}{s-1} \cdot 10^9$
1·0357	25·6	29·9	84
1·1209	95·0	99·3	82
1·1739	140·0	144·3	83
1·2992	249·6	253·9	85
1·3339	281·8	286·1	86

Eisenchloridlösung verschiedener Concentration nach WÄHNER.

spec. Gew. s	$\varkappa \cdot 10^6$	$\varkappa' \cdot 10^6$	$\frac{\varkappa'}{s-1} \cdot 10^6$
1·1325	10·21	10·75	81
1·1640	13·08	13·62	83
1·3132	26·35	26·89	86
1·3751	31·89	32·43	87
1·4345	37·63	38·17	87

Hierin bedeutet Q' resp. $\varkappa'$ den um den entsprechenden Werth für Wasser verminderten (in Wahrheit wegen des negativen Vorzeichens vermehrten) Werth von Q resp. $\varkappa$, also gewissermaassen den Werth dieser Constanten für das Salz selbst; die dabei benutzte einfache Superposition der Magnetismen ist bei ihrer Kleinheit und dem damit verknüpften Fehlen innerer Wechselwirkungen jedenfalls gestattet. Die Zahlen der letzten Spalte zeigen dann, dass der Magnetismus des Salzes mit seiner Dichte — genauer noch mit dem Procentgehalte der Lösung — proportional ist. — Da das Wasser an sich diamagnetisch ist, so muss es möglich sein, Lösungen magnetischer Salze herzustellen, die unmagnetisch oder »magnetisch inaktiv« sind, ein Gedanke, den DU BOIS (a. a. O. pag. 165) für die beiden hier folgenden Fälle verwirklicht hat:

Manganchlorür		Cerchlorid	
s	$\varkappa \cdot 10^6$	s	$\varkappa \cdot 10^6$
0·9992	— 0·837	0·9992	— 0·837
1·0010	— 0·418	1·0529	— 0·215
1·0028	— 0·127	1·0748	0·000
1·0040	0·000	1·1565	+ 0·950
1·0054	+ 0·182	1·2165	+ 1·596
1·0087	+ 0·578	1·2697	+ 2·175
1·0445	+ 6·819	1·5229	+ 4·877

Nicht so einfach sind die Verhältnisse beim Vergleichen der Lösungen desselben Salzes in verschiedenen Lösungsmitteln, zumal da hierbei

jedenfalls die Volumenänderungen eine Rolle spielen. Demgemäss findet man für die Quotienten $Q - Q_0/s - s_0$ resp. $\varkappa - \varkappa_0/s - s_0$, wo Q_0 resp. $\varkappa_0$ die Magnetismen, s_0 die Dichten der Lösungsmittel sind, von einander abweichende Zahlen, z. B. für Eisenchlorid nach QUINCKE (a. a. O. pag. 385):

in Wasser	in Salzsäure	in Methylalkohol
62 bis 65	86 bis 96	50 bis 56.

In diese Verhältnisse hat G. WIEDEMANN[1]) Klarheit gebracht und gezeigt, dass in der Regel der folgende Satz gilt: Der Magnetismus der in verschiedenen Lösungsmitteln gelösten Salze ist, wenn keine Dissociation (oder andere aussergewöhnliche Erscheinung) auftritt, der in der Volumeneinheit enthaltenen Gewichtsmenge derselben direkt proportional und von dem Lösungsmittel unabhängig. An diesen Satz möge gleich ein zweiter angeschlossen werden: Der Magnetismus der festen, mit Krystallwasser verbundenen Salze ist nahezu derselbe wie der der gelösten Salze; dagegen weicht er für die wasserfreien Salze nicht selten etwas ab.

Molekularmagnetismus. Den beiden Begriffen des Volumenmagnetismus (Magnetismus der Volumeneinheit, Susceptibilität) und des specifischen oder Gewichtsmagnetismus (Magnetismus der Gewichtseinheit) lässt sich als dritter Begriff der Molekularmagnetismus, d. h. der Magnetismus einer Molekel zur Seite stellen; er ergiebt sich aus dem specifischen Magnetismus durch Multiplikation mit dem Molekulargewicht. Die grundlegende Untersuchung über ihn verdankt man G. WIEDEMANN[2]), wozu in neuester Zeit eine Arbeit von HENRICHSEN gekommen ist.

Die wichtigsten Sätze, zu denen WIEDEMANN gelangt ist, sind folgende:

1) Der Molekularmagnetismus der analog zusammengesetzten gelösten Salze desselben Metalls mit verschiedenen Säuren ist nahezu der gleiche (z. B. der von schwefelsaurem, salpetersaurem Nickeloxydul und Nickelchlorür 1426, 1433, 1400 in willkürlicher Einheit, für schwefelsaures, salpetersaures Eisenoxydul und Eisenchlorür 3900, 3861, 3858, für schwefelsaures, salpetersaures, essigsaures Manganoxydul und Manganchlorür 4695, 4693, 4586, 4700 u. s. w.). 2) Dagegen ist der Molekularmagnetismus z. B. der Eisenoxyd- und Eisenoxydulsalze sehr verschieden. 3) Der Magnetismus einer binären Verbindung ist gleich der Summe der Magnetismen der Bestandtheile in ihrem jedesmaligen besonderen Zustande, und diese Bestandtheile behalten beim Eingehen anderer binärer, mit Constitutionsänderung nicht verknüpfter Verbindungen ihren Magnetismus ungeändert bei. 4) Dagegen ändert sich der Molekularmagnetismus im Allgemeinen mit der Constitutionsänderung, und zwar sogar dem Vorzeichen nach (z. B. sind die Kupferoxydsalze stark paramagnetisch, die Kupferoxydulsalze stark diamagnetisch); es kann auf diese Weise sogar ein diamagnetisches Metall (z. B. Kupfer) mit einem diamagnetischen Element (z. B. Brom) eine magnetische Verbindung (Kupferbromid) liefern. 5) Der Molekularmagnetismus der meisten Oxydhydrate weicht von dem der entsprechenden Salze in ihren Lösungen nur wenig ab; der Magnetismus der colloid gelösten Oxyde und der geglühten Oxyde ist hingegen sehr viel kleiner (z. B. der des colloid gelösten Eisenoxyds nur $\frac{1}{5}$ von dem der Eisenoxydsalze, der des geglühten Eisenoxyds sogar nur $\frac{1}{8}$).

---

[1]) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 126, pag. 1. 1865; 135, pag. 177. 1868. — Progr. Univ. Leipzig 1876; WIED. Ann. 5, pag. 45. 1878.; 32, pag. 452. 1887. (Zugleich auch für die folgenden Citate.)

[2]) WIEDEMANN, a. a. O. Vergl. WIEDEMANN, Elektricität 3, pag. 851 (3. Aufl.)

Von den von HENRICHSEN[1]) aus seinen Messungen abgeleiteten und zunächst wohl nur für die, allerdings sehr zahlreichen von ihm untersuchten Körper gültigen Sätzen seien folgende angeführt: 1) Der Molekularmagnetismus des normalen primären, secundären und der Isoalkohole ist derselbe, und das Analoge gilt für die Aldehyde, Säuren und Ester. 2) Ganz allgemein ist innerhalb der bisher beobachteten Reihen von Körpern der Molekularmagnetismus derselbe für alle isomeren und metameren Körper. Die empirische Formel ist also für den Molekularmagnetismus bestimmend, die Constitution gleichgültig (vergl. hierzu w. u.). 3) Der Molekularmagnetismus hängt von der Bindungsweise der Atome ab; eine doppelte Bindung scheint ihn zu vermindern.

Atommagnetismus. Man kann noch einen Schritt weiter gehen und aus dem Molekularmagnetismus den Atommagnetismus ableiten; dies haben insbesondere G. WIEDEMANN, QUINCKE und HENRICHSEN gethan. WIEDEMANN[2]) (und im Anschlusse an ihn auch QUINCKE) macht dabei die vereinfachende Annahme, dass der Magnetismus eines Salzes ausschliesslich dem Metalle in ihm zuzuschreiben sei, und bezeichnet demgemäss den Magnetismus der ein Atom Metall enthaltenden Salzmenge als Atommagnetismus des betreffenden Metalls in dem Salze. Es ergeben sich dann z. B. folgende Zahlen, deren zweite die Vergleichungseinheit ist.

Salze des Manganoxyduls	100·4		Salze des Nickeloxyduls	30·5
„ „ Eisenoxyds	100·0		„ „ Didymoxyds	22·6
„ „ Eisenoxyduls	83·1		„ „ Kupferoxyds	10·8
„ „ Kobaltoxyduls	67·2		„ „ Ceroxyds	10·3
„ „ Chromoxyds	41·9			

Der Atommagnetismus des Eisens ist also in den Oxydsalzen und in den Oxydulsalzen nicht unwesentlich verschieden. Dagegen hat er im Allgemeinen bei gleichen chemischen Eigenschaften des Metallatoms in der Molekel verschiedener Verbindungen denselben Werth. Auch QUINCKE[3]) hat aus seinen manometrischen Messungen für zahlreiche Stoffe den Atommagnetismus des in ihnen enthaltenen Metalls nach einer einfachen Formel berechnet. Er beträgt z. B. in hier nicht näher zu erörternder Einheit bei:

Mangan	7·8	bis	9·1	(im Sulfat und Chlorür),
Eisen	6·1	„	8·2	(im Sulfat, Chlorid und Chlorür),
Kobalt	5·7	„	6·1	(im Sulfat und Chlorür),
Nickel	2·5	„	2·9	(„ „ „ „),
Chrom	2·7	„	4·1	(im Alaun, Chlorid und Chlorür),
Cer		2·8		(im Sulfat),
Kupfer	0·8	bis	0·9	(„ „),
Zinn	—0·04	„	—0·07	(im Chlorür und Chlorid),
Quecksilber		—0·02		
Magnesium		—0·05		(im Sulfat),
Wismuth		—0·12		(im Nitrat).

Wie man sieht, variirt der Atommagnetismus eines Metalles in verschiedenen Verbindungen zwischen nicht unerheblich von einander abweichenden Grenzen; es lassen sich aber hieran keine weiteren Betrachtungen knüpfen, weil man nicht

[1]) HENRICHSEN, WIED. Ann. 34, pag. 207. 1888.

[2]) WIEDEMANN, a. a. O. Vergl. Elektricität 3, pag. 852.

[3]) QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 392. 1885.

weiss, in wie weit dieses Verhalten auf besonderen molekularen Verhältnissen beruht und in wie weit es der Fehlerhaftigkeit der Annahme zuzuschreiben ist, dass der Magnetismus der nicht metallischen Bestandtheile gegen den der metallischen zu vernachlässigen sei. Im Uebrigen stimmen die für einzelne Verbindungen gültigen QUINCKE'schen Zahlen mit den WIEDEMANN'schen recht gut überein, d. h. sie sind in ihnen nahezu proportional.

HENRICHSEN[1]) greift das Problem des Atommagnetismus ohne vernachlässigende Annahmen an; er findet zunächst, dass die Gruppe CH_2 in den zahlreichen, von ihm untersuchten Flüssigkeiten nahezu den gleichen Beitrag zum Molekularmagnetismus liefert, wie sich durch Vergleichung der verschiedenen Körper einer Gruppe ergiebt; so ergeben z. B. die Alkohole die folgenden Molekularmagnetismen μ und deren Differenzen δ mit der folgenden Zahl:

Stoff	μ	δ	Stoft	μ	δ
Methylalkohol . . .	307	166	Isobutylalkohol . . .	806	155
Aethylalkohol	473	166	Amylalkohol	961	2×164
Propylalkohol	639	167	Heptylalkohol	1288	

Aehnlich ergeben die Säuren Zahlen zwischen 154 und 169, die Aldehyde 157 bis 166, die Ester 143 bis 177, die Chloride 151 bis 168, die Bromide 157 bis 178, die Jodide 147 bis 166, die Sulfide 159 bis 164. Der wahrscheinliche Fehler des Mittels dieser Zahlen beträgt nur etwa 3 %, und man kann somit den für alle untersuchten Verbindungen gültigen Satz aufstellen: Für jedes CH_2, das in die Formel eines Körpers eingeführt wird, steigt der Molekularmagnetismus um 163, wenn der Volumenmagnetismus[2]) des Wasser gleich 10 gesetzt wird (beides negativ). Hält man sich nun zunächst an die Verbindungen, die nur C, O und H enthalten, also an die 1) Alkohole, 2) Aldehyde, 3) Säuren und Ester, und nimmt man den bekannten Werth für CH_2 hinzu, so hat man vier Gleichungen und kann folglich die Atommagnetismen von C, H (diese beiden überall als gleichwerthig angesehen), von O' (einfach gebunden) und O'' (zweifach gebunden) ermitteln; die übrigen Verbindungen liefern dann auch die Zahlen für die Halogene und Schwefel (für Stickstoff reichen die Beobachtungen nicht aus); dabei zeigt sich, dass man auch beim Kohlenstoff zwischen einfacher und doppelter Bindung unterscheiden muss, und dass die Atommagnetismen der Halogene ebenfalls von der Atomzahl abhängig sind — überall in dem Sinne einer Abnahme des Atommagnetismus mit wachsender Bindungs- resp. Atomzahl. Im Folgenden sind die sich ergebenden Zahlen zusammengestellt.

H	O'	O''	C'	C''
9	129	17	145	98

Cl'	Cl''	Cl'''	Cl''''	Br'	Br''	Br'''	J'	J''	S
282	249	218	194	413	374	334	642	577	284.

O'' ist paramagnetisch, alle übrigen sind diamagnetisch.

Gase. Absolute Bestimmungen sind für Gase, von den Torsionsmessungen SCHUHMEISTER's[3]) abgesehen, ausschliesslich nach QUINCKE's manometrischer Methode ausgeführt worden, und zwar von QUINCKE[4]) selbst, von TÖPLER und

[1]) HENRICHSEN, WIED. Ann. 34, pag. 209. 1888.

[2]) Im Original steht fälschlich Molekularmagnetismus.

[3]) SCHUHMEISTER, Wien. Ber. 83, 2, pag. 45. 1881. Ueber die Ergebnisse s. w. u.

[4]) QUINCKE, WIED. Ann. 34, pag. 401. 1888.

Hennig[1]) und von H. E. J. G. du Bois[2]). Die Anwendung der Methode auf Gase erfolgt am einfachsten derart, dass eine in das Manometer oder in die U-Röhre gebrachte Flüssigkeit mit verschiedenen Gasen umgeben wird; zur Controle wird man natürlich nach einander verschiedene Flüssigkeiten wählen. Töpler modificirte die Anordnung, indem er eine in der Mitte schwach geknickte Glasröhre benutzte, an die Knickstelle die Flüssigkeit brachte und sich auf diese Weise eine Art von magnetischer Libelle verschaffte — eine Anordnung, die sich durch Empfindlichkeit und Freiheit von einigen Fehlerquellen auszeichnet. Die Töpler'schen Zahlen fussen insofern auf den Quincke'schen Messungen an Flüssigkeiten, als zur Berechnung der Feldstärke die Quincke'sche Zahl für Eisenchloridlösung benutzt wurde. Beim Vergleichen der Quincke'schen und der Töpler'schen Zahlen ist zu beachten, dass die letzteren Differenzwerthe gegen Luft, die ersteren absolute Werthe gegen den leeren Raum sind. Mit Rücksicht hierauf stimmen die Resultate dem Vorzeichen nach insoweit überein, als sich alle Gase ausser Sauerstoff und Stickoxyd gegen Luft diamagnetisch verhalten; dagegen sind sie gegen den leeren Raum nach Quincke sämmtlich magnetisch, während nach Töpler und H., wenigstens wenn man den Quincke'schen Werth für Luft benutzt, Kohlensäure, Stickstoff, Wasserstoff, Schwefelkohlenstoff und Cyan schwach diamagnetisch sein würden. In quantitativer Hinsicht ist die Uebereinstimmung nur zum Theil einigermaassen befriedigend, wie die folgenden Zahlen zeigen. (Die Q-Werthe von Töpler und H. müssten, um mit den Quincke'schen vergleichbar zu werden, um eine Zahl vergrössert werden, die nach Quincke 0·163 ist, von Töpler und H. aber nicht angegeben ist, weshalb die Umrechnung besser unterbleibt.)

Stoff	Quincke		Töpler u. H.		du Bois
	$Q \cdot 10^{10}$	$\varkappa \cdot 10^6$	$Q \cdot 10^{10}$	$\varkappa \cdot 10^6$	$\varkappa \cdot 10^6$
Sauerstoff	0·7993	0·157	0·662	0·129	0·117
Stickoxyd	0·271	0·053	0·120	0·024	—
Luft	0·1626	0·032	—	—	0·024
Stickoxydul	0·0159	0·0031	— 0·158	— 0·031	
Kohlensäure	0·0146	0·0029	— 0·172	— 0·034	
Elayl	0·0129	0·0025	—	—	
Sumpfgas	0·0058	0·0011	—	—	
Stickstoff	0·0046	0·0009	— 0·165	— 0·032	
Wasserstoff	0·0015	0·0003	— 0·176	— 0·034	
Kohlenoxyd	—	—	— 0·132	— 0·026	
Schwefelwasserstoff	—	—	— 1·175	— 0·034	
Cyan	—	—	— 0·183	— 0·036	
Leuchtgas	—	—	— 0·150	— 0·029	

Ganz neuerdings hat Hennig[3]) den Sauerstoff noch besonders sorgfältig untersucht und bei 25° $\varkappa \cdot 10^6 = 0·096$ gegen Luft, also $\varkappa \cdot 10^6 = 0·120$ gegen das Vacuum gefunden.

Hierzu kommen noch einige relative Bestimmungen. Zunächst die hier folgenden älteren von E. Becquerel (1851 und 1855, Mittelwerthe) und Faraday (1855), die auf Wasser gleich — 1 bezogen sind und theils durch Torsions-, theils durch Wägungsversuche gefunden wurden. (Die Umrechnung in absolute Zahlen

---

1) Töpler und Hennig Wied. Ann. 34. pag. 790. 1888.

2) du Bois Wied. Ann. 35. pag. 137. 1888.

3) Hennig Wied. Ann. 50. pag. 485. 1893.

fällt beträchtlich verschieden aus, je nachdem man dabei, wie DU BOIS, den absoluten Werth für Wismuth oder den DU BOIS'schen absoluten Werth für Wasser benutzt).

Stoff	BECQUEREL	FARADAY
Sauerstoff	0·181	0·175
Stickoxyd	0·0498	—
Luft	0·038	0·034
Elayl	—	0·006
Kohlensäure	0	0
Stickstoff	0	0·003
Wasserstoff	0	0?

Ferner einige neuere Zahlen von EFIMOFF[1]), im Wesentlichen nach der BECQUEREL'schen Methode gewonnen und gegen den leeren Raum zu verstehen; als Einheit dient der Werth für Luft:

O	NO	Luft	C_2H_4	CH_4	CO_2
+ 4·83	+ 1·60	+ 1	— 0·068	— 0·063	— 0·033
N_2O	N	CO	H		
— 0·018	— 0·015	— 0·009	— 0·002 (?).		

Diese Zahlen stimmen mit den TÖPLER'schen besser als mit den QUINCKE-schen überein; man vergleiche im Uebrigen die Einwände von GOLDHAMMER[2]) und die Entgegnung von EFIMOFF[3]).

Endlich eine Angabe CURIE's[4]), wonach der Sauerstoff 145 Mal so magnetisch wie die gleiche Masse Wasser ist.

Nach DEWAR[5]) ist auch der flüssige Sauerstoff magnetisch.

Abhängigkeit vom Druck der Gase. Schon die Versuche von PLÜCKER[6]) und BEQUEREL[7]) hatten es wahrscheinlich gemacht, dass der Magnetismus mit dem Drucke proportional ist, und die neueren Untersuchungen, besonders von QUINCKE[8]) haben dies bestätigt, wenigstens für nicht zu kleine Drucke. Da ferner anzunehmen ist, dass die Magnetismen sich in Gemischen chemisch indifferenter Gase einfach addiren, so muss zwischen den Magnetismen von Sauerstoff, Stickstoff und Luft eine bestimmte Beziehung bestehen, es müssen sich nämlich die TÖPLER'schen Zahlen für Sauerstoff und Stickstoff wie 79 : 21, d. h. wie 3·8 : 1 verhalten, womit das wirkliche Verhältniss 4·0 nahezu übereinstimmt[9]). Da der Magnetismus des Stickstoffs übrigens sehr klein ist, muss der der Luft gegen den leeren Raum etwa $\frac{1}{5}$ von dem des Sauerstoffs betragen, was thatsächlich der Fall ist.

Abhängigkeit des Magnetismus der Flüssigkeiten und Gase von der magnetisirenden Kraft. Bisher war immer von der Susceptibilität $\varkappa$ oder einer ihr proportionalen Grösse schlechthin die Rede. Diese Grösse würde indessen nur in dem Falle eine Constante sein, wenn das magnetische Moment

---

1) EFIMOFF, J. d. phys. (2) 7, pag. 494. 1888; J. soc. phys. russé 20; Beibl. 13, pag. 240. 1889.

2) GOLDHAMMER, Beibl. 14, pag. 304. 1890.

3) EFIMOFF, Beibl. 14, pag. 1160. 1890.

4) CURIE, Compt. rend. 115, pag. 1292. 1892.

5) DEWAR, Electrician 29, pag. 169. 1892.

6) PLÜCKER, POGG. Ann. 83, pag. 87. und 84, pag. 161. 1851.

7) E. BECQUEREL, Ann. chim. phys. 44, pag. 209. 1855.

8) QUINCKE, WIED. Ann. 34, pag. 401. 1888.

9) TÖPLER und HENNIG, WIED. Ann. 34, pag. 797. 1888.

mit der magnetisirenden Kraft proportional wäre. Existirte dagegen, wie bei den ferromagnetischen Substanzen, eine Annäherung an den Sättigungszustand, so müsste für grosse Kräfte $\varkappa$ abnehmen; und fände wie dort im Zusammenhange mit der Coërcitivkraft auch hier für kleine bis mittlere Kräfte ein rascheres als proportionales Ansteigen des Moments statt, so müsste für mässige Kräfte $\varkappa$ zunehmen; für eine gewisse mittlere Kraft müsste also $\varkappa$ ein Maximum aufweisen. Zur Entscheidung dieser Frage liegt ein ausserordentlich reichhaltiges, wenn auch nur theilweise ganz zuverlässiges Material vor. Die älteren Autoren, E. BECQUEREL, TYNDALL, JOULE, REICH, CHRISTIE, ARNDTSEN[1]) u. A. haben sämmtlich Proportionalität zwischen Moment und Kraft, also constante Susceptibilität gefunden; nur PLÜCKER glaubte die Annäherung an das Maximum des Moments beobachtet zu haben, und in einigen wenigen Fällen fand auch BECQUEREL Abweichungen von der Proportionalität. In neuerer Zeit ist bald Constanz, bald Variabilität von $\varkappa$ gefunden worden, und es seien zunächst die letzteren Arbeiten erwähnt.

So erhielt SILOW[2]) für Eisenchloridlösung nach den früher erwähnten Methoden folgende Zahlen (f Feldstärke mit der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus als Einheit).

1) $f =$ 0·46	0·82	1·12	1·48	2·15	2·89	4·36	6·64
$\varkappa \cdot 10^6 =$ 34	62	122	148	179	138	105	72
2) $f =$ 1·15	1·60	1·81	2·13	3·73	6·54	12·60	
$\varkappa \cdot 10^6 =$ 96	131	142	111	70	65	55.	

Diese Zahlen zeigen immerhin eine nicht unbeträchtliche Gesetzmässigkeit, und es folgt aus ihnen, dass wie beim Eisen so auch beim Eisenchlorid $\varkappa$ erst steigt und dann fällt; sonderbar ist nur, dass das Maximum bei einer so kleinen Kraft, nämlich etwa 0·3 bis 0·4 *C. G. S.* Einheiten eintritt, während es beim Eisen erst bei 3 bis 5 Einheiten eintritt. SCHUHMEISTER (s. ob.) findet — jedoch seltsamer Weise gerade mit Ausnahme des Eisenchlorids — für grosse Kräfte veränderliches $\varkappa$, und zwar nimmt es bei den diamagnetischen Flüssigkeiten (Wasser, Alkohol, Schwefelkohlenstoff und Aether) ab, bei den magnetischen Gasen (Sauerstoff und Stickoxyd) hingegen zu, jenes um rund 20%, dieses bis auf mehr als das Doppelte. Endlich findet QUINCKE für sehr starke Kräfte (6000 bis 12000) eine wenn auch geringfügige und nicht bei allen Stoffen deutliche Abnahme der Susceptibilität, am deutlichsten ist sie bei $TeCl_2$, $FeSO_4$, $MNCl_2$, Br, P, Hg; bei den Gasen ist das Ergebniss nicht einheitlich, indem sich bei einer Versuchsreihe eine nicht unbeträchtliche Abnahme, bei einer anderen ungefähre Constanz von $\varkappa$ ergab.

Diesen Ergebnissen stehen andere gegenüber, bei denen sich $\varkappa$ als constant herausstellt. So die von G. WIEDEMANN für Eisenchlorid, von EATON[3]) für Eisenchlorid, Wasser, Alkohol, Aether und Schwefelkohlenstoff (die Zahlen zeigen freilich für eine durch 2 resp. 4 resp. 6 Elemente erzeugte Feldstärke eine regelmässige kleine Zunahme von durchschnittlich 6%, mit Ausnahme des Eisenchlorids), TÖPLER und v. ETTINGSHAUSEN für Wismuth, v. ETTINGSHAUSEN für Wismuth und Eisenchlorid (meistens ganz geringfügige Abnahme), insbesondere aber DU BOIS[4]), der die Kraft von 700 bis 10000 wachsen liess und dabei unter andern folgende Zahlen erhielt (R Kraft, ($\varkappa$) Relativzahlen für die Susceptibilität).

---

[1]) Die Literatur s. bei WIEDEMANN, Elektricität 3, pag. 825. u. f.

[2]) SILOW, WIED. Ann. 11, pag. 324. 1880.

[3]) EATON, WIED. Ann. 15, pag. 225. 1882.

[4]) DU BOIS, WIED. Ann. 35, pag. 137. 1888.

Wasser (s = 0·9992)		$MNCl_2$-Lösung (s = 1·1597)		$FeCl_3$-Lösung (s = 1·1704)	
R	(ϰ)	*R*	(ϰ)	*R*	(ϰ)
2295	19·8	736	104·0	736	95·5
3782	20·1	1782	105·2	1782	94·1
5180	20·1	3837	104·7	3847	95·1
6684	20·3	5205	105·0	5180	94·8
7990	19·9	6638	106·1	6674	95·8
9658	20·3	7600	105·7	7654	94·5
		9837	104·8	9855	95·1

Indirekt ergab sich dann weiter die Constanz von ϰ auch für Sauerstoff.

Auf Grund der Gesammtheit der obigen Angaben und mit Rücksicht auf die Einwände, die sich gegen die Beobachtungen SILOW's und SCHUHMEISTER's erheben lassen, kann man sagen, dass eine Variabilität der Susceptibilität für die paramagnetischen und diamagnetischen Stoffe nicht erwiesen, dass im Gegentheil die Constanz derselben für sie sehr wahrscheinlich ist; von einer absoluten Sicherheit kann man nicht, wie DU BOIS es thut, sprechen, weil es immerhin möglich, wenn auch nicht gerade wahrscheinlich ist, dass die Zunahme, das Maximum und die Abnahme von ϰ in den Bereich sehr kleiner Kräfte (SILOW) fällt, und dass die Abnahme alsdann für grössere Kräfte in Constanz übergeht.

Remanenz. Die Frage, ob auch die schwach magnetischen (para- oder diamagnetischen) Stoffe nach dem Aufhören der magnetisirenden Kraft einen gewissen Magnetismus bewahren, wie dies die ferromagnetischen Substanzen thun, muss als eine noch offene bezeichnet werden. Bei einigen eisenhaltigen Mineralien, wie Eisenglimmer, Eisenglanz, Titaneisen u. s. w. will man Spuren von Remanenz gefunden haben, und aus neuerer Zeit liegen bezügliche Angaben von LODGE[1]), TUMLIRZ (s. w. u.) u. A. vor. Bei der Geringfügigkeit der in Betracht kommenden Grössen und der störenden Einwirkung verschiedener fremder Einflüsse wird man aber diese Angaben noch nicht für beweisend erachten können und vorläufig noch annehmen dürfen, dass es bei den schwach magnetischen Körpern keine Remanenz giebt.

Theorie des Para- und Diamagnetismus.

Wie bei den stark magnetischen Körpern muss auch bei den schwach magnetischen, wenn es sich um die Aufstellung einer Theorie handelt, zwischen der eigentlichen mathematischen Theorie und molekular-physikalischen Hypothesen unterschieden werden.

Theorie der magnetischen Induction in schwach magnetischen Körpern[2]). Diese Theorie ist in der im vorigen Artikel für stark magnetische Körper entwickelten nicht nur ohne weiteres enthalten, sondern es ist sogar zu beachten, dass die Grundlagen der Theorie im jetzt vorliegenden Falle weit näher erfüllt sind als im früheren, und dass folglich die Theorie für para- und diamagnetische Körper strenger richtig ist. Es ist nämlich, wie gezeigt wurde, bei letzteren die Susceptibilität ϰ eine constante Grösse (nicht von der Kraft abhängig), und es existirt keine (oder keine irgendwie in Betracht kommende) Remanenz (vergl. pag. 140). Es handelt sich also nur darum, zu sehen, wie

[1]) LODGE, Nat. 38, pag. 484. 1886.

[2]) Vergl. u. a. W. THOMSON, Ges. Abh. üb. El. u. Magn., pag. 478, 484, 493 u. 501. — Ferner sei auf einige Abh. v. BOLTZMANN verwiesen, die auch für die Methodik wichtig sind: Wien. Ber. 80, 2, 23. Oct. *1879* und 83, 2, pag. 575. 1881.

sich die Theorie für Werthe von $\varkappa$ von kleinen positiven oder negativen Beträgen gestalten. Hier hat die Gleichung (25) des vorigen Artikels

$$J = \frac{\varkappa}{1 + \varepsilon\varkappa} R_0, \tag{1}$$

welche die Intensität J der inducirten Magnetisirung durch die äussere Kraft R_0 mit Hülfe der Susceptibilität $\varkappa$ und des Gestaltscoëfficienten ε ausdrückt, als Ausgangspunkt zu dienen. Ist hierin $\varkappa$ das eine Mal positiv, das andere Mal negativ, so kehrt sich zunächst das Zeichen des Zählers um, man erhält also den Satz: Diamagnetische Körper werden entgegengesetzt magnetisirt wie paramagnetische. Aber man sieht auch sofort, dass sie bei gleicher äusserer Kraft, gleicher Gestalt und gleichem absolutem Werthe von $\varkappa$ im Allgemeinen nicht gleich stark magnetisirt werden, weil sich auch im zweiten Gliede des Nenners das Zeichen umkehrt; bei einem unendlich langen Cylinder und beim Ring, wo $\varepsilon = 0$ und folglich

$$J = \varkappa R_0 \tag{2}$$

(Gleichung 26, pag. 147) ist, würde entgegengesetzte Gleichheit der Magnetisirung eintreten. In Wirklichkeit ist jedoch $\varkappa$ bei allen paramagnetischen und diamagnetischen Stoffen so klein (s. ob.), dass man $\varepsilon\varkappa$ gegen die Einheit vernachlässigen kann und folglich für Körper beliebiger Form die obige Gleichung (2) erhält. Es ergeben sich also die beiden Sätze: 1) Bei den para- und diamagnetischen Stoffen ist die Form ohne Einfluss auf die Magnetisirung. 2) Diamagnetische Stoffe verhalten sich dem Zeichen nach entgegengesetzt und quantitativ identisch wie paramagnetische Stoffe unter gleichen Umständen. Dieser Gegensatz zeigt sich in sehr mannigfaltiger Weise, und es sei zunächst kurz auf die in Fig. 124 auf pag. 52 dargestellte Verdichtung der Kraftlinien durch einen in ein Feld eingeschobenen Eisenstab hingewiesen: bei paramagnetischen Körpern findet eine entsprechende Verdichtung, bei diamagnetischen dagegen eine Verdünnung, Zerstreuung der Kraftlinien statt, beides jedoch in so minimalen Beträgen, dass es unmöglich sein würde, sie in der Zeichnung zur Anschauung zu bringen[1]).

B e w e g u n g und E i n s t e l l u n g im m a g n e t i s c h e n F e l d e. Von besonderem Interesse ist im Hinblick auf die Grundversuche, welche man mit ferro-, para- und diamagnetischen Körpern anstellen kann, die Frage, wie sich solche Körper im magnetischen Felde nach der Theorie bewegen müssen, wenn sie sich verschieben können, und wie sie sich einstellen müssen, wenn sie sich drehen können. Zu diesem Zwecke geht man am besten vom Begriffe der potentiellen Energie E eines Körpers im magnetischen Felde aus; diese Grösse hängt von dem herrschenden Potential V ab, von welchem für alle schwach magnetischen Körper angenommen werden kann, dass es mit dem Potential der gegebenen äusseren Kraft des Feldes identisch ist; sie hängt ferner von der Intensität der Magnetisirung ab, die man als eine Oberflächenmagnetisirung auffassen, und deren Element man selbst wieder durch $\varkappa \partial V / \partial n$ ausdrücken kann; es wird also

$$E = \frac{1}{2} \iint \varkappa V \frac{\partial V}{\partial n} ds,$$

oder, nach Umwandlung des Flächenintegrals in ein Raumintegral und Einführung der Kraft R:

$$E = - \tfrac{1}{2} \iiint \varkappa R^2 d\tau. \tag{3}$$

1) W. THOMSON (Ges. Abh., pag. 475, Fig. 54) giebt hierfür durch Wahl übertriebener, in *Wirklichkeit* nicht vorhandener Zahlenverhältnisse eine Veranschaulichung.

Bewegt sich der Körper, den wir uns als klein vorstellen wollen, so ändert sich seine Energie pro Volumeneinheit um:

$$dE = -\frac{\varkappa}{2} d(R^2), \tag{4}$$

und diese Aenderung wird, wenn der Körper die gedachte Bewegung »von selbst« (sich selbst überlassen) ausführt, in der Abnahme von E bestehen (weil ohne Arbeitsaufwendung Bewegung entsteht). Wie man sieht, muss er sich zu diesem Zwecke entgegengesetzt bewegen, je nachdem $\varkappa$ positiv oder negativ ist, je nachdem er also para- oder diamagnetisch ist; im ersten Falle muss er sich so bewegen, dass die Kraft zunimmt, im anderen so, dass sie abnimmt. Man erhält also den Satz, den schon FARADAY[1]) als Ergebniss seiner Versuche in dieser Form ausgesprochen hatte: Im ungleichförmigen Felde bewegen sich paramagnetische Körper nach Stellen grösster Kraft, diamagnetische nach Stellen kleinster Kraft; in einem gleichförmigen Felde sind sowohl para- als diamagnetische Körper im indifferenten Gleichgewicht und bleiben folglich in Ruhe (vergl. übrigens weiter unten). Für ferromagnetische Substanzen gilt der Satz in dieser Form nicht, weil hier die Rückwirkung der Induction auf das Feld in Betracht kommt; es kann aber, richtig gefasst, natürlich auch auf solche ausgedehnt werden. Es ist von Interesse an diesen Satz die Bemerkung zu knüpfen, dass die Orte grösserer Kraft in einem Felde im allgemeinen den Polen näher liegen; dorthin werden also paramagnetische und ferromagnetische Körper meist getrieben, während diamagnetische sich von ihnen entfernen; daher der Ausdruck magnetische Anziehung und Abstossung. Das braucht aber durchaus nicht immer zu geschehen, da es auch im Innern des Feldes relative Maxima giebt; es können vielmehr Umstände hergestellt werden, unter denen paramagnetische Körper abgestossen und diamagnetische angezogen werden. Ueber solche Fälle und manche andere interessante hierher gehörige Fragen kann man bei W. THOMSON[2]) und DUHEM (s. w. u.) ausführlich nachlesen.

Verwickelter sind die Verhältnisse hinsichtlich der Einstellung länglicher Körper, welche drehbar aufgehängt sind. Man muss hier wiederum zwischen einem gleichförmigen und einem ungleichförmigen Felde unterscheiden. In einem gleichförmigen Felde kann man leicht das Drehungsmoment ableiten, und zwar beispielsweise für ein Ellipsoid aus Gleichung (35) des vorigen Artikels:

$$D = \frac{4}{3}\pi abc \frac{\varkappa^2 (L - M)}{(1 + \varkappa L)(1 + \varkappa M)} . \tag{5}$$

Da hierin in der Hauptsache nicht $\varkappa$, sondern $\varkappa^2$ vorkommt, so folgt, dass sich paramagnetische und diamagnetische Körper ganz gleich einstellen, nämlich (wieder aus Gründen, die den obigen analog sind) axial, d. h. mit der Längsaxe in die Richtung des Feldes. Nur wird die Tendenz zu dieser Einstellung bei allen para- und diamagnetischen Stoffen so geringfügig sein, dass man annähernd sagen kann: Im gleichförmigen Felde sind alle schwach magnetischen Stoffe im indifferenten Gleichgewicht. Ganz anders im ungleichförmigen Felde. Hier tendiren die einzelnen Elemente des länglichen Körpers nach dem Punkte grösster oder kleinster Kraft, je nachdem er para- oder diamagnetisch ist. Eine paramagnetische Nadel wird sich axial stellen. Bei einer diamagnetischen wird es von der

---

[1]) FARADAY, Exp. Researches, Ser. 21, § 2418; Trans. R. Soc. 1846, pag. 41; Exp. Unt. 3, pag. 63.

[2]) W. THOMSON, a. a. O.

Beschaffenheit des Feldes abhängen; zwischen zwei entgegengesetzten punktförmigen Polen wird sie sich, wie man leicht einsieht, transversal stellen, aber es kann auch Fälle geben, wo sie sich axial stellt, und die Erfahrung (s. oben) bestätigt dies vollkommen. Und selbst bei paramagnetischen Nadeln kann man Bedingungen herstellen, bei denen sie sich nicht axial verhalten. Auch hierüber findet man bei THOMSON[1]) und bei MASCART und JOUBERT[2]) nähere Ausführungen. In engem Zusammenhange mit der Theorie der Einstellungen steht übrigens die der Schwingungen länglicher magnetischer Körper im Felde. Im allgemeinen hängt die Schwingungsdauer natürlich von der Länge ab, gerade wie beim Pendel; wenn aber das Feld um den Mittelpunkt der Nadel symmetrisch ist, fällt die Länge heraus, und man findet, wenn A und B von den Dimensionen der Nadel abhängige Constanten und ρ ihre Dichte ist, die Schwingungsdauer

$$t = \pi \sqrt{\frac{\rho}{A+B} \cdot \frac{1+\frac{4}{3}\pi\varkappa}{\varkappa}}; \tag{6}$$

für ferromagnetische Stoffe wird also

$$t = \pi \sqrt{\frac{4\pi}{3} \frac{\rho}{A+B}}, \tag{6a}$$

für para- oder diamagnetische

$$t = \pi \sqrt{\frac{1}{\varkappa} \frac{\rho}{A+B}}; \tag{6b}$$

wie man sieht, ist die Schwingungsdauer ferromagnetischer Stoffe von $\varkappa$ unabhängig, die Schwingungsmethode also zur Bestimmung von $\varkappa$ nicht verwendbar, für schwach magnetische Stoffe hingegen ist sie hierzu sehr wohl geeignet.

Unmöglichkeit diamagnetischer Körper. Die obigen Ausführungen zeigen, dass nach der THOMSON'schen Theorie die diamagnetischen Körper zwar unter Umständen complicirte Erscheinungen, aber durchaus keine principielle Schwierigkeit aufweisen. Das ist aber der Fall, wenn man die von DUHEM durchgeführte thermodynamische Theorie (pag. 156) auf sie anwendet, wie dies von DUHEM[3]), PARKER[4]) u. s. w. geschehen ist. Nach DUHEM erhält man nämlich die Grundgleichung des Problems, wenn man das thermodynamische Potential, da es ein Minimum sein muss, differenzirt und das Ergebniss null setzt. Differenzirt man nun noch einmal, so erhält man für diamagnetische Körper einen negativen Werth, und das führt zu Bewegungen der Körper in einem Sinne, welcher der durch den zweiten Hauptsatz vorgeschriebenen entgegengesetzt ist. PARKER hat dies noch auf andere Weise ausgeführt und den Beweis auch gegen Angriffe von verschiedenen Seiten vertheidigt. Hier zeigt sich die Ueberlegenheit der thermodynamischen Theorie über die gewöhnliche, insofern letztere den diamagnetischen Zustand als mathematisch möglich, erstere ihn aber als physikalisch unmöglich erweist. Uebrigens führt die thermodynamische Theorie auch sonst zu interessanten Ergebnissen[5]), z. B. auf die nicht exakte Gültigkeit des FARADAY-THOMSON'schen Satzes (pag. 218).

Differentielle Theorie des Diamagnetismus. Wenn es nun keine in Wahrheit diamagnetischen Körper geben kann, so bleibt nur übrig anzu-

---

[1]) W. THOMSON, a. a. O.

[2]) MASCART und JOUBERT, El. u. Magn. 1, pag. 358.

[3]) DUHEM, Compt. rend. 108, pag. 1042. 1889. — Mém. faculté de Lille 1889 u. a. a. O.

[4]) PARKER, Phil. Mag. (5) 27, pag. 403. 1888; 32, pag. 192 und 253. 1891.

[5]) DUHEM, de l'aimantation p. infl. pag. 73.

nehmen, dass der Diamagnetismus nur ein scheinbarer sei, dass die Constante x bei ihnen nicht in Wahrheit, sondern nur scheinbar negativ sei, und die Analogie mit dem archimedischen Princip in der Mechanik führt sofort zur Aufklärung über diesen Anschein. Diamagnetisch erscheinen Körper, wenn sie schwächer magnetisch sind als die Umgebung, in der sie sich befinden. So hat man durch den Versuch gezeigt, dass eine schwache Eisenchlorid-Lösung, umgeben von einer stärkeren, diamagnetisch erscheint; und bei Angaben über den Magnetismus von Gasen (s. ob.) muss man immer bemerken, ob es sich um die Zahlen gegen Luft oder gegen ein anderes Gas oder gegen den leeren Raum handelt, weil hiervon die Grösse der Zahlen und nicht selten auch ihr Vorzeichen abhängt. Eine Schwierigkeit bereitet bei dieser ganzen Vorstellung nur die Thatsache, dass auch im Vacuum zahlreiche Stoffe diamagnetisch erscheinen, sodass nur die Schlussfolgerung übrig bleibt, dass das Vacuum selbst magnetisch und zwar stärker magnetisch sei, als alle diejenigen Stoffe, welche in ihm diamagnetisch erscheinen. Diese Annahme verliert aber ihren paradoxen Charakter, wenn man bedenkt, dass das sogen. Vacuum kein leerer Raum, sondern mit Aether erfüllt ist, und dass der Aether zwar unmessbar leicht ist, trotzdem aber auch in anderer Hinsicht physikalische Eigenschaften von durchaus nicht unendlich kleinen Grössenwerthen besitzen muss, um den Erscheinungen, bei denen er eine Rolle spielt, zur Grundlage dienen zu können.

Die Annahme, dass alle Körper positiv magnetisch und nur einige von ihnen scheinbar diamagnetisch seien, ist schon von E. BECQUEREL[1]) aufgestellt, seitdem vielfach angenommen, aber auch vielfach angegriffen worden. Es muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass alle zu dem letzteren Zwecke angestellten Versuche nichts beweisen, weil sie ebenso gut aus der BECQUEREL'schen Annahme verständlich gemacht werden können; man vergleiche hierüber unter anderem Aufsätze von BRAUN[2]) und BLONDLOT[3]). Allerdings ist es auch schwer, Versuchsanordnungen zu treffen, welche für die differentielle Theorie entscheiden, und es muss dahingestellt bleiben, ob einem Versuch von TUMLIRZ über die Einstellung eines Bergkrystalls (s. w. u.) eine entscheidende Bedeutung zukomme. In jedem Falle ist diese Entscheidung nicht mehr von fundamentaler Bedeutung, seitdem die Unmöglichkeit wirklicher Diamagnete auf andere Weise erkannt worden ist.

Will man das archimedische Princip auf das differentielle Verhalten magnetischer Körper in magnetischer Umgebung anwenden[4]), so muss man von der Oberflächengleichung für einen magnetischen Körper ausgehen, also z. B. von der Gleichung (18b) des vorigen Artikels, diese aber in der Richtung modificiren, dass man der Umgebung nicht die Susceptibilität null, also die Permeabilität 1, sondern eine bestimmte Susceptibilität x_0 und eine von 1 verschiedene Permeabilität μ_0 zuschreibt; es wird dann die Gleichung für das Gesammtpotential φ:

$$\mu \frac{\partial \varphi}{\partial n_i} + \mu_0 \frac{\partial \varphi}{\partial n_a} = 0. \qquad (7)$$

Diese Gleichung kann man aber auf die ursprüngliche Form, in welcher der Coëfficient des zweiten Gliedes 1 ist, zurückführen, indem man mit μ_0

1) E. BECQUEREL, Ann. Chim. Phys. (3) 28, pag. 343. 1850.
2) F. BRAUN, WIED. Ann. 33, pag. 318. 1888.
3) BLONDLOT, Compt. rend. 106, pag. 1347. 1888.
4) MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 64. — MASCART u. JOUBERT, El. u. Magn. 1, pag. 341.

dividirt, und man sieht dann, dass die Grösse μ/μ_0 als die scheinbare Permeabilität μ' des Körpers im Medium anzusehen ist:

$$\mu' = \frac{\mu}{\mu_0}. \tag{8}$$

Die scheinbare Susceptibilität wird demgemäss die durch die Gleichung

$$\mu' = 1 + 4\pi\varkappa'$$

bestimmte Grösse $\varkappa'$, und diese hängt mit den wahren Susceptibililäten $\varkappa$ und $\varkappa_0$ des Körpers und des Mediums durch die Gleichung

$$\varkappa' = \frac{\varkappa - \varkappa_0}{1 + 4\pi\varkappa_0} \tag{9}$$

zusammen; sie ist also im allgemeinen nicht einfach gleich der Differenz der beiden wahren Susceptibilitäten, wird es aber in allen schwach para- oder diamagnetischen Medien. Man kann also das Ergebniss in folgenden Satz zusammenfassen: die scheinbare Permeabilität eines Körpers in einem Medium ist gleich dem Verhältniss der wahren Permeabilität von Körper und Medium, die scheinbare Susceptibilität ist in schwach magnetischen Medien gleich der Differenz der wahren Susceptibilität von Körper und Medium, in stark magnetischen Medien hingegen der durch die Permeabiliätszahl des Mediums angegebene Bruchtheil jener Differenz. Ist diese Differenz positiv, so erscheint der Körper paramagnetisch, ist sie negativ, so erscheint er diamagnetisch.

Physikalische Theorieen. Die ausgeführten Betrachtungen werden es rechtfertigen, wenn die zahlreichen, im Laufe früherer Jahrzehnte aufgestellten physikalischen Erklärungsversuche des Diamagnetismus weit kürzer behandelt werden, als es vielfach noch in modernen Büchern geschieht. Von der BECQUEREL-schen Theorie der differentiellen Magnetisirungen ist schon die Rede gewesen. FARADAY[1]) stellte anfangs die Theorie der umgekehrten Polarität auf, wonach also ein Nordpol im benachbarten Ende eines diamagnetischen Körpers einen Nordpol erzeugt und umgekehrt, liess aber diese Theorie dann zu Gunsten einer anderen Erscheinung fallen, welche u. A. in seinem obigen Satze Ausdruck findet, und welche dann von THOMSON, MAXWELL u A. weiter ausgebildet wurde, wobei sich übrigens herausstellte, dass die beiden FARADAY'schen Anschauungen nicht eigentlich in einem diametralen Gegensatze zu einander stehen. FARADAY's erste Theorie andererseits wurde von PLÜCKER, W. WEBER, TYNDALL u. A.[2]) aufgenommen und durch zahlreiche Experimente zu erhalten versucht; es ist aber schon angeführt worden, dass diese Versuche in letzter Instanz nichts beweisen. Eine besondere Anschauung entwickelte v. FEILITZSCH[3]), indem er die magnetische Induction durch die äussere Kraft der inneren Induction gegenüber stellte und annahm, dass bei manchen Körpern jene, bei anderen diese überwiege; es ist aber nicht abzusehen, auf welche Weise ein in diesem Sinne verständlicher Gegensatz zwischen stark und schwach magnetischen Körpern sich in einem Gegensatz zwischen positiv und negativ magnetischen Körpern solle verwandeln können.

Die einzige Theorie, welche sich, entsprechend ihrer sinnreichen und eleganten Ausgestaltung, grösserer Anerkennung zu erfreuen gehabt hat, ist die in

---

[1]) FARADAY, Exp. Researches, Ser. 21 u. f., 1846 u. f. — POGG. Ann. 69, pag. 289; 79, pag. 24; 76, pag. 144. Exp. Unt. Bd. 3.

[2]) Die Literatur dieser Frage findet man u. a. bei R. FRANZ, Ueb. d. diamagn. Polarität, N. Acta Leop.-Car. Ac. 40, pag. 233. 1878.

[3]) v. FEILITZSCH, POGG. Ann. 82, pag. 93. 1850.

neuerer Zeit von verschiedenen Seiten weiter ausgebildete elektrische Theorie von W. WEBER[1]). Sie schliesst sieh an die AMPÈRE'sche Theorie des Magnetismus (s. ob. pag. 161 und w. u. im Art. »Elektromagnetismus«) an, wonach um die Molekeln der Körper Ströme kreisen, welche durch eine magnetisirende Kraft mehr oder weniger gerade gerichtet werden. Ausser dieser elektrodynamischen Wirkung muss nun aber, wenn man einen magnetisirbaren Körper in ein Feld bringt, noch eine andere Wirkung eintreten, nämlich eine elektrische Inductionswirkung, es müssen um die Molekeln herum Ströme erzeugt werden, und diese Ströme werden nicht, wie andere Inductionsströme, rasch wieder erlöschen, sondern dauernd erhalten bleiben, wenn man annimmt, dass sie in widerstandslosen Bahnen verlaufen, gerade wie jene Ströme, die beim Einbringen des Körpers in das Feld schon vorhanden waren und nur gerichtet werden; erst wenn man zu einer neuen, entgegengesetzten Induction Anlass giebt, indem man den Körper wieder aus dem Felde entfernt, werden dann die Inductionsströme wieder aufgehoben werden. Bei paramagnetischen Körpern sollen nun die schon vorhandenen Ströme stark sein, sodass sie durch die entgegengesetzt gerichteten Inductionsströme höchstens um ein Geringes geschwächt werden; bei diamagnetischen Körpern hingegen sollen sie gar nicht existiren oder doch so schwach sein, dass sie durch die Inductionsströme übertroffen werden und folglich ein Resultat von entgegengesetztem Charakter entsteht. Weshalb freilich in manchen Stoffen, und zwar sowohl in den ferromagnetischen als auch in den paramagnetischen, von vornherein starke Molekularströme vorhanden sind, in den diamagnetischen nicht, lässt sich nicht sagen; auch lässt die Theorie einige eigenartige Folgerungen zu, welche bisher durch die Erfahrung nicht bestätigt worden sind.

Krystall-Magnetismus.

Einleitung. Bisher wurde bei allen Betrachtungen, sowohl bei denen des vorhergehenden als auch bei denen des jetzigen Artikels, angenommen, dass es sich um nicht nur homogene, sondern auch isotrope Körper handle. Ein solcher Körper verhält sich, wie in den übrigen Hinsichten, so auch den magnetischen Kräften gegenüber, nach allen Richtungen gleich, Ungleichheit des Verhaltens nach verschiedenen Richtungen tritt nur ein, wenn entweder die äusseren Kräfte, also das Feld, ungleichförmig sind, oder wenn seine eigene Ausdehnung nach verschiedenen Richtungen verschieden ist. Man kann demgemäss das Verhalten eines isotropen Körpers nicht besser veranschaulichen, als wenn man sich einen Fall denkt, in welchem beide Ungleichförmigkeiten fehlen, wenn man sich also eine Kugel in einem gleichförmigen Felde denkt. Man erhält dann für die ponderomatorische Wirkung den Satz: Eine isotrope Kugel ist in einem gleichförmigen Felde im indifferenten Gleichgewicht; und für die magnetische Inductionswirkung (magnetomotorische Wirkung) den Satz: In einem gleichförmigen (und offenbar auch in einem ungleichförmigen) Felde ist die magnetische Induction, welche eine isotrope Kugel erfährt, von ihrer Situation, von ihrer Orientirung unabhängig — ein Satz, der ganz selbstverständlich ist, da alle Durchmesser der Kugel gleichwerthig sind, es also keinen Unterschied ausmachen kann, welchen von ihnen man in die Richtung des Feldes bringt. Endlich kommt als drittes Charakteristikum einer isotropen Kugel hinzu, dass die Richtung der Magnetisirung, die sie erhält, mit der Richtung des Feldes

---

[1]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen, insb. üb. Diamagnetismus. Abh. Sächs. Ges. d. Wiss. 1, pag. 485. 1852. — POGG. Ann. 87, pag. 145. 1852. — Werke 3, pag. 475 u. 555.

an der Stelle, wo sie sich befindet, übereinstimmt (oder, wenn man will, bei diamagnetischen Körpern ihr entgegengesetzt ist). —

Es ist ohne Weiteres einleuchtend, dass man, wenn man jetzt zu heterotropen Körpern, also zu Krystallen oder künstlich heterotrop gemachten Körpern übergeht, deren charakteristisches Verhalten ebenfalls in drei Sätzen aussprechen kann, die man einfach erhält, indem man die obigen Sätze umkehrt; es bleibt dann, bei der viel grösseren Mannigfaltigkeit der Krystalle den isotropen Körpern gegenüber, immer noch die Aufgabe, die umgekehrten Sätze genügend allgemein zu fassen und sie alsdann für die einzelnen Krystalltypen zu specialisiren. In mathematischer Hinsicht ist diese Aufgabe gewissen Aufgaben in anderen Zweigen der Physik, insbesondere in der Elasticitätstheorie, so analog, dass man die meisten Betrachtungen und Begriffe von dort hierher übertragen kann.

Dass die Krystalle dem Magnetismus gegenüber ein besonderes Verhalten offenbaren müssten, ist zuerst von POISSON[1]) vermuthet worden. Durch Beobachtung entdeckt wurde es von PLÜCKER[2]) 1847, dem dann FARADAY[3]), TYNDALL u. A. nachfolgten. Die Theorie wurde 1850, unmittelbar nach PLÜCKER's Entdeckung, von W. THOMSON[4]) in überaus einfacher und eleganter Weise entwickelt, sodass man auch heute noch am besten thut, sich ihr anzuschliessen, obgleich inzwischen auch andere, theils in den Grundannahmen, theils in der Methodik abweichende Theorien, namentlich von A. BEER[5]) und von DUHEM[6]), ausgearbeitet worden sind. Dagegen sind zahlreiche physikalische hypothetische Vorstellungen und Erklärungen, die unter anderen von FARADAY ausgingen, inzwischen als überflüssig oder irrthümlich fallen gelassen worden, und auch der von FARADAY für die Ursache der Erscheinung aufgestellte Name »Magnekrystallkraft« verdient kaum beibehalten zu werden, einfach weil eine solche besondere Kraft gar nicht existirt.

Theorie der Magnetisirung einer Krystallkugel. Der Einfachheit halber betrachten wir die Kugelform, bemerken aber, dass die Formeln näherungsweise auch für andere Körper mit nicht zu verschiedenen Dimensionen gelten werden, da bei schwach magnetischen Körpern, wie es Krystalle fast stets sind, die Gestalt (pag. 148 u. 218) so gut wie gar keinen Einfluss auf die Magnetisirung ausübt. Anzuknüpfen ist an die allgemeinen Formeln auf pag. 142 und an die speciellen auf pag. 150, welch' letztere für eine Kugel gelten, wenn das Feld gleichförmig ist, also die Kugelfunction erster Ordnung ist. Bei isotropen Körpern wurde die Componente der Magnetisirung proportional mit den Componenten der Gesammtkraft und folglich auch proportional mit den Componenten der äusseren Kraft gesetzt; zwischen den entsprechenden Proportionalitätsfaktoren p und $\varkappa$ bestand eine einfache Beziehung. Entsprechend setzen wir hier die Componente der Magnetisirung gleich linearen Functionen der Componenten der Gesammt-

---

[1]) POISSON, Mém. Ac. Sciences 5, pag. 247 und 488. 1821; 6, pag. 441. 1823. — POGG. Ann. 1, pag. 301; 3, pag. 429.

[2]) PLÜCKER, POGG. Ann. 72, pag. 315. 1847; 76, pag. 576. 1849; 77, pag. 447. 1849; 78, pag. 427. 1849; 81, pag. 115. 1850; 82, pag. 42. 1851 (die letzten beiden Abh. gemeinschaftlich mit BEER); 86, pag. 1. 1852; 110, pag. 397. 1860.

[3]) FARADAY, Exp. Researches, Ser. 22, 26, 30 (1849, 1851, 1856). — POGG. Ann. Erg. Bd. 3, pag. 1 und 108. 1853; 100, pag. 111 und 439. 1857. — Exp. Unt. 3, pag. 76, 194, 534.

[4]) W. THOMSON, Rep. Brit. Assoc. 1850 (2), pag. 23; Phil. Mag. (4) 1 pag. 177. 1851; Ges. Abh. pag. 449.

[5]) A. BEER, Einl. in d. Elektr. u. s. w. Braunschw. 1865, pag. 221.

[6]) DUHEM, De l'aimant. p. infl., pag. 125.

kraft $X + L$ u. s. w. (pag. 141) und gleich linearen Functionen der äusseren Kraft-Componenten X . . ., wobei wir die auftretenden 9 Coëfficienten in jenem Falle wieder mit p, in diesem wieder mit $\varkappa$ bezeichnen. Wir haben also für die ersten Beziehungen die Gleichungen:

$$A = \varkappa_{11}(X + L) + \varkappa_{12}(Y + M) + \varkappa_{13}(Z + N),$$
$$B = \varkappa_{21}(X + L) + \varkappa_{22}(Y + M) + \varkappa_{23}(Z + N),$$
$$C = \varkappa_{31}(X + L) + \varkappa_{32}(Y + M) + \varkappa_{33}(Z + N),$$

und für die anderen Beziehungen die Gleichungen

$$A = p_{11}X + p_{12}Y + p_{13}Z,$$
$$B = p_{21}X + p_{22}Y + p_{23}Z,$$
$$C = p_{31}X + p_{32}Y + p_{33}Z.$$

Da nun für die Kugel nach Gleichung (4) auf pag. 142

$$L = -\frac{4\pi}{3}A, \quad M = -\frac{4\pi}{4}B, \quad N = -\frac{4\pi}{3}C$$

ist, so kann man die p durch die $\varkappa$ ausdrücken; die betreffenden Formeln sind aber sehr ausgedehnt und können hier fortgelassen werden, da sie sich in Wahrheit sehr bedeutend specialisiren lassen. Zunächst muss das System der $\varkappa$ und folglich auch das der p symmetrisch sein, weil sonst bei fortwährender Umdrehung der Kugel im Magnetfelde, wie eine kleine Betrachtung lehrt, fortwährend Arbeit gewonnen werden würde, was dem Princip von der Erhaltung der Energie widersprechen würde; es muss also sein:

$$\varkappa_{12} = \varkappa_{21}, \quad \varkappa_{23} = \varkappa_{32}, \quad \varkappa_{31} = \varkappa_{13},$$
$$p_{12} = p_{21}, \quad p_{23} = p_{32}, \quad p_{31} = p_{13},$$

wodurch sich die Zahl der Coëfficienten in jedem Falle von 9 auf 6 reducirt.

Eine fernere Vereinfachung erlangt man durch Einführung des dem Druckellipsoid in der Elasticitätslehre (I, pag. 230) entsprechenden magnetischen Inductionsellipsoids, dessen Coordinaten $x\ y\ z$ durch die Gleichung

$$\varkappa_{11}x^2 + \varkappa_{22}y^2 + \varkappa_{33}z^2 + 2\varkappa_{23}yz + 2\varkappa_{31}zx + 2\varkappa_{12}xy = 1$$

bestimmt sind. Dieses Ellipsoid veranschaulicht die Richtung und Intensität der Magnetisirung J in sehr einfacher Weise. Zieht man nämlich nach irgend einem Punkte des Ellipsoids den Radiusvector, legt im Endpunkt desselben die Tangentialebene an das Ellipsoid und fällt vom Mittelpunkt auf diese Tangentialebene die Normale, so giebt der Radiusvector Richtung und Grösse der Kraft und die Normale Richtung und reciproke Grösse der entsprechenden Magnetisirung. Man leitet hieraus ohne Weiteres den Satz ab: In einer Krystallkugel stimmt die Richtung der Magnetisirung im Allgemeinen nicht mit der Richtung des Feldes überein, aber es giebt drei Richtungen in ihr von der Eigenschaft, dass, wenn man bei Einbringung der Kugel in das Feld eine von ihnen den Kraftlinien parallel einstellt, die Magnetisirung dieselbe Richtung annimmt. Diese Richtungen nennt man Hauptmagnetisirungsaxen oder magnetische Symmetrieaxen. Ferner folgt aus der angestellten Betrachtung, dass eine heterotrope Kugel sich ganz ebenso verhält, wie ein isotropes Ellipsoid; es tritt hier eben an die Stelle der in verschiedenen Richtungen verschiedenen Ausdehnungen die in verschiedenen Richtungen verschiedene Structur.

Benutzt man jetzt die Symmetrieaxen als Coordinatenaxen, so fallen die Glieder mit $\varkappa_{23}$, $\varkappa_{31}$, $\varkappa_{12}$ weg, und es erhält das Inductionsellipsoid die einfachere Gleichung

$$\varkappa_1 x^2 + \varkappa_2 y^2 + \varkappa_3 z^2 = 1.$$

Die drei Grössen $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ nennt man die **Haupt-Magnetisirungsconstanten** oder **Haupt-Susceptibilitäten**, sie entsprechen der Magnetisirungsconstante resp. Susceptibilität bei isotropen Körpern und werden, wie man sofort einsieht, durch die reciproken Quadrate der halben Axen des Inductionsellipsoids gemessen. Die eine Hauptsusceptibilität ist die grösste, die dritte die kleinste von allen, die der Körper besitzt, die zweite ist die grösste von allen in dem einen, dagegen die kleinste von allen in dem dazu senkrechten Hauptschnitt:

Die Componenten der Magnetisirung nehmen nunmehr die einfache Form

$$A = \varkappa_1 X, \quad B = \varkappa_2 Y, \quad C = \varkappa_3 Z$$

an, wo die $\varkappa$ mit den p in der einfachen Beziehung $\varkappa_1 = p_1 / \left(1 + \frac{4\pi}{3} p_1\right)$ u. s. w. stehen; dafür kann man, wenn F die Richtung und Stärke des Feldes und $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ die Cosinus seiner Winkel mit den Symmetrieaxen sind, auch schreiben:

$$A = \varkappa_1 \lambda_1 F, \quad B = \varkappa_2 \lambda_2 F, \quad C = \varkappa_3 \lambda_3 F,$$

die Intensität der Magnetisirung selbst wird also

$$J = F\sqrt{\varkappa_1^2 \lambda_1^2 + \varkappa_2^2 \lambda_2^2 + \varkappa_3^2 \lambda_3^2},$$

ihre Richtung bildet mit den Symmetrieaxen Winkel, deren Cosinus $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ durch die Gleichung

$$\frac{\alpha_1}{\varkappa_1 \lambda_1} = \frac{\alpha_2}{\varkappa_2 \lambda_2} = \frac{\alpha_3}{\varkappa_3 \lambda_3} = \frac{1}{\sqrt{\varkappa_1^2 \lambda_1^2 + \varkappa_2^2 \lambda_2^2 + \varkappa_3^2 \lambda_3^2}}$$

bestimmt wird; schliesslich ist der Winkel ϑ, den die Magnetisirungsrichtung mit der Feldrichtung bildet, bestimmt durch die Gleichung

$$\cos\vartheta = \alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2 + \alpha_3 \lambda_3 = \frac{\varkappa_1 \lambda_1^2 + \varkappa_2 \lambda_2^2 + \varkappa_3 \lambda_3^2}{\sqrt{\varkappa_1^2 \lambda_1^2 + \varkappa_2^2 \lambda_2^2 + \varkappa_3^2 \lambda_3^2}}.$$

Einstellung im gleichförmigen Felde. Für das Experiment ist es von Wichtigkeit, das Drehungsmoment zu kennen, welches auf die Kugel wirkt, wenn sie sich um ihren Mittelpunkt frei drehen kann. Hierfür ergiebt sich

$$D = vFJ\sin\vartheta = vF^2\sqrt{\lambda_2^2 \lambda_3^2 (\varkappa_2 - \varkappa_3)^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 (\varkappa_3 - \varkappa_1)^2 + \lambda_1^2 \lambda_2^2 (\varkappa_1 - \varkappa_2)^2},$$

wo v das Volumen der Kugel ist; die Richtungscosinus von D leiten sich hieraus in bekannter Weise ab. Wie man sieht, ist dieses Drehungsmoment mit dem Volumen und dem Quadrate der Feldstärke proportional, im Uebrigen aber eine complicirte Function der Orientirung der Kugel und der drei Differenzen der Haupt-Susceptibilitäten, welch letztere also nicht selbst in die Formel eingehen. Daraus folgt, dass man sie um einen beliebigen, für alle drei gleichen Betrag vergrössern oder verkleinern kann, ohne an den Verhältnissen etwas zu ändern, und hieraus folgt wieder: 1) dass man die obige Fläche zweiten Grades stets, auch für diamagnetische Körper, zu einem Ellipsoid machen kann, so dass sich der obige Ausdruck allgemein rechtfertigt, und 2) dass die Erscheinungen, welche ein Krystall in einem gleichförmigen Felde darbietet, von dem Medium, in dem sich der Krystall befindet, sofern es nur isotrop ist, unabhängig, und zwar auch quantitativ unabhängig sind. Soll dieses Drehungsmoment verschwinden, so muss jedes der Wurzelglieder verschwinden, also, da die $\varkappa$ von einander verschieden angenommen wurden, zwei von den λ gleich null sein, in Worten: Eine drehbare Krystallkugel und ebenso jeder Krystall von nicht zu verschiedenen Dimensionen ist im gleichförmigen, magnetischen Felde im Gleichgewicht, wenn eine ihrer Magnetisirungsaxen in die Richtung des Feldes fallt. Man sieht ferner durch Betrachtung des Minimums der Energie leicht ein und kann es auch direkt aus der Analogie mit dem isotropen Ellipsoid schliessen, von welcher Art

jenes Gleichgewicht sein wird: Das Gleichgewicht ist stabil, wenn die Axe der grössten Susceptibilität in die Richtung des Feldes fällt, anderenfalls ist es labil. Der Körper stellt sich in Folge dessen stets mit der Axe seiner grössten Susceptibilität in die Richtung des Feldes. Dabei kommt es, wie die obigen Formeln lehren, auf den algebraischen Werth der Susceptibilität an; ist der Körper diamagnetisch, so stellt er sich also mit derjenigen Richtung in die Richtung des Feldes, in welcher er am schwächsten diamagnetisch ist. Nach der differentiellen Theorie des Diamagnetismus (pag. 220) ist die letztere Bemerkung an sich einleuchtend; ein schwächerer Diamagnetismus ist ja nichts anderes, als stärkerer Magnetismus.

Ausser den Magnetisirungsaxen giebt es in dem Krystalle noch zwei andere ausgezeichnete Linien, die PLÜCKER »magnetische Axen« genannt hat. Sie haben die Eigenschaft, dass, wenn man eine von ihnen mit dem Aufhängefaden zusammenfallen lässt, für jede Orientirung $D = 0$, das Gleichgewicht also indifferent wird. Man sieht leicht, dass die Richtungen der magnetischen Axen durch die Kreisschnitte des Ellipsoids bestimmt sind. Offenbar liegen die magnetischen Axen symmetrisch zu den Magnetisirungsaxen, und es können dabei zwei Fälle auftreten: der spitze Winkel zwischen den magnetischen Axen kann entweder durch die Axe der grössten oder durch die der kleinsten Magnetisirbarkeit halbirt werden; einen Körper ersterer Art kann man als positiv, einen der letzteren als negativ bezeichnen.

Verschiebung im ungleichförmigen Felde. Im ungleichförmigen Felde wird der Krystall sich nicht nur einstellen, sondern auch verschieben. Eine Betrachtung, die der auf pag. 219 angestellten analog ist, führt hier für die Aenderung der potentiellen Energie zu der Gleichung

$$dE = -\frac{v}{2}(\varkappa_1\lambda_1^2 + \varkappa_2\lambda_2^2 + \varkappa_3\lambda_3^2)\,d(F^2).$$

Auch hier wird sich also der Körper nach den Stellen stärkster oder schwächster Kraft bewegen, je nachdem er para- oder diamagnetisch ist; aber diese Bewegungstendenz ist hier für verschiedene Orientirungen des Körpers verschieden; sie ist am grössten, wenn die Hauptaxe der algebraisch stärksten Magnetisirung (also des stärksten Para- oder des schwächsten Diamagnetismus) dem Felde parallel ist, am kleinsten, wenn sie auf ihm senkrecht steht. Auch hier ist wieder zu beachten, dass die Tendenz der stärksten Axe, sich dem Felde parallel zu stellen, und die Tendenz des Körpers, sich nach einer bestimmten Stelle des Feldes zu bewegen, mit einander in Konflikt kommen und dadurch eigenthümliche, scheinbar paradoxe Erscheinungen hervorgerufen werden können. Noch verwickelter würden die Verhältnisse bei einem Körper werden, für welchen die drei Haupt-Susceptibilitäten verschiedene Vorzeichen haben, ein Fall, der zwar in der Natur nicht vorzukommen scheint, aber künstlich hergestellt werden kann, indem man als Medium, welches hier natürlich von Einfluss ist, ein solches wählt, dessen Susceptibilität dem Zahlenwerthe nach zwischen denen des Krystalls liegt.

Schwingungen. Lässt man die Kugel der Reihe nach um jede der drei Hauptaxen schwingen, so erhält man Schwingungsdauern t_1, t_2, t_3, die der Proportion

$$\frac{1}{t_1^2} : \frac{1}{t_2^2} : \frac{1}{t_3^2} = \varkappa_2 - \varkappa_3 : \varkappa_1 - \varkappa_3 : \varkappa_1 - \varkappa_2,$$

und folglich auch der Gleichung

$$\frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_3^2} = \frac{1}{t_2^2}$$

genügen, die sich leicht in Worten aussprechen lassen. Die Schwingungsdauer t um eine beliebige Axe lässt sich am besten durch die Winkel $\psi\psi'$ ausdrücken, welche diese Drehungsaxe mit den beiden »magnetischen Axen« bildet, und durch die Schwingungsdauer t_2 um die mittlere Hauptmagnetisirungsaxe:

$$t = t_2 \cdot \sin\psi \sin\psi'.$$

Einaxige Krystalle. Die obigen Formeln vereinfachen sich wesentlich, wenn die Struktur des Körpers gegen eine Gerade in ihm symmetrisch ist, also, kurz ausgedrückt, bei einaxigen Krystallen. Hier werden zwei von den $\varkappa$ einander gleich, das Inductionsellipsoid ein Rotationsellipsoid, woraus dann folgt, dass in sämmtlichen, gegen die Axe senkrechten Richtungen die Susceptibilität gleich gross ist. Der Winkel zwischen den beiden magnetischen Axen (s. ob.) ist hier null, diese fallen also mit der Symmetrieaxe zusammen. Der Körper ist dann, um die Axe drehbar aufgehängt, in jeder Orientirung im indifferenten Gleichgewicht; ist die Axe senkrecht zur Drehungsaxe, so stellt er sich in bestimmter Weise ein, und zwar sind hier zwei Fälle zu unterscheiden: wenn das axiale $\varkappa$ grösser ist, als das äquatoriale $\varkappa'$, stellt er sich mit der Symmetrieaxe dem Felde parallel, im anderen Falle senkrecht zu ihm. Man nennt einen Körper magnetisch positiv, wenn $\varkappa > \varkappa'$, negativ, wenn $\varkappa < \varkappa'$ ist. Da bei der Anwendung obiger Regel auf diamagnetische Körper die algebraischen Werthe (nicht die Zahlenwerthe) der $\varkappa$ zu vergleichen sind, erhält man folgendes Schema der Einstellung der Symmetrieaxe zum Felde:

paramagnetisch positiv	paramagnetisch negativ	diamagnetisch positiv	diamagnetisch negativ
‖	⊤	⊤	‖

(einfacher würde es gewesen sein, unabhängig vom para- oder diamagnetischen Charakter jeden Krystall positiv zu nennen, bei welchem die Axe des grösseren algebraischen $\varkappa$-Werthes sich axial stellt).

Das Drehungsmoment, mit welchem ein einaxiger Krystall seine Axe in das Feld oder senkrecht dazu zu stellen sucht, ist

$$D = \pm\, v F^2 (\varkappa - \varkappa') \sin^2\vartheta \sin\varphi \cos\varphi,$$

(ϑ der Winkel zwischen der Axe und der Drehungsaxe und φ der Winkel der durch Axe und Drehungsaxe gelegten Ebene und der auf der Feldrichtung senkrechten Ebene).

Für die Schwingungsdauer brauchen hier natürlich keine der obigen analoge Beziehungen aufgestellt zu werden. Dafür sei hier die Schwingungsdauer t ausgedrückt in Beziehung zur Schwingungsdauer ohne magnetische Erregung t_0, wobei natürlich das Trägheitsmoment K auftritt:

$$\varkappa - \varkappa' = \pm \frac{\pi^2 K}{v F^2 \sin^2\vartheta}\left(\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_0^2}\right).$$

Reguläre Krystalle. Wenn, wie beim regulären System, $\varkappa_1 = \varkappa_2 = \varkappa_3$ wird, so findet ein verschiedenes, magnetisches Verhalten in verschiedenen Richtungen überhaupt nicht mehr statt, der Krystall verhält sich also magnetisch wie ein isotroper Körper.

Beobachtungen und Messungen. Die mathematische Theorie des Krystallmagnetismus ist ein klassisches Beispiel dafür, wie übersichtlich und in Folge dessen fast selbstverständlich die Erscheinungen in einem Gebiete werden,

in welchem sie ohne diese Theorie einen höchst verwickelten und zum Theil paradoxen Eindruck machen würden. Es dürfte daher hier ebenso wenig wie bei den isotropen, para- und diamagnetischen Stoffen Interesse darbieten, die zahlreichen Beobachtungen mitzutheilen, welche früher an Krystallen in magnetischer Hinsicht angestellt worden sind; denn entweder ist ihre Nothwendigkeit nach der Theorie sofort zu übersehen, oder ihre Complikation ist nach der Theorie durch das Zusammenwirken verschiedener Umstände bedingt, das weiter zu verfolgen wenig lohnend ist. Es werden daher hier nur einige wenige der rein qualitativen Beobachtungen berücksichtigt werden. Von Wichtigkeit sind hingegen die quantitativen Bestimmungen, und diese kann man wieder in drei Klassen eintheilen. Bei den Untersuchungen der ersten Art handelt es sich lediglich um die experimentelle Prüfung der THOMSON'schen Theorie, bei den zweiten um die Feststellung des para- oder diamagnetischen Verhaltens, des positiven oder negativen Charakters und der Reihenfolge der Axen hinsichtlich der Stärke der Magnetisirung, bei den dritten endlich um Ermittelung von Zahlenwerthen für die magnetischen Constanten.

Grundversuche. PLÜCKER, der einen grossen Hufeisenmagneten benutzte, untersuchte zuerst grünen Turmalin, und fand, dass er zwar einerseits angezogen wird, sich aber andererseits mit der Axe äquatorial einstellt; ein Gegensatz, der ihn damals sehr überraschen musste, während wir jetzt die einfache Deutung kennen, dass der Turmalin paramagnetisch, aber negativ ist. Auch bei einigen anderen Krystallen fand er dasselbe Verhalten. Als bald darauf FARADAY entdeckte, dass sich ein Wismuthkrystall axial einstellt, glaubte er hierfür eine besondere Ursache, die Magnekrystallkraft, annehmen zu müssen. Erst durch seine und PLÜCKER's weitere Versuche gelangte er zu der Einsicht, dass alle krystallmagnetischen Erscheinungen einheitlichen Ursprungs sind und durch den Satz beschrieben werden können, dass ein Krystall im gleichförmigen Magnetfelde sich in diejenige Lage dreht oder zu drehen strebt, in der ihn die Kraftlinien am leichtesten durchsetzen können; man sieht den Zusammenhang dieses Satzes mit der obigen Theorie leicht ein. Die Auffindung des Gegensatzes zwischen positivem und negativem Charakter bei para- oder diamagnetischer Substanz brachte dann, nebst weiteren Versuchen von PLÜCKFR und BEER, sowie von KNOBLAUCH und TYNDALL[1]) vollends Klarheit in die Verhältnisse. Die Letztgenannten prüften auch künstlich heterotrop gemachte Körper, z. B. schnell abgekühltes Glas und einseitig komprimirte Stoffe, ferner auch Holz, Elfenbein u. s. w. und fanden überall analoges Verhalten.

Eine quantitative Prüfung der THOMSON'schen Theorie erscheint in sofern nicht durchaus erforderlich, als diese Theorie an sich unanfechtbar ist, abgesehen von zwei Voraussetzungen, welche sich aber ebenfalls direkt als richtig erweisen lassen, nämlich, dass bei den Krystallen die Susceptibilität von der magnetisirenden Kraft unabhängig ist, und dass keine Remanenz existirt, Eigenschaften, die ebenso wie bei den isotropen schwach magnetischen Körpern auch bei den Krystallen sehr näherungsweise und höchstens mit speciellen Ausnahmen (s. w. u.) erfüllt sind. Immerhin ist es dankenswerth, dass, von früheren

---

[1]) KNOBLAUCH und TYNDALL, POGG. Ann. 79, pag. 233; 81, pag. 481. 1850. — TYNDALL, Phil. Mag. (4) 2, pag. 165. 1851 und (4) 10, pag. 153 und 257. 1855. — Phil. Mag. (4) 11, pag. 125. 1856. — POGG. Ann. 83, pag. 384.

beschränkteren Untersuchungen abgesehen, sich in neuester Zeit STENGER[1]) und W. KÖNIG[2]) der Prüfung der Theorie unterzogen haben. Sie benutzten als Material Kalkspath und Quarz, gaben dem Krystall die Kugelform, arbeiteten im gleichförmigen Felde und prüften die Richtigkeit der obigen Formeln für das Drehungsmoment, das durch Torsion unifilarer Aufhängung oder die Schwerkraft befilarer Aufhängung äquilibrirt wurde, sowie für die Schwingungsdauer. Nach letzterer Formel muss die Grösse $1/t^2 - 1/t_0^2$ *caeteris paribus* 1) mit $\sin^2 \vartheta$, 2) mit F^2 und 3) mit v proportional sein. Die Proportionalität mit $\sin^2 \vartheta$, die sich bei den ersten Versuchen STENGER's nicht herausgestellt hatte, wurde zuerst von KÖNIG und dann auch von STENGER, der seinen anfänglichen Apparat fehlerhaft befunden hatte, erwiesen, was nicht ganz leicht ist, da sich der Winkel ϑ bei so kleinen Kugeln nur sehr mühsam und mit einer gewissen Unsicherheit bestimmen lässt. Die Proportionalität der Grösse mit F^2 hat KÖNIG direkt geprüft, während STENGER in seiner ersten Arbeit nur mit einer und derselben Feldstärke arbeitete und in der zweiten den Einfluss von ϑ und F gemeinschaftlich untersuchte. Das Ergebniss ist für Kalkspath mit fast absoluter Sicherheit, für Quarz mit grosser Wahrscheinlichkeit die Richtigkeit der THOMSON'schen Theorie, also die Unabhängigkeit der Susceptibilität, oder richtiger gesagt, der Differenz der beiden Susceptibilitäten von der magnetisirenden Kraft, die bei STENGER von 300—1000, bei KÖNIG sogar bis 3000 absoluten Einheiten variirte. Bei Quarz fand zwar KÖNIG eine kleine Abnahme für grosse Kräfte, sie ist aber zu unsicher, als dass man sie für erwiesen erachten könnte. Im Zusammenhange mit dem Ergebniss oben auf pag. 216 sieht man also, dass wahrscheinlich alle schwach magnetischen Körper, isotrope und heterotrope, constante Susceptibilität haben. KÖNIG hat auch noch die Frage geprüft, ob die Magnetisirung des Krystalls eine magnetische Rückwirkung auf das Feld ausübt, was sich an dem Betrage der Dämpfung der Schwingungen oder durch die Differenz der aus den Schwingungen und aus den Ablenkungen ermittelten Zahlenwerthe zu erkennen geben müsste; das Ergebniss war aber negativ.

Soweit die Schwingungsformel. Die Formel für das Drehungsmoment in abgelenkter Lage hat nur STENGER geprüft; für den Einfluss von ϑ und F ergiebt sich nichts Neues, dagegen erlaubt sie auch noch den Einfluss des Winkels φ zu prüfen, also zu untersuchen, ob das Drehungsmoment der zur Aequilibrirung erforderlichen Torsion mit $\sin \varphi \cos \varphi$, oder mit $\sin 2\varphi$ proportional ist; natürlich kann man auch hierauf, wenn man künstliche Torsion hervorruft, die Schwingungsmethode anwenden. Beide Male fand sich wiederum die Theorie vollauf bestätigt.

Die wichtigsten allgemeinen Resultate. Zunächst mögen diejenigen Ergebnisse angeführt werden, die lediglich den paramagnetischen (p) oder diamagnetischen (d), positiven (+) oder negativen (—) Charakter des betreffenden Krystalls resp. die Reihenfolge der krystallographischen Axen ($a > b > c$) bezüglich ihrer Magnetisirbarkeit feststellen. Die meisten Angaben stammen von PLÜCKER und BEER sowie von GRAILICH und von LANG[3]) her.

---

[1]) STENGER, WIED. Ann. 20, pag. 304. 1883; 35, pag. 331. 1888.
[2]) W. KÖNIG, WIED. Ann. 31, pag. 273. 1887; 32, pag. 222. 1887.
[3]) GRAILICH u. v. LANG, Wien. Sitz.-Ber. 32, pag. 43. 1858.

Einaxige Krystalle.

Hexagonal			Tetragonal		
Eisenspath, $FeCO_3$ . .	*p*	+			
$(Ca, Fe)CO_3$	*p*	+			
$(Mg, Fe)CO_3$	*p*	+			
Turmalin	*p*	—	Vesuvian	*p*	—
Beryll	*p*	—	$(NH_4)Cl \cdot CuCl \cdot 2H_2O$	*p*	—
Dioptas	*p*	—	$NiSO_4 \cdot 6H_2O$ . . .	*p*	—
Kalkspath	*d*	+	Wulfenit	*d*	+
$NaNO_3$	*d*	+	Zirkon	*d*	—
Wismuth	*d*	—	$H_2(NH_4)AsO_4$ . . .	*d*	—
Antimon	*d*	—	$Hg(CN)_2$	*d*	—
Arsen	*d*	—	Mellit	*d*	—
Eis	*d*	—			

Einige dreiaxige Krystalle verhalten sich nach zwei dieser Axen ziemlich ch stark magnetisch, so dass sie als nahezu einaxig betrachtet werden nen; unter ihnen ist Eisenvitriol *p* +, Bernsteinsäure *d* +, Borax *d* —, iumnickelcyanid *d* —.

Rhombisches System.

Die älteren Angaben von PLÜCKER, KNOBLAUCH und TYNDALL sind wegen ngelnder Analyse unsicher und überdies meist nicht auf die Axen bezogen. : folgenden Angaben rühren von GRAILICH und v. LANG her; auch hier fehlt . einigen Stoffen die Analyse.

Magnesiumcadmiumchlorid . . .	$MgCl_2 \cdot 2CdCl_2 \cdot 12H_2O$	*d*	*bac*
Nickelcadmiumchlorid	$NiCl_2 \cdot 2CdCl_2 \cdot 12H_2O$	*p*	*bac*
Kobaltcadmiumchlorid	$CoCl_2 \cdot 2CdCl_2 \cdot 12H_2O$	*p*	*bac*
Kaliumeisencyanid		*p*	*bca*
Unterschwefelsaures Natrium . . .	$Na_2S_2O_6 \cdot 2H_2O$	*d*	*acb*
Ammoniumsulfat	$(NH_4)_2SO_4$	*d*	*bca*
Kaliumsulfat	K_2SO_4	*d*	*bca*
Kaliumchromat	K_2CrO_4	*d*	*bca*
Saures Kaliumsulfat	$KHSO_4$	*d*	*abc*
Anhydrid		*d*	*abc*
Baryt		*d*	*cab*
Cölestin		*d*	*cab*
Magnesiumsulfat	$MgSO_4 \cdot 7H_2O$	*d*	*cba*
Zinksulfat	$ZnSO_4 \cdot 7H_2O$	*d*	*cba*
Nickelsulfat	$NiSO_4 \cdot 7H_2O$	*p*	*cba*
Magnesiumchromat	$MgCrO_4 \cdot 7H_2O$	*d*	*acb*
Arragonit		*d*	*bca*
Salpeter		*d*	*bca*
Uranylnitrat	$UO_2(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	*d*	*bca*
Topas		*d*	*abc*
Staurolit		*p*	*acb*
Lithiumacetat	$Li(C_2H_3O_2) \cdot 2H_2O$	*d*	*bca*
Bariumformiat	$Ba(CHO_2)_2$	*d*	*acb*
Strontiumformiat	$Sr(CHO_2)_2 \cdot 2H_2O$	*d*	*bca*
Citronensäure	$C_6H_8O_7 \cdot H_2O$	*d*	*bac*
Natriumnitrat	$Na_3C_6H_5O_7 \cdot 5H_2O$	*d*	*abc*
Kaliumnatriumtatrat	$KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$	*d*	*bca*

Monoklines System.

Nach PLÜCKER sind hier magnetisch: Diopsid und Kaliumferricyanid (Axe *b* (010) am stärksten magnetisch) sowie Kupferformiat und Kupferacetat (Axe mittelstark magnetisch); diamagnetisch: unterschwefligsaures Natrium (Axe am stärksten magnetisch) sowie Natriumacetat und Bleiacetat (Axe am schwächsten magnetisch).

AMBRONN[1]) hat durch Dehnung heterotrop gemachte Gelatineplatten untersucht und gefunden, dass sie sich mit der Dehnungsrichtung äquatorial einstellen.

Zahlenmässige Ergebnisse. Für das Folgende ist in noch höherem Maasse als für das Voranstehende auf die Schwierigkeit hinzuweisen, welche krystallmagnetische Versuche in Folge der Geringfügigkeit der in Betracht kommenden Kräfte bereiten. Insbesondere muss auf peinlichste Sauberkeit und den Ausschluss selbst kleiner Fehlerquellen gehalten werden, da es sich hier nicht blos wie bei isotropen schwach magnetischen Körpern um kleine Grössen, sondern sogar nur um deren Differenzen in verschiedenen Richtungen handelt. Vor allen Dingen darf natürlich kein Eisenstaub auf den Krystall kommen, und das Gehänge muss mit Sorgfalt magnetisch unwirksam gewählt werden; aber auch die feuchte Hand kann schon das Ergebniss völlig umgestalten.

Die älteren Experimentatoren arbeiteten im ungleichförmigen Felde eines Magnetpoles und maassen die Abstossung, theils indem sie den Ablenkungswinkel bestimmten, theils indem sie die Ablenkung durch Torsion compensirten. Als Verhältniss der Abstossungen parallel und senkrecht zur Axe fand für Wismuth HANKEL[2]) 67:100, TYNDALL[3]) 71:100; für Kalkspath TYNDALL im Mittel aus zwei recht gut übereinstimmenden Zahlen 100:91, für Eisenspath 100:81. Auch ROWLAND und JACQUES[4]) benutzten ein veränderliches, wenn auch symmetrisches Feld, bestimmten aber nicht die Abstossung, sondern die Schwingungsdauer; leider sind die erhaltenen Zahlen in Folge irrthümlicher Berechnung dem Vorzeichen und der Grössenordnung nach offenbar falsch[5]). STENGER und KÖNIG[6]) endlich benutzten gleichförmige Felder und erhielten somit aus den obigen Formeln die Differenz $\varkappa - \varkappa'$ der beiden Susceptibilitäten parallel und senkrecht zur Axe. Für Kalkspath ist $\varkappa < \varkappa'$ (algebraisch genommen), also $\varkappa - \varkappa'$ negativ, für $(\varkappa' - \varkappa) \cdot 10^{10}$ ergaben sich folgende Werthe:

KÖNIG		STENGER	
Kugel 1	1080	Kugel 2	803
„ 2	1168 und 1148	„ 3	900
„ 3	1067 und 1083	„ 5	788
		Parallelepiped . .	797

Die Zahlen sind, wie man sieht, beträchtlich verschieden; ob dies auf Versuchsfehler oder auf Materialverschiedenheiten zurückzuführen sei, dürfte sich noch nicht entscheiden lassen. Was die beiden Susceptibilitäten $\varkappa$ und $\varkappa'$ selbst betrifft, so kann man sie durch Combination der TYNDALL'schen Verhältnissmessung und der KÖNIG'schen Differenzmessung ableiten, muss dann aber berücksichtigen, dass alle Beobachtungen in Luft angestellt sind, was zwar auf

[1]) AMBRONN, Ber. Sächs. Ges. 1891.
[2]) HANKEL, Ber. Sächs. Ges. d. Wiss. 1851, pag. 99.
[3]) TYNDALL, Phil. Mag. (4) 2, pag. 174. 1851; POGG. Ann. 83, pag. 397.
[4]) ROWLAND u. JACQUES, Sill. Journ. (3) 18, pag. 360. 1879.
[5]) Vergl. v. ETTINGSHAUSEN, WIED. Ann. 17, pag. 274. 1882.
[6]) STENGER, a. a. O. — KÖNIG, a. a. O.

die Differenz keinen, wohl aber auf das Verhältniss einen Einfluss hat. Nach KÖNIG's Berechnung würde man hiernach für die beiden Susceptibilitäten des Kalkspaths in Luft

$$(\varkappa) = -1{\cdot}25 \cdot 10^{-6} \qquad (\varkappa') = -1{\cdot}14 \cdot 10^{-6}$$

erhalten. Für Quarz sind die Zahlen, weil noch wesentlich kleiner, auch noch beträchtlich unsicherer. KÖNIG findet für zwei Kugeln 60·2 resp. 63·6, STENGER 43 bis 55 für $(\varkappa' - \varkappa) \cdot 10^{10}$.

Ueber das Verhalten des Bergkrystalls liegt auch eine Arbeit von TUMLIRZ[1]) vor, deren Resultate zu eigenthümlich sind, um nicht noch der Bestätigung und event. anderer Erklärung zu bedürfen, die aber jedenfalls erwähnt zu werden verdienen. Als nämlich eine vorher als diamagnetisch erkannte Quarzplatte in das homogene Feld gebracht wurde, stellte sie sich mit der Hauptaxe unter 60° gegen die Feldrichtung ein, und bei Umkehrung des Stromes begab sie sich in dieselbe Einstellung nach der anderen Seite. Nach der Schlussfolgerung des Verfassers muss hiernach der Krystall eine dauernde Polarität erworben haben, und ein weiterer Versuch zeigte, dass diese Polarität nicht diamagnetischen, sondern paramagnetischen Charakters war. Hinsichtlich der weiteren Ausführungen muss auf die Abhandlung selbst verwiesen werden.

F. AUERBACH.

Beziehungen des Magnetismus zu anderen Erscheinungen.

Uebersicht. Im Laufe der Zeit hat sich herausgestellt, dass es kaum eine Klasse physikalischer Erscheinungen giebt, zu welcher der Magnetismus nicht eine direkte oder indirekte Beziehung hätte. Eine der wenigen Ausnahmen hiervon bildet die Gravitation, deren Beziehungen zum Magnetismus nach den vielfachen Versuchen von FARADAY u. A. rein negativer Natur sind, wenigstens, wenn man davon absieht, dass die magnetischen Kräfte in vielen Fällen das Gewicht der Körper scheinbar modificiren, worauf doch z. B. die Anwendung aller Wägungsmethoden (s. ob.) beruht. Im Uebrigen sind Beziehungen des Magnetismus zur Elasticität, zu den Bewegungen, zum Schall, zur Wärme, zum Licht und zur statischen und dynamischen Elektricität aufgefunden worden, und zwar sowohl Einflüsse der in diesen Gebieten wirksamen Kräfte auf den Magnetismus, als auch umgekehrt des Magnetismus auf diese Erscheinungen, eine Wechselwirkung, die nicht nur im Grossen und Ganzen zur Illustrirung des Princips von der Erhaltung der Energie dient, sondern vielfach auch quantitativ erlaubt, den einen Einfluss theoretisch vorherzubestimmen, wenn der umgekehrte experimentell ermittelt worden ist. Die Erscheinungen, von denen hier die Rede sein wird, sind theils an sich ausserordentlich interessant, theils tragen sie zur Klärung der Anschauungen über den Magnetismus selbst wesentlich bei; sie sind demgemäss auch mit solchem Eifer und von so vielen Seiten bearbeitet worden, dass hier nur eine ganz kleine Auswahl des Wichtigsten gegeben werden kann. Dabei sollen die Beziehungen des Magnetismus zur Elektricität ausgeschlossen werden, weil diese in dem nächsten Artikel »Elektromagnetismus« gesonderte Darstellung finden werden.

---

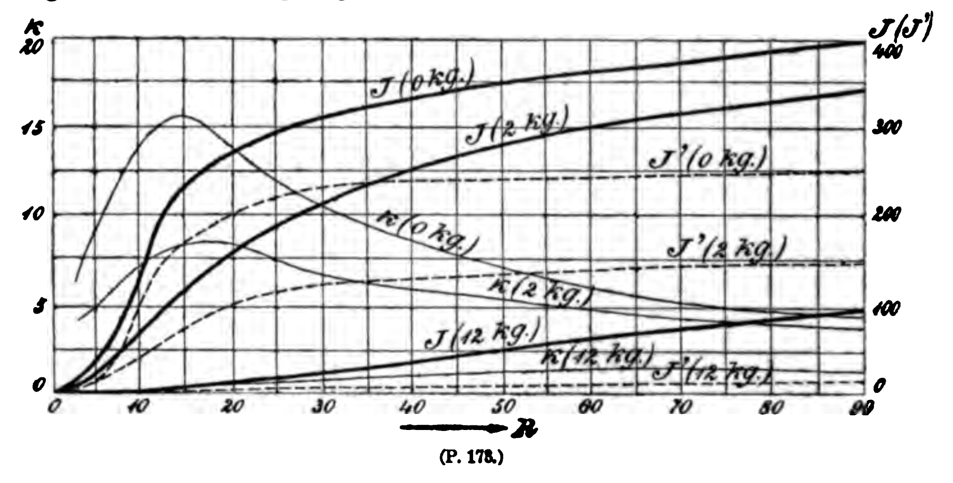
[1]) TUMLIRZ, WIED. Ann. 27, pag. 133. 1886.

I. Beziehungen zur Elasticität, Mechanik und Akustik.

a) Beziehung zum longitudinalen Zug und Druck.

Einfluss von Längsspannung auf den Magnetismus. Die Beobachtung, dass ein Eisenstab, wenn er im magnetischen Felde einem Längszuge unterworfen wird, seinen Magnetismus ändert, ist zuerst von MATTEUCCI[1]) gemacht worden; später haben sich WERTHEIM[2]), VILLARI[3]), W. THOMSON[4]), TOMLINSON[5]), EWING[6]) u. A. hiermit beschäftigt, und die Erscheinung wurde auch bei Nickel und Kobalt constatirt.

Im Nickel ist sie sogar verhältnissmässig am einfachsten, und es ist daher gut, mit ihm zu beginnen. Die Versuchsmethodik ist meist sehr einfach, der Apparat besteht aus der Magnetisirungsspirale, in welcher der Stab oder der Draht steckt, einer Inductionsspirale zur Messung des Magnetismus resp. seiner Aenderungen und einer Zug- resp. Druck-Vorrichtung. Beim Nickel wird der Magnetismus durch Längszug vermindert, und zwar desto mehr, je kräftiger der



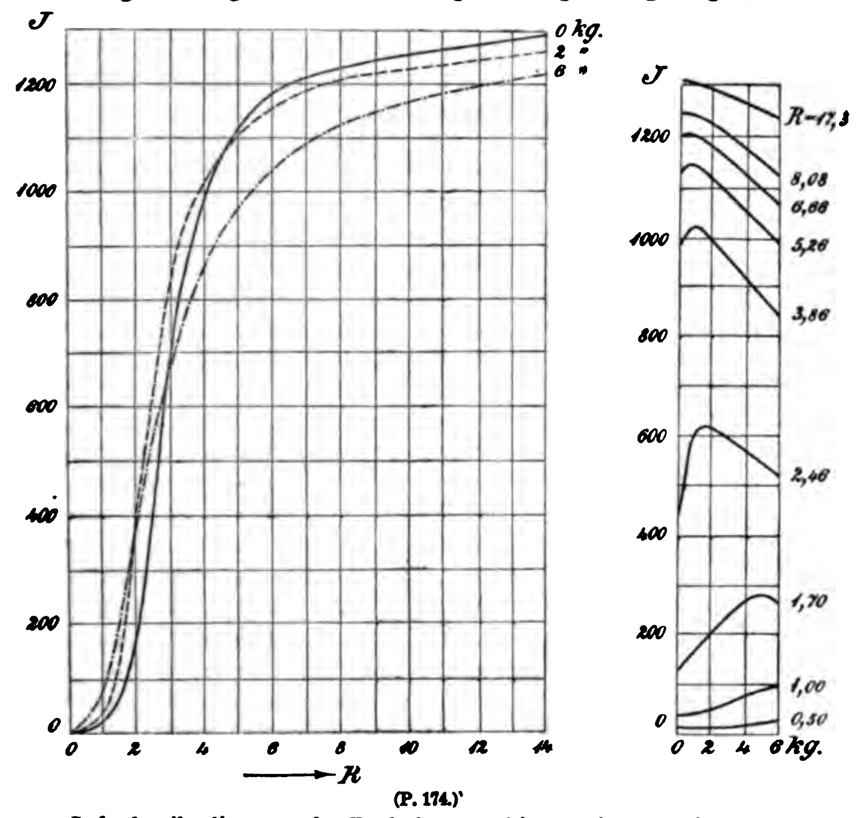
(F. 173.)

Längszug ist. Dies gilt vom temporären Magnetismus ebenso wie vom remanenten, vom letzteren sogar quantitativ in noch höherem Grade; die Figur 173 zeigt dies besser als Zahlenreihen, und sie lässt auch erkennen, dass die Abweichung der Grösse $\varkappa$ von der Constanz, also die Wölbung ihrer Curve nach oben, immer kleiner wird, und dass mit wachsender Belastung der Inflexionspunkt der Curve immer weiter nach rechts rückt, d. h. der Maximalwerth von $\varkappa$ erst bei einer immer grösseren Kraft eintritt; man kann aus alledem schliessen, dass die Unterschiede des Magnetismus in stärkeren Feldern immer kleiner werden. Umgekehrt hat Längsdruck auf Nickel zur Folge, dass sich der Magnetismus steigert, das Maximum von $\varkappa$ früher eintritt und das An- und Abschwellen von $\varkappa$ stärker wird. Mit wachsender Feldstärke zeigt sich hier noch deutlicher, dass die Curven sich nähern, und es ist auch einleuchtend, dass im Zustande der Sättigung der

[1]) MATTEUCCI, Compt. rend. 1847; Ann. Chim. Phys. 53, pag. 416. 1858.
[2]) WERTHEIM, Compt. rend. 35, pag. 702. 1852; Ann. Chim. Phys. 50, pag. 385. 1857.
[3]) VILLARI, POGG. Ann. 126, pag. 87. 1868.
[4]) W. THOMSON, Proc. R. Soc. 23, pag. 445 u. 473. 1875; 27, pag. 439. 1878; Trans. R. Soc. 166 (2), pag. 693. 1877; Reprint II, pag. 332.
[5]) TOMLINSON, Phil. Mag. (5) 29, pag. 394. 1890.
[6]) EWING, Trans. R. Soc. 1885 (2), pag. 523; bes. Cap. 3, 6, 7; Magn. Ind., pag. 182.

Magnetismus durch den Längsdruck überhaupt nicht mehr gesteigert werden kann. Die Curven für hohe Belastungen steigen steil an und biegen dann fast scharf in die horizontale Richtung um, der Sättigungszustand tritt also sehr plötzlich ein. Statt der bisher betrachteten Magnetisirungscurven für verschiedene Belastungen kann man sich durch eine kleine Aenderung des Beobachtungsverfahrens auch Curven verschaffen, welche den Magnetismus (Ordinate) als Function der Belastung (Abscisse) darstellen, und zwar für verschiedene Feldstärken; bei Zugbelastung fallen sie von links oben nach rechts unten, bei Druckbelastung steigen sie von links unten nach rechts oben.

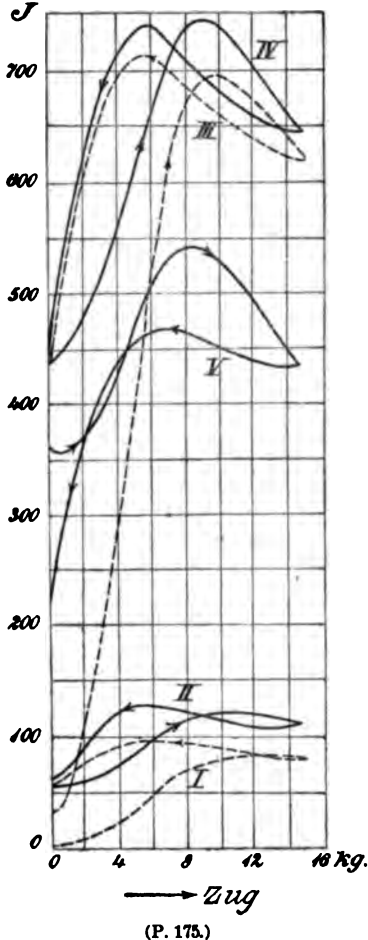
Beim Eisen ist die Erscheinung verwickelter. Ob Längsdruck hier den Magnetismus steigert oder schwächt, hängt von der Stärke der ursprünglich vorhandenen Magnetisirung ab: schwache Magnetisirung wird gesteigert, starke ver-



(P. 174.)

ringert. Jedoch gilt dies nur für Zugbelastung bis zu einer gewissen Grenze; bei weitergetriebener Belastung wird auch schon schwacher Magnetismus geschwächt. Die obige Umkehrung der Erscheinung beim Uebergang von schwachen zu starken Magnetisirungen nennt man nach ihrem Entdecker: »VILLARI'sche Wirkung«, den Punkt, wo sie eintritt, VILLARI'schen kritischen Punkt. Die VILLARI'sche Wirkung hat zur Folge, dass die Magnetisirungscurven für verschiedene Zugbelastungen beim Eisen sich schneiden, wie die Fig. 174 zeigt; im untersten Theile liegt die Curve für die stärkste Belastung, weiterhin die für die mittlere, zuletzt die für den unbelasteten Draht zu oberst. In der rechten Hälfte der Figur ist das merkwürdige Verhalten noch anders veranschaulicht, nämlich durch die schon oben erwähnten Curven, welche, für verschiedene Feldstärken, die Magnetisirung als Function der Belastung darstellen; die unterste dieser

Curven, die der geringsten Feldstärke entspricht, steigt durchweg, die oberste fällt durchweg, die dazwischen liegenden steigen erst und fallen dann; für jede Feldstärke giebt es eine bestimmte Belastung, bei welcher der Magnetismus am grössten ist, und dieser kritische Belastungswerth rückt mit wachsender Feldstärke immer weiter abwärts. Wie sich der kritische Punkt mit der Belastung und ausserdem auch mit der Temperatur ändert, hat des näheren TOMLINSON[1]) gezeigt. Auch der remanente Magnetismus wird, wenn die vorausgegangene temporäre Magnetisirung schwach war, durch Zug erhöht, dagegen vermindert, wenn sie stark war. Bei gehärtetem Eisen sind die Aenderungen des Magnetismus analog, aber wesentlich grösser. Die Curven in der rechten Hälfte der obigen Figur wurden übrigens nicht etwa erhalten, indem man im magnetischen Felde die Belastung erhöhte, sondern gerade wie die Curven der linken Hälfte, indem man nach der Belastung das Feld herstellte und wachsen liess; erstere wurden aus letzteren einfach umgerechnet.



(P. 175.)

Wenn man direkt Versuche der angedeuteten Art anstellt, erhält man zwar ähnliche Curven, wie die oben rechts sichtbaren, sie sind aber durch verschiedene Umstände complicirt. Erstens ruft nämlich eine erstmalige Belastung oder Entlastung im magnetischen Felde besondere Wirkungen hervor; dehnt man einen Stab, der sich in einem nicht zu starken Felde befindet, nach und nach, so steigt sein Magnetismus oft bis auf das vielfache seines ursprünglichen Werthes; aber dasselbe tritt auch dann ein, wenn man einen vorher auf Zug belasteten Draht im Felde nach und nach entlastet, auch hier wächst der Magnetismus; man hat es also hier nicht mit einer Wirkung zu thun, die mit der Ursache das Vorzeichen wechselt, sondern sich als symmetrische Function jedes elastischen Eingriffs kennzeichnet. Erst wenn man den Draht mehrmals belastet und entlastet hat, verliert sich diese besondere Erscheinung. Aber auch dann bleibt noch, und das ist der zweite der erwähnten Punkte, eine ziemlich kräftige magnetisch-elastische Hysteresis geltend, d. h. derselben Belastung entsprechen ganz verschiedene Magnetismen, je nachdem man sich bei der cyklischen Belastung und Entlastung auf dem Hinwege oder Rückwege befindet. Man erhält in Folge dessen Hysteresis-Schleifen, aber diese sind nicht so einfach, wie die im Art. »Magnetische Induction« pag. 174 betrachteten; denn während die beiden Zweige der letzteren rein aufsteigend resp. absteigend sind, ist hier jeder Zweig aus einem auf- und einem absteigenden Zweige zusammengesetzt, die Curve schneidet sich also selbst. Die Figur 175 zeigt unten die Schleife I für einen

[1]) TOMLINSON, Phil. Mag. (5) 29, pag. 394; Lum. él. 37, pag. 40. 1890.

erstmaligen Belastungscyklus und II für einen späteren; oben entsprechend für ein stärkeres Feld III und IV; I und III sind ganz offene, II und IV nahezu geschlossene Curven; endlich ist V die Curve der Remanenz nach der grösseren Feldstärke. Man kann übrigens die Wirkung der Hysteresis fast vollständig aufheben, wenn man den Versuchskörper häufigen Erschütterungen aussetzt (vergl. hierzu auch w. u.). Die meisten der erwähnten Erscheinungen kehren sich bei Anwendung von Longitudinaldruck um.

Beim Kobalt existirt die VILLARI'sche Wirkung ebenfalls, wenigstens ist sie von CHREE[1]) für Druck nachgewiesen; nur ist sie hier umgekehrt, d. h. dieselbe wie die Zugwirkung beim Eisen: schwacher Magnetismus wird verstärkt, starker geschwächt, wobei der Uebergang etwa bei 120 Feldstärken stattfindet. Durch Zug scheint der Magnetismus allgemein geschwächt zu werden.

Beim Nickel scheint nach einer noch nicht vollständig publicirten Arbeit von HEYDWEILER[2]) die VILLARI'sche Wirkung auch zu existiren.

Bisher wurde der Einfluss untersucht, den Längszug oder Druck auf gleichzeitige Magnetisirung ausübt. Aber auch vorangegangene Längsdeformation übt einen solchen Einfluss aus, und zwar selbst dann, wenn sie rein temporären Charakters war, wenn sie sich also innerhalb der Elasticitätsgrenze hielt, und der betreffende Körper sich beim Beginn der Magnetisirung wieder in seinem scheinbar ursprünglichen Zustande befindet; allerdings scheinen diese Wirkungen nur bei hartem Material erheblich zu sein. Man kann diese Wirkungen autheben, wenn man den vorübergehend deformirten Draht vor Beginn des Magnetisirungsprocesses entweder durch abnehmende Ströme wechselnder Richtung (pag. 180) behandelt, also so, als ob er magnetisch wäre und man ihn entmagnetisiren wollte, oder starken Erschütterungen aussetzt. Die folgenden Zahlen zeigen nach EWING die Magnetisirung eines Eisendrahtes, der vor jeder Versuchsreihe mit 42 Kilo pro *qmm* belastet wurde; bei der ersten Reihe folgte hierauf unmittelbar die Magnetisirung, bei der zweiten wurde er erst noch »entmagnetisirt«, bei der dritten erst noch erschüttert. Die letzte Spalte giebt die Ueberschüsse der Zahlen unter I über den Durchschnitt der Zahlen in II und III an. Wie man sieht, ist die gedachte Nachwirkung eine für die Magnetisirung günstige, und zwar zeigt sie sich am stärksten für mittlere Magnetisirungen, für starke aber so gut wie gar nicht mehr.

R	*I*	*II*	*III*	δ
0	0	0	0	0
1·15	8	5	5	3
2·01	19	11	10	8
2·87	40	19	17	22
4·31	73	44	35	34
5·75	110	78	70	36

R	*I*	*II*	*III*	δ
8·62	176	149	150	27
11·50	230	212	214	17
17·25	321	314	314	7
23·00	394	390	388	5
33·12	472	472	471	0

Sehr viel stärker, aber auch weit unmittelbarer verständlich ist die Nachwirkung dann, wenn die vorangegangene Beanspruchung die Elasticitätsgrenze überschritten hatte und die Deformation in Folge dessen eine bleibende geworden ist. Beruht doch hierauf eine der einfachsten Methoden zur Härtung von Drähten, und ist doch schon im vorigen Artikel gezeigt worden, wie ausserordentlich verschieden sich weiche und harte Eisenkörper dem Magnetismus gegenüber verhalten; wir brauchen daher hier nicht nochmals darauf zurückzukommen.

[1]) CHREE, Proc. R. Soc. 47, pag. 41. 1889; Trans. R. Soc. 1890 A, pag. 329.

[2]) HEYDWEILER, Sitz.-Ber. Würzb. phys.-med. Ges. 1893.

Längenänderung durch Magnetisirung. Wir betrachten nunmehr die umgekehrte Beziehung; wie die Längenänderung auf den Magnetismus, so hat auch die Magnetisirung auf die Länge der Körper einen Einfluss; die bezügliche Beobachtung ist zuerst von JOULE[1]) gemacht worden, und zwar in einer Weise, welche, ähnlich wie bei den entsprechenden Problemen der Elasticitätslehre, Bd. I., pag. 250, erkennen liess, wie sich gleichzeitig Querschnitt und Volumen verhalten. Der Eisenstab befand sich nämlich in einer mit Flüssigkeit gefüllten und in eine Capillare auslaufenden Röhre; da sich nun der Stab einerseits verlängert, andererseits aber der Stand der Flüssigkeit in der Capillare nicht ändert, muss man schliessen: die Magnetisirung bewirkt eine Längsdehnung des Stabes, aber zugleich eine Quercontraction, und beide stehen in einem derartigen Verhältniss zu einander, dass das Volumen des Stabes im Wesentlichen ungeändert bleibt. Später haben A. M. MAYER[2]), RIGHI[3]), WERTHEIM[4]), BEETZ[5]), BARRETT[6]), BIDWELL[7]) die Frage untersucht, und namentlich der Letztgenannte in umfassender Weise und unter Vermeidung aller Fehlerquellen. Unter diesen sind von besonderer Wichtigkeit elektromagnetische und thermische Einflüsse: die ersteren bestehen darin, dass die magnetisirende Spirale die Stabenden anzieht und ihn dadurch verkürzt oder verlängert, je nach dem Lageverhältniss zwischen Spirale und Stab und je nach der Befestigungsart des letzteren. Die thermische Wirkung besteht in der Erwärmung und daraus sich ergebenden Ausdehnung des Stabes. Erstere Wirkung kann man durch Anwendung von sehr langen Stäben oder noch besser von Ringen ausschliessen, letztere durch Umgebung des Eisenkörpers mit einer hölzernen Hülle und sehr kurze Dauer des Stromschlusses (Bruchtheile einer Sekunde) herabmindern; auch muss man alle seitlichen Asymmetrien vermeiden, da sonst Durchbiegung u. s. w. stattfindet, welche auch die Länge scheinbar verändern können. BIDWELL berechnete die Längenänderung eines Ringes aus der Aenderung seines grossen Durchmessers, und maass diesen mit Hilfe einer empfindlichen Hebelübertragung und Spiegelablesung; ähnlich verfährt er bei einem Stabe. Das Ergebniss ist sehr merkwürdig, und die Resultate von RIGHI und BIDWELL stehen z. Thl. im Widerspruche mit einander. RIGHI findet nämlich für verschiedene Stärken des magnetisirenden Stromes i folgende Verlängerungen dl:

i	12·5	16·5	19·5	21	26	31
dl	4·5	7·5	10·5	12	17	22
$i^2:l$	34·7	36·2	36·3	36·7	39·8	43·6

Die letzte Reihe zeigt, dass die Verlängerung dem Quadrate der Stromstärke, also näherungsweise auch des Magnetismus proportional ist; die absoluten Feldstärken sind nicht angegeben, aber jedenfalls ziemlich mässige. Nach BIDWELL andererseits wird Eisen durch schwach magnetisirende Kräfte verlängert, und zwar anfangs proportional, allmählich schwächer und bei durchschnittlich etwa $R = 100$ tritt das Maximum der Länge ein, wobei die Verlängerung für

[1]) JOULE, Phil. Mag. 30, pag. 76, 225. 1847.

[2]) A. M. MAYER, Phil. Mag. (4) 46, pag. 177. 1873.

[3]) RIGHI, Mem. di Bologna (4) 1, pag. 99. 1879.

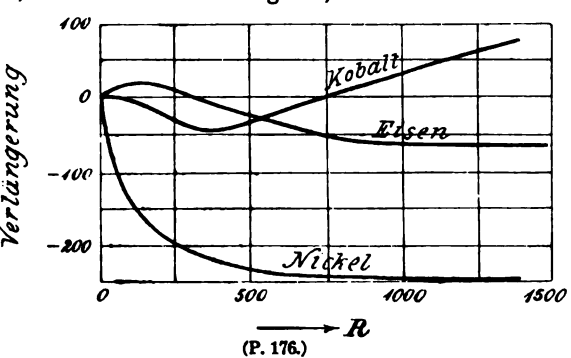
[4]) WERTHEIM, Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302. 1848; POGG. Ann 77, pag. 43.

[5]) BEETZ, POGG. Ann. 128, pag. 193. 1866.

[6]) BARRETT, Phil. Mag. (4) 47, pag. 51. 1874; Nat. 26, pag. 515 u. 586. 1882.

[7]) BIDWELL, Proc. R. Soc. 38, pag. 265. 1885; 40, pag. 109 u. 257. 1886; Trans. R. Soc. 1888, pag. 205; Proc. R. Soc. 47, pag. 469. 1890.

verschiedene Proben zwischen 0·0000025 und 0·0000050 der Länge schwankte. Dann tritt wieder Verkürzung ein, und zwar schliesslich uuter die ursprüngliche Länge herab, bis um etwa 0·0000070 ihres Werthes. Bei Stahl ist die Erscheinung ähnlich, aber schwächer. Bei Kobalt ist sie umgekehrt, schwache Felder bringen keine merkliche Wirkung hervor, dann tritt Verkürzung ein, diese wird bei einer gewissen Feldstärke null, und bei stärkeren Kräften tritt Verlängerung ein. Bei Nickel endlich tritt von vornherein Verkürzung ein, die sich für mässige Feldstärken durch die Formel $dl = -18 \cdot 10^{-8} R$ darstellen lässt und bei stärkeren Kräften einem Grenzwerthe, etwa 0·000025 pro Längeneinheit, nähert (Fig. 176). Beim Nickel ist also auch diese Wirkung — gerade wie die reciproke — am einfachsten und am kräftigsten. Es sei noch bemerkt, dass auch die Dicke der Stäbe einen Einfluss auf den Betrag der Verlängerung zu haben scheint; nach einigen Beobachtern ist er ein direkter, nach anderen ein inverser.



(P. 176.)

Wenn man die Drähte während der Versuche dehnt oder comprimirt, so wird dadurch die Wirkung beeinflusst; die neuesten Versuche auch hierüber rühren von BIDWELL her. Beim Eisen hat Zug zur Folge, dass die anfängliche Verlängerung kleiner und die bei grösseren Kräften eintretende Verkürzung grösser wird, dass also die ganze Längencurve tiefer zu liegen kommt; bei sehr starken Zugbelastungen verschwindet sogar die Verlängerung ganz, es tritt sofort Verkürzung ein. Bei Nickel ist der Einfluss ein ziemlich verwickelter, bei Kobalt scheint er gar nicht vorhanden zu sein.

Bei Wismuth hat BIDWELL eine Verlängerung, TYNDALL, GRIMALDI, VAN AUBEL [1]) haben dagegen keine, wenigstens keine sichere gefunden.

Sehr mannigfaltig und complicirt sind die Erscheinungen, welche auftreten, wenn ein Stab oder Draht durch einen hindurchgeleiteten Strom circular und eventuell gleichzeitig auch noch longitudinal magnetisirt wird. Man vergleiche hierüber u. A. Versuche von RIGHI [2]), welcher findet, dass ein vom Strom durchflossener Eisendraht sich verkürzt, und dass diese Verkürzung grösser ist, wenn der Stab vorher longitudinal magnetisirt war — ein aus der Molekulartheorie des longitudinalen und circularen Magnetismus (pag. 56 u. w. u. im »Elektromagnetismus«) leicht verständliches Verhalten.

b) Beziehung zur Biegung.

Es genüge darauf hinzuweisen, dass einerseits von WERTHEIM ein Einfluss auf den Magnetismus, andererseits von GUILLEMIN, WERTHEIM u. A. ein Einfluss der Magnetisirung auf einen gebogenen Stab constatirt worden ist. Es treten hierbei aber mancherlei Abweichungen auf, welche nicht erlauben, einfache Schlüsse zu ziehen [3]).

---

[1]) VAN AUBEL, Journ. de Phys. (3) 1, pag. 424. 1892.

[2]) RIGHI, a. a. O.

[3]) WERTHEIM, Compt. rend. 22, pag. 336. 1846; Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302, 1848. — GUILLEMIN, Compt. rend. 22, pag. 264 u. 432. 1846.

c) Beziehung zur Torsion.

Diese Beziehungen, welche besonderes Interesse darbieten, sind von MATTEUCCI[1]), WERTHEIM[2]), WIEDEMANN[3]), BECQUEREL, Sir W. THOMSON[4]), HUGHES[5]), KNOTT[6]), CHREE, EWING[7]), ZEHNDER[8]), NAGAOKA[9]), TOMLINSON[10]), BANTI[11]), F. J. SMITH[12]) u. A. erforscht worden; inbesondere hat G. WIEDEMANN die Erscheinungen nach den verschiedensten Richtungen hin verfolgt und auf diese Weise relative Uebersichtlichkeit in das Gewirr der Thatsachen gebracht. Hier kann nur das allerwichtigste angeführt werden. Die experimentellen Anordnungen sind so naheliegende, dass sie hier nicht ausführlich behandelt zu werden brauchen; es sei nur bemerkt, dass man die Stäbe oder Drähte longitudinal durch Spiralen oder (in der Inklinationsrichtung) durch den Erdmagnetismus, circular durch hindurchgeleitete Ströme magnetisirt und sie, wo dies erforderlich ist, vor den Versuchen glüht oder ablöscht.

Wirkung der Torsion auf den Magnetismus. Wie bei der Dehnung muss man auch hier zwischen den ersten elastischen Eingriffen und den späteren unterscheiden. Wendet man zunächst nur schwache, im wesentlichen innerhalb der Elasticitätsgrenze bleibende Torsionen an, so findet man bei Eisen, dass die ersten Torsionen den Magnetismus erhöhen, die späteren aber vermindern, und zwar so stark, dass im cyklischen Zustande der tordirte Stab schwächer magnetisch ist, als der torsionsfreie. Die Erscheinung ist bei weichem Eisen am kräftigsten, bei hartem schwächer, bei Stahl am schwächsten; auch durch gleichzeitige Spannung wird die Wirkung herabgedrückt, wobei überdies neue Complikationen eintreten. Bei Nickel bewirkt die Torsion umgekehrt eine Erhöhung des Magnetismus, wenigstens in mässigen Feldern; in starken Feldern tritt eine Umkehrung der Erscheinung ein. Bei einem belasteten Nickeldrahte scheinen die Verhältnisse wesentlich andere zu sein; wenigstens ist sonst die Beobachtung ZEHNDER's unverständlich, dass man bei einem solchen durch mässige Torsion einen schwachen vorhandenen Magnetismus nicht nur schwächen, sondern sogar in den entgegengesetzten verwandeln kann. Wieder anders scheinen die Verhältnisse bei Kobalt zu liegen.

Auch bei der Einwirkung der Torsion auf den Magnetismus findet Hysteresis statt, d. h. die Curven des Magnetismus als Function der Torsion und der Detorsion sind gegeneinander verschoben, wovon Fig. 177 (a bezieht sich auf Eisen, b auf Nickel) ein anschauliches Bild giebt[13]); zahlreiche derartige Curven

[1]) MATTEUCCI, Compt. rend. 24, pag. 301. 1847; Ann. Chim. Phys. (3) 53, pag. 385. 1858.

[2]) WERTHEIM, Compt. rend. 35, pag. 702. 1852; Ann. Chim. Phys. (3) 50, pag. 385. 1857.

[3]) WIEDEMANN, POGG. Ann. 103, pag. 563. 1858; 106, pag. 161. 1859; Verh. Bas. Nat. Ges. 2, pag. 169. 1860; Berl. Mon.-Ber. 1860; POGG. Ann. 117, pag. 195. 1862; WIED. Ann. 27, pag. 376. 1886; 37, pag. 610. 1889; Elektr. 3, pag. 671.

[4]) W. THOMSON, Proc. R. Soc. 27, pag. 439. 1878; Trans. R. Soc. 1878.

[5]) HUGHES, Proc. R. Soc. 31, pag. 525. 1880; 32, pag. 25 u. 213. 1881.

[6]) KNOTT, Trans. R. Edinb. Soc. 35 (2), pag. 377. 1889; 36 (2) pag. 485. 1891.

[7]) EWING, vergl. Magn. Induction, pag. 211.

[8]) ZEHNDER, WIED. Ann. 41, pag. 210. 1890.

[9]) NAGAOKA, Journ. of the Coll. of Science Tokio 2, pag. 304. 1888; 3, pag. 189 u. 335. 1889; 4, pag. 323. 1891.

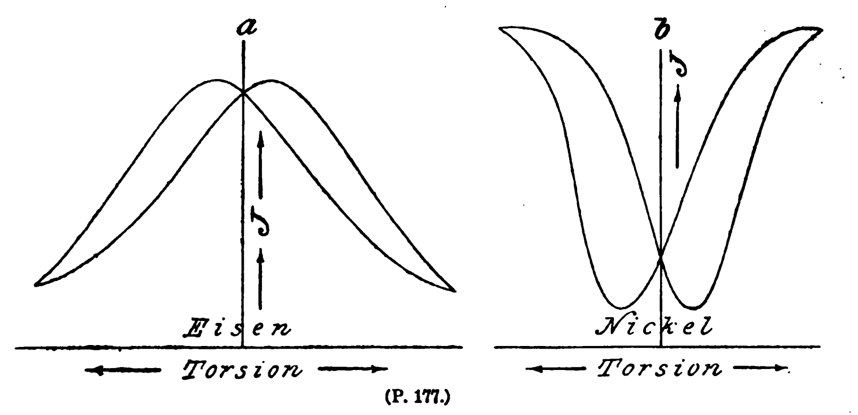
[10]) TOMLINSON, Proc. R. Soc. 42, pag. 224. 1887.

[11]) BANTI, Mem. Ac. Linc. 1890 u. 1891.

[12]) J. F. SMITH, Phil. Mag. (5) 32, pag. 383. 1891.

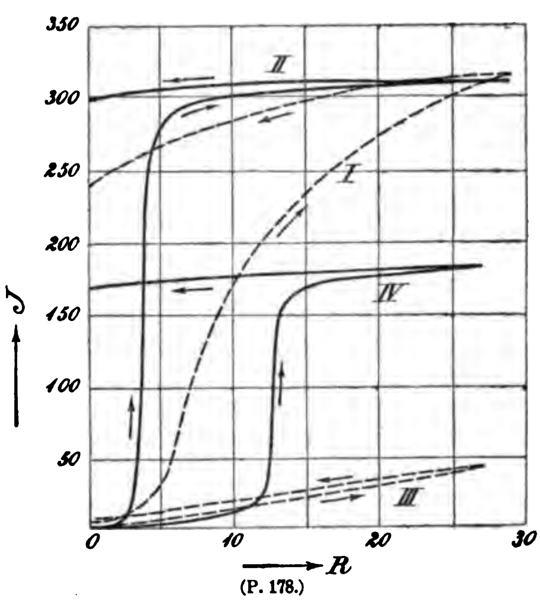
[13]) Die Grundlinien entsprechen nicht dem Werthe $\mathfrak{J} = 0$, sondern einem schon beträchtlichen Werthe von $\mathfrak{J}$.

sind von Sir W. THOMSON, WIEDEMANN, NAGAOKA und ZEHNDER mitgetheilt worden. Durch gleichzeitige Zugbelastung gehen diese symmetrischen Curven in unsymmetrische und schliesslich sogar in einseitige Hysterisschleifen über, worüber man in EWING's Buch (pag. 224 f.) zahlreiche Angaben und Abbildungen



(F. 177.)

findet. Von NAGAOKA rühren auch die in Fig. 178 wiedergegebenen Magnetisirungscurven (Hin- und Rückweg) her, welche für einen langen, ausgeglühten Nickeldraht J als Function von R in gewöhnlichem Zustande (I), in tordirtem Zustande (3° für 1 *cm*, II), in gespanntem Zustande (10 *kgr*, III) und endlich in tordirtem und gespanntem Zustande (IV) darstellt. Man findet darin die obigen Angaben über die Wirkung von Torsion und Spannung bestätigt, man sieht aber weiter, dass die Torsion noch eine ganz charakteristische Wirkung hat, nämlich die, dass die drei Stücke der Magnetisirungscurve, das schwach, das stark und das wieder schwach ansteigende, die im gewöhnlichen Zustande sanft in einander übergehen, hier scharf von einander getrennt sind. Auch erkennt man, dass der remanente Magnetismus im ungespannten Zustande, wo er ohnehin gross ist, durch die Torsion nur mässig, im gespannten aber, wo er minimal ist, durch die Torsion kolossal gesteigert wird.



(F. 178.)

Wesentlich anders und noch complicirter ist die Wirkung der Torsion auf den permanenten Magnetismus. Sieht man von den Anfangserscheinungen ab und betrachtet gleich den stationären Zustand, so erhält man nach WIEDEMANN dass merkwürdige Ergebniss, dass der Vorgang ein asymmetrischer ist und zwar nicht nur der Grösse, sondern auch dem Vorzeichen nach, d. h. dass Torsion nach der einen Seite vergrössernd, nach der anderen Seite verkleinernd wirkt; die der Fig. 177 entsprechenden Curven verlaufen also hier nicht an-

und absteigend, sondern nur entweder ansteigend oder absteigend, und zwar wieder bei Nickel umgekehrt wie bei Eisen.

Wenn man Stahlstäbe magnetisirt und dann mehr oder weniger wieder entmagnetisirt, so treten auch hier besondere Wirkungen auf, wie folgende auszüglich nach WIEDEMANN gegebene Tabelle zeigt, in der die erste Spalte den ursprünglichen, die zweite den nach der theilweisen Entmagnetisirung verbliebenen, die übrigen den Magnetismus nach Ausübung der darüber stehenden Torsion angeben.

M	m	10°	20°	40°	60°
205	174	154	137	118	109
185	71	74	73	66	64
190	51	57	60	58	57
180	37	42	46	47	46
180	1	2	14	22	—

Wie man sieht, wird nach geringer Entmagnetisirung der Magnetismus durch Torsion geschwächt, bei mittlerer durch kleine Torsion gesteigert, durch grössere wieder geschwächt, endlich nach fast vollständiger Entmagnetisirung durchweg gesteigert.

Bisher war von Torsionen innerhalb der Elasticitätsgrenze die Rede. Bei grösseren Torsionen, die zum Theil bleibenden Charakters sind, wird natürlich die Wirkung stärker, aber zugleich auch so verwickelt, dass hier nur auf die einschlagende Literatur (WERTHEIM und MATTEUCCI) verwiesen werden kann.

Die Wirkung der Torsion auf den Magnetismus zeigt sich auch, wenn letzterer nicht durch eine umgewickelte Spule, sondern durch einen den Stab selbst durchfliessenden Strom erzeugt wird, also vom circularen Typus ist. Hier ist diese Wirkung sogar besonders merkwürdig; WIEDEMANN hat nämlich nachgewiesen, dass, wenn man einen solchen Draht während oder nach dem Stromdurchgang tordirt, er magnetisch wird[1]). Das will besagen: Der Draht, der bisher nach aussen hin nicht magnetisch war, ist es durch die Torsion geworden; mit andern Worten: Der Magnetismus hat sich aus rein circularem theilweise in longitudinalen verwandelt. Dabei erhält der Draht an der Eintrittsstelle des Stromes einen Südpol, wenn er schraubenrechts gedreht wird und umgekehrt. Bei Nickel ist die entstehende Magnetisirung jedesmal die entgegengesetzte.

Nach der Molekulartheorie ist es leicht zu übersehen, dass die Torsion den Typus des vorhandenen Magnetismus umgestalten muss, indem sie eine vorhandene longitudinale zum Theil in circulare, eine vorhandene circulare zum Theil in longitudinale, beide also, wenn man die Resultante betrachtet, in eine »schraubenförmige Magnetisirung« verwandelt. Sir W. THOMSON[2]) einerseits und WIEDEMANN[3]) andererseits haben dies des Näheren erläutert. Dabei zeigt sich einmal — man vergleiche insbesondere die Betrachtungen von MAXWELL[4]) und CHRYSTALL[5]) — der Zusammenhang des Torsionseinflusses mit dem Einflusse einer Beanspruchung auf Zug und Druck (aus denen sich die Torsion zusammensetzen lässt) und sodann auch der Zusammenhang mit einer im Art. »Magnetische

[1]) G. WIEDEMANN, Berl. Mon.-Ber. 1860.

[2]) W. THOMSON. Proc. R. Soc. 17, pag. 442. 1878.

[3]) G. WIEDEMANN, a. a. O.; bes. WIED. Ann. 27, pag. 376.

[4]) MAXWELL, El. u. Mag. 2, pag. 109.

[5]) CHRYSTALL, Encycl. Metr. 15, pag. 270.

Induction« erwähnten Erscheinung, wonach Magnetisirung in einer bestimmten Richtung den Magnetismus in der darauf senkrechten Richtung beeinflusst. Den Zustand, in welchem ein Stab in Folge von Scherung oder Torsion (Zug in einer Richtung, Druck senkrecht dazu) verschiedene Susceptibilitäten in verschiedenen Richtungen hat, nennt W. THOMSON magnetische Aeolotropie; sie spielt bei manchen der hier vorkommenden Erscheinungen eine nicht unwichtige Rolle; es muss aber G. WIEDEMANN Recht gegeben werden, wenn er die Torsion als solche für die primäre, die Aeolotropie der Regel nach für nur eine secundäre Ursache erklärt. Wenn übrigens die Torsionswirkung auf die Wirkung von Zug und Druck zurückführbar ist, so müsste sich auch hier die VILLARI'sche Umkehr-Erscheinung zeigen; dass dies nicht der Fall ist, erklärt sich wahrscheinlich daraus, dass die Richtung, in welcher bei der Torsion Zug stattfindet, eine schiefe (diagonale) Richtung ist, in dieser Richtung aber die Magnetisirung unterhalb des kritischen Punktes von VILLARI bleibt, auch wenn die Magnetisirung sehr weit getrieben wird.

Wirkung des Magnetismus auf die Torsion. Wie der Magnetismus durch Torsion, so wird auch die Torsion durch Magnetisirung geändert, und zwar wird sie im Allgemeinen verringert, desto stärker, je stärker die Magnetisirung ist, jedoch nur bis zu einem gewissen Maximum; bei Stahl ist die Abnahme kleiner als bei Eisen; gleichzeitige Spannung scheint keinen Einfluss auf die Grösse der Detorsion auszuüben. Entgegengesetzte Magnetisirungen wirken wiederum zu Anfang in gleichem Sinne, später aber cyklisch. Auch permanente Torsion wird durch Magnetismus vermindert; nur wenn sie sehr klein ist, tritt für starke Felder bei Nickel wieder von neuem Torsion auf, derart, dass ihr Endwerth unter Umständen den ursprünglichen übertreffen kann. Bei vorheriger Torsion und theilweiser Detorsion treten auch hier wiederum eigenthümliche Erscheinungen auf, wie oben bei vorhergehender Magnetisirung und theilweiser Entmagnetisirung.

Der interessanteste Specialfall ist auch hier derjenige, in welchem von vorn herein überhaupt keine Torsion vorhanden ist. Eine einfache Längsmagnetisirung hat dann keine Wirkung, ebenso wenig eine Cirkularmagnetisirung; magnetisirt man aber einen Draht durch eine umgebende Spirale longitudinal und durch einen hindurchgeschickten Strom cirkular, so erhält er eine Torsion, deren Richtung dadurch bestimmt ist, dass, wenn der Nordpol und der Eintritt des Stromes am oberen Ende des Drahtes liegen, von hier gesehen, die Torsion des anderen Endes im Uhrzeigersinne erfolgt, und dass sie sich umkehrt, wenn eine der beiden Magnetisirungen, dagegen dieselbe bleibt, wenn beide umgekehrt werden[1]). Man sieht auch hier sofort ein, dass durch die Uebereinanderlagerung beider Magnetisirungen Schiefstellung der Molekularmagnete und schraubenförmige Magnetisirung erzeugt wird; man kann sich daraufhin wenigstens in grossen Zügen vorstellen, wie durch diese Drehung der Molekeln sowie in zweiter Linie in Folge der Verlängerung in der Schraubenrichtung, Verkürzung in der darauf senkrechten Richtung Torsion entstehen muss. Auch hier hat sich gezeigt, dass bei Nickel eine entgegengesetzte Torsion hervorgerufen wird wie beim Eisen[2]). Man kann also ganz allgemein auf eine entgegengesetzte molekularmagnetische Struktur bei Eisen und Nickel schliessen.

Dass durch Längsmagnetisirung eines gedrillten oder durch Drillung eines

[1]) WIEDEMANN, a. a. O. — VILLARI, POGG. Ann. 137, pag. 569. 1869.

[2]) KNOTT, Proc. R. Soc. Edinb. 1882, pag. 225.

längsmagnetisirten Drahtes eine circulare Componente des Magnetismus erzeugt wird, lässt sich direkt durch den Inductionsstrom nachweisen, den man erhält, wenn man die Enden des Drahtes mit einem Galvanometer verbindet; und zwar fliesst der Strom, wenn der Draht im Sinne einer rechtsgängigen Schraube tordirt wird, beim Eisen vom Nordpol zum Südpol, beim Nickel vom Südpol zum Nordpol; diese Erscheinung hat für Eisen MATTEUCCI[1]), für Nickel ZEHNDER[2]) und NAGAOKA[3]) unabhängig von einander nachgewiesen, man kann solche Ströme Torsionsströme nennen. Sehr nahe verwandt sind ihnen die von BRAUN[4]) entdeckten Deformationsströme, die beim Ausziehen einer Nickelspule entstehen, und für die, da ein Zusammenhang mit magnetischen Zuständen anscheinend nicht vorhanden war, BRAUN begreiflicher Weise nach anderen Erklärungen suchte; indessen hat sich doch herausgestellt (und BRAUN hat selbst Beweise dafür erbracht), dass die Ströme durch die theilweise Umwandlung im Circularmagnetismus verursacht sind, welche der vom Nickeldraht bei der Bearbeitung erworbene Längsmagnetismus beim Strecken der Spule erfährt. Im Uebrigen gehört die Verfolgung dieser Ströme, die Inductionsströme besonderer Art sind, nicht hierher[5]).

d) Beziehung zum Volumen.

Es ist schon oben erwähnt worden, dass ein Draht bei der Magnetisirung zwar eine Längenänderung erfährt, dass dieser aber eine Querschnittänderung von umgekehrtem Vorzeichen und derartigem Betrage entspricht, dass das Volumen ungeändert bleibt.

KNOTT[6]) hat allerdings bei Eisenröhren die Volumenänderung des inneren Hohlraumes untersucht und eine Verkleinerung gefunden; dieser Fall liegt aber doch etwas anders als der eines Stabes. Andererseits hat CANTONE (s. w. u.) bei einem Ellipsoide Constanz des Volumens gefunden. Wenn sich also die JOULE'schen und CANTONE'schen Ergebnisse bestätigen, so ergiebt sich ein charakteristischer Unterschied zwischen der Verlängerung des Eisens durch Magnetisirung und durch Spannung, insofern letztere eine Vergrösserung des Volumens zur Folge hat, erstere hingegen nicht (vergl. w. u.). Für Nickel liegen hingegen gut übereinstimmende Angaben von BARRETT[7]) und CANTONE (s. w. u.) vor, wonach sich das Volumen bei der Magnetisirung um 0·0000001 seines Werthes in runder Zahl vermindert. Aber auch diese Aenderung ist im Vergleich zur Aenderung der Lineardimensionen sehr klein, sodass auch für Nickel das Verhältniss der Querdehnung zur Längskürzung nicht erheblich von $\frac{1}{2}$ abweicht (s. w. u.). Bei Röhren hat KNOTT[8]) für schwache Kräfte Verkleinerung, für starke Vergrösserung des Hohlraumes gefunden.

Umgekehrt hat WASSMUTH[9]) den Einfluss kubischer Compression auf den

---

1) MATTEUCCI, Ann. Chim. Phys. (3) 53, pag. 385. 1858. — S. auch G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 129, pag. 616. 1867.

2) ZEHNDER, WIED. Ann. 38, pag. 68. 1889.

3) NAGAOKA, Phil. Mag. (5) 29, pag. 123. 1890.

4) BRAUN, WIED. Ann. 37, pag. 97 u. 107. 1889; 38, pag. 53. 1889; 39, pag. 159. 1890; vergl. hierzu ZEHNDER, WIED. Ann. 38, pag. 68 u. 496. 1889.

5) Ueber den Zusammenhang zwischen Torsions- und Deformationsströmen vergl. auch CAMPETTI, Atti di Torino 26, pag. 553. 1891.

6) KNOTT, Proc. R. Edinb. Soc. 18, pag. 315. 1891.

7) BARRETT, Nat. 26, pag. 585. 1882.

8) KNOTT, a. a. O.

9) WASSMUTH, Wien. Ber. 86, pag. 539. 1882.

Magnetismus geprüft, indem er den betreffenden Stab in einem einerseits zu einer Capillarröhre ausgezogenen und überall geschlossenen Gefässe durch Erhitzung des Quecksilbers comprimirte, den Stab durch eine Spirale magnetisirte und den Magnetismus mittelst einer Tangentenbussole maass. Es zeigte sich, dass die in der oberen Reihe verzeichneten, ursprünglichen Magnetismen (relative Zahlen) durch einen Druck von 10 Atmosphären sich in die darunter befindlichen verwandelten:

m_0	1·8	6·5	43·7	96·3	150·6	181·8
m	1	5·1	45	98	152·2	183·5

Schwache Magnetisirungen werden also durch den allseitigen Druck geschwächt, starke dagegen erhöht. Die Wirkung ist mit Rücksicht auf die doch schon sehr gewaltige Drucksteigerung nicht beträchtlich, sie ist aber von Interesse wegen ihres Zusammenhanges mit der mechanischen Wärmetheorie, worüber man bei WASSMUTH nähere Entwickelungen findet.

e) Magnetostriction.

Allgemeine Theorie und Beobachtungen über Druckwirkung und Formänderung bei magnetisirten Körpern.

Unter Magnetostriction versteht man die mechanischen Zustände und Vorgänge in Körpern, die sich im magnetischen Felde befinden; die Erscheinung ist ganz analog der im Bd. III (1) pag. 98 behandelten Elektrostriction, und es kann daher für die Grundlagen auf das dort Gesagte verwiesen werden. Die Erscheinung hat erstens an sich ein grosses theoretisches und experimentelles Interesse, letzteres auch im Hinblick auf die unter a) bis d) erwähnten Thatsachen; zweitens ist sie neuerdings besonders im Hinblick auf die FARADAY-MAXWELL'sche Theorie der elektrischen und magnetischen Erscheinungen, die ja auf den mechanischen Spannungszuständen der betreffenden Medien beruht, mit grossem Eifer behandelt worden. Welche Bewandtniss es mit diesem Zusammenhange und mit der angeblichen Stütze habe, welche die Erscheinungen der Striction jener Theorie gewähren sollen, darüber sei auf die Ausführungen von POCKELS[1]) verwiesen; hier wird die Erscheinung nur als solche dargestellt werden.

Im theoretischen Kapitel des Art. »Magnetismus der verschiedenen Körper« ist schon von der Energie im magnetischen Felde im Anschlusse an die Abhandlung W. THOMSON's die Rede gewesen; allgemeiner ist die Theorie der Striction besonders von v. HELMHOLTZ[2]), BOLTZMANN[3]), KIRCHHOFF[4]), STEFAN, LORBERG[5]), ADLER[6]), CANTONE[7]) und DUHEM[8]) behandelt worden. Da es hier unmöglich ist, auf alle diese Darstellungen, die übrigens im Wesentlichen von gleichem Charakter sind, einzugehen, erscheint es angezeigt, die KIRCHHOFF'sche

---

1) POCKELS, Arch. Math. Phys. (2) 12, pag. 57. 1892.

2) v. HELMHOLTZ, Berl. Mon.-Ber. 1881; WIED. Ann. 13, pag. 385. Wiss Abh. 1, pag. 810.

3) BOLTZMANN, Wien. Ber. 80 (2). 1879; 82 (2), pag. 826 u. 1157. 1880. — Vergl. hierzu die Bemerkungen von KIRCHHOFF, WIED. Ann. 24, pag. 70. 1885.

4) KIRCHHOFF, WIED. Ann. 24, pag. 52. 1885; 25, pag. 601. 1885.

5) LORBERG, WIED. Ann. 21, pag. 300. 1884.

6) ADLER, Wien. Ber. 100 (2), pag. 477; 101 (2), pag. 1537. 1892. — Vergl. auch WIED. Ann. 28, pag. 509. 1886.

7) CANTONE, Mem. Acc. Linc. 6. 1890.

8) DUHEM, Compt. rend. 112, pag. 157. 1891; Leçons s. l'Electr. Paris 1892.

Längenänderung durch Magnetisirung. Wir betrachten nunmehr die umgekehrte Beziehung; wie die Längenänderung auf den Magnetismus, so hat auch die Magnetisirung auf die Länge der Körper einen Einfluss; die bezügliche Beobachtung ist zuerst von JOULE[1]) gemacht worden, und zwar in einer Weise, welche, ähnlich wie bei den entsprechenden Problemen der Elasticitätslehre, Bd. I., pag. 250, erkennen liess, wie sich gleichzeitig Querschnitt und Volumen verhalten. Der Eisenstab befand sich nämlich in einer mit Flüssigkeit gefüllten und in eine Capillare auslaufenden Röhre; da sich nun der Stab einerseits verlängert, andererseits aber der Stand der Flüssigkeit in der Capillare nicht ändert, muss man schliessen: die Magnetisirung bewirkt eine Längsdehnung des Stabes, aber zugleich eine Quercontraction, und beide stehen in einem derartigen Verhältniss zu einander, dass das Volumen des Stabes im Wesentlichen ungeändert bleibt. Später haben A. M. MAYER[2]), RIGHI[3]), WERTHEIM[4]), BEETZ[5]), BARRETT[6]), BIDWELL[7]) die Frage untersucht, und namentlich der Letztgenannte in umfassender Weise und unter Vermeidung aller Fehlerquellen. Unter diesen sind von besonderer Wichtigkeit elektromagnetische und thermische Einflüsse: die ersteren bestehen darin, dass die magnetisirende Spirale die Stabenden anzieht und ihn dadurch verkürzt oder verlängert, je nach dem Lageverhältniss zwischen Spirale und Stab und je nach der Befestigungsart des letzteren. Die thermische Wirkung besteht in der Erwärmung und daraus sich ergebenden Ausdehnung des Stabes. Erstere Wirkung kann man durch Anwendung von sehr langen Stäben oder noch besser von Ringen ausschliessen, letztere durch Umgebung des Eisenkörpers mit einer hölzernen Hülle und sehr kurze Dauer des Stromschlusses (Bruchtheile einer Sekunde) herabmindern; auch muss man alle seitlichen Asymmetrien vermeiden, da sonst Durchbiegung u. s. w. stattfindet, welche auch die Länge scheinbar verändern können. BIDWELL berechnete die Längenänderung eines Ringes aus der Aenderung seines grossen Durchmessers, und maass diesen mit Hilfe einer empfindlichen Hebelübertragung und Spiegelablesung; ähnlich verfährt er bei einem Stabe. Das Ergebniss ist sehr merkwürdig, und die Resultate von RIGHI und BIDWELL stehen z. Thl. im Widerspruche mit einander. RIGHI findet nämlich für verschiedene Stärken des magnetisirenden Stromes i folgende Verlängerungen dl:

i	12·5	16·5	19·5	21	26	31
dl	4·5	7·5	10·5	12	17	22
$i^2:l$	34·7	36·2	36·3	36·7	39·8	43·6

Die letzte Reihe zeigt, dass die Verlängerung dem Quadrate der Stromstärke, also näherungsweise auch des Magnetismus proportional ist; die absoluten Feldstärken sind nicht angegeben, aber jedenfalls ziemlich mässige. Nach BIDWELL andererseits wird Eisen durch schwach magnetisirende Kräfte verlängert, und zwar anfangs proportional, allmählich schwächer und bei durchschnittlich etwa $R = 100$ tritt das Maximum der Länge ein, wobei die Verlängerung für

1) JOULE, Phil. Mag. 30, pag. 76, 225. 1847.

2) A. M. MAYER, Phil. Mag. (4) 46, pag. 177. 1873.

3) RIGHI, Mem. di Bologna (4) 1, pag. 99. 1879.

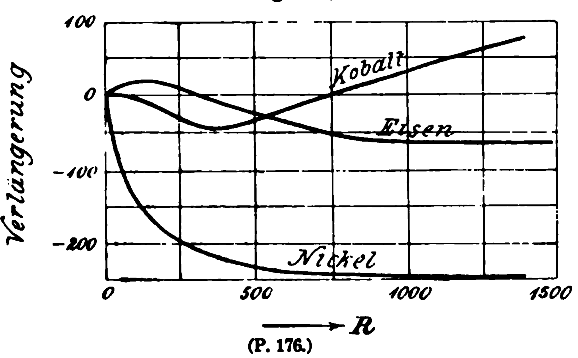
4) WERTHEIM, Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302. 1848; POGG. Ann 77, pag. 43.

5) BEETZ, POGG. Ann. 128, pag. 193. 1866.

6) BARRETT, Phil. Mag. (4) 47, pag. 51. 1874; Nat. 26, pag. 515 u. 586. 1882.

7) BIDWELL, Proc. R. Soc. 38, pag. 265. 1885; 40, pag. 109 u. 257. 1886; Trans. R. Soc. 1888, pag. 205; Proc. R. Soc. 47, pag. 469. 1890.

verschiedene Proben zwischen 0·0000025 und 0·0000050 der Länge schwankte. Dann tritt wieder Verkürzung ein, und zwar schliesslich uuter die ursprüngliche Länge herab, bis um etwa 0·0000070 ihres Werthes. Bei Stahl ist die Erscheinung ähnlich, aber schwächer. Bei Kobalt ist sie umgekehrt, schwache Felder bringen keine merkliche Wirkung hervor, dann tritt Verkürzung ein, diese wird bei einer gewissen Feldstärke null, und bei stärkeren Kräften tritt Verlängerung ein. Bei Nickel endlich tritt von vornherein Verkürzung ein, die sich für mässige Feldstärken durch die Formel $dl = -18 \cdot 10^{-8} R$ darstellen lässt und bei stärkeren Kräften einem Grenzwerthe, etwa 0·000025 pro Längeneinheit, nähert (Fig. 176). Beim Nickel ist also auch diese Wirkung — gerade wie die reciproke — am einfachsten und am kräftigsten. Es sei noch bemerkt, dass auch die Dicke der Stäbe einen Einfluss auf den Betrag der Verlängerung zu haben scheint; nach einigen Beobachtern ist er ein direkter, nach anderen ein inverser.



(P. 176.)

Wenn man die Drähte während der Versuche dehnt oder comprimirt, so wird dadurch die Wirkung beeinflusst; die neuesten Versuche auch hierüber rühren von Bidwell her. Beim Eisen hat Zug zur Folge, dass die anfängliche Verlängerung kleiner und die bei grösseren Kräften eintretende Verkürzung grösser wird, dass also die ganze Längencurve tiefer zu liegen kommt; bei sehr starken Zugbelastungen verschwindet sogar die Verlängerung ganz, es tritt sofort Verkürzung ein. Bei Nickel ist der Einfluss ein ziemlich verwickelter, bei Kobalt scheint er gar nicht vorhanden zu sein.

Bei Wismuth hat Bidwell eine Verlängerung, Tyndall, Grimaldi, van Aubel[1]) haben dagegen keine, wenigstens keine sichere gefunden.

Sehr mannigfaltig und complicirt sind die Erscheinungen, welche auftreten, wenn ein Stab oder Draht durch einen hindurchgeleiteten Strom circular und eventuell gleichzeitig auch noch longitudinal magnetisirt wird. Man vergleiche hierüber u. A. Versuche von Righi[2]), welcher findet, dass ein vom Strom durchflossener Eisendraht sich verkürzt, und dass diese Verkürzung grösser ist, wenn der Stab vorher longitudinal magnetisirt war — ein aus der Molekulartheorie des longitudinalen und circularen Magnetismus (pag. 56 u. w. u. im »Elektromagnetismus«) leicht verständliches Verhalten.

b) Beziehung zur Biegung.

Es genüge darauf hinzuweisen, dass einerseits von Wertheim ein Einfluss auf den Magnetismus, andererseits von Guillemin, Wertheim u. A. ein Einfluss der Magnetisirung auf einen gebogenen Stab constatirt worden ist. Es treten hierbei aber mancherlei Abweichungen auf, welche nicht erlauben, einfache Schlüsse zu ziehen[3]).

---

[1]) van Aubel, Journ. de Phys. (3) 1, pag. 424. 1892.

[2]) Righi, a. a. O.

[3]) Wertheim, Compt. rend. 22, pag. 336. 1846; Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302, 1848. — Guillemin, Compt. rend. 22, pag. 264 u. 432. 1846.

c) Beziehung zur Torsion.

Diese Beziehungen, welche besonderes Interesse darbieten, sind von MATTEUCCI[1]), WERTHEIM[2]), WIEDEMANN[3]), BECQUEREL, Sir W. THOMSON[4]), HUGHES[5]), KNOTT[6]), CHREE, EWING[7]), ZEHNDER[8]), NAGAOKA[9]), TOMLINSON[10]), BANTI[11]), F. J. SMITH[12]) u. A. erforscht worden; inbesondere hat G. WIEDEMANN die Erscheinungen nach den verschiedensten Richtungen hin verfolgt und auf diese Weise relative Uebersichtlichkeit in das Gewirr der Thatsachen gebracht. Hier kann nur das allerwichtigste angeführt werden. Die experimentellen Anordnungen sind so naheliegende, dass sie hier nicht ausführlich behandelt zu werden brauchen; es sei nur bemerkt, dass man die Stäbe oder Drähte longitudinal durch Spiralen oder (in der Inklinationsrichtung) durch den Erdmagnetismus, circular durch hindurchgeleitete Ströme magnetisirt und sie, wo dies erforderlich ist, vor den Versuchen glüht oder ablöscht.

Wirkung der Torsion auf den Magnetismus. Wie bei der Dehnung muss man auch hier zwischen den ersten elastischen Eingriffen und den späteren unterscheiden. Wendet man zunächst nur schwache, im wesentlichen innerhalb der Elasticitätsgrenze bleibende Torsionen an, so findet man bei Eisen, dass die ersten Torsionen den Magnetismus erhöhen, die späteren aber vermindern, und zwar so stark, dass im cyklischen Zustande der tordirte Stab schwächer magnetisch ist, als der torsionsfreie. Die Erscheinung ist bei weichem Eisen am kräftigsten, bei hartem schwächer, bei Stahl am schwächsten; auch durch gleichzeitige Spannung wird die Wirkung herabgedrückt, wobei überdies neue Complikationen eintreten. Bei Nickel bewirkt die Torsion umgekehrt eine Erhöhung des Magnetismus, wenigstens in mässigen Feldern; in starken Feldern tritt eine Umkehrung der Erscheinung ein. Bei einem belasteten Nickeldrahte scheinen die Verhältnisse wesentlich andere zu sein; wenigstens ist sonst die Beobachtung ZEHNDER's unverständlich, dass man bei einem solchen durch mässige Torsion einen schwachen vorhandenen Magnetismus nicht nur schwächen, sondern sogar in den entgegengesetzten verwandeln kann. Wieder anders scheinen die Verhältnisse bei Kobalt zu liegen.

Auch bei der Einwirkung der Torsion auf den Magnetismus findet Hysteresis statt, d. h. die Curven des Magnetismus als Function der Torsion und der Detorsion sind gegeneinander verschoben, wovon Fig. 177 (a bezieht sich auf Eisen, b auf Nickel) ein anschauliches Bild giebt[13]); zahlreiche derartige Curven

---

[1]) MATTEUCCI, Compt. rend. 24, pag. 301. 1847; Ann. Chim. Phys. (3) 53, pag. 385. 1858.

[2]) WERTHEIM, Compt. rend. 35, pag. 702. 1852; Ann. Chim. Phys. (3) 50, pag. 385. 1857.

[3]) WIEDEMANN, POGG. Ann. 103, pag. 563. 1858; 106, pag. 161. 1859; Verh. Bas. Nat. Ges. 2, pag. 169. 1860; Berl. Mon.-Ber. 1860; POGG. Ann. 117, pag. 195. 1862; WIED. Ann. 27, pag. 376. 1886; 37, pag. 610. 1889; Elektr. 3, pag. 671.

[4]) W. THOMSON, Proc. R. Soc. 27, pag. 439. 1878; Trans. R. Soc. 1878.

[5]) HUGHES, Proc. R. Soc. 31, pag. 525. 1880; 32, pag. 25 u. 213. 1881.

[6]) KNOTT, Trans. R. Edinb. Soc. 35 (2), pag. 377. 1889; 36 (2) pag. 485. 1891.

[7]) EWING, vergl. Magn. Induction, pag. 211.

[8]) ZEHNDER, WIED. Ann. 41, pag. 210. 1890.

[9]) NAGAOKA, Journ. of the Coll. of Science Tokio 2, pag. 304. 1888; 3, pag. 189 u. 335. 1889; 4, pag. 323. 1891.

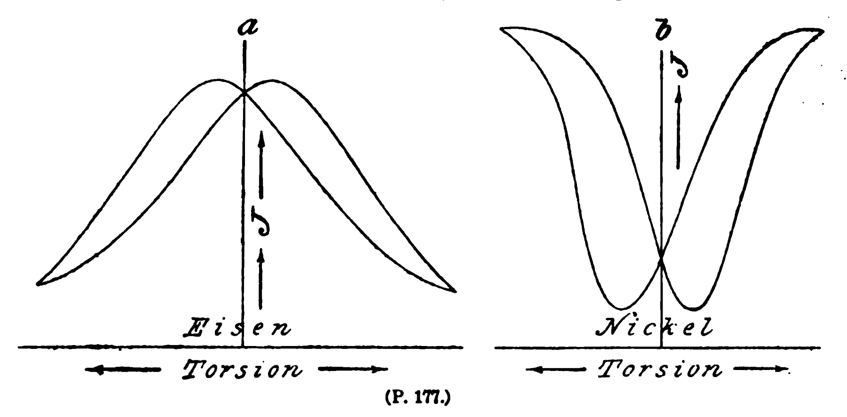
[10]) TOMLINSON, Proc. R. Soc. 42, pag. 224. 1887.

[11]) BANTI, Mem. Ac. Linc. 1890 u. 1891.

[12]) J. F. SMITH, Phil. Mag. (5) 32, pag. 383. 1891.

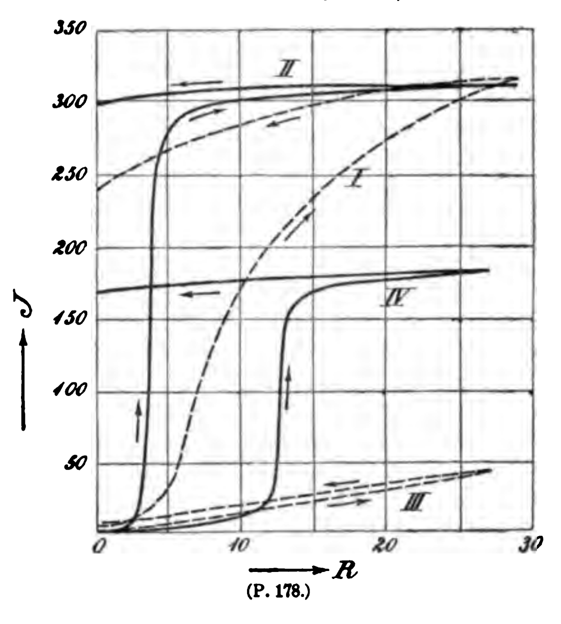
[13]) Die Grundlinien entsprechen nicht dem Werthe $\mathfrak{J} = 0$, sondern einem schon beträchtlichen Werthe von $\mathfrak{J}$.

sind von Sir W. THOMSON, WIEDEMANN, NAGAOKA und ZEHNDER mitgetheilt worden. Durch gleichzeitige Zugbelastung gehen diese symmetrischen Curven in unsymmetrische und schliesslich sogar in einseitige Hysterisschleifen über, worüber man in EWING's Buch (pag. 224 f.) zahlreiche Angaben und Abbildungen



(F. 177.)

findet. Von NAGAOKA rühren auch die in Fig. 178 wiedergegebenen Magnetisirungscurven (Hin- und Rückweg) her, welche für einen langen, ausgeglühten Nickeldraht *J* als Function von *R* in gewöhnlichem Zustande (I), in tordirtem Zustande (3° für 1 *cm*, III), in gespanntem Zustande (10 *kgr*, III) und endlich in tordirtem und gespanntem Zustande (IV) darstellt. Man findet darin die obigen Angaben über die Wirkung von Torsion und Spannung bestätigt, man sieht aber weiter, dass die Torsion noch eine ganz charakteristische Wirkung hat, nämlich die, dass die drei Stücke der Magnetisirungscurve, das schwach, das stark und das wieder schwach ansteigende, die im gewöhnlichen Zustande sanft in einander übergehen, hier scharf von einander getrennt sind. Auch erkennt man, dass der remanente Magnetismus im ungespannten Zustande, wo er ohnehin gross ist, durch die Torsion nur mässig, im gespannten aber, wo er minimal ist, durch die Torsion kolossal gesteigert wird.



(F. 178.)

Wesentlich anders und noch complicirter ist die Wirkung der Torsion auf den permanenten Magnetismus. Sieht man von den Anfangserscheinungen ab und betrachtet gleich den stationären Zustand, so erhält man nach WIEDEMANN dass merkwürdige Ergebniss, dass der Vorgang ein asymmetrischer ist und zwar nicht nur der Grösse, sondern auch dem Vorzeichen nach, d. h. dass Torsion nach der einen Seite vergrössernd, nach der anderen Seite verkleinernd wirkt; die der Fig. 177 entsprechenden Curven verlaufen also hier nicht an-

und absteigend, sondern nur entweder ansteigend oder absteigend, und zwar wieder bei Nickel umgekehrt wie bei Eisen.

Wenn man Stahlstäbe magnetisirt und dann mehr oder weniger wieder entmagnetisirt, so treten auch hier besondere Wirkungen auf, wie folgende auszüglich nach WIEDEMANN gegebene Tabelle zeigt, in der die erste Spalte den ursprünglichen, die zweite den nach der theilweisen Entmagnetisirung verbliebenen, die übrigen den Magnetismus nach Ausübung der darüber stehenden Torsion angeben.

M	*m*	10°	20°	40°	60°
205	174	154	137	118	109
185	71	74	73	66	64
190	51	57	60	58	57
180	37	42	46	47	46
180	1	2	14	22	—

Wie man sieht, wird nach geringer Entmagnetisirung der Magnetismus durch Torsion geschwächt, bei mittlerer durch kleine Torsion gesteigert, durch grössere wieder geschwächt, endlich nach fast vollständiger Entmagnetisirung durchweg gesteigert.

Bisher war von Torsionen innerhalb der Elasticitätsgrenze die Rede. Bei grösseren Torsionen, die zum Theil bleibenden Charakters sind, wird natürlich die Wirkung stärker, aber zugleich auch so verwickelt, dass hier nur auf die einschlagende Literatur (WERTHEIM und MATTEUCCI) verwiesen werden kann.

Die Wirkung der Torsion auf den Magnetismus zeigt sich auch, wenn letzterer nicht durch eine umgewickelte Spule, sondern durch einen den Stab selbst durchfliessenden Strom erzeugt wird, also vom circularen Typus ist. Hier ist diese Wirkung sogar besonders merkwürdig; WIEDEMANN hat nämlich nachgewiesen, dass, wenn man einen solchen Draht während oder nach dem Stromdurchgang tordirt, er magnetisch wird[1]). Das will besagen: Der Draht, der bisher nach aussen hin nicht magnetisch war, ist es durch die Torsion geworden; mit andern Worten: Der Magnetismus hat sich aus rein circularem theilweise in longitudinalen verwandelt. Dabei erhält der Draht an der Eintrittsstelle des Stromes einen Südpol, wenn er schraubenrechts gedreht wird und umgekehrt. Bei Nickel ist die entstehende Magnetisirung jedesmal die entgegengesetzte.

Nach der Molekulartheorie ist es leicht zu übersehen, dass die Torsion den Typus des vorhandenen Magnetismus umgestalten muss, indem sie eine vorhandene longitudinale zum Theil in circulare, eine vorhandene circulare zum Theil in longitudinale, beide also, wenn man die Resultante betrachtet, in eine »schraubenförmige Magnetisirung« verwandelt. Sir W. THOMSON[2]) einerseits und WIEDEMANN[3]) andererseits haben dies des Näheren erläutert. Dabei zeigt sich einmal — man vergleiche insbesondere die Betrachtungen von MAXWELL[4]) und CHRYSTALL[5]) — der Zusammenhang des Torsionseinflusses mit dem Einflusse einer Beanspruchung auf Zug und Druck (aus denen sich die Torsion zusammensetzen lässt) und sodann auch der Zusammenhang mit einer im Art. »Magnetische

1) G. WIEDEMANN, Berl. Mon.-Ber. 1860.

2) W. THOMSON. Proc. R. Soc. 17, pag. 442. 1878.

3) G. WIEDEMANN, a. a. O.; bes. WIED. Ann. 27, pag. 376.

4) MAXWELL, El. u. Mag. 2, pag. 109.

5) CHRYSTALL, Encycl. Metr. 15, pag. 270.

Induction« erwähnten Erscheinung, wonach Magnetisirung in einer bestimmten Richtung den Magnetismus in der darauf senkrechten Richtung beeinflusst. Den Zustand, in welchem ein Stab in Folge von Scherung oder Torsion (Zug in einer Richtung, Druck senkrecht dazu) verschiedene Susceptibilitäten in verschiedenen Richtungen hat, nennt W. THOMSON magnetische Aeolotropie; sie spielt bei manchen der hier vorkommenden Erscheinungen eine nicht unwichtige Rolle; es muss aber G. WIEDEMANN Recht gegeben werden, wenn er die Torsion als solche für die primäre, die Aeolotropie der Regel nach für nur eine secundäre Ursache erklärt. Wenn übrigens die Torsionswirkung auf die Wirkung von Zug und Druck zurückführbar ist, so müsste sich auch hier die VILLARI'sche Umkehr-Erscheinung zeigen; dass dies nicht der Fall ist, erklärt sich wahrscheinlich daraus, dass die Richtung, in welcher bei der Torsion Zug stattfindet, eine schiefe (diagonale) Richtung ist, in dieser Richtung aber die Magnetisirung unterhalb des kritischen Punktes von VILLARI bleibt, auch wenn die Magnetisirung sehr weit getrieben wird.

Wirkung des Magnetismus auf die Torsion. Wie der Magnetismus durch Torsion, so wird auch die Torsion durch Magnetisirung geändert, und zwar wird sie im Allgemeinen verringert, desto stärker, je stärker die Magnetisirung ist, jedoch nur bis zu einem gewissen Maximum; bei Stahl ist die Abnahme kleiner als bei Eisen; gleichzeitige Spannung scheint keinen Einfluss auf die Grösse der Detorsion auszuüben. Entgegengesetzte Magnetisirungen wirken wiederum zu Anfang in gleichem Sinne, später aber cyklisch. Auch permanente Torsion wird durch Magnetismus vermindert; nur wenn sie sehr klein ist, tritt für starke Felder bei Nickel wieder von neuem Torsion auf, derart, dass ihr Endwerth unter Umständen den ursprünglichen übertreffen kann. Bei vorheriger Torsion und theilweiser Detorsion treten auch hier wiederum eigenthümliche Erscheinungen auf, wie oben bei vorhergehender Magnetisirung und theilweiser Entmagnetisirung.

Der interessanteste Specialfall ist auch hier derjenige, in welchem von vorn herein überhaupt keine Torsion vorhanden ist. Eine einfache Längsmagnetisirung hat dann keine Wirkung, ebenso wenig eine Cirkularmagnetisirung; magnetisirt man aber einen Draht durch eine umgebende Spirale longitudinal und durch einen hindurchgeschickten Strom cirkular, so erhält er eine Torsion, deren Richtung dadurch bestimmt ist, dass, wenn der Nordpol und der Eintritt des Stromes am oberen Ende des Drahtes liegen, von hier gesehen, die Torsion des anderen Endes im Uhrzeigersinne erfolgt, und dass sie sich umkehrt, wenn eine der beiden Magnetisirungen, dagegen dieselbe bleibt, wenn beide umgekehrt werden[1]). Man sieht auch hier sofort ein, dass durch die Uebereinanderlagerung beider Magnetisirungen Schiefstellung der Molekularmagnete und schraubenförmige Magnetisirung erzeugt wird; man kann sich daraufhin wenigstens in grossen Zügen vorstellen, wie durch diese Drehung der Molekeln sowie in zweiter Linie in Folge der Verlängerung in der Schraubenrichtung, Verkürzung in der darauf senkrechten Richtung Torsion entstehen muss. Auch hier hat sich gezeigt, dass bei Nickel eine entgegengesetzte Torsion hervorgerufen wird wie beim Eisen[2]). Man kann also ganz allgemein auf eine entgegengesetzte molekularmagnetische Struktur bei Eisen und Nickel schliessen.

Dass durch Längsmagnetisirung eines gedrillten oder durch Drillung eines

[1]) WIEDEMANN, a. a. O. — VILLARI, POGG. Ann. 137, pag. 569. 1869.

[2]) KNOTT, Proc. R. Soc. Edinb. 1882, pag. 225.

längsmagnetisirten Drahtes eine circulare Componente des Magnetismus erzeugt wird, lässt sich direkt durch den Inductionsstrom nachweisen, den man erhält, wenn man die Enden des Drahtes mit einem Galvanometer verbindet; und zwar fliesst der Strom, wenn der Draht im Sinne einer rechtsgängigen Schraube tordirt wird, beim Eisen vom Nordpol zum Südpol, beim Nickel vom Südpol zum Nordpol; diese Erscheinung hat für Eisen MATTEUCCI[1]), für Nickel ZEHNDER[2]) und NAGAOKA[3]) unabhängig von einander nachgewiesen, man kann solche Ströme Torsionsströme nennen. Sehr nahe verwandt sind ihnen die von BRAUN[4]) entdeckten Deformationsströme, die beim Ausziehen einer Nickelspule entstehen, und für die, da ein Zusammenhang mit magnetischen Zuständen anscheinend nicht vorhanden war, BRAUN begreiflicher Weise nach anderen Erklärungen suchte; indessen hat sich doch herausgestellt (und BRAUN hat selbst Beweise dafür erbracht), dass die Ströme durch die theilweise Umwandlung im Circularmagnetismus verursacht sind, welche der vom Nickeldraht bei der Bearbeitung erworbene Längsmagnetismus beim Strecken der Spule erfährt. Im Uebrigen gehört die Verfolgung dieser Ströme, die Inductionsströme besonderer Art sind, nicht hierher[5]).

d) Beziehung zum Volumen.

Es ist schon oben erwähnt worden, dass ein Draht bei der Magnetisirung zwar eine Längenänderung erfährt, dass dieser aber eine Querschnittänderung von umgekehrtem Vorzeichen und derartigem Betrage entspricht, dass das Volumen ungeändert bleibt.

KNOTT[6]) hat allerdings bei Eisenröhren die Volumenänderung des inneren Hohlraumes untersucht und eine Verkleinerung gefunden; dieser Fall liegt aber doch etwas anders als der eines Stabes. Andererseits hat CANTONE (s. w. u.) bei einem Ellipsoide Constanz des Volumens gefunden. Wenn sich also die JOULE'schen und CANTONE'schen Ergebnisse bestätigen, so ergiebt sich ein charakteristischer Unterschied zwischen der Verlängerung des Eisens durch Magnetisirung und durch Spannung, insofern letztere eine Vergrösserung des Volumens zur Folge hat, erstere hingegen nicht (vergl. w. u.). Für Nickel liegen hingegen gut übereinstimmende Angaben von BARRETT[7]) und CANTONE (s. w. u.) vor, wonach sich das Volumen bei der Magnetisirung um 0·0000001 seines Werthes in runder Zahl vermindert. Aber auch diese Aenderung ist im Vergleich zur Aenderung der Lineardimensionen sehr klein, sodass auch für Nickel das Verhältniss der Querdehnung zur Längskürzung nicht erheblich von $\frac{1}{2}$ abweicht (s. w. u.). Bei Röhren hat KNOTT[8]) für schwache Kräfte Verkleinerung, für starke Vergrösserung des Hohlraumes gefunden.

Umgekehrt hat WASSMUTH[9]) den Einfluss kubischer Compression auf den

---

1) MATTEUCCI, Ann. Chim. Phys. (3) 53, pag. 385. 1858. — S. auch G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 129, pag. 616. 1867.

2) ZEHNDER, WIED. Ann. 38, pag. 68. 1889.

3) NAGAOKA, Phil. Mag. (5) 29, pag. 123. 1890.

4) BRAUN, WIED. Ann. 37, pag. 97 u. 107. 1889; 38, pag. 53. 1889; 39, pag. 159. 1890; vergl. hierzu ZEHNDER, WIED. Ann. 38, pag. 68 u. 496. 1889.

5) Ueber den Zusammenhang zwischen Torsions- und Deformationsströmen vergl. auch CAMPETTI, Atti di Torino 26, pag. 553. 1891.

6) KNOTT, Proc. R. Edinb. Soc. 18, pag. 315. 1891.

7) BARRETT, Nat. 26, pag. 585. 1882.

8) KNOTT, a. a. O.

9) WASSMUTH, Wien. Ber. 86, pag. 539. 1882.

Magnetismus geprüft, indem er den betreffenden Stab in einem einerseits zu einer Capillarröhre ausgezogenen und überall geschlossenen Gefässe durch Erhitzung des Quecksilbers comprimirte, den Stab durch eine Spirale magnetisirte und den Magnetismus mittelst einer Tangentenbussole maass. Es zeigte sich, dass die in der oberen Reihe verzeichneten, ursprünglichen Magnetismen (relative Zahlen) durch einen Druck von 10 Atmosphären sich in die darunter befindlichen verwandelten:

m_0	1·8	6·5	43·7	96·3	150·6	181·8
m	1	5·1	45	98	152·2	183·5

Schwache Magnetisirungen werden also durch den allseitigen Druck geschwächt, starke dagegen erhöht. Die Wirkung ist mit Rücksicht auf die doch schon sehr gewaltige Drucksteigerung nicht beträchtlich, sie ist aber von Interesse wegen ihres Zusammenhanges mit der mechanischen Wärmetheorie, worüber man bei WASSMUTH nähere Entwickelungen findet.

e) Magnetostriction.

Allgemeine Theorie und Beobachtungen über Druckwirkung und Formänderung bei magnetisirten Körpern.

Unter Magnetostriction versteht man die mechanischen Zustände und Vorgänge in Körpern, die sich im magnetischen Felde befinden; die Erscheinung ist ganz analog der im Bd. III (1) pag. 98 behandelten Elektrostriction, und es kann daher für die Grundlagen auf das dort Gesagte verwiesen werden. Die Erscheinung hat erstens an sich ein grosses theoretisches und experimentelles Interesse, letzteres auch im Hinblick auf die unter a) bis d) erwähnten Thatsachen; zweitens ist sie neuerdings besonders im Hinblick auf die FARADAY-MAXWELL'sche Theorie der elektrischen und magnetischen Erscheinungen, die ja auf den mechanischen Spannungszuständen der betreffenden Medien beruht, mit grossem Eifer behandelt worden. Welche Bewandtniss es mit diesem Zusammenhange und mit der angeblichen Stütze habe, welche die Erscheinungen der Striction jener Theorie gewähren sollen, darüber sei auf die Ausführungen von POCKELS[1]) verwiesen; hier wird die Erscheinung nur als solche dargestellt werden.

Im theoretischen Kapitel des Art. »Magnetismus der verschiedenen Körper« ist schon von der Energie im magnetischen Felde im Anschlusse an die Abhandlung W. THOMSON's die Rede gewesen; allgemeiner ist die Theorie der Striction besonders von v. HELMHOLTZ[2]), BOLTZMANN[3]), KIRCHHOFF[4]), STEFAN, LORBERG[5]), ADLER[6]), CANTONE[7]) und DUHEM[8]) behandelt worden. Da es hier unmöglich ist, auf alle diese Darstellungen, die übrigens im Wesentlichen von gleichem Charakter sind, einzugehen, erscheint es angezeigt, die KIRCHHOFF'sche

---

1) POCKELS, Arch. Math. Phys. (2) 12, pag. 57. 1892.

2) v. HELMHOLTZ, Berl. Mon.-Ber. 1881; WIED. Ann. 13, pag. 385. Wiss Abh. 1, pag. 810.

3) BOLTZMANN, Wien. Ber. 80 (2). 1879; 82 (2), pag. 826 u. 1157. 1880. — Vergl. hierzu die Bemerkungen von KIRCHHOFF, WIED. Ann. 24, pag. 70. 1885.

4) KIRCHHOFF, WIED. Ann. 24, pag. 52. 1885; 25, pag. 601. 1885.

5) LORBERG, WIED. Ann. 21, pag. 300. 1884.

6) ADLER, Wien. Ber. 100 (2), pag. 477; 101 (2), pag. 1537. 1892. — Vergl. auch WIED. Ann. 28, pag. 509. 1886.

7) CANTONE, Mem. Acc. Linc. 6. 1890.

8) DUHEM, Compt. rend. 112, pag. 157. 1891; Leçons s. l'Electr. Paris 1892.

Theorie zu skizziren, da diese, wie am Schlusse sich herausstellen wird, am allgemeinsten ist und die meisten übrigen als Specialfälle in sich enthält.

KIRCHHOFF'sche Theorie. Wenn eine Eisenkugel die unendlich kleinen Dilatationen $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ erfahren hat, so kann man die Componenten der Magnetisirung, die sie durch eine äussere magnetische Kraft von den Componenten $L_1 L_2 L_3$ in den Richtungen $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ erfährt, setzen:

$$A = [p - p'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - p''\lambda_1]L_1$$
$$B = [p - p'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - p''\lambda_2]L_2$$
$$C = [p - p'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - p''\lambda_3]L_3$$

Man kann sie aber, statt durch die Componenten der äusseren Kraft, auch durch die Componenten der wahren Kraft, also, wenn φ das Gesammtpotential (pag. 142) ist, durch dessen Differentialquotienten nach den Richtungen λ ausdrücken, indem man statt der Constanten $pp'p''$ mit Hilfe von Gleichungen von der Form der Gleichung (7) auf pag. 142 die Constanten $\varkappa\varkappa'\varkappa''$ einführt, deren erste die Susceptibilität in normalem Zustande ist, während die beiden letzten der Aenderung der Magnetisirungszahl durch die Deformation Rechnung tragen; handelt es sich lediglich um Ermittelung der auf den Körper als starres Ganze wirkenden Verschiebungskräfte, so kommen diese letzteren natürlich nicht in Betracht. Man erhält nunmehr:

$$-A = [\varkappa - \varkappa'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \varkappa''\lambda_1]\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_1}$$
$$-B = [\varkappa - \varkappa'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \varkappa''\lambda_2]\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_2}$$
$$-C = [\varkappa - \varkappa'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - \varkappa''\lambda_3]\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda_3}.$$

Mit Hilfe dieser Ausdrücke kann man nun die Energie des aus einem beliebigen Eisenkörper und beliebigen Feldmagneten bestehenden Systems ableiten, und aus diesem dann die auf das Eisen wirkenden magnetischen Kraftcomponenten $\mathfrak{Y}\ \mathfrak{X}\ \mathfrak{Z}$ in der bekannten Weise. Die betreffenden Formeln werden natürlich sehr complicirt; sie vereinfachen sich aber bedeutend, wenn die Grössen $\varkappa\varkappa'\varkappa''$ als im Eisenkörper constant angesehen werden; man erhält alsdann für ein beliebiges Coordinatensystem xyz:

$$\mathfrak{X} = \frac{1}{2}\left(\varkappa' + \frac{\varkappa''}{2}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right]$$
$$\mathfrak{Y} = \frac{1}{2}\left(\varkappa' + \frac{\varkappa''}{2}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right]$$
$$\mathfrak{Z} = \frac{1}{2}\left(\varkappa' + \frac{\varkappa''}{2}\right)\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right].$$

Zu diesen Kräften, welche auf das Innere des Eisens wirken, kommen nun noch Oberflächenkräfte hinzu, zu deren Ermittelung die Grenzbedingungen (vergl. Gleichung (18b), pag. 144) dienen; wenn n die Richtung der nach dem Eiseninneren gezogenen Normalen des betreffenden Oberflächenelementes ist, so findet man:

$$A_0 = -2\pi\varkappa^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2 \cos nx - \frac{\varkappa - \varkappa'}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right]\cos nx + \frac{\varkappa''}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial n}$$

und analog für B_0 und C_0. Diese Ausdrücke lassen einen wichtigen Schluss zu. Da nämlich $\varkappa$ selbst zwar in $A_0 B_0 C_0$, nicht aber in ABC vorkommt, so werden für starre Körper wegen $\varkappa' = 0$ und $\varkappa'' = 0$ auch $A, B, C = 0$, d. h. die auf starre Körper wirkenden Verschiebungskräfte können als reine Oberflächen-

kräfte aufgefasst werden. Dies gilt nach der obigen Annahme, wenn die Susceptibilität $\varkappa$ im Eiseninneren constant ist; es gilt aber, wie ADLER[1]) gezeigt hat, auch für variables $\varkappa$ in dem Falle noch, wenn die Variabilität von $\varkappa$ lediglich daher rührt, dass die magnetische Kraft variirt und $\varkappa$ eine Function von ihr ist.

Zug und Druck. Die Kräfte für das Innere kann man noch in einer anderen Form schreiben, in der sie erkennen lassen, dass man sie durch Druckkräfte ersetzen kann; durch Anwendung der bekannten Gleichungen der Elasticitätslehre (Bd I, pag. 230) findet man für die Normaldrucke, wenn jetzt die Glieder mit $\varkappa'$ und $\varkappa''$ fortgelassen werden, also von Deformationen abgesehen wird:

$$A_x = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi} + \varkappa\right)\left[-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right]$$

u. s. w., für die Tangentialcomponenten

$$B_z = C_y = -\left(\frac{1}{4\pi} + \varkappa\right)\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

u. s. w. Oder, wenn die Gesammtkraft in die x-Richtung fällt, wobei die Tangentialcomponenten verschwinden:

$$A_x = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi} + \varkappa\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2$$

$$B_y = C_z = +\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi} + \varkappa\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2,$$

in Worten: der Körper erfährt in der Richtung der magnetischen Kraft einen Zug, in jeder darauf senkrechten Richtung einen ebenso grossen Druck, und dieser Druck resp. Zug ist dem Quadrate der magnetischen Gesammtkraft proportional. Der betreffende Proportionalitätsfaktor lässt sich einfacher, als es in der obigen Formel geschehen ist, schreiben, er darf nämlich geradezu der halben Susceptibilität gleichgesetzt werden, weil es nämlich bei dem thatsächlich stattfindenden Zug und Druck auf eine Differenzwirkung gegenüber dem umgebenden Medium ankommt, für welches $\varkappa$ im Vergleich zum Werthe im Eisen sehr klein, das constante Glied $1/8\pi$ aber dasselbe ist; ähnlich verhält es sich bei schwach magnetischen Körpern, nur muss dann unter $\varkappa$ die scheinbare Susceptibilität in dem betreffenden Medium verstanden werden. Bei diamagnetischen Stoffen kehrt sich die Erscheinung wegen des Vorzeichens von $\varkappa$ natürlich um, hier findet in der Kraftrichtung Druck, senkrecht darauf Zug statt. Damit wird aber unsere Formel mit der Gleichung (4) auf pag. 219 dem Wesen nach identisch.

Die KIRCHHOFF'schen Formeln sind, wie gesagt, die allgemeinsten bisher entwickelten, einmal weil sie für elastisch-feste Körper gelten, zweitens, weil sie die $\varkappa$ als veränderlich, und drittens, weil sie diese Grössen als beliebig gross annehmen. Für Flüssigkeiten und Gase kann man $\varkappa'' = 0$ setzen und gelangt damit zu den v. HELMHOLTZ'schen Formeln; man kann auch $\varkappa' = 0$ setzen, wenn man die Flüssigkeit als incompressibel betrachtet, d. h. die Aenderungen der Dichte vernachlässigt, ausser insofern als sie Druckänderungen bedingen, man kommt dann auf die Theorie von THOMSON und MAXWELL. Endlich kann man wenn man sich auf schwach magnetische Stoffe beschränkt, $\varkappa$ unendlich klein setzen und folglich die Glieder, in denen sein Quadrat vorkommt, vernachlässigen. In diesem einfachsten Fall tritt gemäss den obigen Ergebnissen an der im

[1]) ADLER, Wien. Ber. 101 (2), pag. 1537. 1892.

magnetischen Felde belegenen Grenzfläche zweier Flüssigkeiten, die auf der anderen Seite aus dem Felde herausragen, eine magnetische Druckdifferenz

$$dp = \frac{\varkappa_2 - \varkappa_1}{2} R^2$$

auf, wo $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ die beiden Susceptibilitäten und R die bei der Kleinheit der $\varkappa$ mit der Gesammtkraft identische Feldstärke ist.

QUINCKE's Versuche[1]). Diese, auf anderem Wege auch von ADLER[2]) abgeleitete Gleichung bildet die Grundlage der Versuche, welche QUINCKE zuerst an Flüssigkeiten, später an Gasen angestellt hat, einerseits um die Gesetze der magnetischen Druckkräfte experimentell festzustellen, andererseits um daraufhin die Susceptibilität von Flüssigkeiten und Gasen zu messen. In letzterem Hinblick sind die Untersuchungen schon früher (pag. 201 u. 208) berücksichtigt worden, und es ist auch schon wiederholt erwähnt worden, dass man hierauf umgekehrt auch eine Methode der Feldstärke-Messung gründen kann (pag. 166). Die Druckgesetze wurden theils an flachen Luftblasen in einer magnetisirten Flüssigkeit, theils an u-förmigen, mit den Flüssigkeiten gefüllten und als Manometer dienenden Röhren (und zwar sowohl senkrecht als parallel zu den Kraftlinien), angestellt; bei den Flüssigkeitsversuchen wurden die verschiedenen Flüssigkeiten mit demselben Gase, bei den Gasversuchen dieselbe Flüssigkeit mit verschiedenen Gasen in Verbindung gebracht; auch wurde der Einfluss der Temperatur und (bei Gasen) der des Druckes studirt. Die Ergebnisse der Theorie fanden dabei der Hauptsache nach volle Bestätigung, insbesondere verhielten sich die Steighöhen, also die magnetischen Drucke, wie die Quadrate der Feldstärken, und für diamagnetische Stoffe trat Depression ein; bei Sauerstoff nahm der magnetische Druck proportional der Dichte zu, ebenso bei Luft. Auf die Einzelheit der QUINCKE'schen Versuche, sowie auf die anschliessenden von TÖPLER und HENNIG (deren messender Theil ebenfalls schon oben pag. 214 berücksichtigt worden ist) kann hier nicht eingegangen werden. Nur sei zur Charakteristik der Kleinheit der in Rede stehenden Druckkräfte, zumal in Gasen und schwachen Feldern, angeführt, dass die Fläche, auf die unsere Atmosphäre in Folge des Erdmagnetismus einen magnetischen Druck von 1 *gr* ausübt, ungefähr eine halbe Quadratmeile gross ist. In neuester Zeit hat QUINCKE[3]) auch auf feste Körper seine Versuche ausgedehnt, aber noch keine ausführliche Veröffentlichung darüber gemacht.

Formänderung magnetisirter Kugeln. KIRCHHOFF hat eine weitere Anwendung seiner Theorie gegeben, indem er die Formänderungen einer Kugel vom Radius ρ bei Magnetisirung durch eine constante Kraft ableitete. In diesem Falle gelten die Gleichungen (33) auf pag. 150, und die Kräfte auf das Innere ABC verschwinden. Aus den Gleichungen für die Oberflächenkräfte $A_0 B_0 C_0$ erhält man dann mit Hilfe der Gleichungen der Elasticitätslehre die Verrückungen uvw des Punktes xyz der Kugel, und zwar in folgender Form:

$$u = \frac{R^2}{\left(1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa\right)^2}\left(2\pi\varkappa^2 u_1 + \frac{(\varkappa - \varkappa')}{2} u_2 - \frac{\varkappa''}{2} u_3\right)$$

und analog für v und w; hierin ist

1) QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 347. 1885; 34, pag. 401. 1888.

2) ADLER, Wien. Ber. 92 (2), pag. 1439. 1885.

3) QUINCKE, Tagebl. Nat. F. Vers. Heidelbg. 1889, pag. 209.

$$u_1 = a_1 x^3 + b_1 (y^2 + z^2) x + c_1 \rho^2 x$$
$$u_2 = a_2 x, \qquad u_3 = a_3 x$$

d die Constanten $a_1 a_2 a_3 b_1 c_1$ stehen mit den beiden KIRCHHOFF'schen asticitätsconstanten K und θ in den Beziehungen:

$$a_1 = -\frac{1}{K\rho^2} \frac{2\theta}{7+19\theta} \qquad b_1 = \frac{7+8\theta}{4\theta} a_1$$
$$a_2 = \frac{1}{2K(1+3\theta)} \qquad c_1 = \frac{7+31\theta+32\theta^2}{4\theta(1+3\theta)} a_1$$
$$a_3 = \frac{1+2\theta}{2K(1+3\theta)},$$

rner wird

$$v_1 = a_1' x^2 y + b_1' (y^2 + z^2) y + c_1' R_2 y$$
$$v_2 = a_2 y, \qquad v_3 = b_3 y$$

ıd ganz entsprechend, nur mit z statt y die w-Gleichungen; endlich ist

$$a_1' = -\frac{7+6\theta}{4\theta} a_1$$
$$b_1' = -\frac{1}{2} a_1 \qquad b_3 = -\frac{\theta}{2K(1+3\theta)}$$
$$c_1' = \frac{3\theta+8\theta^2}{2\theta(1+3\theta)} a_1$$

Um die Verrückungen numerisch angeben zu können, muss man $\varkappa$ kennen, ıd zwar, da es in Wahrheit von R abhängt, seinen Werth für den constanten :i den Versuchen benutzten Werth von R; ferner aber muss man auch $\varkappa'$ und kennen, wofür bisher keine Anhaltspunkte vorliegen (s. jedoch w. u.); darf an sie als nicht gross im Vergleich zu $\varkappa$ ansehen, so kann man in den leichungen für uvw alle Glieder gegen dasjenige mit $\varkappa^2$ und im Nenner 1 gegen $\frac{\tau}{}$ $\varkappa$ vernachlässigen und erhält dann für die Längs-, Querverschiebung und umliche Dilatation σ (E ist der Elasticitätsmodul)

$$u = \frac{9}{8\pi} R^2 u_1 = \frac{3}{176\pi} \frac{R^2}{E\rho^2} [-10x^3 - 55(y^2+z^2)x + 61\rho^2 x]$$
$$v = \frac{9}{8\pi} R^2 v_1 = \frac{3}{176\pi} \frac{R^2}{E\rho^2} [50x^2 y + 5(y^2+z^2)y - 14\rho^2 y]$$
$$\sigma = \frac{3}{176\pi} \frac{R^2}{E\rho^2} [70x^2 - 35(y^2+z^2) - 33\rho^2].$$

Hiernach wird der Längsradius der Kugel verlängert, der Querradius verkürzt, entsprechend dem oben für die Vertheilung von Zug und Druck gefundenen; die Verkürzung ist nicht der Verlängerung gleich, sondern es ist

$$\frac{\delta\rho}{\rho}(\parallel) = +\frac{153}{176\pi} \frac{R^2}{E}, \qquad \frac{\delta\rho}{\rho}(\perp) = -\frac{27}{176\pi} \frac{R^2}{E};$$

n Worten: Die Längsdilatation ist 5 bis 6 mal so gross wie die Quercontraction, beide sind mit dem Quadrat der magnetisirenden Kraft direkt und mit dem Elasticitätsmodul umgekehrt proportional. Hieraus erklärt sich, dass die mechanischen Wirkungen des Magnetismus bei Nickel stärker sind, als bei Eisen. Ihren Zahlenwerthen nach sind diese Deformationen ausserordentlich klein; da nämlich E in absolutem Maasse für Eisen rund 2 Billionen ausmacht, so müsste die Feldstärke, wenn die Verlängerung ein Zehnmilliontel der Länge ausmachen oll, immerhin schon den hohen Betrag von über 800 Einheiten erreichen; man ird also diese Verlängerung, und erst recht die Verkürzung, kaum je sicher ıchweisen können.

Ermittelung von $\varkappa$ und $\varkappa''$; Deformation eines Ellipsoids. Es ist auch einleuchtend, dass die Kugel in dem vorliegenden Betrachte gerade die ungünstigste Form ist. Viel günstiger sind gestreckte Körper, am günstigsten natürlich lange Drähte, und es ist daher erklärlich, dass die von JOULE, BIDWELL u. A. gefundenen Verlängerungen hier wesentlich grösser und der Beobachtung sehr wohl zugänglich gewesen sind. Leider ist auf sie die Theorie nicht streng anwendbar, und es ist daher verständlich, dass CANTONE[1]) den Versuch gemacht hat, die Erscheinung bei einem gestreckten und doch theoretisch einfachen Körper, dem Ellipsoid, zu studiren, wobei selbstverständlich ein Rotationsellipsoid gewählt wurde; das Axenverhältniss war 16·7 : 1. Hier wird nach der Theorie für beliebige $\varkappa\varkappa'\varkappa''$:

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{J^2}{E}\left(\pi + \frac{\varkappa - \varkappa'}{4\varkappa^2} - \frac{\varkappa''}{2\varkappa^2}\right)$$

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{J^2}{E}\left(\pi + 3\,\frac{\varkappa - \varkappa'}{4\varkappa^2} - \frac{\varkappa''}{2\varkappa^2}\right),$$

wo l die Länge des Ellipsoids, $J = \varkappa R/(1 + L\varkappa)$ und L der bekannte Ausdruck (pag. 152, Gleichung 40a) ist. Bei den Versuchen wurde das Feld durch eine lange Spirale hergestellt, die Verlängerung wurde durch die Interferenz-Streifen zwischen zwei Glasplatten ermittelt, die mit den beiden Enden des Ellipsoids fest verbunden waren, die Volumenänderung mit Hilfe eines Dilatometers. Aus den gefundenen Werthen von δl und δV können, — bei bekanntem $\varkappa$ — $\varkappa'$ und $\varkappa''$ aus den obigen Gleichungen berechnet werden. Es fand sich für Eisen zunächst $\delta V = 0$, d. h. eine merkliche Volumenänderung findet nicht statt, ferner fand sich für verschiedene Stromstärken i (die Feldstärken sind etwa 80mal so gross):

i	0·3	0·4	0·5	0·6	0·7
$10^6 \cdot \delta l/l$	0·216	0·393	0·587	0·707	0·825
$\varkappa$	56	57	58	60	62
$\varkappa'$	44000	46000	46000	42000	39000
$\varkappa''$	— 92000	— 97000	— 97000	— 82000	— 70000

Diese Resultate sind von aussergewöhnlichem Interesse. Sie zeigen nämlich, dass $\varkappa'$ und $\varkappa''$ enorm gross im Vergleich mit $\varkappa$ selbst sind, womit sich der letzte Theil der KIRCHHOFF'schen Theorie als hinfällig erweist, abgesehen vielleicht von sehr schwachen magnetischen Kräften. Die Deformation wird eben fast gar nicht durch $\varkappa$, sondern weit überwiegend durch $\varkappa'$ und $\varkappa''$ bestimmt. Ferner ist $\varkappa''$ von entgegengesetztem Vorzeichen und fast genau doppelt so gross wie $\varkappa'$, hieraus folgt, dass die Quercontraction halb so gross wie die Längsdilatation ist (nicht wie bei KIRCHHOFF erhalten wurde, $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{6}$ so gross); endlich zeigen $\varkappa'$ und $\varkappa''$ mit wachsender Kraft analog wie $\varkappa$ selbst ein anfängliches Steigen und späteres Fallen.

Dieselben Versuche wurden nun auch mit einem Ellipsoid aus Nickel angestellt und gefunden:

i	0·3	0·5	0·7
$10^6 \delta l/l$	— 3·18	— 8·25	— 15·06
$10^6 \delta V/V$	— 0·05	— 0·11	— 0·16
$\varkappa$	33	29	22
$\varkappa'$	— 265000	— 155000	— 125000
$\varkappa''$	790000	467000	375000

1) CANTONE, Mem. Acc. Linc. 1890.

Bei Nickel ist also umgekehrt wie beim Eisen x' negativ, x'' positiv, ausserdem letzteres nicht doppelt, sondern drei Mal so gross wie ersteres; im Vergleich mit x selbst sind hier x' und x'' noch enormer als beim Eisen. Die Folgen hiervon sind: 1) Die Verlängerungen sind negativ, d. h. es tritt Verkürzung ein; 2) die Längenänderungen sind unvergleichlich grösser als beim Eisen (15—20 Mal so gross); 3) das Volumen bleibt nicht ungeändert, sondern erleidet eine — wenn auch sehr geringfügige — Abnahme; 4) das Verhältniss der Querdilatation zur Längscontraction ist nicht genau $\frac{1}{2}$, sondern etwas kleiner.

f) Beziehungen zu den mechanischen Constanten der Körper.

Es liegt nahe zu vermuthen, dass die Beziehungen des Magnetismus zu dem mechanischen Verhalten der Körper auch in einem Einflusse der Magnetisirung auf ihre charakteristischen mechanischen Constanten, also auf den Elasticitätsmodul, die Festigkeit, die Härte, die innere Reibung u. s. w. zum Ausdruck gelangen. Es liegen aber hierüber bisher nur ausserordentlich wenige brauchbare Ergebnisse vor, und die meisten von ihnen sind entweder einander widersprechend oder geradezu negativen Charakters. So finden einerseits WERTHEIM[1]) und TOMLINSON[2]) übereinstimmend, dass der Magnetismus auf die Längsschwingungen, also auf den Elasticitätsmodul keinen Einfluss hat; andererseits findet TOMLINSON, dass kräftige Torsionsschwingungen durch die Magnetisirung etwas verlangsamt werden, was einen Einfluss auf den Torsionsmodul bedeuten würde. Die innere Reibung hat TOMLINSON durch Beobachtung der Abnahme der Torsionsschwingungen untersucht und gefunden, dass sie bei kleinen Schwingungen ungeändert bleibt, wenn der Draht magnetisirt wird, wenigstens sobald der stationäre magnetische Zustand erreicht ist; dagegen nimmt die innere Reibung bei kräftigen Torsionsschwingungen durch die Magnetisirung zu. Immerhin sind diese Wirkungen ausserordentlich schwach, und es ist daher nicht zu verwundern, dass W. KÖNIG[3]) bei den schwach magnetischen Flüssigkeiten, und zwar bei dem verhältnissmässig kräftig magnetisirbaren Mangansulfat, keine Wirkung des Magnetismus auf die innere Reibung erhielt, obgleich die Feldstärke bis über 7000 hinaufging. Endlich würde es von Interesse sein, zu constatiren, ob die Festigkeit, die Härte und die Sprödigkeit der Körper durch Magnetisirung geändert wird; aus dem vorliegenden Material lässt sich aber bei der grossen Zahl naheliegender Fehlerquellen und anderweitiger Deutungen ein positiver Schluss nicht ziehen[4]).

g) Beziehung zu Bewegungsvorgängen.

Bisher war nur von statischen Eingriffen und ihren Beziehungen zum Magnetismus die Rede; es bleibt noch die Beziehung zu dynamischen Vorgängen übrig, nämlich zu erschütternden und stossenden, sowie zu schwingenden Bewegungen.

Einfluss von Erschütterungen. Erschütterungen haben auf den Magnetismus einen Einfluss, der sich allgemein durch den Satz charakterisiren lässt: Die Induction wird gesteigert, die Remanenz abgeschwächt. Oder noch all-

---

[1]) WERTHEIM, Ann. Chim. Phys. (3) 12, pag. 610. 1842.

[2]) TOMLINSON, Proc. R. Soc. 40, pag. 447. 1886; Trans. R. Soc. 179, pag. 1. 1888. — Vergl. auch Proc. R. Soc. 47, pag. 13. 1889.

[3]) W KÖNIG, WIED. Ann. 25, pag. 618. 1885.

[4]) Es sei hier noch auf eine Arbeit von BARUS, Sill. J. (3) 34, pag. 175. 1887, über die Wirkung der Magnetisirung auf Viscosität und Rigidität von Eisen und Stahl hingewiesen.

gemeiner: Die Erschütterung wirkt auf den Magnetismus verstärkend bei Stärkung des Feldes, schwächend bei Schwächung des Feldes. Hierbei ist natürlich angenommen, dass die Erschütterung in dem einen Falle bei vorhandenem resp. starkem Felde, im anderen Falle nach Aufhebung resp. bei schwachem Felde vorgenommen wird; es hat also hiermit nichts zu thun, dass die Erschütterung bei vorhandenem Felde, eben weil sie den temporären Magnetismus steigert, auch den remanenten Magnetismus, der ein Bruchtheil von jenem ist, steigert; von dieser secundären Wirkung auf die Remanenz wird im Folgenden abgesehen. Das Gemeinsame der beiden genannten, einander scheinbar entgegengesetzten Wirkungen liegt offenbar darin, dass die Erschütterung den Widerstand der Theilchen gegen die Annahme des neuen Zustandes überwinden hilft, dass sie die (bei Einbringung in das Feld negativen, bei Aufhebung des Feldes positiven) Nachwirkungen mehr oder weniger beseitigt und somit den Magnetismus demjenigen Werthe näher bringt, welcher der ausschliesslichen Wirkung der augenblicklichen Kräfte entspricht und oben als Normalmagnetismus (pag. 179) bezeichnet wurde. Auch bei den hier in Rede stehenden Erscheinungen erkennt man leicht eine durchgehende Analogie mit den entsprechenden Erscheinungen bei der Elasticität der Körper.

Wenn hiernach der unmittelbare Einfluss der Erschütterungen sich auf die Nachwirkungserscheinungen erstreckt, so ist einleuchtend, dass alle diejenigen Erscheinungen, welche von der Nachwirkung abhängen, wesentlich verschieden ablaufen werden, je nachdem sie ohne oder mit Erschütterungen vorgenommen werden. Das ist in der That bei den im Art. »Magnetische Induction« angeführten Untersuchungen von WIEDEMANN, FROMME[1]), AUERBACH u. s. w., desgleichen bei der Hysteresis in hohem Maasse der Fall, worüber man z. B. bei WARBURG[2]) einige Zahlen findet; dasselbe gilt von den Einflüssen der Dehnung und Torsion auf den Magnetismus, in so weit sich hier Hysteresis geltend macht. Die von den beiden Zweigen der Hysteresiscurve eingeschlossene Fläche wird durch Erschütterung während des Processes erheblich verkleinert, und sie kann unter Umständen geradezu annullirt werden. Ueber alle diese Punkte findet man z. B. bei EWING[3]) interessante Details. Er benutzte bei einigen seiner Versuche ganz weiches Eisen, und er führt an, wie empfindlich dies gegen Schläge ist: bei der leisesten Berührung mit der Hand nach Aufhebung des Feldes verliert es den grössten Theil seines Magnetismus. Man hat hierin, neben der entmagnetisirenden Kraft (pag. 173 ff.), den wichtigsten Erklärungsgrund für die frühere Meinung, weiches Eisen behalte fast gar keinen Magnetismus zurück; man muss es nur in gänzlicher Ruhe belassen, um sich zu überzeugen, wie stark der remanente Magnetismus ist (vergl. z. B. pag. 172). Entsprechend gross ist der erwähnte Einfluss auf die Hysteresis, wie er in Fig. 179 dargestellt ist; die gestrichelte Curve wurde ohne, die ausgezogene mit Erschütterungen erhalten, die eingeschlossene Fläche ist, wie man sieht, auf einen ganz kleinen Bruchtheil reducirt, zugleich ist der Inflexionspunkt weggefallen, das Maximum erhöht; die punktirte Linie zeigt den plötzlich veränderten Verlauf, wenn man vom Operiren mit Erschütterungen plötzlich zum Operiren ohne solche übergeht. Wenn die meisten der aus älterer Zeit stammenden Magnetisirungs-Curven

---

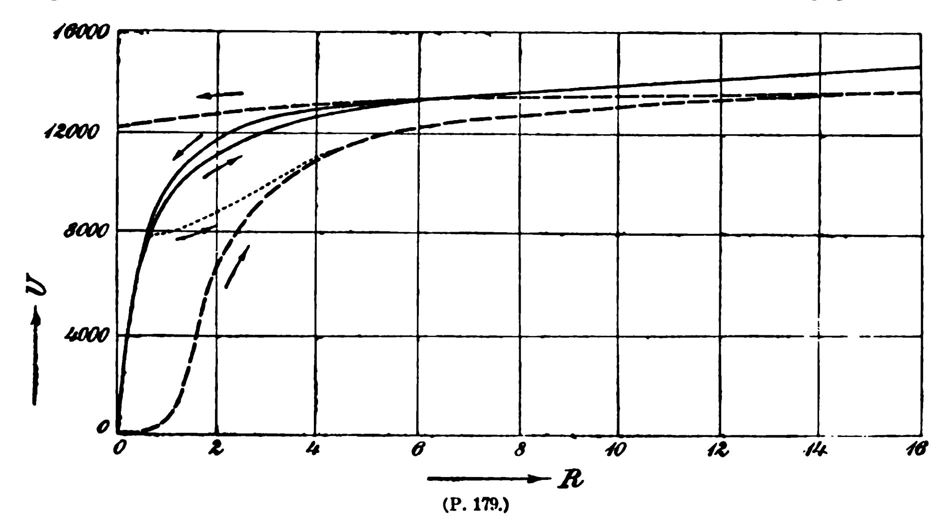
[1]) Ueber besondere hierbei auftretende Erscheinungen vergl. FROMME, WIED. Ann. 4. pag. 98. 1878.

[2]) WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141. 1881.

[3]) EWING, Tr. R. Soc. 1885 (2), pag. 535 u. 564.

nicht brauchbar sind, so mag das mit in diesen Verhältnissen seinen Grund haben.

Nach WIEDEMANN[1]) kann man ferner durch Erschütterung einen Stab geradezu magnetisch machen, nämlich wenn sein scheinbar unmagnetischer Zustand eine Folge vorangegangener Magnetisirung und Entmagnetisirung war; jedoch gilt das nur dann, wenn die Entmagnetisirung durch einen einzigen, dem ersten entgegengesetzten Strom oder eine zur wirklichen Entmagnetisirung nicht geeignete Folge von Strömen geschah; bei den von GAUGAIN und AUERBACH empfohlenen Entmagnetisirungsverfahren ist dies nicht der Fall. Dagegen kann



(P. 179.)

nach WIEDEMANN ein Stab, der erst magnetisirt und dann durch einen entgegengesetzten Strom von geeigneter Stärke ummagnetisirt worden war, durch Erschütterungen den Magnetismus der früheren Richtung wiedergewinnen.

Stossversuche. Genauere Versuche über den Einfluss von Stössen haben insbesondere WIEDEMANN, VILLARI[2]), H. F. STREINTZ[3]), BROWN[4]) und BERSON[5]) angestellt; dabei wurden die Stösse bald während der Wirkung der magnetischen Kraft, bald erst nachher ausgeübt, also in jenem Falle der günstige Einfluss auf den temporären, in diesem der ungünstige durch den Einfluss auf den remanenten Magnetismus studirt; bei einigen Versuchen handelte es sich um longitudinalen, bei anderen um cirkularen Magnetismus, also um Magnetismus, wie er in Stäben durch Hindurchleitung von Strömen oder in Röhren durch Ströme entsteht, die durch einen in der Axe verlaufenden Draht geschickt werden; von Materialen wurden Eisen, Stahl und Nickel verwandt. Die Stösse wurden nach Heftigkeit und Zahl variirt, die Magnetisirung nach Intensität und Charakter (häufige Wiederholung, Hin- und Hermagnetisirung). Bei allen diesen Versuchen thut man gut, den Einfluss des Erdmagnetismus durch geeignete Aufstellung der Körper zu eliminiren. Unter den Ergebnissen seien folgende angeführt. Der günstige Einfluss auf den temporären Magnetismus ist für schwach

---

1) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 100, pag. 241. 1857.

2) VILLARI, N. Cim. 27. 1868; POGG. Ann. 137, pag. 569. 1869.

3) H. u. F. STREINTZ, Wien. Ber. 76 (2), pag. 946. 1877.

4) W. BROWN, Phil. Mag. (5) 23, pag. 420. 1887.

5) BERSON, Compt. rend. 106, pag. 592. 1888; 108, pag. 94. 1889.

magnetisirende Kräfte natürlich relativ bedeutender als für grosse; bei Nickel stieg das Maximum des Magnetismus bis zum zehnfachen Betrage des Werthes ohne Erschütterung. Die ungünstige Wirkung auf den remanenten Magnetismus andererseits ist desto grösser, je grösser er selbst ist. Eine Reihe von Schlägen verringert den Magnetismus um abnehmende Beträge, das Gesetz dieser Abnahme ist entweder das einer Exponentialfunction mit negativem Exponenten (STREINTZ) oder das eines fallenden Zweiges einer gleichseitigen Hyperbel (BERSON). Bei weichem Eisen ist der Verlust grösser als bei Stahl, und bei letzterem ist er desto grösser, je länger der Magnet vorher unberührt gelegen hat und je weniger Mangan er enthält.

Zum Schlusse sei auf die Analogie hingewiesen, welche zwischen der Wirkung von Erschütterungen und gewissen magnetisirenden Wirkungen selbst besteht, nämlich Magnetisirungen in entgegengesetztem Sinne oder in der auf der ersten senkrechten Richtung oder endlich dem Einflusse der Geschwindigkeit, mit welcher die Magnetisirung oder Entmagnetisirung erfolgt. Je plötzlicher man die einer Stab magnetisirende Kraft aufhebt, desto grösser fällt der remanente Magnetismus aus, und namentlich FROMME[1]) hat in seinen Arbeiten den Nachweis geliefert, dass man in vielen Fällen ganz denselben Effekt erzielt, ob man nun eine Erschütterung anwendet oder eine der bezeichneten Maassnahmen in Betreff der Entmagnetisirung trifft. Jede nicht unendlich langsam sich vollziehende Aenderung der magnetischen Kraft ist eben für den Körper gleichbedeutend mit einem mechanischen Stosse.

Einfluss von Schwingungen. Schliesslich ist auf einen von WARBURG[2]) herrührenden Versuch hinzuweisen, bei welchem ein langer Eisendraht in magnetischem Zustande in Longitudinalschwingungen versetzt wurde; ein Elektrodynamometer, das mit der über eine Stelle des Drahtes geschobenen Inductionsspule verbunden war, gab dann einen Ausschlag, liess also die periodische Aenderung des temporären Magnetismus erkennen. — Ueber den Einfluss von Transversalschwingungen liegen Angaben nicht vor, und es ist auch klar, dass die damit verbundene Ortsänderung die Gewinnung brauchbarer Resultate fast unmöglich macht.

h) Erzeugung von Schall durch Magnetismus.

Nach dem Vorhergegangenen liegt die Vermuthung nahe, dass die Magnetisirung der Körper unter Umständen Schall erzeugen, insbesondere Töne hervorrufen könne. Dabei kann man einmal an die innere Deformation (Verlängerung, Verkürzung u. s. w.) des magnetischen Körpers denken, dann aber auch an die Anziehungen und Abstossungen, die er von Seiten der magnetisirenden Spule erfährt; in der That scheinen bei den vorliegenden Beobachtungen beide Ursachen thätig zu sein, und es lässt sich meist nicht entscheiden, auf welche der wesentliche Antheil entfällt.

Am einfachsten verständlich ist die Entstehung solcher Töne in einem Falle, in welchem der magnetisirende Strom, also auch die Magnetisirung eine periodische ist, sei es dass sie zwischen einem gewissen Werthe und null oder zwischen einem gewissen positiven und demselben negativen Werthe hin- und herschwankt; der Stab geräth alsdann eben in Längsschwingungen. Aber auch

---

[1]) FROMME, Magnetische Untersuchungen Abh. I—VII, WIED. Ann. 1877—91.

[2]) WARBURG, POGG. Ann. 139, pag. 499. 1870.

bei einmaligem Schliessen oder Oeffnen des Stromes erhält man Töne, und mit Hilfe eines am Ende des Stabes angebrachten Schreibstiftes, unter dem man eine berusste Platte wegzieht, kann man erkennen, dass auch hier der Stab Longitudinalschwingungen, wenn auch rasch erlöschende, ausführt. Bei der Magnetisirung oder Entmagnetisirung tritt also ein oscillatorischer Vorgang auf, nur ist schwer zu sagen, ob nur die Anziehung durch die Spule oder ob auch die eigentliche magnetische Deformation oscillatorisch erfolgt; mancherlei Wahrnehmungen lassen immerhin auch das letztere möglich erscheinen. Die Stärke der auftretenden Töne wächst natürlich mit der Stärke der Magnetisirung, ihre Tonhöhe folgt im grossen Ganzen den betr. akustischen Gesetzen, d. h. bei verschieden langen Stäben erhält man umgekehrt proportionale Tonhöhen, und wenn man eine kurze Magnetisirungsspule benutzt, so kann man durch Aufschieben derselben über verschiedene Stellen des Stabes nach Belieben seinen Grundton oder einen seiner Obertöne erhalten. Ueber die Einzelheiten aller dieser Erscheinungen, die man ausser an Stäben und Drähten auch an Scheiben und Spiralen, und ausser bei der gewöhnlichen auch bei der cirkularen Magnetisirung durch hindurchgeleitete Ströme beobachten kann, sei auf die Versuche von MATTEUCCI[1]), WERTHEIM[2]), BUFF[3]), DE LA RIVE[4]) und FERGUSON[5]) verwiesen, besonders aber auf eine neuere Arbeit von BACHMETJEW[6]), worin u. a. gezeigt wird, dass ein stark gedehnter Stab keine Töne mehr giebt, und aus dieser und anderen Erscheinungen geschlossen wird, dass das Tönen eine unmittelbare Folge der Längenänderungen sei.

Telephon von REISS[7]). Bekanntlich beruht auf der periodischen Längenänderung eines periodisch magnetisirten Stabes die Idee des ersten jemals construirten elektromagnetischen Telephons, des Telephons von REISS, das heute freilich nur historisches Interesse hat. Bei ihm singt oder spricht man gegen eine Membran, die in der Mitte ein Platinscheibchen trägt, während diesem gegenüber eine feste Platinspitze sich befindet; hierdurch bewirkt man, dass ein Stromkreis abwechselnd geschlossen und unterbrochen wird, dieser Stromkreis geht durch eine Spule, in deren Axe sich eine Stricknadel befindet; letztere wird dadurch periodisch deformirt und lässt demgemäss Töne von summendem Charakter und wechselnder Tonhöhe und Klangfarbe hören. Von einer wirklichen Wiedergabe des Hineingesprochenen oder -gesungenen kann schon deshalb nicht die Rede sein, weil während eines Theiles der Periode der Strom unterbrochen ist; aber auch nach der leicht zu erzielenden Beseitigung dieses Fehlers würde die Natur der Deformationsschwingungen als entscheidendes Hinderniss im Wege bleiben. Die jetzigen Telephone beruhen demgemäss gerade auf der anderen der beiden hier in Frage kommenden Einwirkungen, auf der elektromagnetischen Anziehung und Abstossung des Reproductionskörpers durch die auf ihn einwirkende Spule[8]).

---

1) MATTEUCCI, vergl. WIED. Elektr. 3, pag. 730.

2) WERTHEIM, Ann. Chim. Phys. (3) 23, pag. 302. 1848; POGG. Ann. 77, pag. 43.

3) BUFF, Ann. Chem. Pharm. Suppl. Bd. 3, pag. 129. 1864—65.

4) DE LA RIVE, Compt. rend. 20, pag. 1287. 1845; POGG. Ann. 65, pag. 637.

5) FERGUSON, Proc. R. Soc. Edinb. 1878.

6) BACHMETJEW, Rep. d. Phys. 26, pag. 137. 1890.

7) REISS, Jahresber. d. phys. Ver. Frankfurt a. M. 1860 und 1861.

8) Vielfache Versuche, die Vorzüge des BELL'schen Telephons mit denen des REISS'schen zu vereinigen, sind praktisch erfolglos geblieben.

II. Beziehungen zur Wärme.

a) Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus.

Einleitung. Wie auf fast alle physikalischen Eigenschaften, so hat die Temperatur auch auf den Magnetismus einen ebenso erheblichen wie merkwürdigen Einfluss. Um ihn zu untersuchen, kann man zwei Wege einschlagen, nämlich entweder zusehen, wie sich der Magnetismus ändert, wenn der Versuchskörper der Reihe nach auf verschiedene Temperaturen gebracht wird, und diese Versuchsreihe dann bei anderen Intensitäten der Magnetisirung wiederholen; oder bei einer bestimmten Temperatur die Magnetisirungscurve, d. h. den Magnetismus als Function der magnetisirenden Kraft ermitteln, und dieser Curve dann andere, welche sich auf andere Temperaturen beziehen, an die Seite stellen. Wenn der Magnetismus eines Körpers lediglich eine Function der magnetisirenden Kraft und seiner Temperatur wäre, müssten beide Umstände zu gleichen Ergebnissen führen; in Folge der magnetischen Nachwirkungserscheinungen ist dies aber nicht der Fall. In älterer Zeit wurde meist das erste Verfahren eingeschlagen, in neuerer Zeit giebt man dem zweiten den Vorzug.

Auch im vorliegenden Gebiete fallen die Erscheinungen verschieden aus, je nachdem man es mit erstmaligen Temperaturänderungen zu thun hat oder aber die thermische Einwirkung bereits den cyklischen Charakter angenommen hat. Eine erstmalige Temperaturerhöhung auf 100° hat nach KUPFFER[1]) eine Verstärkung des Magnetismus zur Folge, die bei Wiederabkühlung nicht vollständig verschwindet, eine nochmalige Erwärmung bringt den Magnetismus weiter in die Höhe, und nach der zweiten Abkühlung ist er wiederum grösser als nach der ersten u. s. w. G. WIEDEMANN[2]) hat ferner gezeigt, dass eine Vergrösserung des Magnetismus auch dann eintritt, wenn die erste Temperaturänderung in einer Abkühlung besteht, wenn also der Körper auf 100° magnetisirt und dann auf Zimmertemperatur abgekühlt wird. Man kann hiernach sagen, dass jeder erstmalige thermische Eingriff, unabhängig von seinem Vorzeichen, günstig auf den Magnetismus wirkt.

Grundthatsachen. Von diesen Anfangserscheinungen abgesehen, ist nun die Wirkung der Temperatur auf den Magnetismus die, dass der unter Wirkung einer bestimmten Kraft vorhandene Magnetismus mit wachsender Temperatur zunimmt, allmählich aber langsamer, dass er dann ein Maximum erreicht und von diesem aus sehr rasch abnimmt, um schliesslich gänzlich zu verschwinden; bei der Wiederabkühlung erscheint er dann wieder, steigt, erreicht wieder das Maximum und fällt dann auf den normalen Werth herab. Von älteren Beobachtungen seien hier die SCORESBY's[3]) angeführt, der die Erscheinung zuerst beobachtet zu haben scheint; die Zahlen bedeuten Ablenkungen einer Nadel:

Material	kalt	dunkelroth	weissglühend
Schmiedeeisen . . .	40°	55°	0°
Gusseisen	21° 30′	62°	0°
Weiches Eisen . . .	15° 10′	41° 11′	0°
Weicher Stahl . . .	11° 8′	48°	0°
Harter Stahl . . .	8° 0′	47° 30′	0°

[1]) KUPFFER, KASTNER's Archiv 6, pag. 194. 1825.
[2]) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 122, pag. 346. 1864.
[3]) SCORESBY, POGG. Ann. 10, pag. 49. 1827.

Bei Dunkelrothgluth ist also der Magnetismus grösser als im kalten Zustande, bei Weissgluth ist er hingegen gänzlich verschwunden. Auf die übrigen älteren Arbeiten braucht hier nicht eingegangen zu werden, da aus neuester Zeit sehr sorgfältiges und reiches Material vorliegt, insbesondere von ROWLAND[1]), C. BAUR[2]), EWING[3]), PERKINS[4]), TROWBRIDGE[5]), HOPKINSON[6]), H. E. J. G. DU BOIS[7]) und TOMLINSON[8]).

Nach diesen Versuchen existirt für den Magnetismus als Function der Temperatur (bei einer bestimmten magnetisirenden Kraft) eine »kritische Temperatur«, unterhalb deren der Magnetismus wächst, oberhalb deren er fällt; und ebenso existirt für den Magnetismus als Function der magnetisirenden Kraft (bei einer bestimmten Temperatur) eine »kritische magnetisirende Kraft«[9]), unterhalb deren der Magnetismus für höhere Temperaturen grösser, oberhalb deren er für höhere Temperaturen kleiner ist als für gewöhnliche Temperatur, vorausgesetzt, dass die hier genannte höhere Temperatur unterhalb der kritischen liegt (denn oberhalb der kritischen ist der Magnetismus für beliebige Kräfte bei höherer Temperatur kleiner als bei normaler). Man kann dieses Verhalten auch in folgender Weise aussprechen: Bei kleinen, magnetisirenden Kräften nimmt der Magnetismus mit wachsender Temperatur erst bis zu einem Maximum zu und dann ab, bei grossen nimmt er von vornherein ab. Dabei ist die Zunahme bei kleinen Kräften eine desto beträchtlichere und der dann folgende Absturz ein desto plötzlicherer, je kleiner die magnetisirende Kraft ist; je grösser die Kraft ist, desto sanfter wird also der Bogen der Curve, und bei der kritischen Kraft fällt ihr ansteigender Zweig ganz fort, sie besteht lediglich aus einem anfangs wenig, allmählich schneller und schliesslich steil abfallenden Zweige. Der Zahlenwerth der kritischen Temperatur ist für verschiedene Materialien verschieden, für Eisen liegt er zwischen 700 und 800°, bei hartem Stahl zwischen 600 und 700°, bei Nickel ungefähr bei 300°. Der Temperaturwerth, bei welchem der Magnetismus verschwindet, ist hiervon in Anbetracht des raschen Abfalls der Curve nicht erheblich verschieden; nach BAUR bedingt dabei der Werth der magnetischen Kraft kleine Verschiedenheiten, indem nämlich das Wiederauftreten des Magnetismus bei Eisen zwar allgemein bei sehr heller Rothgluth stattfindet, bei grossen Kräften jedoch bei noch hellerer als bei kleinen. Zahlreiche hierher gehörige Beobachtungen hat auch BERSON[10]) gemacht, sie beziehen sich aber nur auf eine bestimmte Kraft und haben daher nur beschränkten Werth. Einige besondere Beobachtungen über das mehr oder weniger plötzliche Verschwinden und Wiederauftreten des Magnetismus rühren von GORE her, er hat u. a. gefunden, dass die Erscheinung von stossartigem Charakter ist, und es lassen sich daraus weitere Schlüsse ziehen (s. w. u.).

---

1) ROWLAND, Phil. Mag. (4) 48, pag. 321. 1874.

2) C. BAUR, WIED. Ann. 11, pag. 394. 1880.

3) EWING, Trans. R. Soc. 1885 (2), pag. 523, insbesondere Cap. 8 u. 9 (§ 114, pag. 630).

4) PERKINS, Sill. Journ. (3) 30, pag. 218. 1885.

5) TROWBRIDGE, Pr. Am. Ac. 1885, pag. 462.

6) HOPKINSON, Proc. R. Soc. 45, pag. 318; Trans. R. Soc. 1889 A, pag. 443.

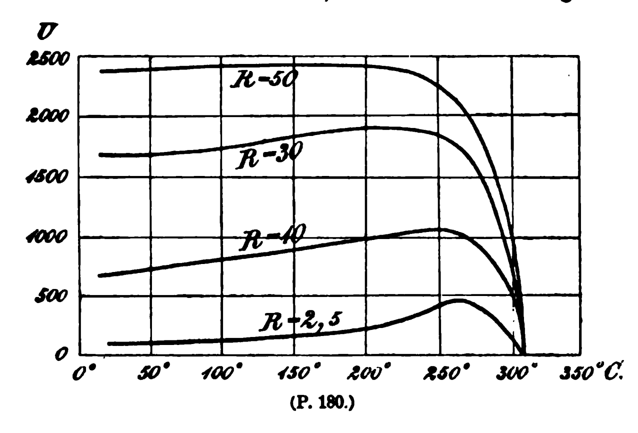
7) H. DU BOIS, Phil. Mag. (5) 29, pag. 293. 1890.

8) TOMLINSON, Phil. Mag. (5) 25, pag. 372; 26, pag. 18. 1888.

9) HOPKINSON versteht unter kritischer Temperatur vielfach denjenigen Werth, bei welchem der Magnetismus völlig verschwindet; die obige Nomenclatur ist aber wegen der angegebenen Reciprocität der beiden kritischen Begriffe bei weitem vorzuziehen.

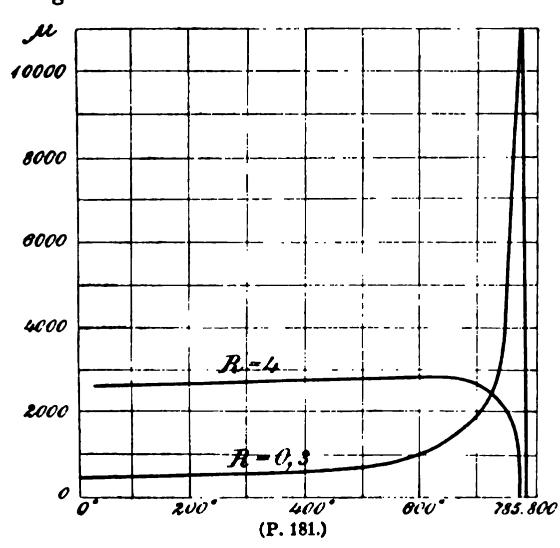
10) BERSON, Ann. Chim. Phys. (5) 8, pag. 433. 1886.

Graphische Darstellung. In den Fig. 180, 181 und 182 sind die geschilderten Verhältnisse nach HOPKINSON für einen Ring aus Nickel (Fig. 180) resp. Schmiedeeisen (Fig. 181 und 182) anschaulich dargestellt; es sei bemerkt, dass die Curven für Eisen, Stahl und Nickel ganz ähnlich ausfallen. Fig. 180 stellt die Induction U als Function der Temperatur dar, und zwar für vier verschiedene Kräfte R; je grösser letztere, desto weniger ist das der kritischen Temperatur entsprechende Maximum ausgebildet. Fig. 181 stellt in derselben Weise die Permeabilität μ als Function der Temperatur dar, und zwar für eine kleine, magnetisirende Kraft $R = 0{\cdot}3$



(P. 180.)

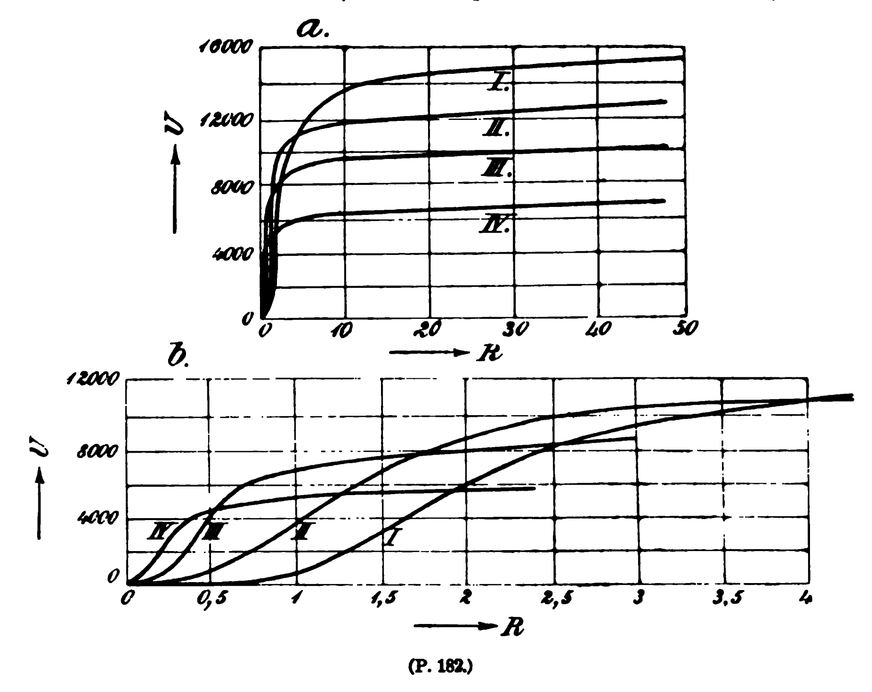
(Curve I) und für eine grössere Kraft $R = 4$ (Curve II); erstere steigt erst langsam, dann rapide an, und zwar bis auf das 30 fache der ursprünglichen Höhe, um dann noch plötzlicher auf Null abzufallen; die zweite Curve steigt nur ganz wenig an. Aehnliche Curven würden auch hier für die magnetische Induction selbst gelten, nur müsste man dann die Ordinate der zweiten Curve, um sie mit der ersten vergleichbar zu machen, im Verhältniss von $4:0{\cdot}3$ (wegen $U = \mu R$) grösser darstellen. Die einzigen Unterschiede zwischen Eisen und Nickel sind, wie man sieht, das frühere Verschwinden des Magnetismus und der sanftere Charakter der Erscheinung bei Nickel. Bei Kobalt senkt sich die Curve noch später als bei Eisen zur Nullaxe hinab. In Fig 182a ist die andere der beiden Darstellungsarten gewählt, d. h. es ist hier die



(P. 181.)

magnetische Induction U als Function der Kraft R, also die Magnetisirungscurve gezeichnet und zwar für vier verschiedene Temperaturen (I: 10°, II: 670°, III: 742° IV: 771°); diese Curven schneiden sich, wie man sieht, sämmtlich untereinander, sodass die ursprünglich unterste schliesslich die oberste wird und umgekehrt; um die Art der Kreuzung deutlicher zu zeigen, sind in Fig. 182b die ersten Stücke der Curve in 20 mal vergrössertem Abscissenmaassstabe wiedergegeben. Der Effect gesteigerter Temperatur ist hiernach, dass der Sättigungswerth des Magnetismus kleiner ist und ebenso wie der Inflexionspunkt früher erreicht wird; der Inflexionspunkt der Curve, d. h. der Punkt, bis zu welchem der Magnetismus stärker und von dem an er langsamer als die Kraft wächst, liegt für das den

obigen Darstellungen zu Grunde liegende Versuchsobjekt für 10° bei $R = 1{\cdot}6$, für 670° bei $R = 1{\cdot}1$, für 742° bei $R = 0{\cdot}4$ und für 771° bei $R = 0{\cdot}2$. Eine weitere Fortsetzung dieser Magnetisirungscurven für sehr grosse magnetisirende Kräfte verdankt man DU BOIS (nach der optischen Methode erhalten). DU BOIS



(P. 182.)

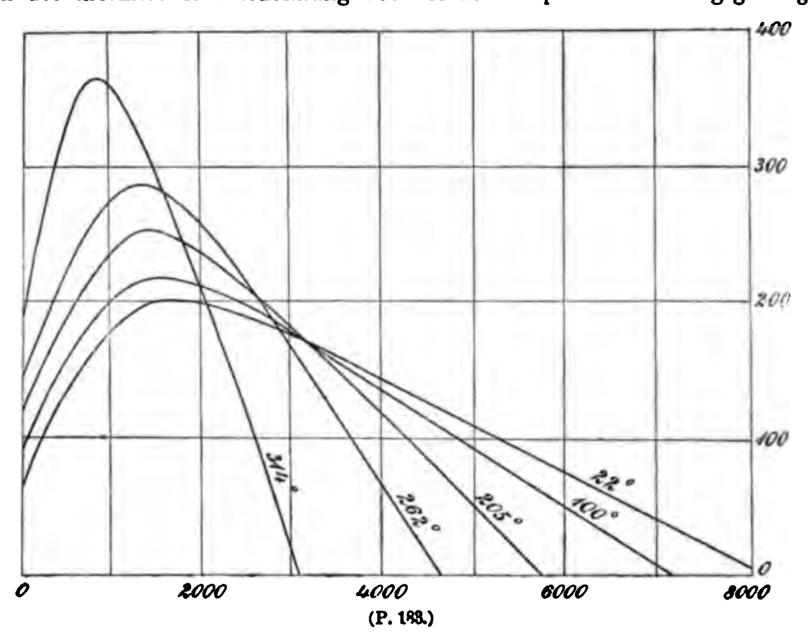
vergleicht, um den Einfluss der verschiedenen Materiale zu eliminiren, nicht die Susceptibilitäten oder Permeabilitäten miteinander, sondern die specifischen Magnetismen σ und findet für die höchsten erreichten Grade (Zahlen sind nicht angegeben, nur Curven):

Eisen	($R =$ 1150) : $\sigma = 219$	bei 0°,	215	bei 100°
Stahl	($R =$ 3750) : $\sigma = 211$	„ 0°,	207·5	„ 100°
Kobalt	($R =$ 7900) : $\sigma = 154$	„ 0°,	149	„ 100°
Nickel	($R =$ 12100) : $\sigma = 68{\cdot}5$	„ 0°,	60	„ 100°.

Die Differenz ist also bei Nickel absolut (und erst recht relativ) am grössten; bei Stahl am kleinsten. Für $R = 900$ wurden ausserdem die Curven der Magnetismen als Function der Temperatur ermittelt, sie fallen natürlich sämmtlich von Beginn an, erst langsam, dann schneller, aber doch sehr viel sanfter als bei kleinen oder mässigen Kräften. Statt U, J oder σ kann man auch $\varkappa$ oder μ als Function von R darstellen und daraus Schlüsse ziehen, wie dies z. B. PERKINS gethan hat; seinen Arbeiten ist die auf Nickel bezügliche Fig. 183 entlehnt.

Temperaturcoëfficient. Nach den mitgetheilten Resultaten ist es einleuchtend, dass es für die magnetische Induction nicht, wie bei vielen anderen physikalischen Erscheinungen, möglich ist, einen »Temperaturcoëfficienten« anzugeben, d. h. zu sagen, um welchen Bruchtheil seines Werthes sich der inducirte Magnetismus pro Temperaturgrad ändert; es ist dies nicht möglich, einmal, weil die Aenderung nicht nur nicht immer mit der Temperatur proportional ist, sondern unter Umständen, wie wir sahen, sogar ihr Vorzeichen ändert, und zweitens weil der Temperaturcoëfficient, selbst wenn man ihn für den Augenblick

als angebbar betrachtet, für verschieden starke Magnetismen ganz verschiedene Werthe hat. Der Temperaturcoëfficient wird also erstens nur für ein bestimmtes Temperatur-Intervall (t_1 bis t_2) gelten, und zweitens nur für eine bestimmte magnetisirende Kraft; über eine gewisse Temperatur wird man überhaupt nicht hinausgehen dürfen. Zur Gewinnung derartiger Zahlen bieten die Curven oder Tabellen von BAUR, EWING und DU BOIS das beste Material. Dabei ist es offenbar wegen der thermischen Ausdehnung des Versuchskörpers nicht völlig gleichgültig,



(P. 188.)

durch welche der folgenden Gleichungen man den Temperaturcoëfficienten ε definirt, wenn die Indices 2 und 1 die Grenzen des Temperatur-Intervalls bezeichnen:

$$\varepsilon = \frac{J_2 - J_1}{(t_2 - t_1) J_1} = \frac{\varkappa_2 - \varkappa_1}{(t_2 - t_1) \varkappa_1} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{(t_2 - t_1) \sigma_1};$$

(EWING giebt die J, BAUR die $\varkappa$, DU BOIS die σ an. Die Differenzen werden indessen bei den ferromagnetischen Stoffen nicht erheblich sein. Die folgenden Zahlen gelten zwischen gewöhnlicher Temperatur (7° resp. 15° resp. 0°) und 100°.

BAUR (Eisen)		EWING (Eisen)			DU BOIS	
R	ε	R	ε (weich)	ε (gehärtet)	R	ε
					Eisen	
0·81	+ 0·0019	2	+ 0·0006	+ 0·0025	500	— 0·00010
1·61	0·0028	4	0·0004	0·0018	1000	— 0·00015
2·02	0·0018	6	0·0003	0·0017	Stahl	
4·85	0·0024	8	0·0002	0·0014	500	— 0·00010
8·07	0·0010	10	0·0001	0·0013	1000	— 0·00020
16·11	0·0008	12	+ 0·0000	0·0012	3750	— 0·00025
24·11	0·0002	14	— 0·0000	0·0010	Kobalt	
32·02	+ 0·0000	20	— 0·0001	0·0005	8000	— 0·00035
39·84	— 0·0000	30	— 0·0002	0·0002	Nickel	
62·47	— 0·0001	40		0·0001	12000	— 0·00135
		50		— 0·0000		

Der Temperaturcoëfficient ist also für kleine Kräfte positiv, nimmt bei wachsender Kraft ab und wird für grosse Kräfte negativ; der Durchgang durch Null findet bei weichem Eisen bei $R = 10$ bis 15, bei härterem bei $R = 40$ bis 50 statt. Für schwache Kräfte, etwa bis zu $R = 1$, kann man für weiches Eisen zwischen 0° und 100° rund $\varepsilon = +0{\cdot}001$, bei gehärtetem $\varepsilon = +0{\cdot}002$ bis $0{\cdot}003$ setzen. Will man dem Temperatureinfluss besser gerecht werden, als es durch diese variablen Coëfficienten geschieht, so muss man eine mindestens quadratische Function von t einführen und deren Coëfficienten überdies mit der magnetisirenden Kraft in Verbindung bringen; BAUR hat dies durch folgende aus seinen Zahlen abgeleitete Formel gethan:

$$\varkappa_2 = \varkappa_1 \left[1 + \frac{a + bR}{R}(t_1 - t_2) + \frac{c}{R}(t_1 - t_2)^2 \right],$$

in welcher

$$a = 0{\cdot}005685 \qquad b = 0{\cdot}0001122 \qquad c = 0{\cdot}0000072$$

zu setzen ist; leider verlieren diese Zahlen deshalb viel von ihrem Werthe, weil in der ganzen Arbeit BAUR's nicht angegeben ist, aus was für Eisen sein Versuchskörper bestand.

Einfluss der Temperatur auf den permanenten Magnetismus. Dass die Temperatur den permanenten Magnetismus von Magnetstäben beeinflusst, ist schon seit langer Zeit bekannt. Dieser Einfluss besteht in der Verringerung des Magnetismus bei der Erwärmung, und bei starker Erhitzung geht er sogar ganz verloren. Dabei ist wiederum zwischen erster Erwärmung und späterer Erwärmung zu unterscheiden, letztere ist von umkehrbarem Einfluss, erstere aber nicht; d. h., nach einer erstmaligen Erwärmung gewinnt der Magnet bei Wiederabkühlung seinen früheren Magnetismus nur theilweise wieder, auch bei der zweiten Abkühlung bleibt noch ein weiterer Verlust zurück, bei späteren Erwärmungen ist jedoch der Verlust ein vorübergehender, der durch Wiederabkühlung vollständig ausgeglichen wird. Natürlich ist auf dieses Verhalten die erreichte höchste Temperatur, die Art der Erwärmung und Abkühlung u. s. w. von wesentlichem Einfluss, und es sei hier nochmals an die Untersuchung von BARUS und STROUHAL (pag. 191) erinnert[1]. Wenn die äusserste Temperatur sehr hoch ist, insbesondere wenn der Stab kräftig geglüht wird, verliert er auch nach wiederholten Cyclen seinen Magnetismus dauernd, und man hat hier somit ein vorzügliches Entmagnetisirungsmittel, das in der That von allen das üblichste ist. Andere Versuche über diesen Gegenstand rühren von KUPFFER[2]), RIESS und MOSER[3]), DUFOUR[4]) und G. WIEDEMANN[5]) her. Von den Ergebnissen, zu denen der letztgenannte Physiker gelangte, seien zunächst folgende relative Zahlen für die Magnetismen bei 0° und 100° angeführt; m_0' ist der Magnetismus nach der ersten Abkühlung, M_0 und M_{100} sind die endgültigen Magnetismen nach einer hinreichenden Anzahl von Cyclen; endlich ist $\varepsilon = \frac{M_{100} - M_0}{100 M_0}$ der endgültige

[1]) Ferner sei noch angeführt: STROUHAL u BARUS, WIED. Ann. 20, pag. 662. 1883. — GAUGAIN, Compt. rend. 82, pag. 1422; 83, pag. 661. 1876; 86, pag. 536. 1878. — POLONI, Beibl. z. WIED. Ann. 1878, pag. 67; 1881, pag. 67 u. 802. — TROWBRIDGE, Beibl. 1881, pag. 614. — FROMME, WIED. Ann. 22, pag. 371. 1884.

[2]) KUPFFER, KASTNER's Archiv 6, pag. 185. 1825.

[3]) RIESS und MOSER, POGG. Ann. 17, pag. 403. 1829.

[4]) DUFOUR, Arch. de Genève 34, pag. 295. 1857.

[5]) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 100, pag. 235. 1852; 103, pag. 563. 1858; 122, pag. 355. 1864.

Temperaturcoëfficient, sein stets negatives Vorzeichen ist der Kürze halber fortgelassen. Der erstmalige Temperaturcoëfficient ist natürlich viel grösser, bietet aber kein tieferes Interesse dar, weil er noch mit den »Anfangserscheinungen« behaftet ist.

Material	m_0	m_{100}	m_0'	M_0	M_{100}	ε
Harter Stahl	72	42	45	37	33	0·0010
	135	89	96	86	78	0·0009
	195	134	146	133	120	0·0010
Angelassener Stahl	44	27	30	29	27	0·0007
	148	107	115	110	101	0·0008
	317	239	261	251	226	0·0010
Weicher Stahl I	85	45	—	38	33	0·0013
	141	74	—	69	57	0·0017
	210	110	—	115	88	0·0023
Weicher Stahl II	96	50	54	45	39	0·0013
	175	93	108	93	76	0·0019
Sehr weicher Stahl, oft geglüht und langsam erkaltet	52	35	37	—	—	—
	81	55	58	—	—	—
	113	76	82	—	—	—
	181	114	131	—	—	—

Nach diesen Angaben bewegt sich der Temperaturcoëfficient für den permanenten Magnetismus zwischen den Grenzen 0·0007 und 0·0023, für harten Stahl kann man ihn rund zu einem Tausendstel des Werthes ansetzen; für kräftigere Magnete ist er nach WIEDEMANN grösser, nach einer Angabe von F. KOHLRAUSCH[1]) jedoch im Allgemeinen kleiner. Aehnliche Bestimmungen hat CANCANI[2]) ausgeführt.

Ueber die Berücksichtigung des Temperaturcoëfficienten von Stahlstäben bei magnetischen Untersuchungen ist schon im Art. »Magnetische Messungen« einiges gesagt worden; hier sei kurz folgendes hinzugefügt. Um grössere Empfindlichkeit zu erzielen, als wenn man einfach die Ablenkungen einer Nadel unter der Einwirkung des auf zwei verschiedene Temperaturen gebrachten Stabes vergleichen wollte, thut man nach W. WEBER gut, die Ablenkung bei der einen Temperatur durch einen Hilfsstab gänzlich oder grösstentheils zu compensiren. Statt der Ablenkungen kann man auch die Schwingungszeiten bei den beiden Temperaturen mit einander vergleichen. Ferner kann man nach WILD die Einstellung des bifilar aufgehängten Stabes bei verschiedenen Temperaturen ermitteln. Endlich hat KOHLRAUSCH folgendes sehr empfindliche Verfahren angegeben. Man stellt den Stab so auf, dass er im Verein mit dem Erdmagnetismus eine Nadel ost-westlich stellt; bildet er dabei mit dem Meridian den Winkel φ, und dreht sich bei seiner Erwärmung um t^0 die Nadel um den Winkel α, so ist der Temperaturcoëfficient

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \, tang \, \varphi \, \frac{\alpha}{t}.$$

Näheres hierüber und über die erforderlichen Correkturen sehe man bei F. KOHLRAUSCH[3]).

[1]) F. KOHLRAUSCH, Leitfdn. d. pr. Phys. 7. Aufl. pag. 249.

[2]) CANCANI, Atti Acc. Linc. (4) 3, pag. 501. 1887. — Rend. Acc. Linc. 4, pag. 334. 1888.

[3]) F. KOHLRAUSCH, Leitfaden 7. Aufl. pag. 249. — WIED. Ann. 22, pag. 420. 1884. — *Ferner vergl.* LAMONT, Erdmagn., pag. 28.

Die besonderen Erscheinungen, welche auch hier auftreten, wenn der permanente Magnetismus des Stabes die Folge vorübergegangener stärkerer Magnetisirung und partieller Entmagnetisirung ist, sind ebenfalls von WIEDEMANN erforscht worden, und es haben sich dabei ähnliche Beziehungen herausgestellt, wie bei den analogen Beziehungen des Magnetismus zur Elasticität; als Beispiel diene die folgende Tabelle, in der M den ursprünglichen, m den bei der Entmagnetisirung übrig gebliebenen Magnetismus, m_{100} den nach der Erwärmung auf 100° und m_0 den nach der Wiederabkühlung auf 0° bezeichnet:

	M	m	m_{100}	m_0
1	70·5	70·5	42·2	54·5
2	72	40·1	27	40·5
3	70	25	18	39·5
4	72	2	2	9
5	75	0	0	9·5

Dem einfach magnetisirten Stabe giebt also die Abkühlung nach der Erwärmung nur einen Theil des verlorenen Magnetismus wieder, dem vorher zur Hälfte entmagnetisirten giebt die Abkühlung den vollen vor der Erwärmung besessenen Magnetismus wieder, bei noch stärkerer Entmagnetisirung ist der Magnetismus nach der Abkühlung sogar grösser als vor der Erwärmung, und in einem in Folge von Entmagnetisirung scheinbar gänzlich unmagnetischen Stabe kann man durch Erwärmung und Wiederabkühlung geradezu Magnetismus wieder zum Vorschein bringen.

Temperatur und Hysteresis. Wie bei allen magnetischen Erscheinungen, so macht sich auch in Bezug auf die Beziehung zur Temperatur das Nachwirkungsphänomen geltend. Man hat aber hier zwei Arten von Hysteresis zu unterscheiden. Einmal wird die bei der magnetischen Induction untersuchte Nachwirkung der magnetisirenden Kraft auf den Magnetismus durch die Wärme beeinflusst, und es ist auch sofort klar, in welchem Sinne dieser Einfluss wirken wird. Da nämlich, für nicht zu hohe Temperaturen, der aufsteigende Zweig der Magnetisirungscurve durch die Wärme in die Höhe gehoben, der absteigende dagegen wegen der Verminderung der Remanenz herabgedrückt wird, so ergiebt sich, dass beide Zweige einander genähert werden und folglich die von ihnen eingeschlossene Fläche verkleinert wird (z. B. nach einigen Versuchen von KUNZ [1]) bei weichem Eisen von 23490 auf 19180, bei Stahl von 89700 auf 42900, also sehr viel stärker) — ein Einfluss, der offenbar dem von mechanischen Erschütterungen analog ist; hierauf wird noch zurückzukommen sein. Ferner aber kann man vermuthen, dass auch Hysteresis in Bezug auf die Wirkung der Wärme selbst stattfindet, d. h. dass die Curven, welche für eine bestimmte Kraft den Magnetismus als Function der Temperatur darstellen, einmal für Erwärmung, das andere Mal für Abkühlung, nicht mit einander zusammenfallen. Es scheint jedoch, dass diese Hysteresis im Allgemeinen sehr geringfügig ist und nur in Bezug auf einen bestimmten Punkt erheblich wird, nämlich in Bezug auf diejenige Temperatur, bei welcher der Magnetismus verschwindet resp. wieder auftritt. Bei gewöhnlichem Eisen und Stahl ist übrigens auch diese Differenz [1]) nicht gross, sie beträgt bei Eisen vielleicht 10°, bei Stahl 20—30°, was bei der Höhe der betreffenden Temperaturen (600—800°) nicht viel besagen will und überdies schwer

[1]) KUNZ, El. Z. 1892, pag. 245.

[1]) NEWALL und TROUTON, *Rep. Brit. Ass.* 1889 pag. 517. Proc. R. Soc. Dublin 1886.

genau festzustellen ist. Dagegen hat HOPKINSON[1]) für eine Legirung von Eisen und 5% Nickel gefunden, dass der Magnetismus bei 800° verschwindet und auf dem Rückwege erst bei 600—650° wieder auftaucht; bei einer Legirung von 25% Nickel kehrte sogar der bei 580° verschwundene Magnetismus bei der Wiederabkühlung überhaupt nicht wieder, so dass es bei diesen Materialien ganz von der Vorgeschichte abhängt, ob sie überhaupt magnetisirbar sind. Man wird hier sofort an das früher (pag. 194) über die Unmagnetisirbarkeit dieser Legirungen Gesagte erinnert. Bei noch stärkeren Nickelgehalte wird die Erscheinung wieder weniger markant.

Einfluss der Temperatur auf schwach magnetische Körper. Genauere Bestimmungen dieses Einflusses hat zuerst G. WIEDEMANN[2]) bei einer grossen Anzahl magnetischer Salze ausgeführt und gefunden, dass der Magnetismus mit steigender Temperatur abnimmt, und zwar bei allen im gleichen Verhältnisse nämlich nach der Formel $m = m_0\ (1 - 0{\cdot}00325\,t)$; der Temperaturcoëfficient ist also negativ, was verständlich ist, da die hier angewandten magnetisirenden Kräfte naturgemäss sehr grosse sind, und bei so grossen Kräften der Coëfficient auch bei den ferromagnetischen Körpern negativ ist. Im Anschlusse an WIEDEMANN hat PLESSNER[3]) genauere Messungen durchgeführt, und zwar zwischen den Temperaturen von 10—20° einerseits und 30—70° andererseits. Für Salzlösungen (Eisenchlorid, Mangansulfat, Nickelsulfat, Kobaltnitrat) fand sich übereinstimmend $\beta = -0{\cdot}00356$; bei den festen Salzen hingegen ergab sich für jedes eine andere Zahl, nämlich für

Mangansulfalt . . . . . . $\varepsilon = -0{\cdot}00311$
„ (andere Probe) . $\varepsilon = -0{\cdot}00268$
Kobaltsulfat . . . . . . $\varepsilon = -0{\cdot}00275$.

Bei Nickelsulfat endlich nimmt ε mit wachsendem Temperaturintervall zu, sodass man den specifischen Magnetismus σ durch eine quadratische Function $1 + \alpha t + \beta t^2$ darstellen muss, und zwar wird in einer Versuchsreihe $\alpha = -0{\cdot}00150$, $\beta = -0{\cdot}000033$, in der anderen $\alpha = -0{\cdot}00097$, $\beta = -0{\cdot}000040$.

Ferner hat QUINCKE[4]) nach seiner schon wiederholt erwähnten Steighöhenmethode die Temperaturcoëfficienten ε der Susceptibilität und ε' des Atommagnetismus gemessen und zwischen 10 bis 18° einerseits und 40 bis 85° andererseits folgende Zahlen gefunden:

Flüssigkeit	Spec. Gew.	Proz. Geh.	$-\varepsilon$	$-\varepsilon'$
Mangansulfat	1·4165	35·74	0·00284	0·00281
Manganchlorür	1·3695	33·48	301	298
„ in Salzsäure . .	1·3384	20·78	162	158
„ in Alkohol . .	1·0258	20·65	320	315
Eisensulfat	1·2825	23·70	192	186
Eisenchlorür	1·2900	21·89	369	361
Eisenchlorid	1·5083	48.18	290	288
Kobaltsulfat	1·2584	21·05	306	295
Kobaltchlorür	1·1290	12·63	262	244

Hierzu ist zweierlei zu bemerken. Erstens beziehen sich die ε auf gleiche Volumina bei beiden Temperaturen, zur Umrechnung auf die specifischen

[1]) HOPKINSON, Proc. R. Soc. 1889 und 1890.
[2]) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 126, pag 1. 1865.
[3]) PLESSNER, WIED. Ann. 39, pag. 336. 1890.
[4]) QUINCKE, WIED. Ann. 24, pag. 347. 1885.

Magnetismen müsste man also die Ausdehnung der Flüssigkeiten berücksichtigen und würde dann statt obiger Zahlen noch kleinere, also auch kleinere als die WIEDEMANN-PLESSNER'schen Zahlen, erhalten. Zweitens sind die Zahlen Mittelwerthe aus mehreren, verschiedenen Endtemperaturen entsprechenden Einzelzahlen, und die letzteren einander nicht gleich, sondern mit wachsendem Temperaturintervall theils abnehmend, theils zunehmend; man müsste also, wenn die Zahlen nicht doch etwas unsicher wären, noch ein zweites Temperaturglied einführen.

Bei diamagnetischen Stoffen nimmt nach PLÜCKER[1]), MATTEUCCI[2]) u. A. der Diamagnetismus ebenfalls bei der Erwärmung ab, was theoretisch insofern interessant ist, als dies scheinbar gegen die differentielle Theorie des Diamagnetismus spricht, nach der man erwarten sollte, dass bei allen Körpern der algebraische Werth des Magnetismus in demselben Sinne wüchse; es ist aber doch dabei die gleichzeitige Erwärmung des umgebenden Mediums und noch manches andere, was diesen Gedanken hinfällig machen kann, zu berücksichtigen. Auch ist die Abnahme des Diamagnetismus meist schwächer als bei den paramagnetischen Stoffen. Für feste Körper liegen keine exakten Angaben vor, wohl aber für Flüssigkeiten und Gase. So findet HENRICHSEN[3]) für die von ihm untersuchten organischen Verbindungen (vergl. ob. pag. 209) Werthe, deren Differenzen er bei der Schwierigkeit der Messungen keine weitere Bedeutung beilegt, und deren Mittelwerth, auf das Volumen bezogen,

$$\varepsilon_v = -0{\cdot}00134$$

ist; da nun für diese Stoffe im Mittel der thermische Ausdehnungscoëfficient 0·00118 ist, so ergiebt sich als Temperaturcoëfficient des specifischen Magnetismus (und ebenso des Molekularmagnetismus)

$$\varepsilon_m = -0{\cdot}00016$$

also eine sehr kleine Zahl. Für Wasser, Alkohol und Salzsäure konnte QUINCKE sogar überhaupt keine Abnahme des Volumen-Magnetismus mit steigender Temperatur wahrnehmen, woraus folgen würde, dass deren specifischer Magnetismus mit steigender Temperatur zunimmt.[4])

Von Gasen hat QUINCKE[5]) Luft und Sauerstoff untersucht und gefunden, dass der Temperaturcoëfficient auch hier negativ ist, sein Werth aber mit steigendem Temperaturintervall abnimmt; da die Zahlen für beide Gase durcheinander gehen, kann man Mittelwerthe bilden und erhält dann für folgende obere Temperaturgrenzen die darunterstehenden Werthe:

	20°	80°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
$-\varepsilon_v =$	0·0080	0·0072	0·0066	0·0060	0·0057	0·0054	0·0052	0·0050	0·0048

Da sich diese Zahlen auf das Volumen beziehen, der Ausdehnungscoëfficient aber 0·00367 ist, erhält man für die Temperaturcoëfficienten des specifischen Magnetismus:

	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
$-\varepsilon_m =$	0·0043	0·0035	0·0029	0·0023	0·0020	0·0017	0·0015	0·0013	0·0011,

---

1) PLÜCKER, Pogg. Ann. 74, pag. 370. 1848; 75, pag. 177. 1848.

2) MATTEUCCI, Compt. rend. 36, pag. 740. 1853.

3) HENRICHSEN, WIED. Ann, 45, pag. 38 (insb. 41—43). 1892.

4) Ganz neuerdings hat CURIE (Compt. rend. 116, pag. 136. 1892) zahlreiche Temperaturcoëfficienten ermittelt.

5) QUINCKE, WIED. Ann. 34, pag. 401. 1888.

sodass die Abnahme des ε mit steigender Temperatur eine sehr kräftige wird. Bei Stickstoff, Wasserstoff und Kohlensäure war kein Temperatureinfluss wahrzunehmen. Als jedoch feste Kohlensäure in Scheibenform zwischen die Magnetpole gebracht wurde, stellte sie sich anfangs axial und erst nach einiger Zeit, als sie wärmer geworden war, äquatorial ein[1]).

Hier ist auch der Ort, um des Verhaltens von Flammen Erwähnung zu thun, wie es zuerst von BANCALARI[2]) und dann eingehender von FARADAY[3]) studirt worden ist. Die Grundthatsache ist die, dass eine Flamme zwischen den Polen sich in äquatorialer Richtung verbreitert und unter Umständen zu Spitzen verlängert; sie ist also diamagnetisch. Auch heisser Rauch (nicht aber kalter) wird beim Aufsteigen zwischen Polen seitlich abgelenkt.

Was endlich Krystalle betrifft, so folgt aus zahlreichen Versuchen FARADAY's[4]) dass in einem magnetisch anisotropen Krystall die Differenzen der Susceptibilitäten in verschiedenen Richtungen mit steigender Temperatur merklich abnehmen, z. B. die Differenz der Hauptsusceptibilitäten bei Wismuth zwischen 40 und 140° auf weniger als die Hälfte, bei Eisenspath zwischen 20 und 150° auf den dritten Theil.

Theoretisches. Aus der Gesammtheit der geschilderten Verhältnisse und aus der Gegensätzlichkeit ihrer Einzelheiten geht ohne weiteres hervor, dass der Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus nicht aus einer einzigen Quelle stammen kann, sondern dass er sich aus verschiedenen Faktoren zusammensetzt, die für sich genommen entgegengesetzte Wirkungen haben würden, und von denen je nach den Umständen der eine oder der andere überwiegt. Welche Möglichkeiten hierbei in Betracht kommen, haben insbesondere G. WIEDEMANN[5]), HOPKINSON[6]) und EWING[7]) erörtert. Nach der Theorie der drehbaren Molekularmagnete ist zunächst, wie DU BOIS[8]) mit Recht hervorhebt, zwischen zwei Wirkungen zu unterscheiden, nämlich zwischen der auf die mehr oder weniger axialen Einstellungen der Molekeln und der auf den specifischen, dauernd vorhandenen Magnetismus der Molekeln selbst; in schwachen Feldern wird die erstere Wirkung die hauptsächliche sein, weil sie jedenfalls leichter von statten geht, in sehr starken Feldern aber, in denen die Molekeln schon sämmtlich so gut wie axial gestellt sind, kommt die zweite Wirkung in Betracht; vielleicht hängt es hiermit zusammen, dass (vergl. ob.) die Wirkung der Wärme in starken Feldern eine gleichmässigere, in schwachen Feldern eine heftigere, stossartige ist. Aber auch die Wirkung auf die Orientirung der Molekeln ist keine einfache, es kommt hier der direkte Einfluss und die entmagnetisirende Kraft der umgebenden Theilchen in Betracht. Endlich ist zu erwägen, dass, wenn die Wärme kinetische Energie ist, ihre Zufuhr die Beweglichkeit der Theilchen erhöht und ähnlich wie mechanische Erschütterung wirken muss, was in der That oben betont wurde.

---

1) Neuerdings hat auch CURIE den Sauerstoff bei verschiedenen Temperaturen untersucht und den Coëfficienten des spec. Magn. vom Vorzeichen abgesehen mit dem GAY-LUSSAC'schen übereinstimmend gefunden; vergl. Compt. rend. 115, pag. 803 u. 1292. 1892.

2) BANCALARI, POGG. Ann. 73, pag. 286. 1848.

3) FARADAY, Phil. Mag. (3) 31, pag. 401. 1847. — Exp. Unt. Bd. 3. — Vergl. auch PLÜCKER, POGG. Ann. 73, pag. 559. 1848.

4) FARADAY, Exp. Res. 22, § 2570. 1848; 30, § 3394. 1855.

5) G. WIEDEMANN, Elektr. (3. Aufl.) 3, pag. 769.

6) HOPKINSON, a. a. O.

7) EWING, Magn. Ind., Cap. 8; Tr. R. Soc. 1885 (2), pag. 523.

8) DU BOIS, Phil. Mag. (5) 29, pag. 297. 1890.

Eine specielle Betrachtung fordert noch das seltsame Verhalten heraus, welches z. B. beim Eisen in der Nähe von 800° auftritt: das starke Anwachsen des Magnetismus und das darauf folgende fast plötzliche Verschwinden desselben. Es würde diese Thatsache kaum verständlich sein, wenn sie nicht mit mehreren anderen interessanten Erscheinungen zusammenfiele, dem GORE'schen Phänomen[1]) und der Recalescenz. Das GORE'sche Phänomen besteht darin, dass ein Eisendraht, der erhitzt wird, bei dunkler Rothgluth eine plötzliche Zusammenziehung, durch welche die regelmässige Ausdehnung vorübergehend unterbrochen wird, und ebenso bei der Abkühlung an derselben Stelle eine plötzliche Ausdehnung erfährt; GORE selbst hat diese Erscheinung, die vielleicht durch den Kohlengehalt des Eisens hervorgerufen wird, mit der plötzlichen Aenderung der Magnetisirbarkeit bei dieser Temperatur in Verbindung gebracht. Die von BARRETT[2]) aufgefundene Recalescenz, die ebenfalls bei jener kritischen Temperatur auftritt, besteht darin, dass die Abkühlung sich selbst überlassenen Eisens oder Stahls an dieser Stelle eine plötzliche Unterbrechung erleidet, ja sogar in vorübergehende Erwärmung übergehen kann, die man unter Umständen als Hellerwerden der Rothgluth auch mit dem Auge wahrnehmen kann; es ist daraus zu schliessen, dass durch innere Vorgänge, also durch Strukturänderung, Wärme erzeugt wird. Den Zusammenhang der Erscheinung mit dem Wiederauftritt des Magnetismus hat besonders HOPKINSON studirt und u. a. gefunden, dass bei dem vollständig unmagnetischen Manganstahl die Erscheinung der Recalescenz fehlt. Das GORE'sche Phänomen und die Recalescenz sind aber nicht die einzigen, hier in Betracht kommenden Thatsachen; es ist ferner an die von HOLBORN constatirten Härtungstemperaturen (pag. 194) zu erinnern und darauf hinzuweisen, dass auch für die Beziehungen des Magnetismus zur Dehnung und Torsion nach TOMLINSON[3]), ferner für das elektrische und thermoelektrische Verhalten die in Rede stehende Temperatur einen kritischen Charakter hat.

Thermomagnetische Motoren. Die Abhängigkeit des Magnetismus von der Temperatur giebt die Möglichkeit einer eigenartigen Methode zur Leistung von Arbeit an die Hand, indem nämlich kaltes Eisen in das Feld hineingezogen, warmes aber ohne oder mit geringerem Arbeitsaufwande aus ihm herausgezogen werden kann. Dieser Gedanke ist von EDISON[4]), THOMSON und HOUSTON[5]), SCHWEDOFF[6]), sowie STEFAN[7]) zur Construction thermomagnetischer Motoren benutzt worden. Für die Praxis haben dieselben bis jetzt keine Bedeutung erlangt, zur Demonstration sind jedoch namentlich die STEFAN'schen Apparate vortrefflich geeignet. Der eine von ihnen, das thermomagnetische Pendel, schwingt mit seinem als Pendelkörper dienenden Nickel- oder (Eisen-)blech zwischen den Magnetpolen hin und her, der andere, das thermomagnetische Rad, rotirt zwischen ihnen.

---

[1]) GORE, Proc. R. Soc. 17, pag. 260. 1869. — Vergl. auch C. HEIM, Unt. üb. die GORE-schen Phänomene, In.-Diss. Münch. 1885.

[2]) BARRETT, Phil. Mag. (4) 46, pag. 472. 1873.

[3]) TOMLINSON, Proc. Phys. Soc. Lond. 1887, pag. 67. — TOMLINSON und NEWALL, Phil. Mag. (5) 24, pag. 256 und 435. 1887.

[4]) EDISON, Lum. él. 1887, pag. 554.

[5]) HOUSTON und THOMSON, J. of the FRANKLIN Inst. 1879, pag. 39.

[6]) SCHWEDOFF, J. de Phys. (2) 5, pag. 362. 1886.

[7]) STEFAN, WIED. Ann. 38, pag. 427. 1889.

b) Wärmewirkung der Magnetisirung.

Nothwendigkeit der Wärmewirkung. Bei der Magnetisirung wird irgend eine Energie, z. B. elektrische, in magnetische Energie verwandelt. Es ist nun nach den bei anderen derartigen Umwandlungen gemachten Erfahrungen zu vermuthen, dass hierbei nicht die gesammte aufgewandte Energie in magnetische, sondern dass ein Theil in thermische Energie, also in Wärme, umgesetzt wird; das Verhältniss der erzielten magnetischen zur ganzen aufgewandten Energie würde alsdann der Wirkungsgrad des Magnetisirungsprocesses sein. Einfacher als in dem hier gedachten Falle liegen die Verhältnisse, wenn man einen Körper erst magnetisirt und dann gleich wieder entmagnetisirt, ohne dass er seinen Magnetismus irgend wie znr Wirkung nach aussen bringen könnte. Es ist dann bei diesem Cyclus Arbeit aufgewandt worden, ohne dass am Schlusse überhaupt Magnetismus vorhanden wäre. Damit man hiergegen nicht einwende, dass am Schlusse doch remanenter Magnetismus vorhanden sei, muss angenommen werden, dass der betreffende Körper den Cyclus schon oft durchgemacht habe und in Folge dessen einen gewissen remanenten Magnetismus besitze; diesen selben remanenten Magnetismus wird er dann auch am Schlusse eines neuen identischen Cyclus besitzen, es hat sich also magnetisch nichts in ihm geändert. Daraus folgt, dass in diesem Falle die gesammte aufgewandte Arbeit in Wärme umgesetzt sein muss, der Körper muss sich also relativ kräftig erwärmt haben. Diese Forderung ist durch die Erfahrung vollkommen bestätigt worden. Man hat die in Rede stehende Erwärmung durch cyklische Magnetisirung beobachtet und nach zwei verschiedenen Methoden gemessen.

Messungsmethoden. Nach dem Gesagten liegt es nahe, die Erwärmung durch die aufgewandte Arbeit zu messen, der sie äquivalent ist. Nun ist schon im Art. »Magnetische Induction« (pag. 175) angegeben worden, dass diese Arbeit (für die Volumeneinheit) dargestellt wird durch den Inhalt der Flächen zwischen den aufsteigenden und den absteigenden Zweigen der jenem Cyclus entsprechenden Magnetisirungscurve (Fig. 168); man braucht also nur diese Fläche, also nur die Werthe des Magnetismus J_1 und J_2 bei aufsteigender und absteigender Kraft R zu messen und den Ausdruck

$$W = \frac{1}{a}\int (J_2 - J_1)\,dR$$

zu bilden, um, wenn a das Arbeitsäquivalent der Wärme ist, die Magnetisirungswärme W zu finden. Diese Methode, die u. A. WARBURG[1]), EWING[2]) und WASSMUTH und SCHILLING[3]) benutzt haben, ist entschieden die einfachste.

Andererseits kann man die Erwärmung auf direktem thermischem Wege bestimmen. Indessen treten hierbei leicht ersichtliche Schwierigkeiten auf, die auf der Mitwirkung freier, in der Umgebung des Eisenkörpers erzeugter Wärmemengen, z. B. der Magnetisirungsspule, und anderen Fehlerquellen beruhen und die Erlangung zuverlässiger und genauer Ergebnisse zweifelhaft erscheinen lassen. Trotzdem ist die Methode, die übrigens naturgemäss älter als die erstgenannte ist, vielfach angewandt worden, und insofern mit Recht, als ihr ein selbständiger Werth zukommt. Die Arbeitsmethode ist nämlich insofern von beschränkter Anwendbarkeit, als man bei ihr den Cyclus nur sehr langsam durchlaufen lassen kann, weil man in möglichst vielen seiner Punkte magnetische Messungen aus-

1) WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141. 1881.
2) EWING, Tr. R. Soc. 1885.
3) WASSMUTH und SCHILLING, Wien. Ber. 94 (2), pag. 280. 1886.

führen muss. Gerade umgekehrt bietet die thermische Methode die Möglichkeit, den Cyklus sehr schnell, nämlich durch Benutzung eines intermittirenden Erregungsstromes, auszuführen; und da man ihn hierbei überdies sehr oft wiederholen kann, wobei sich die Erwärmungen durch jeden einzelnen summiren, wird man immerhin auf relativ gute Resultate rechnen dürfen. Die beiden Methoden ergänzen sich also, und sie lassen zugleich die Frage entscheiden, ob die Wärmewirkung cyklischer Magnetisirung von der Geschwindigkeit abhängt.

Die ersten Versuche über die Erwärmung durch Magnetisirung hat JOULE[1]) mit Hilfe der Rotation eines Bündels von Eisenlamellen über den Polen eines Magneten angestellt und, was zu erwarten war, gefunden, dass die erzeugte Wärme mit dem Quadrat des Magnetismus proportional ist. Von den späteren thermischen Beobachtungen[2]) können am besten die von CAZIN[3]), bei denen ein intermittirender Strom (bis zu 300 Unterbrechungen in der Minute) benutzt wurde, zur Ermittelung des absoluten Werthes der Wärmewirkung dienen; nach der Umrechnung von WARBURG findet man, dass in einem Falle, in welchem das magnetische Moment im *CGS*-System 28·7 beträgt, die in einem Cyclus entwickelte Wärme gleich 20·3 Milliontel Calorien. Vergleicht man mit dieser Zahl, die sich auf eiserne Röhren bezieht, einige Zahlen, welche WARBURG[4]) für Eisendrähte nach der Arbeitsmethode ermittelt hat[5]), nämlich 1) $W = 2{\cdot}23 \times 10^{-6}$ für $M = 25$ und 2) $W = 6{\cdot}05 \times 10^{-6}$ für $M = 40$, so findet man als Wärmemenge pro Einheit des magnetischen Moments

bei CAZIN: $2{\cdot}5 \times 10^{-8}$
bei WARBURG: 1) $0{\cdot}3 \times 10^{-8}$ — Mittel $0{\cdot}35 \times 10^{-8}$.
„ „ 2) $0{\cdot}4 \times 10^{-8}$

Es stimmt also nur die Grössenordnung der gefundenen Wärmemenge überein, der wirkliche Betrag ist bei CAZIN etwa 7 mal so gross wie bei WARBURG. Auch HERWIG[6]) hat derartige Bestimmungen ausgeführt, aber leider keine Angaben über die benutzten Kräfte und die erreichten Magnetismen gemacht, sodass sich ein Vergleich nicht durchführen lässt. Auch auf eine Arbeit von BORGMANN[7]) kann hier nicht eingegangen werden. Von grossem Interesse sind hingegen die Versuche von WARBURG und HÖNIG[8]), bei welchen dieselben Versuchskörper einmal dem langsamen Cyclus unter Anwendung der Arbeitsmethode, ein zweites Mal der raschen Cyclenfolge des intermittirenden Stromes unter Anwendung der thermischen Methode unterworfen wurden, bei letzterer wurde ein allen Bedenken möglichst gerecht werdendes Calorimeter von besonderer Construction benutzt. Als Versuchskörper dienten:

1) Bündel I von 370, je 0·01 *cm* dicken Eisendrähten, Gesammtgewicht 14·77 *gr*,
2) Bündel II von 150, je 0·034 *cm* dicken Drähten, Gew. 14·47 *gr*,

---

[1]) JOULE, Phil. Mag. 23, pag. 263, 347 und 435. 1843.

[2]) VAN BREDA, POGG. Ann. 68, pag. 552. 1846. — GROVE, POGG. Ann. 78, pag. 567. 1849. — Für cirkulare Magnetisirung: VILLARI, N. Cim. (2) 4, pag. 287 und 389. 1870.

[3]) CAZIN, Compt. rend. 78, pag. 845; 79, pag. 290. 1874; Ann. Chim. Phys. (5) 6, pag. 493. 1875; J. de Phys. 5, pag. 111. 1876.

[4]) WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141. 1881.

[5]) Diese Zahlen wurden natürlich ebenfalls vom GAUSS'schen auf das obige Maasssystem umgerechnet.

[6]) HERWIG, WIED. Ann. 4, pag. 177. 1878.

[7]) BORGMANN, J. d. russ. phys. Ges. 14, pag. 67. 1883.

[8]) WARBURG und HÖNIG, WIED. Ann. 20, pag. 814. 1883. — Vergl. hierzu auch WASSMUTH und SCHILLING, a. a. O., sowie WARBURG, Wien. Ber. 96 (2), pag. 1256. 1888.

3) Eisenstab I, 0·4 *cm* dick, 13·01 *gr* schwer,
4) Eisenstab II, 0·7 *cm* dick, 39·32 *gr* schwer,
5) Bündel von dünnen Eisenblechstreifen, 13 *gr* schwer.

Alle Objekte waren 12 *cm* lang. Es wurden entweder einfache Cyklen ausgeführt, bei denen die Kraft zwischen 0 und einem äussersten Werthe variirte, oder Doppelcyklen, bei denen sie zwischen jenem positiven und einem gleich grossen negativen Werthe variirte; auf den einfachen Cyklus bezieht sich der Index 1, auf den doppelten der Index 2. Das äusserste erreichte Moment entsprach ungefähr dem Inflexionspunkte der Magnetisirungscurve, und die Susceptibilität war hierbei bei

Bündel I	Bündel II	Stab I	Stab II	Bündel III.
21·7	20·8	12·9	7·2	20·1

In der folgenden Tabelle bedeutet A die nach der Arbeitsmethode, W die nach der thermischen Methode erhaltenen Wärmemengen, beide für einen Cyklus und in Milliontel Gramm Calorien ausgedrückt:

Material	A_1	W_1	A_2	W_2	$A_2:A_1$	$W_2:W_1$	$W_1:A_1$	$W_2:A_2$
Bündel I . . .	9·2	5·3	28·0	17·6	3·0	3·3	0·6	0·6
Bündel II . . .	4·9	5·2	17·6	17·4	3·6	3·4	1·1	1·0
Stab I	5·1	13·3	18·9	46·0	3·7	3·5	2·6	2·4
Stab II	0·4	5·6	1·6	10·1	4·0	1·8	14·0	6·3
Bündel III . .	3·7	2·4	12·0	7·8	3·2	3·3	0·7	0·7

Diese Zahlen lassen erkennen, dass die Verhältnisse ziemlich verwickelt sind. Bald ist die Wärmeentwicklung bei langsamem, bald die bei schnellem Verfahren grösser; bei langsamem Verfahren giebt das Bündel dünner Drähte, bei raschem der dünne Stab die grösste Wärmemenge. Dass die entwickelte Wärme bei dem Doppelcyklus nicht bloss doppelt so gross ist wie die beim einfachen Cyklus, sondern erheblich grösser (ausser beim Stab II, rascher Process), ist verständlich, weil bei dem einfachen Cyklus zwar die Kraft zwischen null und einem Maximum, der Magnetismus aber nur zwischen seinem Remanenzwerthe und dem Maximum variirt, während er im Doppelcyklus zwischen dem positiven und negativen Maximum hin- und hergeht.

Bestandtheile der Magnetisirungswärme. Dass die Verhältnisse von der geschilderten Complikation sind, hat seinen Grund jedenfalls zum Theil in dem Umstande, dass die Magnetisirungswärme keine einfache Grösse, sondern aus verschiedenen Grössen zusammengesetzt ist. Erstens erzeugt die Magnetisirung selbst, also die Umlagerung der Theilchen, Wärme, (»Frictionswärme« nach Warburg), zweitens entstehen bei jeder Magnetisirung, Entmagnetisirung und Ummagnetisirung Inductionsströme in der Masse des Eisens und hierdurch wiederum Wärme (»elektromagnetische Wärme«, nach Warburg); drittens endlich muss nach Thomson[1]), Ewing[2]) u. A. Wärme entwickelt oder absorbirt werden, weil die Susceptibilität des Eisens eine Function der Temperatur ist. Die beiden letzteren Punkte bedürfen also einer besonderen Erörterung[3]).

Die elektromagnetische Wärme tritt bei langsamer Zustandsänderung nicht auf, geht also in die nach der Arbeitsmethode erhaltenen Zahlen nicht ein. Bei der thermischen Methode würde sie sich absondern lassen, wenn man die

1) W. Thomson, Phil. Mag. (5) 5, pag. 25. 1878.
2) Ewing, Proc. R. Soc. 24, pag. 39. 1882.
3) Vergl. hierüber auch die Abhandlung von Wassmuth: Wien. Ber. 89 (2), pag. 104. 1884.

Wirbelströme in der Masse des Eisens beseitigen könnte; durch alle dahin zielenden Versuche, z. B. EDLUND's[1]), welcher den Versuchen erst aufgeschlitzte, dann zusammengeschlossene Eisenröhren unterwarf, ferner HERWIG's u. A. lässt sich aber, wie die betreffenden Autoren zum Theil selbst zugeben, die elektromagnetische Wärme nur etwas vermindern, aber bei weitem nicht ausschliessen. Es bleibt also nur der Weg, aus der Theorie der elektrischen Induction diese Wärme zu berechnen. WARBURG hat dies versucht und gefunden, dass bei seinem Bündel I 10—11, bei Bündel II 20—25 § der entwickelten Wärme auf die elektromagnetische entfallen; dabei ist aber die Selbstinduction vernachlässigt, und wie beträchtlich diese wahrscheinlich die gefundenen Werthe herabdrücken würde, geht am deutlichsten daraus hervor, dass sich bei den Stäben die berechnete elektromagnetische Wärme grösser als die ganze durch den Versuch ermittelte ergab. Immerhin lässt sich jetzt aus den Zahlen der obigen Tabelle schliessen, dass die eigentlichen Magnetisirungswärmen bei schneller Zustandsänderung kleiner sind als bei langsamer; auch TANAKADATÉ[2]) hat gefunden, dass bei schneller Durchlaufung des Cyklus nur 80 § so viel Wärme entwickelt werden, wie bei langsamer, dass es hingegen gleichgültig ist, ob 25 oder 400 Cyklen in der Secunde durchlaufen werden. Diese Resultate müssen aber erst noch weitere Bestätigung finden, ehe es räthlich erscheint, Schlüsse daraus zu ziehen.

Was andererseits die THOMSON'sche Wärme betrifft, so hat W. THOMSON aus der Thermodynamik folgende Sätze abgeleitet: Wenn man einen Körper mit positivem Temperaturcoëfficienten Magneten nähert, so kühlt er sich ab, entfernt man ihn, so erwärmt er sich; bei einem Körper mit negativem Temperaturcoëfficienten bringt umgekehrt Annäherung Erwärmung und Entfernung Abkühlung hervor. Um die Bedeutung dieses Satzes verfolgen zu können, muss man sich erinnern, dass der Temperaturcoëfficient für einen und denselben Körper positiv oder negativ ist, je nach der Intensität der Magnetisirung, die er annimmt, und je nach der Temperatur, bei der der Process sich abspielt (s. ob.); man sieht dann z. B. ein, dass ein Körper sich bei Annäherung an Magnete, oder, was dasselbe ist, bei Steigerung des Feldes, zuerst abkühlen und dann bei weiterer Annäherung oder weiterer Steigerung des Feldes wieder erwärmen kann[3]). WARBURG hat sich der Mühe unterzogen, für einen der von ihm experimentell untersuchten Fälle den numerischen Betrag der THOMSON'schen Wärme zu berechnen und eine so ausserordentlich kleine Zahl gefunden, dass sie ohne Weiteres unberücksichtigt bleiben darf.

Für die Praxis, insbesondere bei den dynamoelektrischen Maschinen, ist die Wärmewirkung von doppeltem Nachtheil; erstens weil sie eine Vergeudung von Arbeit darstellt, und es ist schon oben auf pag. 193 f. der Betrag dieser Vergeudung zahlenmässig für verschiedene Materialien angegeben und gezeigt worden, dass er bei weichem Schmiedeeisen am kleinsten ist; zweitens weil diejenigen Eisentheile, welche den wechselnden Magnetisirungen ausgesetzt sind,

---

[1]) EDLUND, POGG. Ann. 123, pag. 205. 1864.

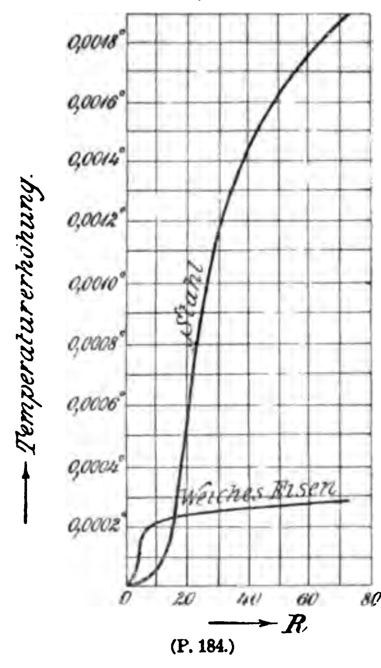
[2]) TANAKADATÉ, Phil. Mag. (5) 28. pag. 207. 1889.

[3]) DUHEM (Th. de l'aim., pag. 95 u. 109) hat aus seiner thermodynamischen Theorie des Magnetismus einen Satz abgeleitet, welcher sich mit dem THOMSON'schen z. Thl. deckt, ihm zum anderen Theil aber widersprechen soll. Dieser Widerspruch beruht jedoch auf einem leicht ersichtlichen, von JANET (Journ. de Phys. (2) 8. 1889) aufgeklärten Missverständniss. JANET giebt auch einen Versuch an, durch den man die THOMSON'sche Wärme vielleicht würde ermitteln können.

warm werden, was dem Betriebe schadet. Den letzteren Uebelstand kann man durch Kühlvorrichtungen beseitigen, die ungünstige Oeconomie des Processes wird dadurch aber natürlich nicht vermindert. Um von der bezüglichen Temperaturerhöhung eine Vorstellung zu bekommen, braucht man nur die verbrauchte Arbeit durch die Dichte des Eisens (7·7) und durch seine specifische Wärme (0·11) zu dividiren und findet dann[1])

$$\delta t = 2{\cdot}81 \times 10^{-8} \int R dJ;$$

nun beträgt für weiches, ausgeglühtes Eisen der Werth des Integrals bei einem vollständigen Kreisprocess, d. h. wenn das Eisen seinen positiven und negativen Sättigungszustand nahezu erreicht, rund 10000 Erg, die Temperatur würde also für je 4000 Umdrehungen der Maschine um 1° steigen, also, wenn sie 1000 Touren in der Minute macht, ohne Berücksichtigung der Zerstreuung der Wärme in die Umgebung in der Stunde um 25°. In Wahrheit ist die Erwärmung wegen der Wirbelströme in der Ankermasse noch sehr viel grösser, wenigstens war sie es bei den älteren Maschinen; bei den jetzigen hat man die diesen Wirbelströmen entsprechende elektromagnetische Wärme durch möglichste »Zertheilung« des Ankereisens auf einen mässigen Betrag herabgedrückt. Um auch die eigentliche magnetische Erwärmung zu mindern, darf man den Kreisprocess nicht in seiner vollständigen Ausdehnung ausführen, d. h. man muss das Eisen nur bis zu einem mässigen Betrage magnetisiren; dass man dabei günstiger arbeitet, ist schon oben aus der Gestalt der Magnetisirungscurve geschlossen worden, aus dieser Gestalt folgt aber eben gleichzeitig, dass die Vergeudung von Energie nicht nur absolut, sondern auch relativ wächst, wenn man die Magnetisirung zwischen weiteren Grenzen vornimmt. Zur Veranschaulichung diene die folgende Tabelle, in welcher die Kraft R, die magnetische Induction U, die Vergeudung V, die Vergeudung in Bruchtheilen der Induction ($V : U$), und die entsprechende Temperaturerhöhung δt pro Cyklus angegeben ist.



(P. 184.)

R	U	V	$V : U$	δt
1·50	1974	410	0·21	0·000012°
1·95	3830	1160	0·30	0·000033°
2·56	5950	2190	0·37	0·000062°
3·01	7180	2940	0·41	0·000083°
3·76	8790	3990	0·45	0·000112°
4·96	10590	5560	0·53	0·000156°
6·62	11480	6160	0·54	0·000173°
7·04	11960	6590	0·55	0·000185°
26·5	13720	8690	0·63	0·000244°
75·2	15560	10040	0·65	0·000282°

In Fig. 184 sind nach TANAKADATÉ die Temperaturerhöhungen dargestellt, welche in Eisen und Stahl bei einem Kreisprocess zwischen den als Abcissen angegebenen Kraftgrenzen (±) auftreten. Dass die Stahlcurve anfangs unter der Eisencurve liegt, ist offenbar eine Folge der viel geringeren Susceptibilität des

[1]) EWING, Magn. Ind., pag. 101.

Stahls; die Stahlcurve würde überall über der Eisencurve liegen, wenn als Abcissen statt der R die J gewählt worden wären.

c) Einfluss des Magnetismus auf das thermische und chemische Verhalten.

Wärmeleitung. Zahlreiche Physiker haben experimentell festzustellen versucht, ob die Wärmeleitungsfähigkeit des Eisens durch die Magnetisirung geändert wird, insbesondere sind MAGGI[1]), NACCARI und BELLATI[2]), TOMLINSON[3]), TROWBRIDGE[4]), BATTELLI[5]) und FOSSATI[6]) zu nennen. MAGGI fand nach der bekannten Abschmelzungsmethode von SÉNARMONT, dass sich die Wärmeleitungsfähigkeiten in äquatorialer und axialer Richtung wie 6:5 verhalten, also entweder letztere abgenommen oder erstere zugenommen hatte. Die übrigen Beobachter bestimmten den Wärmefluss in Stäben nach verschiedenen Methoden. TOMLINSON benutzte verschiedene Versuchsanordnungen und fand bei longitudinaler Magnetisirung Abnahme, bei transversaler Zunahme des Leitungsvermögens um einige Procent. TROWBRIDGE fand in einem Falle Zunahme, in einem anderen keine Aenderung. BATTELLI nahm die Frage unter Vermeidung der möglichen Fehlerquellen wieder auf und fand wenigstens bei einer seiner verschiedenen Versuchsreihen eine Abnahme, jedoch von nur 0·002 des Werthes. Zu rein negativen Ergebnissen gelangten NACCARI und BELLATI, sowie FOSSATI. Man kann also die Abnahme der Wärmeleitungsfähigkeit des Eisens durch die Magnetisirung als wahrscheinlich, aber bis auf weiteres noch nicht als sicher hinstellen.

Zweifellos ist dagegen bei einem anderen Material, dem Wismuth, fast gleichzeitig durch RIGHI[7]) und LEDUC[8]) die Abnahme der Wärmeleitungsfähigkeit festgestellt worden, die eintritt, wenn es transversal in ein Feld gebracht wird. In einem Felde von 2338 Einheiten beträgt die Abnahme nach RIGHI 2·2 %, und es findet gleichzeitig eine Verschiebung der Isothermen statt. Diese Erscheinung steht jedenfalls in engem Zusammenhange mit den anderen Besonderheiten, welche das Wismuth darbietet, und von welchen im Art. »Elektromagnetismus« die Rede sein wird.

Specifische Wärme. STEFAN[9]) hat aus dem Princip von der Erhaltung der Arbeit in Verbindung mit den obigen Thatsachen den Schluss gezogen, dass die specifische Wärme des magnetisirten Eisens grösser sein muss, als die des unmagnetischen, oder correcter gesagt: dass die specifische Wärme des Eisens im magnetischen Felde grösser ist als ausserhalb desselben. Die betreffende Formel lässt sich nach WASSMUTH[10]) in der Form

$$C = c + \frac{1}{at}\int R\,dJ.$$

1) MAGGI, Arch. de Genève 14, pag. 132. 1850.

2) NACCARI u. BELLATI, N. Cim. (3) 1, pag. 72 u. 107. 1877.

3) TOMLINSON, Pr. R. Soc. 27, pag. 109. 1878.

4) TROWBRIDGE u. PENROSE, Proc. Am. Ac. 1883, pag. 210.

5) BATTELLI, Atti Ac. Tor. 21, pag. 559. 1886.

6) FOSSATI, Beibl. z. WIED. Ann. 1891, pag. 55.

7) RIGHI, Rend. Acc. Linc. 1887 (12. Juli); Compt. rend. 105, pag. 168. 1887; Atti Ac. Linc. (4) 4, pag. 433. 1888.

8) LEDUC, Compt. rend. 104, pag. 1783. 1887.

9) STEFAN, Wien. Ber. 64 (2), pag. 219. 1871.

10) WASSMUTH, Wien. Ber. 85 (2), pag. 997. 1882; vergl. auch Wien. Ber. 86 (2), pag. 539. 1882; 87 (2), pag. 82. 1883.

schreiben, wenn t die Temperatur ist, bei welcher das Eisen unmagnetisch wird. Durch Combination solcher Gleichungen und graphische Darstellung von Kreisprocessen bei verschiedenen Temperaturen kann man t eliminiren und $C-c$ erhalten; in zwei Fällen ergab sich auf diese Weise im Mittel $2 \cdot 7 \times 10^{-8}$. Berechnet man hieraus rückwärts t, so findet man 1200—1500°, was aber nach den obigen Angaben zu hoch ist. Jedenfalls ergiebt sich hieraus, dass die Differenz ausserordentlich klein ist und dass man für alle in Betracht kommenden Fälle sagen kann: Die specifische Wärme des Eisens wird durch Magnetisirung nicht geändert.

Einfluss des Magnetismus auf chemische und physikalisch-chemische Vorgänge. Ein ganz analoger Gedankengang wie bei der specifischen Wärme zeigt, dass die Verbindungswärme des Eisens im magnetischen Felde eine andere sein muss, als unter gewöhnlichen Umständen. Während aber NICHOLS[1]) und JANET[2]) schlossen, dass sie kleiner sein müsse, kam GROSS[3]) zu dem entgegengesetzten Ergebnisse. Dieser Widerspruch wurde durch DUHEM[4]) gelöst, indem gezeigt wurde, von welchen Umständen das Ergebniss abhängt. Experimentell ist die Frage u. A. von GROSS behandelt worden, und es zeigte sich dabei weiter, dass zwischen den Theilen eines in Säure tauchenden Eisenkörpers elektrische Ströme entstehen, falls sie verschieden magnetisirt sind (s. w. u.).

Ein Einfluss auf chemische Reactionen selbst ist lange gesucht, aber erst von IRA REMSEN[5]) und alsdann auch von ROWLAND[6]) aufgefunden worden. REMSEN zeigte, dass in einer mit Kupfervitriollösung gefüllten Eisenschale, die auf einem kräftigen Magneten steht, das Kupfer sich ungleichförmig niederschlägt, am schwächsten an den Polen, am stärksten je weiter man sich von ihnen entfernt, und dass die Linien gleicher Dicke des niedergeschlagenen Kupfers den Aequipotentiallinien analog sind. Entsprechend zeigte ROWLAND, dass, wenn man ein kräftig magnetisirtes Stück Eisen in der Säure auflöst, die am stärksten magnetisirten Theile desselben theilweise gegen die Auflösung geschützt sind und schwächer angegriffen werden, als die übrigen. JANET und ROWLAND haben diese Erscheinung durch die Principien der Thermochemie erklärt, also in leicht ersichtlicher Weise auf die oben berührten Verhältnisse der Verbindungswärme zurückgeführt; dass diese Erklärung nur bis zu einem gewissen Grade richtig ist, hat dann DUHEM[7]) gezeigt, indem er sie vervollständigte und eine allgemeine Theorie der Lösung eines magnetischen Salzes entwickelte.

Weitere Einflüsse des Magnetismus beziehen sich auf andere chemische Erscheinungen, auf die Krystallisation und auf die elektromotorische Kraft von Eisenketten; jedoch muss es hier an diesem Hinweise genügen; man vergleiche indess den nächsten Artikel.

Ein Zusammenhang des Magnetismus der Körper mit ihrem Atomgewicht ist von BACHMETJEW erörtert, von Anderen aber bezweifelt worden; es sei in

---

[1]) NICHOLS, Sill. J. 31, pag. 272. 1886.

[2]) JANET, J. de Phys. (2) 6, pag. 286. 1887; 8, pag. 312. 1889.

[3]) GROSS, Verh. Berl. phys. Ges. 1887, pag. 45.

[4]) DUHEM, Th. de l'aim., pag. 98.

[5]) IRA REMSEN, Am. J. Chem. 3, pag. 157. 1881. — Vergl. auch JÜPTNER, Lum. él. 1883, pag. 469. — DECHARME, Lum. él. 1887, pag. 69. — COLLARDEAU, J. de Phys. (2) 6, pag. 129. 1887. — W. v. TÜRIN, J. d. russ. phys. Ges. 2, pag. 101. 1891.

[6]) ROWLAND, Rep. Brit. Ass. Manch. 1887. — ROWLAND u. BELL, Sill. J. (3) 36 pag. 39. 1888.

[7]) DUHEM, a. a. O., pag. 102; Ann. École norm. (3) 7, pag. 289. 1890.

dieser Hinsicht auf die Abhandlung von BACHMETJEW[1]) hingewiesen, wo auch die Einordnung in das periodische System versucht wird und wo man die übrige Litteratur erwähnt findet.

III. Beziehungen zum Licht.

a) Drehung der Polarisationsebene des Lichts beim Durchgange durch magnetische Körper.

Grunderscheinung. Eine der merkwürdigsten Wirkungen des Magnetismus ist die Drehung der Polarisationsebene des Lichts in Substanzen, welche von Natur eine solche Drehung nicht hervorrufen. Diese Thatsache wurde von FARADAY[2]) entdeckt, welcher damit nach langwierigen, vergeblichen Versuchen, eine Beziehung zwischen Magnetismus und Licht aufzufinden, zum Ziele gelangte und damit zugleich einen anderen Zweck zum ersten Male erreichte, nämlich zu zeigen, dass alle Körper magnetisirbar sind. Die Empfindlichkeit optischer Beobachtungen hat sich also, wie so oft, auch hier glänzend bewährt. Alle bisher untersuchten Stoffe, wenigstens soweit sie einfach brechend sind, zeigen die Drehung der Polarisationsebene, mögen sie nun fest, flüssig oder gasförmig sein. In Gasen ist die Drehung zuerst von KUNDT und RÖNTGEN[3]) aufgefunden worden, und zwar bei Schwefelkohlenstoffdampf, gasförmiger schwefliger Säure und Schwefelwasserstoffgas. Von besonderem Interesse sind natürlich die ferromagnetischen Substanzen, die bedauerlicher Weise ihrer Undurchsichtigkeit wegen in der üblichen Weise dem Experimente nicht unterworfen werden konnten. In neuester Zeit ist es jedoch KUNDT[4]) gelungen, durchsichtige Schichten von ihnen herzustellen und in ihnen die Drehung nachzuweisen (s. w. u.). Die Erscheinung ist im Uebrigen der natürlichen Drehung der Polarisationsebene bis auf einzelne Punkte so vollkommen analog, dass genau dieselben optischen Methoden wie dort zur Anwendung gelangen können und thatsächlich gelangt sind; es sei daher in dieser Hinsicht auf die Optik (Bd. II (1), pag. 795), in Bezug auf die besonderen Einrichtungen und Modifikationen bei Specialuntersuchungen aber auf die unten citirten Abhandlungen verwiesen.

Am einfachsten ist die Erscheinung natürlich für geradlinig polarisirtes Licht, das denn auch fast ausnahmslos benutzt worden ist; ganz ähnlich muss sie aber auch für elliptisch polarisirtes ausfallen, hier ist es eben die grosse Ellipsenaxe, die gedreht wird. Dass endlich auch natürliches Licht in entsprechender Weise beeinflusst wird, hat SOHNCKE[5]) in einer Arbeit, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann, nachgewiesen.

Die Erscheinung tritt auf, gleichviel auf welche Weise der Körper magnetisirt wird. Man kann ihn entweder in die Nähe von Stahlmagneten oder in die Nähe von Elektromagneten bringen, man braucht ihn aber auch lediglich nur der Einwirkung des Erdmagnetismus[6]) zu unterwerfen; statt das Feld, wie in diesem Falle, durch Magnete, kann man es auch durch eine vom Strom durchflossene Drahtspule oder endlich durch eine Spule erzeugen, durch welche

[1]) BACHMETJEW, Rep. d. Phys. 26, pag. 557. 1890; Chem. Ber. 25, pag. 566. 1892. ERRERA, Chem. Ber. 24, pag. 88. 1891; Chem. News 63, pag. 171. 1891.

[2]) FARADAY, Exp. Res. 19. 1845. — Exp. Unt. Bd. 2.

[3]) KUNDT u. RÖNTGEN, WIED. Ann. 6, pag. 332. 1879.

[4]) KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 228. 1884; 27, pag. 191. 1886.

[5]) SOHNCKE, WIED. Ann. 27, pag. 203. 1886.

[6]) H. BECQUEREL, Compt. rend. 86, pag. 1075. 1878; 89, pag. 838. 1880.

man statische Elektricität, z. B. von einer Leydener Batterie[1]), sich entladen lässt. Die kräftigste Wirkung erhält man natürlich durch Elektromagnete, die denn auch meist benutzt werden; am geeignetsten ist dabei die ihnen durch RUHMKORFF gegebene Gestalt (pag. 164), die man dadurch modificirt, dass man die beiden Eisenkerne, welche mit den magnetisirenden Spulen umwunden sind, durchbohrt, so dass ein Lichtstrahl ungehindert die ganze Länge des Magneten durchlaufen kann. Die zu untersuchenden Substanzen bringt man dann zwischen die beiden Polflächen, den Polarisator verbindet man mit dem äussersten Ende des einen, den Analysator und seinen Drehkreis mit dem Ende des anderen Schenkels. Flüssigkeiten und Gase schliesst man in Röhren ein und diese letzteren durch Glasplatten ab, muss dann aber berücksichtigen, dass diese Platten ebenfalls eine Drehung veranlassen. Zur Verdoppelung der Wirkung und um gewisse Fehlerquellen auszuschliessen, vergleicht man meist nicht die Einstellung des Analysators vor und nach Herstellung des Feldes, sondern bei Erregung des Feldes in den beiden entgegengesetzten Richtungen. Um die Erscheinung in Fällen, wo sie sehr schwach ist, noch weiter zu verstärken, kann man nach FARADAY[2]) ein Multiplikationsverfahren anwenden, indem man dem Lichte nur an einer Randstelle der vorderen Fläche der Substanz den Eintritt und nur an einer entgegengesetzten Randstelle der hinteren Fläche den Austritt erlaubt, so dass es gezwungen ist, wiederholt (10—20 Mal) in dem Körper hin- und herzugehen, ehe es austreten und sich weiter fortpflanzen kann; über die Berechtigung dieser Methode vergleiche man w. u.

Die Aufgabe, welche die in Rede stehende Erscheinung darbietet, ist eine sehr zusammengesetzte. Es ist zunächst der Sinn der Drehung (in Beziehung zur Richtung des Feldes) festzustellen, dann sind die Faktoren zu untersuchen, von denen die Drehung abhängt, und schliesslich ist der Betrag der Drehung für die verschiedenen Körper und unter verschiedenen Umständen zu messen. Von jenen Faktoren sind die wichtigsten: die Dicke der vom Lichte durchlaufenen Schicht der Substanz, die Neigung, welche diese Richtung gegen die Richtung des magnetischen Feldes hat, die Stärke des magnetischen Feldes, die Wellenlänge des Lichts, um dessen Drehung es sich handelt, endlich die Temperatur, der Druck u. s. w. Schliesslich ist dann ein absolutes Maass für die erhaltenen Zahlen zu wählen und in diesem wenigstens eine der gefundenen Zahlen auszudrücken.

Sinn der Drehung. Die ersten Stoffe, welche man untersuchte, zeigten sämmtlich eine Drehung in demselben Sinne, nämlich in demjenigen Sinne, in welchem der Strom die Substanz umkreist, der das Feld erzeugt oder den man als felderzeugend substituiren könnte. Später fand sich aber, dass manche Substanzen entgegengesetzt drehen, so dass man die zuerst bezeichnete Drehung eine positive, die zuletzt genannte eine negative Drehung nannte, und es zeigte sich, dass diamagnetische Stoffe eine negative, paramagnetische eine positive Drehung besitzen. — Aber auch diese Regel bestätigt sich nicht allgemein, und so hat man denn vier Klassen von Körpern zu unterscheiden, je nachdem bei ihnen die Susceptibilität $\varkappa$ positiv oder negativ und je nachdem bei ihnen die Drehung ω positiv oder negativ ist. Eine Uebersicht über die wichtigsten Vertreter dieser

---

[1]) BICHAT u. BLONDLOT, Compt. rend. 94, pag. 1590. 1882. — LODGE, Phil. Mag. (5) 27, pag. 339. 1889.

[2]) FARADAY, Phil. Mag (3) 29, pag. 153. 1846.

vier Klassen gewährt die folgende, einer Arbeit von H. E. J. G. DU BOIS[1]) entlehnte Tabelle; das Zeichen u. s. w. bezieht sich auf ähnliche Körper:

$\varkappa$ negativ		$\varkappa$ positiv	
ω positiv (I)	ω negativ (II)	ω positiv (III)	ω negativ (IV)
Ferrocyankalium	Titanchlorid	Kobalt	Ferrosalze
Bleiborat u. s. w.		Nickel	Ferrisalze
Wasser u. s. w.		Eisen	Ferricyankalium
Wasserstoff u. s. w.		Sauerstoff	Chromsäure-Anhydrit
Die meisten festen,		Stickoxyd	Kaliumbichromat
flüssigen und gas-		Kobaltsalze	Kaliumchromat
förmigen Körper		Nickelsalze	Cersalze
		Mangansalze	Lantansalze
		Cuprisalze	Didymsalze

Die meisten Körper gehören, wie man sieht, der Gruppe I an, während von der Gruppe II das Titanchlorid der einzige bisher bekannte Vertreter ist. Die ferromagnetischen Stoffe und ihre Salze bieten ein sehr buntes Bild dar, die drei Metalle selbst gehören der Gruppe III an, ebenso die Salze von Nickel und Kobalt, von den Verbindungen des Eisens dagegen einige der Gruppe IV, eines der Gruppe I; man vergleiche hiermit das schon früher über den Para- oder Diamagnetismus dieser Salze Gesagte. Auch sei auf eine Vermuthung KUNDT's hingewiesen, wonach wahrscheinlich Elemente stets positiv drehen.

In Bezug auf den Sinn der Drehung besteht nun aber ein wichtiger Unterschied zwischen der magnetischen und der natürlichen Drehung. Die natürliche Drehung findet nämlich in einer bestimmten Substanz stets in demselben Sinne, vom Beobachter aus, statt, in Bezug auf den absoluten Raum also bei, in dem einen oder anderen Sinne erfolgenden, Durchgange des Lichtes in entgegengesetztem Sinne. Die magnetische Drehung erfolgt dagegen, unabhängig von der Durchstrahlungsrichtung, stets in demselben Sinne, sie hängt nur von der Feldrichtung ab. Ein durch den Körper hin- und hergehender Strahl bringt also gar keine natürliche, dagegen die doppelte magnetische Drehung hervor. Ferner ergiebt sich hieraus, dass, wenn man einen schon von Natur drehenden Körper in ein magnetisches Feld bringt, die magnetische Drehung sich je nach der Durchstrahlungs- und Feldrichtung zu der natürlichen addirt oder von ihr subtrahirt.

Einfluss der Strecke. Dass die Drehung proportional der Länge der durchstrahlten Schicht ist, liess sich erwarten und ist wiederholt constatirt worden. Fraglich einerseits, andererseits aber auch schwieriger festzustellen ist dieses Gesetz für jene ganz dünnen Schichten, in denen KUNDT und seine Nachfolger die ferromagnetischen Metalle anwenden mussten, um dem Lichte den Durchgang zu ermöglichen; schwierig, weil die Dicke der betreffenden Niederschlagsschichten (bei KUNDT bewegte sie sich zwischen 4 und 22 Milliontel *cm*) nicht durch Messung, sondern nur durch Wägung ermittelt werden kann, und weil sie überhaupt nicht an allen Stellen der Schicht die gleiche ist. In Folge dessen weichen die Werthe der für die Längeneinheit umgerechneten Drehungen für Eisen (KUNDT) und für Nickel und Kobalt (DU BOIS) nicht unerheblich von einander ab[2]). Da die Abweichungen aber ganz unregelmässige sind und keinen

[1]) H. DU BOIS, WIED. Ann. 35, pag. 160. 1888.

[2]) KUNDT, WIED. Ann 27, pag. 191. 1886. — H. DU BOIS, WIED. Ann. 31, pag. 941. 1887.

Zusammenhang mit der Dicke der Schichten aufweisen, kann man auch hier schliessen, dass die Drehung mit der Länge der durchstrahlten Schicht proportional ist.

Schiefer Durchgang. Es lässt sich voraussehen, dass, wenn das Licht die Substanz nicht in der Richtung der magnetischen Kraftlinien, sondern unter einem Winkel α mit dieser Richtung durchsetzt, die Drehung kleiner sein wird, und man wird auch von vornherein vermuthen dürfen, dass, da hier von der Magnetisirung eben nur die in die Richtung des Strahls fallende Componente in Betracht kommt, die Drehung mit $\cos \alpha$ proportional sein wird. VERDET[1]) hat dies durch zahlreiche Versuche mit grosser Genauigkeit bestätigt gefunden. Hieraus folgt schliesslich, dass, wenn das Licht senkrecht zu den Kraftlinien hindurchgeht, überhaupt keine Drehung der Polarisationsebene stattfindet. Man vergleiche hierzu auch die Betrachtungen von CORNU[2]).

Einfluss der Intensität der Magnetisirung. Von vornherein ist ferner anzunehmen, dass die Drehung desto stärker sein werde, je stärker die Substanz magnetisirt ist. Man suchte daher bald nach Entdeckung der Erscheinung die Grösse der Drehung mit der magnetisirenden Kraft, also mit der Stärke des Feldes, in Beziehung zu setzen und fand, dass zwischen beiden Proportionalität stattfindet (VERDET'sches Gesetz). Derartige Untersuchungen haben in exakter Weise zuerst G. WIEDEMANN[3]) und VERDET[4]) durchgeführt, jener für Magnetisirung durch eine Spule, dieser für die durch einen Elektromagneten, wobei dort die Stromstärke, hier ausserdem auch der Abstand der Polflächen variirt wurde. Indessen zeigte sich doch in einigen Fällen, dass bei Steigerung des Feldes über eine gewisse Grenze hinaus die Drehung nicht mehr wesentlich zunahm, und es ist auch klar, dass sich das so verhalten muss Denn die für die Drehung maassgebende Grösse ist ja gar nicht die magnetisirende Kraft R, sondern die durch sie erzeugte Intensität der Magnetisirung J. Nun besteht für die schwach magnetischen Stoffe allerdings im Allgemeinen Proportionalität zwischen R und J, aber es sind doch von verschiedenen Seiten Messungen bekannt gemacht worden, welche Abweichungen davon wahrscheinlich machen (pag. 215); und völlig hinfällig wird jene Proportionalität für die ferromagnetischen Substanzen. So ist es denn nicht zu verwundern, dass KUNDT[5]) für Eisen und im Anschlusse an ihn DU BOIS[6]) für Kobalt und Nickel[7]) Werthe fanden, welche nur zu Anfang proportional, später aber langsamer wachsen als die Kraft. Dies zeigt die folgende, auf Eisen bezügliche Tabelle, in der R die durch die Drehung in Glas bestimmte Feldstärke und Ω die Drehung ist:

R_0	Ω	$10^5 \Omega : R_0$
4420	1·72°	39
8060	3·47°	43
14100	4·41°	31
18500	4·45°	24
30100	4·36°	14

[1]) VERDET, Compt. rend. 39, pag. 548. 1854; Ann. Chim. Phys. (3) 43, pag. 37. 1854.

[2]) CORNU u. POTIER, Compt. rend. 102, pag. 385. 1886.

[3]) G. WIEDEMANN, POGG. Ann. 82, pag. 215. 1851.

[4]) VERDET, Ann. Chim. Phys. (3) 41, pag. 370. 1854.

[5]) KUNDT a. a. O.

[6]) H. DU BOIS, a. a. O.

[7]) Wegen der sehr heiklen Herstellung dieser Schichten muss auf die Abhandlungen selbst *verwiesen* werden.

In derselben Weise wie hier nimmt auch in den DU BOIS'schen Tabellen für Nickel und Kobalt das Verhältniss $\Omega : R_0$ mit wachsender Kraft ab. Erinnert man sich nun daran, dass auch das Verhältniss $J : R_0$ bei grösseren Kräften mit Steigerung derselben abnimmt, so wird man naturgemäss zu der Vermuthung geführt, es möchte Ω mit J proportional sein. Die Prüfung dieser Vermuthung ist früher nicht möglich gewesen, weil man keine Methoden besass, die Intensität der Magnetisirung unter so schwierigen Verhältnissen zu ermitteln. Das ferromagnetische Material kann nämlich nur in Form sehr dünner, der Dicke nach magnetisirter Platten verwendet werden, für welche besondere Versuche nicht vorliegen. Es ist dies gegenwärtig aber auch nicht nöthig, da man $\varkappa$ für die betreffenden Stoffe durch die Versuche ROWLAND's und Anderer als Function von R kennt und hiernach J auf Grund der Theorie der magnetischen Induction berechnen kann, wenn man bedenkt, dass in der die Grösse J und R verbindenden Gleichung (25, pag. 146) der Gestaltscoëfficient ε den Werth 4π hat (vergl. pag. 147). Auf diese Weise hat DU BOIS z. B. die folgenden Zahlen für J erhalten und mit den Drehungen Ω zusammenstellen können:

Nickel.

R_0	J	Ω	$1000\,\Omega : J$
2160	172	12·6′	74
4100	326	18·7′	57
5550	436	23·0′	53
7290	488	24·9′	50
11600	492	27·8′	56
14600	492	28·7′	57
17100	493	29·3′	59

Kobalt.

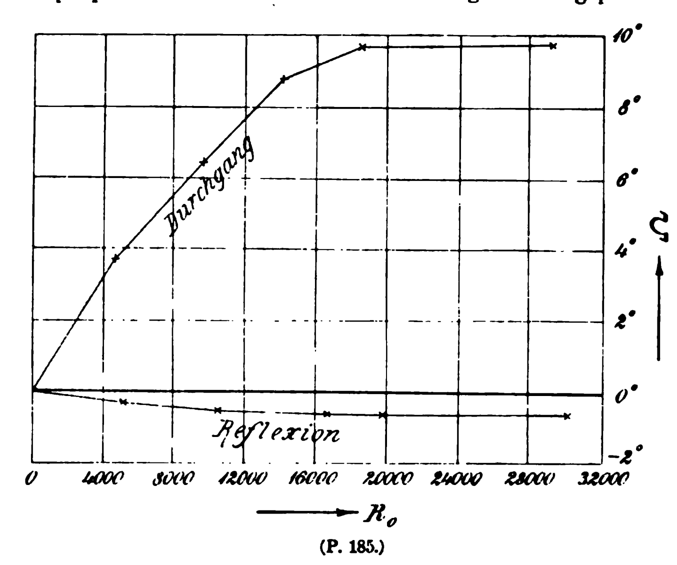
R_0	J	Ω	$1000\,\Omega : J$
2030	161	17·7′	110
4570	365	37·3′	102
6720	532	45·2′	86
8620	671	65·0′	97
11300	830	77·5′	93
13700	864	89·4′	104
17100	871	88·3′	101

Die Zahlen weisen ziemlich erhebliche, bei der Schwierigkeit der Verhältnisse aber erklärliche Unregelmässigkeiten auf, eine Abweichung von der durchschnittlichen Proportionalität lässt sich aber nicht erkennen. In Fig. 185 ist durch die obere Curve die Drehung als Function der Feldstärke für Eisen nach KUNDT veranschaulicht; von der unteren wird später die Rede sein.

Man muss hiernach das Gesetz, wonach die Drehung der Polarisationsebene der magnetisirenden Kraft proportional ist, wenn man es auch auf ferromagnetische Stoffe ausdehnen will, in folgende Form bringen: Die Drehung der Polarisationsebene ist der Intensität der Magnetisirung proportional. MAXWELL[1]) hatte seiner Zeit die Abhängigkeit von der Kraft und von der Länge der durchstrahlten Schicht durch den gemeinsamen Satz ausgesprochen: Die Drehung ist proportional mit der Abnahme des magnetischen Potentials von der Eintritts-

[1]) MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 561.

zur Austrittsstelle des Lichts; man muss jetzt statt dessen sagen: Die Drehung ist proportional der Abnahme des Magnetisirungspotentials (über magnetisches Potential V und Magnetisirungspotential Φ vergl. pag. 141, 143 u. w. ob. pag. 37 u. 42).



(P. 185.)

Nachträglich hat sich übrigens, wie es scheint, auch für eine schwach magnetische Substanz, nämlich Eisenchloridlösung, nachweisen lassen, dass die Drehung nicht wie das Feld, sondern wie die Magnetisirung ansteigt, also für starke Felder hinter diesen zurückbleibt, für schwache ihnen voraneilt (wenigstens für concentrirte Lösungen). Man vergleiche hierüber die Arbeit von STSCHEGLAJEFF[1]), aber auch die Einwände von DU BOIS[2]). Das Eisenchlorid ist also wie hinsichtlich der constanten oder variabeln Susceptibilität (pag. 216) so auch hinsichtlich der Drehung noch umstritten, und der Zusammenhang beider Punkte ist einleuchtend.

Einfluss der Wellenlänge. Für verschiedene Farben ist, wie die natürliche Drehung, so auch die magnetische verschieden gross, und zwar nimmt sie mit abnehmender Wellenlänge stark zu. Nachdem dies schon FARADAY, WIEDEMANN[3]) u. A. festgestellt hatten, wobei die farbige Auslösung entweder mit Hilfe von Spectralapparaten oder durch Einschaltung farbiger Absorptionskörper erzielt wurde, hat besonders VERDET[4]) die Erscheinung sehr genau untersucht und für die wichtigsten FRAUNHOFER'schen Linien folgende Zahlen erhalten, die auf die für die Linie E geltenden Zahlen als Einheit bezogen sind und denen in der ersten Horizontalreihe die entsprechenden relativen Zahlen für das reciproke Quadrat der Wellenlänge λ vorangestellt sind.

	C	D	E	F	G
$\lambda^{-2} =$	0·64	0·80	1·00	1·18	1·50
Destillirtes Wasser . . .	0·63	0·79	1	1·19	1·56
Chlorcalciumlösung . . .	0·61	0·80	1	1·19	1·54
Chlorzinklösung	0·61	0·78	1	1·19	1·61
Zinnchlorürlösung . . .	—	0·78	1	1·20	1·59
Bittermandelöl	0·61	0·78	1	1·21	—
Anisöl	0·58	0·75	1	1·25	—
Schwefelkohlenstoff . . .	0·60	0·77	1	1·22	1·65
Creosot	0·60	0·76	1	1·23	1·70

[1]) STSCHEGLAJEFF, WIED. Ann. 28, pag. 168. 1886.
[2]) DU BOIS, WIED. Ann. 35, pag. 157. 1888.
[3]) WIEDEMANN, POGG. Ann 82, pag. 215. 1851.
[4]) VERDET, Ann. Chim. Phys. (3) 41, pag. 370. 1854.

Wie man sieht, variirt Ω etwas stärker als λ^{-2}, und zwar für verschiedene Flüssigkeiten in verschiedenem Maasse. Bei einer späteren, noch genaueren Beobachtungsreihe fand dann VERDET[1]) für Schwefelkohlenstoff und Kreosot folgende relative Zahlen für das Produkt $\Omega\lambda^2$, denen die betreffenden Brechungsexponenten n beigefügt sind.

	C	*D*	*E*	*F*	*G*	
$\Omega\lambda^2$	0·909	0·949	0·987	1·032	1·119	Schwefelkohlenstoff
n	1·6147	1·6240	1·6386	1·6487	1·6728	
$\Omega\lambda^2$	0·886	0·942	0·992	1·043	1·137	Creosot
n	1·5369	1·5420	1·548	1·5555	1·5678	

Das Produkt $\Omega\lambda^2$ ist also nicht constant, sondern es wächst für diese beiden Substanzen mit abnehmender Wellenlänge noch recht beträchtlich, und zwar noch stärker als das Quadrat des Brechungsexponenten. H. BECQUEREL hat dann gezeigt, dass die relativen Zahlen für die verschiedenen Wellenlängen zwischen den relativen Zahlen für λ^{-2} und λ^{-4} liegen, sodass man vielleicht, mit Rücksicht auf die bekannte Formel für den Brechungsexponenten als Function der Wellenlänge, allgemein $\Omega \sim a\lambda^{-2} + b\lambda^{-4}$ setzen könnte; für die diamagnetischen Stofle würde dann vielfach a gross gegen b, für manche magnetische b gross gegen a sein, ohne dass indessen darin ein Gesetz von grösserer Allgemeinheit zu erblicken wäre.

Für ein DOLLOND'sches Glas und für Wasser hat VAN SCHAIK[2]) die Dispersion in weitem Bereiche geprüft und gefunden:

	C	*D*	*E*	*b*	*F*	*G*	*M*	*N*
Glas . . .	0·630	0·789	1	1·040	1·199	1·573	2·231	2·457
Wasser . .	0·630	0·795	1	—	1·192	1·559	2·172	2·389

Man kann die Erscheinung, um die es sich hier handelt, als magnetische Rotationsdispersion bezeichnen und sie der natürlichen Rotationsdispersion zur Seite stellen. Indessen besteht zwischen beiden Erscheinungen nicht nur keine Proportionalität, sondern, wie es scheint, überhaupt keine einfache Beziehung, und für Stoffe, welche eine natürliche Drehung besitzen, stehen die Zahlen für die magnetische Dispersion in keinem Zusammenhange mit denen für die natürliche. Auch mit der prismatischen Dispersion geht die magnetische nicht parallel, wie das obige Beispiel von Schwefelkohlenstoff und Kreosot erweist, von denen der erstere die grössere prismatische, aber die kleinere magnetische Dispersion besitzt.

Die merkwürdige Erscheinung der anomalen Dispersion findet sich auch bei der magnetischen Drehung der Polarisationsebene wieder, und zwar unter den schwach magnetischen Substanzen beispielsweise bei der Weinsäure, deren magnetische Drehung nach VERDET durch die relativen Zahlen

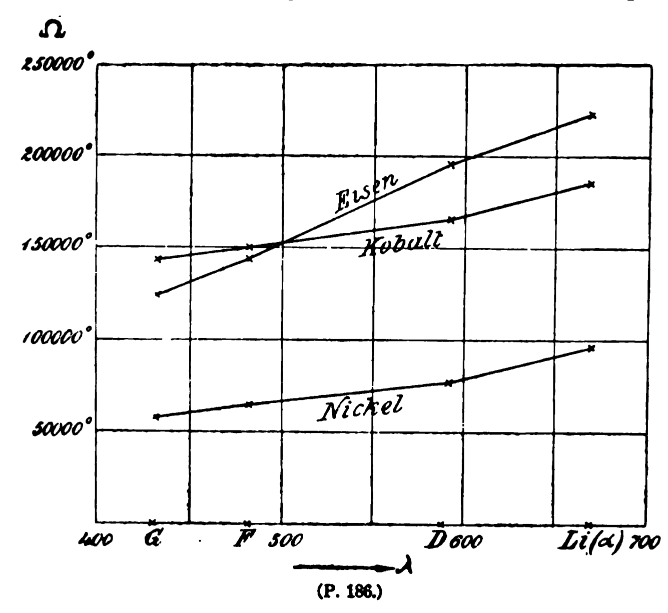
C	*D*	*F*	*G*
85	100	101	89

dargestellt wird, sodass die Dispersion zwischen den Linien *F* und *G* anomal ist; ferner, wie es scheint, beim Sauerstoff (s. w. u.); hauptsächlich aber beim Eisen, bei dem nach KUNDT rothe Strahlen erheblich stärker gedreht werden

[1]) VERDET, Ann. Chim. Phys. (3) 69, pag. 1. 1863.

[2]) VAN SCHAIK, Arch. Néerl. 17, pag. 373. 1882.

als blaue; eine Thatsache, die dann von LOBACH[1]) dahin erweitert wurde, dass bei allen drei ferromagnetischen Metallen die Dispersion längs des ganzen Spectrums anomal ist (Fig. 186). Man sieht übrigens, dass der Betrag der Dispersion im Verhältniss zur Drehung bei Eisen am grössten, bei Kobalt am kleinsten ist.



(F. 186.)

Einfluss der Temperatur. Die älteren Versuche von MATTEUCCI, LÜDTGE, DE LA RIVE u. s. w. ergaben theils Zunahme, theils Abnahme der Drehung mit steigender Temperatur, wobei übrigens zu berücksichtigen ist, dass mit steigender Temperatur die Dichte der betreffenden Substanz und mit dieser indirekt vermuthlich auch die Drehung abnimmt. Sorgfältige Versuche hat insbesondere BICHAT[2]) ausgeführt. Für Flintglas und gewöhnliches Glas fand er

Flintglas

t	Ω
14°	90°
98°	86°
140°	84°

gewöhnliches Glas

t	Ω
18	45′
80	41′
100	39′
150	38′

woraus bei Vergleichung mit den Dichten folgt, dass die Drehung schneller als die Dichte abnimmt. Bei sehr hohen Temperaturen (500°) ist jedoch die Drehung nach JOUBERT[3]) wieder grösser als bei gewöhnlicher Temperatur, und zwar um ungefähr 10§. Auch bei Flüssigkeiten nimmt im Allgemeinen die Drehung mit steigender Temperatur ab, bei Wasser zwischen 10° und 60° um 4·3, bei Zinnchlorid zwischen 0° und 115° um 19 und bei Schwefelkohlenstoff zwischen 0° und 48° um 12§, in letzterem also am stärksten. Dabei ist aber die Abnahme keine gleichförmige, vielmehr muss man eine quadratische Formel anwenden, die nach BICHAT

$$\Omega_t = \Omega_0(1 - 0{\cdot}00104\,t - 0{\cdot}000014\,t^2)$$

lautet. Dabei bleibt die Dispersion im wesentlichen ungeändert.

Für die ferromagnetischen Stoffe hat E. HIRSCH[4]) den Einfluss der Temperatur studirt, indess gefunden, dass hier für kleine und mässige Felder die Drehung als Function der Feldstärke unabhängig von der Temperatur ist. Für

[1]) LOBACH, WIED. Ann., 39, pag. 347. 1890.
[2]) BICHAT, Ann. Ec. norm. 2, pag. 292. 1873.
[3]) JOUBERT, Compt. rend. 87, pag. 984. 1878.
[4]) HIRSCH, WIED. Ann. 48, pag. 446. 1893.

starke Felder ist sie es freilich nicht; erwägt man indess, dass auch die dem Felde entsprechende Magnetisirung von der Temperatur abhängt, so kann man mit Wahrscheinlichkeit schliessen, dass die Drehung als Function der Intensität der Magnetisirung überhaupt unabhängig von der Temperatur ist.

Drehung bei gleichzeitiger Doppelbrechung. Die Drehung der Polarisationsebene erfährt eine Aenderung bei gleichzeitig auftretender Doppelbrechung. WERTHEIM[1]) und LÜDTGE[2]) haben dies zuerst nachgewiesen, indem sie bei Anwendung eines Krystalls die Hauptaxe mehr und mehr neigten, bei Anwendung isotroper Substanzen eine allmählich wachsende Zug- und Druckspannung erzeugten. In beiden Fällen nahm mit zunehmender Doppelbrechung die Drehung erheblich ab, so jedoch, dass bei einem Gangunterschiede von $\lambda/2$ WERTHEIM gar keine Drehung, LÜDTGE dagegen immer noch die Hälfte der ursprünglichen Drehung constatirte. Im Kalkspath findet nach CHAUVIN[3]) ähnliches statt. Eine sehr exakte Untersuchung hat WEDDING[4]) mit Flintglas und Crownglas durchgeführt und gefunden, dass die Drehung mit zunehmendem Gangunterschied abnimmt, bei einem solchen von $\lambda/2$ null, dann negativ und bei λ wieder positiv wird; er hat dann dieses Ergebniss mit einer von GOUY[5]) aufgestellten und von O. WIENER[6]) in anderer Weise entwickelten Theorie verglichen und sie durchaus bestätigt gefunden. Es sei hiermit gleichzeitig auf die genannte Theorie sowie auf eine verwandte Arbeit von CORNU und POTIER[7]) aufmerksam gemacht, da der Raum verbietet, auf sie zurückzukommen.

Beziehung zur Constitution. Für Lösungen hat VERDET[8]) den Satz bewiesen, dass die Drehung gleich der Summe der Drehung des Salzes und des Lösungsmittels, also z. B. des Wassers ist. Wässrige Lösungen positiv drehender Salze drehen also stets positiv, dagegen hängt bei negativen Salzen der Sinn der Drehung in der wässrigen Lösung davon ab, ob der Einfluss des Salzes oder der des Wassers überwiegt, bei einem und demselben Salze also unter Umständen von der Concentration. Ein Beispiel hierfür bietet Eisenchlorid, welches bei schwacher Concentration positiv, bei starker negativ dreht, und zwar bei besonders starker Concentration etwa 6 mal so stark wie Wasser. Die Verhältnisse sind also hier ganz analog den auf pag. 210 für den Magnetismus von Lösungen dargestellten und die Analogie geht so weit, dass man, wie DU BOIS[9]) gezeigt hat, Lösungen herstellen kann, welche überhaupt nicht drehen, z. B. von Eisenchlorid, Manganchlorür und Cerchlorid. Dabei findet aber keine Uebereinstimmung zwischen beiden Eigenschaften statt, d. h. die unmagnetisirbare Lösung ist nicht auch optisch inaktiv und umgekehrt. Eisenchlorid ist z. B. in allen in Betracht kommenden Concentrationen magnetisch, seine Drehung geht aber bei einer bestimmten Concentration durch Null hindurch; umgekehrt geht die Susceptibilität von Manganchlorür bei einer bestimmten Concentration durch Null hindurch, während seine Drehung stets positiv bleibt. Bei Cerchlorid

---

1) WERTHEIM, POGG. Ann. 86, pag. 321. 1852.
2) LÜDTGE, POGG. Ann. 137, pag. 271. 1869.
3) CHAUVIN, Compt. rend. 102, pag. 972. 1886 u. 108, pag. 1097. 1889.
4) WEDDING, WIED. Ann. 35, pag. 25. 1888.
5) GOUY, J. de Phys. 4, pag. 149. 1885.
6) O. WIENER, WIED. Ann. 35, pag. 1. 1888.
7) CORNU u. POTIER, Compt. rend. 102, pag. 385. 1886.
8) VERDET, Compt. rend. 43, pag. 529. 1856; 44, pag. 1209. 1857; Ann. Chim. Phys. (3) 52, pag. 129. 1858; POGG. Ann. 100, pag. 172.
9) H. DU BOIS, WIED. Ann. 35, pag. 165. 1888.

endlich finden beide Uebergänge statt, aber für die Susceptibilität tritt der Zeichenwechsel bei einer Dichte von 1·0748 (pag. 210), für die Drehung dagegen erst bei einer Dichte von 1·2697 (für rothes Licht) ein. Weitere Beziehungen zur physikalischen und chemischen Constitution, insbesondere die »specifische« und die »moleculare« Drehung haben u. A. PERKIN, H. JAHN und WACHSMUTH behandelt (s. w. u.).

Drehung durch remanenten Magnetismus. Die Frage, ob Substanzen durch Magnetisirung dauernd optisch aktiv gemacht werden können, mit anderen Worten, ob die in ihnen nach der Entfernung aus dem Felde zurückbleibende Magnetisirung eine Drehung der Polarisationsebene hervorrufen könne, muss bis jetzt verneint werden. Bei schwach magnetischen Substanzen ist dies sehr natürlich, da in ihnen remanenter Magnetismus überhaupt noch nicht mit Sicherheit constatirt worden ist. Dass, wie DU BOIS festgestellt hat, in Eisen, Nickel und Kobalt die Verhältnisse ebenso liegen, hat vermuthlich seinen Grund darin, dass bei der Form äusserst dünner Platten, in welcher man diese Substanzen anwenden muss, die entmagnetisirende Kraft sehr gross und der remanente Magnetismus folglich sehr klein ist (pag. 147 u. 175).

Maasseinheiten. Noch ist die wichtige Aufgabe zu erledigen, das Verhalten einer bestimmten Substanz in Hinsicht auf die magnetische Drehung durch eine diesem Stoffe charakteristische Constante auszudrücken. In der ersten Zeit begnügte man sich damit, irgend eine Vergleichseinheit zu wählen, z. B. unter gleichen Umständen befindliches Wasser oder Schwefelkohlenstoff. Als man dann die Proportionalität mit der Strecke und der Kraft festgestellt zu haben glaubte, führte man den Faktor ω in der Gleichung (l Länge der durchstrahlten Strecke, V_1 und V_2 magnetische Potentialwerthe an der Eintritts- und Austrittsstelle)

$$\Omega = \omega l R = \omega (V_1 - V_2)$$

als charakteristische Grösse ein und nennt sie seitdem VERDET'sche Constante. Inzwischen hat sich aber gezeigt, dass diese Grösse für die ferromagnetischen Stoffe keine Constante ist, dass es aber auch für sie eine charakteristische Constante giebt, nämlich den Faktor ψ in der Gleichung

$$\Omega = \psi l J = \psi (\Phi_1 - \Phi_2)$$

wo die beiden Φ jetzt die Magnetisirungspotentiale sind. Zwischen ω und ψ besteht offenbar die einfache Beziehung

$$\psi = \frac{\omega}{x}.$$

Die Grösse ψ heisst auf DU BOIS' Vorschlag KUNDT'sche Constante. Bei DU BOIS[1]) findet man auch Ausführungen, welche zeigen, dass für Gemenge, also z. B. Lösungen, ψ keine einfache Bedeutung mehr hat. Beide Grössen, ω resp. ψ charakterisiren übrigens eine Substanz erst dann deutlich, wenn man hinzufügt, für welche Wellenlänge und für welche Temperatur sie gelten sollen, und erst dann vollständig, wenn man sie als Functionen dieser beiden Einflüsse angiebt.

Zahlenwerthe. Die meisten Untersuchungen, welche den Zweck hatten, für die absoluten Werthe der Drehung die Grundlage zu schaffen, sind an Schwefelkohlenstoff als einem der am stärksten drehenden Stoffe durchgeführt worden und zwar von GORDON, H. BECQUEREL, Lord RAYLEIGH und KÖPSEL. Die erhaltenen Zahlen sind folgende:

---

1) H. DU BOIS, WIED. Ann. 31, pag. 968. 1887.

Schwefelkohlenstoff.

GORDON[1]:	0·05238′ für die Thalliumlinie	und 12° C.
„	0·04267′ für die *D*-Linie	„ „
„	0·04330′ „ „ „	und 0° C.
H. BECQUEREL[2])	0·04341′ „ „ „	„ „
Lord RAYLEIGH[3]):	0·04200′ „ „ „	„ 18° C.
KÖPSEL[4]):	0·04199′ „ „ „	„ „
„	0·04297′ „ „ „	„ 0° C.

Diese Zahlen sind mit der BICHAT'schen Temperaturformel (pag. 282) zusammenzuhalten. Man kann annehmen, dass die VERDET'sche Constante Schwefelkohlenstoff gegenwärtig bis auf mindestens ein Tausendstel ihres Werthes bekannt ist (über die Verwerthung dieses Ergebnisses zur Strommessung und Feldmessung s. oben Bd. III (1) (pag. 249). Für die Hauptlinien erhält man bei 25° C. folgende Zahlen:

C	*D*	*E*	*F*	*G*
0·0319′	0·0415′	0·0637′	0·0667′	0·0920′.

Will man das *CGS*-System consequent durchführen, so muss man diese Zahlen noch auf Bogenmaass zurückführen und findet dann

CS_2: $\omega = 0·0000122$ für die *D*-Linie und 18° C.

Wasser. Ausser für Schwefelkohlenstoff liegt noch für Wasser eine exakte Normalbestimmung von ARONS[5]) vor, bei welcher ausser anderen Motiven hauptsächlich maassgebend war, dass Wasser allgemein als Vergleichskörper in der Physik benutzt zu werden pflegt, dass es einen geringen Temperaturcoëfficienten hat und auch sonst geringere Unzuträglichkeiten bei den Experimenten mit sich bringt. Das Ergebniss dieser Messung ist:

H_2O: $\omega = 0·01295' = 0·000003767$ für die *D*-Linie und 23°.

Zahlenwerthe für die einzelnen Stoffe. Für eine Anzahl der wichtigsten Substanzen hat DU BOIS[6]) nach eigenen und fremden Messungen folgende Tabelle für die Grössen ω und ψ zusammengestellt; beide Zahlen geben die Drehung in einer 1 *cm* langen Schicht, ω bei der Feldstärke 1, ψ bei der Magnetisirungsintensität 1; die Temperatur ist durchschnittliche Zimmertemperatur (etwa 18°).

Absolute Werthe von ω und ψ.

Substanz	$\varkappa$	λ	ω	ψ
Kobalt	—	$6·44 \cdot 10^{-5}$	—	+ 3·99
Nickel	—	„ „	—	+ 3·15
Eisen	—	6·56 „	—	+ 2·63
Sauerstoff (1 Atm.)	$+ 0·0126 \cdot 10^{-5}$	5·89 „	$+ 0·000179 \cdot 10^{-5}$	+ 0·014
Schwefelsäure	— 0·0751 „	„ „	+ 0·302 „	— 4·0
Wasser	— 0·0694 „	„ „	+ 0·377 „	— 5·4
Salpetersäure	— 0·0633 „	„ „	+ 0·356 „	— 5·6
Alkohol	— 0·0566 „	„ „	+ 0·330 „	— 5·8
Aether	— 0·0541 „	„ „	+ 0·315 „	— 5·8
Arsenchlorür	— 0·0876 „	„ „	+ 1·222 „	— 14·9
Schwefelkohlenstoff	— 0·0716 „	„ „	+ 1·222 „	— 17·1
FARADAY's Glas, geschm.	— 0·0982 „	„ „	+ 1·738 „	— 17·7

[1]) GORDON, Trans. R. Soc. 167 (1) pag. 1. 1877; Phil. Mag. (5) 1, pag. 73. 1876.
[2]) H. BECQUEREL, Ann. Chim. Phys. (3) 27, pag. 312. 1882.
[3]) Lord RAYLEIGH, Proc. R. Soc. 37, pag. 146. 1884.
[4]) KÖPSEL, WIED. Ann. 26, pag. 456. 1885.
[5]) ARONS, WIED. Ann. 24, pag. 161. 1885.
[6]) H. DU BOIS, WIED. Ann. 31, pag. 970. 1887.

Die Tabelle ist nach den algebraischen Werthen von ψ geordnet. Seinem absoluten Werthe nach ist jedoch ψ, wie man sieht, durchaus nicht etwa für die ferromagnetischen Stoffe am grössten, diese werden vielmehr von den meisten festen und flüssigen Substanzen in dieser Hinsicht übertroffen, vom Schwefelkohlenstoff und vom FARADAY'schen Glase sogar etwa um das 5fache. Unter den ferromagnetischen Stoffen selbst steht Kobalt an erster, Eisen an letzter Stelle. Dagegen würden die ferromagnetischen Stoffe, wenn überhaupt, eine ausserordentlich grosse VERDET'sche Constante ω aufweisen, wegen ihrer grossen Susceptibilität. Wie kolossal die Drehung der Polarisationsebene im Eisen ist, geht aus der Angabe von KUNDT[1]) hervor, dass im Zustande magnetischer Sättigung die Drehung pro Centimeter rund 200000° beträgt, dass also die Schwingungsrichtung der Aethertheilchen schon auf der winzigen Strecke von 0·02 *mm* ein ganzes Mal herumgedreht wird. Die genaueren Werthe für die Maximaldrehung sind:

Eisen:	209000°	(KUNDT);	216000°	(LOBACH)
Kobalt:	198000°	(DU BOIS);	180000°	„
Nickel:	89000°	„	90000°	„

Aus der grossen Zahl von gemessenen Drehungswerthen kann hier natürlich nur eine ganz kleine Auswahl gegeben werden.

Messungen von H. BECQUEREL[2]).

Die Drehung Ω ist auf die des Schwefelkohlenstoffs als Einheit bezogen, sie gilt für gelbes Licht (in den letzten Reihen rothes Licht) und 15° C. Ausser Ω ist noch die Grösse $\Omega/n^2(n^2-1)$ angegeben, wo n der Brechungsexponent ist.

Substanz	Ω	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$	Substanz	Ω	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$
CS_2	1·000	0·231	Geschm. Schwefel (114°)	1·904	0·188
H_2O	0·308	0·222	Geschm. Phosphor (33°)	3·120	0·220
CH_4O	9·253	0·166	Einfach brechende Krystalle		
C_3H_8O	0·279	0·160	KCl	0·072	0·255
$C_4H_{10}O$	0·294	0·161	NaCl	0·843	0·256
$C_5H_{12}O$	0·311	0·162	$CaFl_2$	0·220	0·101
$CHCl_3$	0·380	0·163	Blende	5·295	0·204
HCl	0·490	0·252	Diamant	0·301	0·010
C_6H_6	0·636	0·226	Rothes Licht		
C_7H_8	0·575	0·210	CS_2	1·000	0·240
HNO_3	0·291	0·177	Cu_2O (kryst.)	14·060	0·241
„ (rauchend)	0·206	0·109	Brom	1·960	0·465
$H_2SO_4 + 3H_2O$	0·286	0·149	Selen	10·960	0·255
H_2SO_4	0·247	0·116			
$AgNO_3$ (conc. Lsg.)	0·424	0·177			
KJ (conc. Lsg.)	0·801	0·349			

Die Vermuthung BECQUEREL's, dass die Grösse $\Omega/n^2(n^2-1)$ constant sei, bestätigt sich hiernach zwar nicht allgemein, aber für viele Stofte hat sie nicht erheblich verschiedene Werthe, auch wenn die Ω für sie stark abweichen; ganz abnorm verhält sich in dieser Hinsicht nur Diamant, dessen Drehkraft im Ver-

[1]) KUNDT, WIED. Ann. 27, pag. 197. 1886.

[2]) H. BECQUEREL, Ann. chim. Phys. (5) 12, pag. 5. 1877.

eich zu seinem Brechungsvermögen sehr klein ist. (Von einer andern Formel rischen Ω und n wird bei der Theorie die Rede sein.)

Jenenser Gläser nach H. DU BOIS[1]).

ω im Bogenmass für Natronlicht und 18°.

Substanz	Bezeichnung	n	ω
Boratcrown	S. 204	1·51013	0·0163
Leichtes Barytsilicatcrown	O. 1092	1·51660	0·0190
Stark Disperg. Silicatcrown	O. 1151	1·52017	0·0234
Mittleres Phosphatcrown	S. 179	1·56201	0·0161
Schweres Barytsilicatcrown	O. 1143	1·57412	0·0220
Gewöhnliches leichtes Flint	O. 451	1·57522	0·0317
Schweres Silicatflint	O. 469	1·64996	0·0442
Schweres Silicatflint	O. 500	1·75096	0·0608
Schwerstes Silicatflint	S. 163	1·89042	0·0888

Bestimmungen von H. JAHN[2]).

Ω Drehung, S »specifische Drehung«, d. h. dieselbe für gleiche Gewichte, bei ılzen aus den Lösungen berechnet; alles auf Wasser bezogen; Natronlicht, 20°.

Substanz	Ω	S
Wasser	1·0000	1·0000
Methylalkohol	0·7081	0·8923
Aethylalkohol	0·8477	1·0710
Aceton	0·8490	1·0663
Benzol	2·2392	2·5443
Toluol	2·0396	2·3528
Xylol	1·8878	2·1788

Salze.

Salz	S	Salz	S
HCl	2·3046	$BeSO_4$	0·2890
LiCl	1·9530	$CaCl_2$	1·5104
Li_2SO_4	0·3705	$CaBr_2$	1·5854
NaCl	1·6487	$SrCl_2$	1·0969
NaBr	1·6058	$SrBr_2$	1·3233
NaJ	2·2218	$BaCl_2$	0·9418
$NaNO_3$	0·2902	$BaBr_2$	1·1238
Na_2SO_4	0·5993	$MnCl_2$	1·2804
KCl	1·3674	$MnSO_4$	0·2724
KBr	1·4157	$CdCl_2$	1·1535
KJ	2·0556	$CdBr_2$	1·3044
K_2SO_4	0·3698	CdJ_2	2·0133
KNO_3	0·2408	$CdSO_4$	0·4475
K_2CO_3	0·4622		

Bestimmungen von WACHSMUTH[3]).

Ω Drehung der Lösung von der Dichte σ, S specifische Drehung der ge- ısten Substanz, M molekulare Drehung; Natronlicht, Temperatur nicht ange- ːben. Wasser als Einheit.

[1]) H. DU BOIS, WIED. Ann. 51, pag. 547. 1894.

[2]) H. JAHN, WIED. Ann. 43, pag. 280. 1891.

[3]) WACHSMUTH, WIED. Ann. 44, pag. 377. 1891.

Substanz	σ	Ω	S	M	Substanz	σ	Ω	S	M
H_2O . . .	1·0000	1·0000	1·0000	1·0000	$MnSO_4$ . .	1·1607	1·0290	0·2317	1·9435
$CoSO_4$ . .	1·1378	0·9993	0·0029	0·0247	$MnCl_2$ . .	1·1107	1·1166	1·0434	7·3037
$CoCl_2$ . .	1·1250	1·0991	0·8224	5·9215	$Mn(NO_3)_2$.	1·1135	0·9915	0·1931	1·9205
$Co(NO_3)_2$.	1·1321	0·9620	−0·0328	−0·3325	$Mn(C_2H_3O_2)_2$	1·0864	1·0239	0·5699	5·4777
$Co(C_2H_3O_2)_2$	1·0886	1·0172	0·4770	4·6795	H_2SO_4 . .	1·8282	0·8652	0·3915	2·1317
$NiSO_4$ . .	1·1454	1·0730	0·4913	4·2256	HCl . . .	1·1247	1·3541	1·8436	7·4766
$NiCl_2$ . . .	1·1058	1·1631	1·5333	11·0569	HNO_3 . .	1·1898	0·9287	0·2702	1·8916
$Ni(NO_3)_2$.	1·1285	1·0444	0·4617	4·6889	$C_2H_4O_2$ . .	1·0602	0·8576	0·7961	5·3073
$Ni(C_2H_3O_2)_2$	1·0633	1·0490	0·8526	8·3742	$Ni(CO)_4$ . .	1·31	4·244	—	—

Bestimmungen von PERKIN[1]).

Diese in den Jahren 1884—1893 ausgeführten Bestimmungen des specifischen und molekularen Drehungsvermögens betreffen eine grosse Anzahl meist organischer Stoffe (Säuren, Fette, Mischungen u. s. w.). Eine Auswahl ist aber nicht möglich.

Dasselbe gilt von den Bestimmungen von SCHÖNROCK[2]).

Die wichtigsten PERKIN'schen und SCHÖNROCK'schen Zahlen findet man auch in den Tabellen von LANDOLT und BÖRNSTEIN, 2. Aufl. 176 und 177 (pag. 461 bis 465.)

Drehung in Gasen nach H. BECQUEREL[3]).

0°, Atmosphärendruck, Natriumlicht. Flüssiger Schwefelkohlenstoff als Einheit.

Gas	$10^6 \Omega$	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$	Gas	$10^6 \Omega$	$\frac{\Omega}{n^2(n^2-1)}$
Sauerstoff	146	0·269	Stickoxydul . . .	393	0·381
Luft	159	0·277	Schweflige Säure .	730	0·548
Stickstoff	161	0·274	Aethylen	802	0·590
Kohlensäure . . .	302	0·332			

Die Zahlen der letzten Spalte halten sich in denselben Grenzen wie bei Flüssigkeiten, wachsen aber mit n. Sauerstoff scheint schwach anomale Dispersion zu haben.

Drehung in Gasen nach KUNDT und RÖNTGEN[4]).

Für natürliche Dichte aus Beobachtungen bei grosser Dichte (150—270 fach) unter der Annahme der Proportionalität mit der Dichte berechnet; 20°, Tageslicht; Schwefelkohlenstoff als Einheit.

Wasserstoff . .	0·000132	Luft	0·000127
Sauerstoff . .	0·000109	Kohlenoxyd .	0·000232
Stickstoff . .	0·000127	Sumpfgas . .	0·00044

[1]) PERKIN, Journ. Chem. Soc. 1884, pag. 421; 1886, pag. 177; 187, pag. 362 u. 808; 1888, pag. 561; 1889, pag. 680 u. 750; 1891, pag. 981; 1892, pag. 800; 1893, pag. 75, 99 u. 488; Beibl. z. WIED. Ann. 1885, pag 347; 1887, pag. 178 u. 601; 1888, pag. 129 u. 824; 1890, pag. 305; 1892, pag. 381; 1893, pag. 583, 588. u. 959.

[2]) SCHÖNROCK, Zeitschr. phys. Chem. 11, pag. 753. 1893.

[3]) H. BECQUEREL, Compt. rend. 88, pag. 709; Journ. de Phys. 8, pag. 198. 1879; Compt. rend. 90, pag. 1407; Journ. de Phys. 9, pag. 265. 1880.

[4]) KUNDT und RÖNTGEN, WIED. Ann. 6, pag. 332. 1879; 8, pag. 278. 1879; 10, pag. 257. 1880.

Drehung der Polarisationsebene der strahlenden Wärme.

Die Erwartung, dass sich, wie sonst, auch gegenüber dem Magnetismus die strahlende Wärme ganz wie das Licht verhalten werde, ist, nach vorangegangenen Versuchen von WARTMANN[1]) und von DE LA PROVOSTAYE und DESAINS[2]), besonders durch eine Arbeit von GRUNMACH[3]) bestätigt worden. Bei allen von ihm geprüften Stoffen (Gläser, Schwefelkohlenstoff, Terpentinöl, Wasser und Alkohol) erwies sich die Drehung der Polarisationsebene der strahlenden Wärme als positiv, für den grösseren Brechungsindex war sie meist auch grösser, mit der magnetisirenden Kraft war sie proportional; absolute Zahlenwerthe sind leider nicht angegeben.

b) Beeinflussung des Lichtes bei der Reflexion an Magneten.

Im Jahre 1876 machte KERR[4]) die Beobachtung, dass ein auf eine magnetische Fläche fallender, geradlinig oder elliptisch polarisirter Lichtstrahl bei der Reflexion von dieser Fläche eine Veränderung erfährt. Die Beobachtung wurde dann von zahlreichen anderen Physikern wiederholt und modificirt, insbesondere von GORDON[5]), FITZGERALD[6]), HALL[7]) (für Nickel), HURION[8]) (für Wismuth), KAZ[9]), RIGHI[10]), KUNDT[11]) (für Eisen, Kobalt, Nickel), DU BOIS[12]) (ausserdem noch für Magneteisenstein), SISSINGH[13]) und ZEEMANN[14]). Für die vier ferromagnetischen Stoffe ist das Phänomen erwiesen, für Wismuth wird es von RIGHI, KUNDT u. A. bestritten und bedarf daher der Bestätigung. Die meisten der Genannten haben das Phänomen nach der optischen Seite, KUNDT und DU BOIS auch nach der magnetischen hin verfolgt.

Die Wirkung ist eine doppelte und besteht 1) in der Drehung der Polarisationsebene, 2) in der Verwandlung des geradlinig polarisirten Lichtes in elliptisch polarisirtes, des elliptisch polarisirten in solches von anderer Ellipticität oder unter Umständen in geradlinig polarisirtes. Die erste Wirkung stellt die Reflexion des Lichtes an einem Magneten in Parallele mit dem Durchgange durch einen solchen, die zweite Wirkung ist der Reflexion eigenthümlich; man kann sie durch den Ausspruch charakterisiren, dass die Reflexion an Magneten das Intensitätsverhältniss der beiden Lichtcomponenten verändert, bei einfallendem geradlinigem Lichte also eine neue, zur ursprünglichen senkrechte »magnetische Componente« entstehen lässt.

Wenn schon die Erscheinungen beim Durchgange sich in Folge der grossen Zahl maassgebender Faktoren sehr complicirten, so werden sie, das ist einleuchtend, dies bei der Reflexion in noch weit höherem Grade thun. Es können

1) WARTMANN, Compt. rend. 22, pag. 745. 1846; POGG. Ann. 71, pag. 573. 1847.

2) DE LA PROVOSTAYE u. DESAINS, Ann. Chim. Phys. (3) 27, pag. 232. 1849.

3) GRUNMACH, WIED. Ann. 14, pag. 85. 1881.

4) KERR, Phil. Mag. (5) 3, pag. 321. 1877; 5, pag. 161. 1878.

5) GORDON, Phil. Mag. (5) 4, pag. 104. 1877; El. u. Magn. Bd. 2.

6) FITZGERALD, Proc. R. Soc. 25, pag. 447. 1876; Phil. Mag. (5) 3, pag. 529. 1877.

7) HALL, Phil. Mag. (5) 12, pag. 171. 1881.

8) HURION, Journ. de Phys. 1884, pag. 360.

9) KAZ, Ueber die Reflexion d. Lichts an Magneten. In.-Diss. Amsterdam 1884; Beibl. z. WIED. Ann. 1885, pag. 275.

10) RIGHI, Ann. Chim. Phys. (6) 4, pag. 433. 1885; 9, pag. 65. 1886; 10, pag. 200. 1887.

11) KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 228. 1884; 27, pag. 191. 1886.

12) H. DU BOIS, WIED. Ann. 39, pag. 25. 1890.

13) SISSINGH, WIED. Ann. 42, pag. 115. 1891; Verh. Akad. Wetensch. Amst. 28. 1890.

14) ZEEMANN, Messungen üb. d. KERR'sche Erscheinung. In.-Diss. Leiden 1893.

hier nämlich variirt werden: in magnetischer Hinsicht die Feldstärke, das magnetisirte Material und damit die Intensität der Magnetisirung, die Temperatur und die Richtung, in welcher die spiegelnde Fläche des Magneten geschnitten ist, d. h. der Winkel, welchen ihre Normale mit den Kraftlinien bildet, wobei besonders die Grenzfälle der Reflexion an der Stirnfläche (Winkel 0°) und an der Mantel- resp. Aequatorfläche (Winkel 90°) wichtig und darum eingehend studirt sind. Andererseits in optischer Hinsicht der Einfallswinkel, der Winkel der Schwingungsrichtung des einfallenden Lichts mit der Einfallsebene, die Farbe, die Ellipticität und, im Falle der Reflexion an der Mantelfläche, der Winkel der Einfallsebene mit den Kraftlinien, wobei wiederum die beiden Grenzfälle herauszugreifen sind, dass die Einfallsebene den Kraftlinien parallel oder auf ihnen senkrecht ist. Alle diese Faktoren sind von den Beobachtern thatsächlich variirt und die Ergebnisse mindestens qualitativ festgestellt worden. Es kann hier nur das Wichtigste angeführt werden.

Zunächst ist, entgegen der Meinung von MASCART und JOUBERT, POINCARÉ u. A. als feststehend zu betrachten, dass die Erscheinung eine wirkliche Reflexionserscheinung ist, und dass sie nicht etwa, wie man meinen könnte, einfach eine Folge der Drehung der Polarisationsebene beim Durchlaufen der dem Magneten anliegenden, stark magnetisirten Luftschicht ist. Durch die Thatsache, dass die Erscheinung verschwindet, wenn man den magnetischen Spiegel durch einen unmagnetischen ersetzt, wird der Beweis hierfür freilich nicht streng geführt, weil dadurch das magnetische Feld stark herabgemindert wird, wohl aber, wie DRUDE[1]) hervorhebt, durch den von KUNDT geführten Nachweis, dass sie auch dann verschwindet, wenn man den magnetischen Spiegel mit einem nicht aktiven Metall elektrolytisch dünn überzieht, wodurch das Feld in der benachbarten Luft nicht merkbar verändert wird. Die Drehung erfolgt also entweder am oder im Metall; hält man die erstere Möglichkeit für ausgeschlossen[2]), so gelangt man auch von dieser Seite her zur Annahme eines Eindringens des Lichtes in die Metalle, ehe es zurückkehrt.

Was die Beobachtungsmethoden betrifft, so sei bemerkt, dass man, um den Magnetismus der spiegelnden Fläche zu erhöhen, ihr meist einen weichen Eisenkörper (»Submagneten«) gegenüberstellt, und dass man, wenn man bei senkrechter Incidenz beobachten will, eine unter 45° geneigte Glasplatte anwendet, um den Polarisator seitlich aufstellen zu können und durch ihn in der Beobachtung nicht gestört zu werden; man muss aber dann, worauf KUNDT[3]) zuerst hingewiesen hat, die rein optische Drehung in der Glasplatte in Abzug bringen. Kommt es nicht auf genau senkrechte Incidenz an, so kann man auch einen durchbohrten Spiegel anwenden. Die spiegelnde Fläche wird, wenn sie nicht dem Elektromagneten selbst angehört, in Form einer Platte nahe an einen Pol des letzteren gebracht, je nach Zweck der Untersuchung senkrecht oder parallel zu den Kraftlinien. Am vorteilhaftesten ist es jedenfalls, die spiegelnde Fläche an dem Elektromagneten selbst anzuschleifen, und zwar an einem Eisenkörper, der gleichförmig magnetisirt wird; dies hat DU BOIS gethan, indem er Ovoide benutzte und sie durch eine lange Drahtspule magnetisirte. Durch das Anschleifen der Spiegel wird an dieser Stelle die Magnetisirung freilich verändert, aber in leicht zu ermittelnder Weise.

[1]) DRUDE, WIED. Ann. 46, pag. 354. 1892.

[2]) Vergl. hierüber einerseits DU BOIS, WIED. Ann. 39, pag. 40, andererseits DRUDE, WIED. Ann. 46, pag. 354.

[3]) KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 239. 1884.

Senkrechte Incidenz. Relativ am einfachsten verhält sich das Licht bei senkrechter Incidenz, weil die Richtung der Schwingungsebene hier natürlich keine Rolle spielt; hier wird einfach die Polarisationsebene des geradlinig polarisirten Lichtes gedreht, und zwar der Richtung des magnetisirenden Stromes entgegengesetzt, sodass man sie im Sinne der früheren Ausdrucksweise als negative Drehung zu bezeichnen hat; nur beim Magnetit ist sie positiv. Betrachten wir zunächst die polare Reflexion. Bei den ersten KUNDT'schen Versuchen bewegt sich die Drehung für Eisen zwischen 45 und 66', bei Kobalt zwischen 50 und 67', bei Nickel zwischen 20 und 23', bei der zweiten Reihe von Versuchen wurde die Feldstärke gemessen und für Eisen folgende Zahlenreihe gefunden:

R	4990	10800	16600	19800	30300
Ω	— 0·27°	— 0·55°	— 0·62°	— 0·66°	— 0·67°

Diese Zahlen sind durch die unterste Curve der Fig. 185 veranschaulicht; während also die Durchgangscurve nach oben geht, geht die Reflexionscurve nach unten; der Verlauf ist aber im Uebrigen ganz analog, und man kann daher auch hier vermuthen, dass die Drehung nicht der Feldstärke, sondern der Intensität der Magnetisirung proportional sei, eine Vermuthung, die bald darauf von DU BOIS experimentell bestätigt wurde; auch hier erwies sich Nickel am schwächsten wirksam. Wenn die spiegelnde Fläche nicht polar liegt, also ihre Normale mit der Richtung der Magnetisirung einen Winkel α einschliesst, so ist die Drehung kleiner, und zwar gilt nach DU BOIS auch hier das einfache Cosinusgesetz; bei der Reflexion an einer äquatorialen Fläche wird also die Drehung Null. Nach alledem hat man die Drehung proportional zu setzen mit der Intensität der normalen Magnetisirungscomponente, in Formel

$$\Omega = K \cdot J_n.$$

Für die Constante K, welche der KUNDT'schen Constante ψ (pag. 284) ganz analog ist, hat DU BOIS den Namen KERR'sche Constante vorgeschlagen; man kann sie entweder in Winkelmaass oder in Bogenmaass ausdrücken.

Ferner hängt die Drehung von der Wellenlänge des Lichtes ab und zwar nach DU BOIS in folgender Weise: bei Eisen ist die Dispersion durchweg anomal, d. h. die Drehung nimmt von roth bis zu violett ständig ab; bei Kobalt tritt ein Minimum in grün, bei Nickel ein solches in gelb, endlich bei Magnetit ein Maximum in gelb auf.

In der folgenden Tabelle sind für die vier ferromagnetischen Substanzen und für die wichtigsten Wellenlängen λ die Werthe der KERR'schen Constanten nach DU BOIS zusammengestellt und zwar in Minuten.

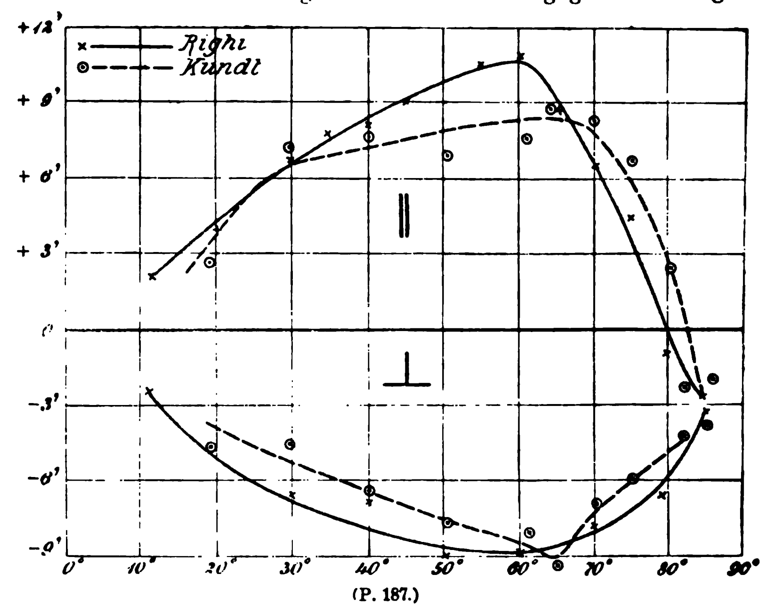
Farbe	Linie	$10^6 \cdot \lambda$	Kobalt	Nickel	Eisen	Magnetit
Roth	*Li* α	67·1	— 0·0208	— 0·0173	— 0·0154	+ 0·0096
Roth	—	62	— 0·0198	— 0·0160	— 0·0138	+ 0·0120
Gelb	*D*	58·9	— 0·0193	— 0·0154	— 0·0130	+ 0·0133
Grün	*b*	51·7	— 0·0179	— 0·0159	— 0·0111	+ 0·0072
Blau . . .	*F*	48·6	— 0·0181	— 0·0163	— 0·0100	+ 0·0026
Violett . . .	*G*	43·1	— 0·0182	— 0·0175	— 0·0089	—

Die Frage, ob bei senkrechter Reflexion ausser der Drehung der Schwingungsrichtung resp. der grossen Ellipsenaxe auch eine Veränderung des Axenverhältnisses eintrete, ist allgemein wohl noch nicht entschieden; für geradlinig polarisirtes Licht steht aber fest, dass die etwa entstehende Ellipse eine jedenfalls ausserordentlich gestreckte Gestalt besitzt. Nur muss man hier sehr darauf achten,

dass die spiegelnde Fläche blank und rein sei, weil Oxyd- und andere Schichten die Erscheinung sehr unregelmässig machen und eine nicht vorher bestimmbare Ellipticität erzeugen können.

Die Temperatur hat nach DU BOIS einen jedenfalls nur geringfügigen Einfluss auf K (höchstens einige Procent pro 100°); sichere Ergebnisse sind schwer zu erlangen, weil auch J mit der Temperatur sich ändert.

Schiefe Incidenz. Hier kommen als neue Variable ausser dem Einfallswinkel die Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes und — bei Reflexion an der Seitenfläche — die Richtung der Einfallsebene gegen die Magnetisirungs-



(P. 187.)

richtung hinzu. Zuerst möge der Fall erledigt werden, wo die Reflexion an der Seitenfläche stattfindet und die Einfallsebene auf der Feldrichtung senkrecht steht: eine Wirkung findet dann überhaupt nicht statt. Ist, wiederum bei äquatorialer Reflexion, die Einfallsebene dem Felde parallel, so verhalten sich, wie schon KERR fand, Strahlen, in denen die Schwingungen $\parallel$ oder $\perp$ zur Einfallsebene erfolgen, verschieden; letztere erfahren für alle Incidenzwinkel i eine negative Drehung, erstere dagegen nur für grosse i, bei einem gewissen i ist die Drehung null, für kleinere positiv. Folgende Zahlen von KUNDT sowie die nach seinen und nach RIGHI's Zahlen entworfenen Curven, Fig. 187, erläutern dies des Näheren.

Eisen.

i	$\perp$	$\parallel$
19·0°	− 4·8′	+ 2·7′
29·9°	− 4·5′	+ 7·3′
39·5°	− 6·6′	+ 7·7′
50·1°	− 7·7′	+ 6·9′
61·3°	− 8·0′	+ 7·5′
65·0°	− 9·4′	+ 8·7′
70·0°	− 7·1′	+ 8·1′
75·0°	− 6·0′	+ 6·8′
80·3°	—	+ 2·6′
82·0°	− 4·3′	− 2·3′
85·3°	− 3·9′	− 1·9′

Nickel.

i	$\perp$	$\parallel$
20·0°	—	+ 0·0′
30·1°	− 1·7′	+ 1·8′
40·0°	− 2·7′	+ 1·4′
50·0°	− 4·7′	+ 0·3′
61·5°	− 4·2′	− 0·7′
65·3°	− 3·8′	− 2·2′
75·0°	− 1·1′	− 1·9′

Der Zeichenwechsel bei || Schwingungen tritt bei Eisen also nach KUNDT bei etwa 81°, nach RIGHI bei 80° ein; es sei bemerkt, dass KERR hierfür 75°, SISSINGH 80 und DRUDE 79° fanden (die Farbe ist nicht wesentlich); für Nickel findet der Zeichenwechsel nach KUNDT bei 50—60°, nach DRUDE erst später statt; bei Kobalt nach DRUDE bei 78°. Man kann diesen Winkel »Haupteinfallswinkel« nennen. Das Maximum der Drehung andererseits tritt bei || wie ⊥ Schwingungen nach KUNDT bei 65° (wie nach KERR), nach RIGHI bei 60° ein. — Für Reflexion an der Stirnfläche des Magneten herrscht keine so erfreuliche Uebereinstimmung; während nämlich KUNDT für || Schwingungen hier ebenfalls einen Zeichenwechsel bei 80° fand, haben KERR, RIGHI und DRUDE hiervon nichts wahrnehmen können.

Die Frage der Ellipticität bei schiefer Incidenz hat zuerst RIGHI eingehend studirt, und zwar durch ein sinnreiches Verfahren successiver Drehungen von Polarisator und Analysator. Das wesentlichste Ergebniss ist, dass geradlinig polarisirtes Licht bei Reflexion an der Stirnfläche stets elliptisch wird, bei Reflexion an der Seitenfläche ebenfalls, ausser wenn die einfallenden Schwingungen ⊥ sind und der Einfallswinkel 65° beträgt.

Noch ist auf drei wichtige holländische Arbeiten hinzuweisen, die von KAZ, SISSINGH und ZEEMANN herrühren und sich ganz allgemein mit der Bestimmung der Orientirung, Amplituden und Phasen der reflektirten Schwingungen, sowohl im Ganzen als der magnetischen Antheile beschäftigen und namentlich möglichst exakte Werthe für die »Haupteinfallswinkel« und »Hauptazimuthe« zu erlangen suchen. Man findet darin ein reiches Zahlenmaterial, aber nur in einigen weniger wichtigen Punkten Abweichungen von den Ergebnissen früherer Autoren, resp. nähere und zum Theil beschränkende Erläuterungen zu diesen.

c) Cirkulare Doppelbrechung durch Magnetismus.

An die obigen Erscheinungen ist eine weitere anzuknüpfen, welche nicht nur an sich von Interesse ist, sondern auch die erstgenannten Erscheinungen in neuem Lichte erscheinen lässt. RIGHI [1]) hat gefunden, dass in einer Substanz, welche im magnetischen Felde im positiven Sinne dreht, ein circular polarisirter Strahl, in dem die Aethertheilchen ebenfalls im positiven Sinne rotiren, schneller fortschreitet, als ein negativ polarisirter, dass also circulare Doppelbrechung stattfindet. Mit Hilfe eines Nichols und einer BRAVAIS'schen Platte wurden zwei circular polarisirte Strahlen erzeugt und durch Schwefelkohlenstoff geschickt; die Phasendifferenz wurde durch Messung der Fransenverschiebung ermittelt. Letztere betrug nahezu $\frac{1}{18}$ ihres Abstandes. Damit ist freilich noch nicht gesagt, mit welcher Geschwindigkeit sich die beiden Strahlen fortpflanzen, ob insbesondere der eine, wie man vermuthen kann, gegenüber der normalen Geschwindigkeit ebenso stark beschleunigt, wie der andere verzögert ist. Diese Vermuthung wird jedoch durch andere Versuche, auf die hier nicht eingegangen werden kann, bestätigt.

Es liegt, wie gesagt, nahe, die Doppelbrechung mit der magnetischen Drehung der Polarisationsebene in Zusammenhang zu bringen. In der That müsste dabei die Gleichung

$$\Omega = \frac{\pi d}{\lambda}(n - n')$$

bestehen, wenn n und n' die Brechungsexponenten der beiden Strahlen, λ die Wellenlänge und d die Schichtdicke ist. Da in der von RIGHI benutzten Röhre

[1]) RIGHI, N. Cim. (3) 3, pag. 212. 1878.

die Drehung 5° betrug, wird die Gleichung sehr gut befriedigt. Natürlich ist die Differenz $(n - n')$ in diesem Fall sehr klein; recht gross wird sie aber, wie KUNDT[1]) ausgerechnet hat, für Eisen, nämlich $n - n' = 0{\cdot}1$, also doppelt so gross wie die entsprechende natürliche Differenz bei Kalkspath, zehnmal so gross wie bei Quarz senkrecht zur Axe und 1462mal so gross wie bei Quarz in der Richtung der Axe; so viele Male ist also auch die magnetische Drehung im Eisen grösser als die natürliche im Quarz.

d) Theorie der magneto-optischen Erscheinungen.

Um eine Theorie der Wirkung des Magnetismus auf das Licht zu erlangen, muss man natürlich die drei bisher dargestellten Phänomene im Zusammenhange mit einander berücksichtigen. Ebenso einleuchtend ist es, dass diese Theorie sich an die der natürlichen Rotations-Polarisation anzulehnen hat, wobei aber von vornherein der Gegensatz zu beachten ist, wonach der Sinn der natürlichen Drehung von der Strahlrichtung, der der magnetischen von der Feldrichtung abhängt. Nach den bei den optischen Theorien gemachten Erfahrungen wird es ferner von wesentlichem Einflusse auf die Gestaltung der Theorie sein, ob das betreffende Medium stark lichtabsorbirend ist oder nicht. Zu unterscheiden ist endlich zwischen speciellen Theorien, die von einer besonderen Idee ausgehen und dann auch nur beschränkte Bedeutung haben, und allgemeinen Erklärungsystemen, welche den Anspruch erheben, mit ihren Differentialgleichungen und Grenzbedingungen alle beobachteten und eventuell auch erst noch zu beobachtenden Erscheinungen zu umfassen. Bei der relativen Einfachheit des magnetischen Theils der Theorie verbreitet sich diese naturgemäss wesentlich nach der optischen Seite hin, und sie stellt sich dabei entweder auf den Standpunkt der Elasticitätstheorie des Lichts, wobei die Wahl der FRESNEL'schen oder NEUMANN'schen Vorstellung keine wesentlichen Unterschiede bedingt, oder aber, was gerade hier augenscheinlich besonders reizvoll ist, auf den Standpunkt der elektromagnetischen Theorie des Lichts. Die Theorien selbst können im Rahmen dieses Buches nicht entwickelt werden, es muss genügen, eine kurze Uebersicht und Charakteristik zu geben.

Der älteste von FITZGERALD[2]) herrührende Versuch einer Theorie knüpft unmittelbar an die cirkulare Doppelbrechung geradlinig polarisirten Lichtes an, erweist sich aber in der vorliegenden Form als unbrauchbar, da sie für normale, polare Reflexion keine Drehung ergiebt, was mit allen Beobachtungen im Widerspruch steht. Die Theorie von RIGHI[3]) ist mehr als eine Ausführung der Analogie des KERR'schen Phänomens mit dem der elliptischen Doppelbrechung zu bezeichnen, lässt sich aber schon auf die Erscheinungen bei äquatorialer Reflexion nicht ausdehnen. Mehr oder weniger umfassende mathematische Theorien sind von AIRY[4]), C. NEUMANN[5]), MAXWELL[6]), FITZGERALD[7]), ROWLAND[8]), H. A. LORENTZ[9]),

[1]) KUNDT, WIED. Ann. 23, pag. 238. 1884.

[2]) FITZGERALD, Proc. R. Soc. 25, pag. 447. 1876; Trans. R. Soc. 1880 (2), pag. 691; WIED. Ann. 25, pag. 136. 1885.

[3]) RIGHI, Ann. Chim. Phys. (6) 4, pag. 433. 1885; 9, pag. 65. 1886.

[4]) AIRY, Phil. Mag. (3) 28, pag. 469. 1846.

[5]) C. NEUMANN, Die magn. Drehung d. Polarisationsebene des Lichts. Halle 1863.

[6]) MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 574, 1883.

[7]) FITZGERALD, Trans. R. Soc. 171, pag. 691. 1880.

[8]) ROWLAND, Phil. Mag. (5) 11, pag. 254. 1881.

[9]) H. A. LORENTZ, Arch. Néerl. 19, pag. 123. 1884.

VOIGT[1]), KETTELER[2]), VAN LOGHEM[3]), POTIER[4]), BASSET[5]), GOLDHAMMER[6]) und DRUDE[7]) entwickelt worden. Sieht man von der Dispersion zunächst ab, so kann man nach DRUDE alle diese Theorien in drei Klassen theilen, je nach der Form der zu den gewöhnlichen Gleichungen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \Delta u, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha \Delta v, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha \Delta w$$

hinzugefügten Glieder, die jedenfalls gerade Differentialquotienten nach den Coordinaten, aber ungerade nach der Zeit sein müssen; beim ersten Typus sind es erste Differentialquotienten der uvw nach der Zeit (AIRY, C. NEUMANN), beim zweiten erste nach der Zeit und zweite nach den Coordinaten (die meisten oben Genannten), beim dritten Typus sind es Glieder beider Arten. Nun lässt sich aber zeigen, dass mit Rücksicht auf die Continuitätsgleichung (Transversalität der Lichtwellen) der erste und folglich auch der dritte Typus sich auf den zweiten reducirt, und dass dieser zweite die Form

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \left[\Delta u + \frac{1}{\tau^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(b_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right]$$

nebst zwei analogen Gleichungen für v und w annimmt, wo ξ, η, ζ die Drehungscomponenten, $\tau = 2\pi/T$, T die Schwingungsdauer und b_1 b_2 b_3 die Componenten einer Constanten b nach den Coordinatenaxen sind; für polare Reflexion ist b_3, für äquatoriale (Einfallsebene parallel dem Felde) b_1 maassgebend, b_2 für letztere, wenn Einfallsebene und Feld senkrecht zu einander sind; da hier keine Wirkung eintritt, spielt b_2 keine Rolle. Nachdem nun DRUDE gezeigt hat, in wie weit sich diese Gleichungen von den bisher benutzten, insbesondere von den LORENTZ-schen und VOIGT'schen unterscheiden, und nachdem er erörtert hat, wie man die Absorption und die Dispersion zu berücksichtigen hat, liefert er den Nachweis, dass man vom Standpunkte der elektromagnetischen Lichttheorie in der That zu Gleichungen gelangt, welche den obigen entsprechen, ausserdem aber zu Grenzbedingungen, welche die Lösung vervollständigen. Diese Gleichungen und Grenzbedingungen fallen etwas verschieden aus, je nachdem man streng transversale oder quasi-transversale Schwingungen einführt, und je nachdem man die magnetische Kraft oder die elektrische Kraft für die Richtung der Lichtschwingungen zu Grunde legt, die Unterschiede sind aber für die Anwendung der Theorie auf die Erscheinung unwesentlich. Das Erklärungssystem lautet hiernach:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \left[\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial t} \left(b_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right]$$

nebst zwei ähnlichen Gleichungen und, für die xy-Ebene als Grenzebene, den Grenzbedingungen

$$u_1 = u_2 \qquad v_1 = v_2$$

$$\alpha_1 \left(\xi + b_3 \frac{\partial \eta}{\partial t} - b_2 \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)_1 = \alpha_2 \left(\xi + b_3 \frac{\partial \eta}{\partial t} - b_2 \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)_2$$

$$\alpha_1 \left(\eta + b_1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} - b_3 \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_1 = \alpha_2 \left(\eta + b_1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} - b_3 \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_2 .$$

---

1) VOIGT, WIED. Ann. 23, pag. 493. 1884.

2) KETTELER, WIED. Ann. 24, pag. 119. 1885.

3) VAN LOGHEM, Th. d. Zurückwerfung des Lichts durch Magnete. In.-Diss. Leiden 1883; Beibl. z. WIED. Ann. 8, pag. 869. 1884.

4) POTIER, Compt. rend. 108, pag. 510. 1888.

5) BASSET, Proc. R. Soc. 49, pag. 76. 1891; Trans. R. Soc. 182 (A), pag. 371. 1892.

6) GOLDHAMMER, WIED. Ann. 46, pag. 71; 47, pag. 345. 1892; 48, 740; 50, pag. 772. 1893.

7) DRUDE, WIED. Ann. 46, pag. 353. 1892; 48, pag. 122; 49, pag. 690. 1893.

Ungefähr gleichzeitig mit DRUDE hat auch GOLDHAMMER seine Theorie entwickelt, und es hat sich seitdem eine lebhafte Discussion zwischen den beiden Autoren entwickelt, von denen jeder meint, dass durch seine Theorie die Beobachtungen besser oder mindestens ebensogut wiedergegeben werden; hierzu fügt DRUDE noch den Hinweis, dass seine Theorie einfacher sei, weil an Stelle der reellen magnetooptischen Constanten b bei GOLDHAMMER eine complexe, also eigentlich zwei magnetooptische Constanten treten. Ob eine solche Complikation nothwendig ist, werden also erst weitere Beobachtungen entscheiden können.

Was die Beziehung zwischen Drehung einerseits und Brechung und Wellenlänge andererseits betrifft, so gelangt man, von dem einfachen Gleichungstypus

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + m\frac{\partial^3 v}{\partial t \partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - m\frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2}$$

ausgehend, durch Integration zu der Formel

$$\Omega = \frac{4\pi n^2}{V\lambda^2} m\left(n - \lambda\frac{\partial n}{\partial \lambda}\right),$$

wo n der Brechungscoëfficient, V die Lichtgeschwindigkeit, λ die Wellenlänge und m eine von der Substanz und der Kraft abhängige Grösse ist. Diese Formel, die von VERDET[1]) experimentell geprüft worden ist, stellt die Abhängigkeit der Drehung von der Wellenlänge mit ziemlich grosser Annäherung dar, insofern thatsächlich 1) $\Omega\lambda^2$ ungefähr constant ist, aber 2) mit abnehmendem λ etwas wächst, und 3) dies um so merklicher, je grösser die Dispersion ist. Neuerdings hat JAHN[2]) aus der Formel den Werth der Grösse m für zahlreiche Stoffe berechnet und ihn häufig näherungsweise proportional mit dem specifischen Magnetismus gefunden.

Ueber einige andere Dispersionsformeln und darauf bezügliche Versuche vergleiche man die unten citirten Abhandlungen von SCHAIK[3]) und JOUBIN[4]).

Zum Schlusse sei auf eine Arbeit von E. v. FLEISCHL[5]) hingewiesen, worin im Anschluss an die VERDET'sche Erscheinung die Gestalt der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde ermittelt und als die zweier mit ihren grossen Axen grösstentheils in einander geschobener Rotationsellipsoïde bestimmt wird.

F. AUERBACH.

Elektromagnetismus.

Uebersicht. Unter Elektromagnetismus im weitesten Sinne des Wortes würde man den Inbegriff aller Wechselbeziehungen zwischen den elektrischen und magnetischen Erscheinungen zu verstehen haben. Man fasst aber den Begriff meist wesentlich enger, indem man insbesondere die sämmtlichen Erscheinungen der Erzeugung oder Intensitätsänderung elektrischer Ströme durch magnetische Orts- oder Intensitätsänderungen, also die sogen. Magnetoinduction

---

1) VERDET, Compt. rend. 56, pag. 630. 1863.

2) JAHN, WIED. Ann. 43, pag. 299. 1891.

3) SCHAIK, Arch. néerl. 21, pag. 406. 1887.

4) JOUBIN, Compt. rend. 105, pag. 661. 1887. — Ann. Chim. Phys. (6) 16, pag. 78. 1889.

5) E. v. FLEISCHL, WIED. Ann. 25, pag. 308. 1885. — Ueber verwandte Fragen vergleiche man auch Abhandlungen von CORNU, Compt. rend. 99, pag. 1045. 1884; BRACE, WIED. Ann. 26, pag. 576. 1885; STERNBERG, Wien. Ber. 94 (2), pag. 95. 1886.

ler die magnetoelektrischen Ströme ausschliesst; auch die allgemeine Theorie :s Elektromagnetismus wird zweckmässig erst weiter unten im Zusammenhange it den übrigen Theorieen behandelt werden. Was ferner die Gesetze der ɩektromagnete resp. der durch den elektrischen Strom vorübergehend oder ɩuernd erregten Magnete betrifft, so sind sie, insoweit die specielle Art der Erregung ɩbei von unwesentlicher Bedeutung ist, schon im Art. »Magnetische Induction« ɩrgestellt worden. Endlich sei auf den Art. »Strommessung« hingewiesen ɩd. III, 1), in welchem die Verwendung der elektromagnetischen Wirkung zur rommessung bereits anticipirt ist.

Wirkung von Strömen auf Magnete.

Grunderscheinungen. Ampère'sche Regel. Nach einigen unklaren ahrnehmungen früherer Physiker fand Oersted[1]) im Jahre 1820 die erste deut- :he und einfache Beziehung zwischen elektrischen und magnetischen Er- heinungen auf, indem er die Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom ɩchwies. Eine solche Ablenkung findet stets statt, wenn ein elektrischer Strom der Nähe eines beweglichen Magneten vorbeifliesst, es sei denn, dass dieser fällig schon die ihm unter Einwirkung des Stromes und mit Rücksicht auf ine Bewegungsfreiheit zukommende Lage inne hat (s. w. u.). Die Ablenkung ɩdet statt, gleichviel ob der Stromleiter von festem oder flüssigem Aggregat- ɩstande ist (z. B. auch durch den Strom im Elemente selbst) und gleich- el, welcher elektromotorischen Kraft der Strom sein Dasein verdankt, so auch durch den Entladungsstrom statischer Elektricität[2]), sowie durch die rdströme; die letzteren wirken sogar häufig durch die unregelmässigen :hwankungen, die sie den Nadeln ertheilen, störend auf magnetische und lektrische Beobachtungen ein, besonders bei erdmagnetischen Störungen[3]) und euerdings in der Nähe elektrischer Verkehrsanlagen[4]). Der Sinn der Drehung ird am einfachsten durch die Ampère'sche Regel[5]) bestimmt: Denkt man sich :lbst in dem Strome so liegend, dass er von den Füssen zum Kopfe fliesst und ass man den Magneten resp. seinen Nordpol ansieht, so wird der Nordpol ach links abgelenkt. Kehrt man also die Stromrichtung um, so kehrt sich auch er Ablenkungssinn um; dagegen bleibt er der gleiche, wenn man einen und lenselben Strom derart, dass er eine Cylinderfläche beschreibt, um den Magneten ɩder umgekehrt den Magneten um den Strom im Kreise herumführt.

Um die Wirkung des Stromes allein zu beobachten, muss man die Wirkung des Erdmagnetismus aufheben, indem man entweder die Nadel in der zur Inklinationsrichtung senkrechten Ebene drehbar wählt und den Strom in einer zu dieser Ebene parallelen Ebene führt[6]); oder indem man einen festen Compensationsmagneten in der Nähe aufstellt oder statt der einfachen Nadel ein ıstatisches Nadelpaar benutzt; damit aber die beiden Nadeln des Letzteren nicht auch von dem Strome entgegengesetzte Wirkungen erfahren, muss man den Strom von entgegengesetzten Seiten auf sie wirken lassen, also zwischen

[1]) Oersted, Exp. circa efficaciam conflictus electr. in acum magn. Hafniae 1820. — Schweigg. Journ. 29, pag. 273. — Gilb. Ann. 66, pag. 295.

[2]) Faraday, Riess, Savary, Hankel u. A. — Vergl. Mousson, Physik 3, pag. 268.

[3]) Vergl. oben, pag. 138.

[4]) Vergl. z. B. Hartwich u. Cohn, El. Z. 1893, pag. 669. — O. E. Meyer u. Mützel, El. Z. 1894, pag. 33.

[5]) Ampère, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 67. 1820; Gilb. Ann. 67, pag. 123.

[6]) Ampère, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 198. 1820; Gilb. Ann. 70, pag. 243. 1822.

der oberen und unteren Nadel vorbeiführen. Man findet dann, dass die Nadel sich senkrecht gegen die Richtung des zunächst geradlinig gedachten Stromes, aber auch senkrecht gegen das vom Nadelmittelpunkte auf den Strom gefällte Loth stellt, also senkrecht zu der durch Strom und Loth bestimmten Ebene. Wie sich die Nadel unter gleichzeitiger Einwirkung des Erdmagnetismus einstellt, hängt von der Richtung und Entfernung ab, in welcher der Strom bei der Nadel vorbeifliesst, und von seiner Stärke im Vergleich zum Erdmagnetismus. In allen diesen und den folgenden Versuchen bedient man sich der AMPÈRE'schen Stative, die inzwischen in verschiedenen Richtungen vervollkommnet worden sind.

Sieht man einen Magneten in erster Annäherung als ein einfaches Polpaar (pag. 8) an, so kann man aus der beobachteten Wirkung des Stromes auf den Magneten seine Wirkung auf einen einzelnen Pol abstrahieren, eine Wirkung, die thatsächlich nicht vorkommt, aber für viele Betrachtungen von Wichtigkeit ist. Eine einfache, an die Querstellung des Polpaares gegen den Strom anknüpfende Betrachtung zeigt nun, dass auch die Wirkung auf einen Pol senkrecht steht auf dem von diesem Pol auf die Stromlinie gefällten Lothe. Bei wirklichen Magneten hat man zu beachten, dass, wenn man deren Pole einführt, hierunter nicht die eigentlichen Fernwirkungspole, sondern die Pole für Wirkungen in der Nähe (s. Art. »Magnetismus«) zu verstehen sind.

Die Wirkung des elektrischen Stromes auf Magnete zeigt sich natürlich ausser durch Ablenkung auch durch einen Einfluss auf die Schwingungsdauer an, und das ist von Wichtigkeit gerade für die Fälle, in denen eine Ablenkung nicht auftritt, weil die Ruhelage des Magneten schon von vornherein auch der Stromwirkung entspricht. In diesem einfachsten Falle wird also die Schwingungsdauer unter Einfluss des Erdmagnetismus durch den Strom verkleinert, in allen anderen Fällen treten complicirtere Verhältnisse ein.

Daraus, dass die Nadel sich senkrecht gegen die Verbindungslinie ihres Mittelpunktes mit dem Strome stellt, ist die wichtige Folgerung zu ziehen, dass es sich hier nicht, wie beim Magnetismus, um Anziehungs- und Abstossungskräfte, sondern um seitliche oder drehende Kräfte handelt. Man kann dieses Verhalten ganz allgemein in dem Satze zusammenfassen: Die magnetischen Kraftlinien stehen auf den elektrischen senkrecht; sie fallen also in die elektrischen Niveauflächen, und umgekehrt die elektrischen Kraftlinien in die magnetischen Niveauflächen.

Damit ist natürlich nicht gesagt, dass nicht unter Umständen Bewegungen hervorgerufen werden, welche den Anschein von Anziehung oder Abstossung erwecken. Man braucht nur die Kräfte auf die beiden Pole zu betrachten und in geeignete Componenten zu zerlegen, um einzusehen, dass ausser der Drehung in den meisten Fällen auch eine Anziehung oder Abstossung zu Stande kommt. Führt man z. B. über eine Wasserfläche, auf der eine Magnetnadel schwimmt, irgendwo einen Strom hinweg, so stellt sich die Nadel nicht nur senkrecht gegen den Strom, sondern sie schwimmt auch nach ihm hin, bis sie unter ihm liegt; auch zu einem verticalen Strome wird eine schwimmende Nadel hingezogen; ferner erfahren die Pole einer gegen den Strom unsymmetrisch gelegenen Nadel im allgemeinen Anziehung oder Abstossung u. s. w. In diesen Fällen, deren man in der ersten Zeit nach Entdeckung des Erscheinungsgebietes sehr zahlreiche studirte[1]), lässt sich immer und meist in sehr einfacher Weise zeigen, dass es

[1]) Z. B. ARAGO, POUILLET, DOVE, BOISGIRAUD. Vergl. v. FEILITZSCH, Fernwirkungen d. galv. Stromes. Hbg. 1865, u. WIEDEMANN, Elektr. (3), Bd. 3.

sich nur um durch die Asymmetrie der ursprünglichen Configuration verwickelte Drehungserscheinungen handelt, und es bietet daher auch kaum Interesse dar, diesen Fällen näher zu treten. Dagegen folgt aus dem drehenden Charakter der Wirkung manche wichtige Einzelheit, insbesondere der Satz, dass eine Nadel unter Einwirkung eines Stromes im indifferenten Gleichgewicht ist, sich also auch nicht bewegt, wenn sie entweder nur in der den Strom enthaltenden Ebene oder nur um die Stromlinie als Axe drehbar ist.

BIOT-SAVART'sches Gesetz. Bisher ist nur vom Sinn und vom Wesen der Wirkung die Rede gewesen. Ihr vollständiges Gesetz ist von BIOT und SAVART[1]) aufgestellt worden und heisst seitdem BIOT-SAVART'sches Gesetz. Es sagt zunächst aus, dass die Wirkung eines unendlich langen geradlinigen Stromes auf einen Magnetpol der senkrechten Entfernung zwischen beiden umgekehrt proportional ist, und lässt sich entweder durch Beobachtung der Schwingungsdauer in verschiedenen Abständen vom Strome — entweder unter Ausschluss oder unter geeigneter Berücksichtigung der Wirkung des Erdmagnetismus — beweisen, wobei man die Schwingungsdauern den Quadratwurzeln aus den Abständen, die Quadrate der Schwingungsdauern also den Abständen direkt proportional und folglich die Kräfte den Abständen umgekehrt proportional findet; oder mit Benutzung der Thatsache, dass ein um den verticalen Strom als Axe in horizontaler Ebene drehbarer, auf ihn hinweisender Magnet (den man zu diesem Zwecke z. B. auf einen hölzernen, um den Strom concentrisch aufgehängten Ring auflegen kann) im indifferenten Gleichgewichte ist, sich also nicht dreht, woraus folgt, dass die Drehungsmomente auf den näheren und den entfernteren Pol einander gleich sind, also die Kräfte sich umgekehrt wie die Hebelarme, d. h. wie die Abstände verhalten[2]). Das Gesetz gilt also in gleicher Weise für ganze Magnete wie (als Abstraction) für einzelne Pole. Dass die Kraft ferner mit der Stromstärke (resp. der sich entladenden Elektricitätsmenge) und mit der Polstärke proportional ist, kann man durch Variirung dieser beiden Grössen ermitteln. Damit erhält man das BIOT-SAVART'sche Gesetz für die Kraft K eines unendlich langen geradlinigen Stromes auf einen Magnetpol in der Form

$$K = \frac{cim}{r}.$$

Der Fall eines unendlich langen, geradlinigen Stromes lässt sich in der Praxis natürlich nicht streng, wohl aber thatsächlich realisiren, indem man ihn genügend lang wählt und durch Theile, die in genügender Entfernung von der Magnetnadel verlaufen, zu einem geschlossenen Kreise, der auch die elektromotorische Kraft enthält, vervollständigt.

Magnetisches Feld und Potential eines geraden Stromes. Da ein Magnetpol durch einen geraden Strom eine seitliche Kraftwirkung erfährt und diese Wirkung bei der seitlichen Bewegung des Pols immer weiter andauert, so erhält man als Kraftlinie einen Kreis mit der Strombahn als Axe und als System der Kraftlinien sämmtliche Kreise, deren Ebenen auf der Strombahn senkrecht stehen. Die hierauf senkrechten Niveauflächen sind folglich die sämmtlichen Ebenen, welche die Strombahn enthalten. Man erkennt die Analogie dieser Verhältnisse mit denen einer Wirbelaxe und des diese Axe umgebenden geraden Wirbelfadens (I, pag. 445); man wird sich also auch die von

---

[1]) BIOT und SAVART, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 222. 1820.

[2]) MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 170.

den geradlinigen Strömen ausgehenden Kraftlinien als einen Wirbel vorstellen können.

Es sei hier bemerkt, dass man das magnetische Feld eines Stromes, oder vielmehr einen ebenen Durchschnitt desselben natürlich in ganz derselben Weise wie das Feld von Magneten durch Eisenfeilspäne veranschaulichen und photographisch oder auf andere Art fixiren kann; nur muss man wie dort kräftige Ströme anwenden, um die Mitwirkung des Erdmagnetismus auf ein Minimum zu reduciren. Für einen geradlinigen Strom erhält man in einer ihm parallelen Ebene lauter quergestellte Späne, in einer zu ihm senkrechten Ebene Anordnung in concentrischen Kreisen. Auf einer von Strömen durchflossenen ebenen Platte stellen sich die Späne überall senkrecht zu den Stromlinien, sie stellen also zugleich die elektrischen Niveaulinien dar. Schon 1847 hat KIRCHHOFF[1]) diesen Sachverhalt zur experimentellen Bestimmung der Liniensysteme auf einer durchströmten Platte benutzt, seitdem ist das Verfahren allgemein, auch zur Demonstration, benutzt worden[2]), und noch neuerdings hat LOMMEL[3]) einige derartige Zeichnungen mitgetheilt.

Der Werth des Potentials ergiebt sich unmittelbar aus der bei einer kleinen Verschiebung eines Pols geleisteten Arbeit, nämlich $Krd\alpha$, wenn r der Abstand des Pols von der Strombahn und $d\alpha$ der Winkel ist, den r bei der Verschiebung beschreibt; es ist also $V = const - Kr\alpha = const - cim\alpha$, wo man α von irgend einer durch die Strombahn begrenzten Ebene E aus rechnen darf. Statt dessen kann man, indem man durch den Pol zu dieser Ebene eine parallele E' legt, auch den Complementwinkel β zwischen der Pol-Stromebene und der eben genannten Parallelebene E' einführen und statt dessen endlich die doppelt so grosse scheinbare Grösse ω, unter welcher die vom Strom begrenzte unendliche Halbebene E von dem Pole aus erscheint, d. h. die Grösse des von dem Flächenwinkel β aus einer Einheitskugel herausgeschnittenen Zweiecks. Man findet dann:

$$V = \frac{cim}{2}\,\omega + const.$$

Dieses elektromagnetische Potential hat eine Eigenschaft, welche weder das magnetische noch das elektrische Potential besitzt, und welche den Erscheinungen des Elektromagnetismus ihren eigenthümlichen Charakter verleiht; es ist nicht eindeutig, sondern vieldeutig. Führt man nämlich den Pol einmal im Kreise um den Strom herum, so nimmt wegen der dabei geleisteten Arbeit das Potential um $2\pi r K$, also um $4\pi\frac{cim}{2}$ ab, und bei n-maliger Umkreisung um das n-fache dieses Betrages; es ist also genauer als oben

$$V = \frac{cim}{2}(\omega - 4\pi n).$$

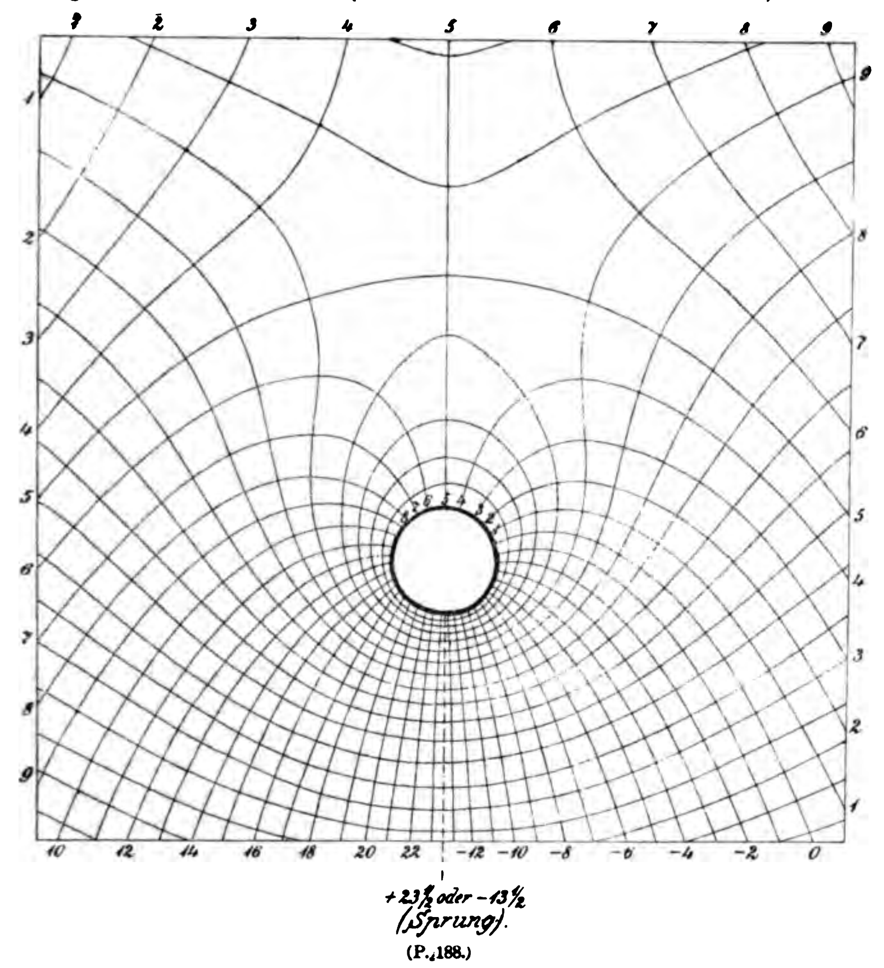
Geradliniger Strom in einem gleichförmigen Magnetfelde. Das von einem Strom erzeugte Feld kann man natürlich ganz nach den früher (pag. 23 ff) angegebenen Regeln einem eigentlichen Magnetfelde superponiren, indem man die beiden Niveauliniensysteme zieht und die neuen Niveaulinien sucht, in denen die Summen beider Potentialwerthe gleiche Beträge haben. Als einfachstes und wichtigstes Beispiel diene die Störung, welche in dem gleichförmigen Felde der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus erzeugt wird, wenn ein unend-

[1]) KIRCHHOFF, vergl. Bd. 3, (1) pag. 197.

[2]) Besonders in den englischen Lehrbüchern findet man sehr zahlreiche Beispiele abgebildet.

[3]) LOMMEL, WIED. Ann. 48, pag. 462. 1893; 49, pag. 539. 1893; 50, pag. 316. 1893.

licher gerader Strom vertical in dasselbe hineingestellt wird. Das eine System von Niveaulinien besteht hier in äquidistanten Parallelgraden, das andere in den vom Stromquerschnitt ausgehenden Radienvectoren; das Ergebniss der Superposition mit Hinzufügung der Kraftlinien ist in Fig. 188 nach MAXWELL[1]) widergegeben; das Feld geht von rechts nach links, der Strom, von welchem nur der Durchschnitt mit der Zeichnungsebene wiedergegeben ist, von oben nach unten. Die Störung ist, wie man sieht, unsymmetrisch; in der oberen Hälfte gehen die Niveaulinien (mit Ziffern 1, 2 u. s. w. bezeichnet) wie sonst



(F. 188.)

weiter, nur dass sie vor dem Strome nach vorn, hinter ihm nach hinten vor ihm ausweichen; in der unteren Hälfte dagegen nimmt das Potential rapide zu, sinkt aber dann plötzlich auf einen sehr niedrigen Werth herab und erhebt sich endlich allmählich wieder zur normalen Höhe. Jede Niveaulinie, von der für $V = -13\frac{1}{2}$ bis zu der für $V = +23\frac{1}{2}$, besteht deshalb aus zwei im Allgemeinen unsymmetrischen Zweigen, von denen der eine beiderseits in die Unendlichkeit, der andere einerseits in diese, andererseits in den Stromleiter mündet. Die Kraftlinien andererseits verlaufen tief unten und hoch oben (in der Zeichnung nicht sichtbar) horizontal, dicht um den Stromleiter in Kreisbahnen, der Ueber-

[1]) MAXWELL, El. u. Mag. 2, pag. 182 u. Tafel 18.

gang von letzteren zu ersteren wird durch, erst geschlossene eiförmige, dann nach oben offene, tulpenförmige Curven gebildet. An diesem Beispiele kann man die Verhältnisse eines combinirten Feldes besonders gut studiren.

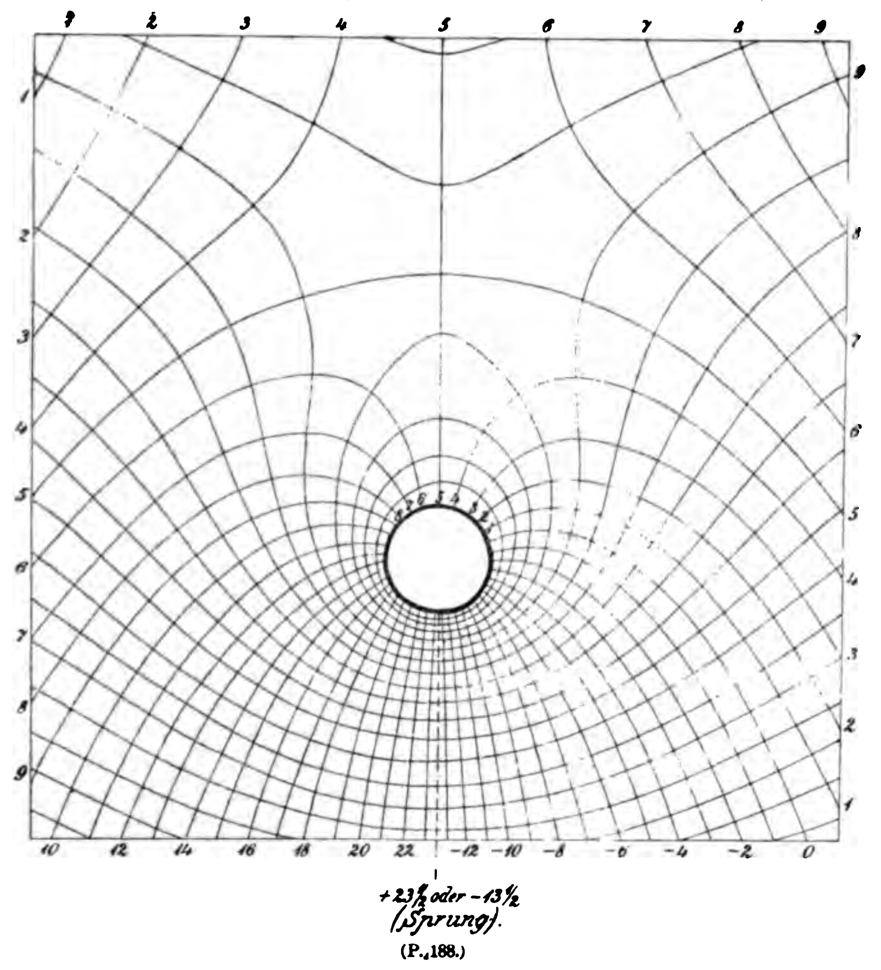
Wirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol. Die oben gemachte Abstraction, durch welche vom ganzen Magneten auf sein Element, einen Pol übergegangen wurde, lässt sich noch weiter führen, indem man auch den Strom in seine Elemente zerlegt und die Wirkung eines einzigen Stromelements, wie es in der Wirklichkeit natürlich nicht existirt, auf einen Pol betrachtet. Man kann sich Anordnungen denken, durch welche man diese Wirkung mehr oder weniger angenähert ermitteln kann, man kann sie aber auch theoretisch durch die Erwägung bestimmen, dass sie durch ein Differential dargestellt sein muss, dessen Integral das BIOT-SAVART'sche Gesetz ergiebt. An Stelle des recikropen r tritt hierbei, wie man sofort einsieht, das reciproke r^2, und ausserdem kommt für ein Stromelement von der Länge dl, das mit der von ihm nach dem Pole gezogenen Linie den Winkel ε bildet, der Faktor $dl \sin \varepsilon$ hinzu; man erhält also das fragliche Elementargesetz in der Form

$$dK = \frac{c m i dl}{r^2} \sin \varepsilon.$$

Aus der Proportionalität von dK mit $dl \sin \varepsilon$ lässt sich übrigens eine interessante Folgerung ziehen, deren durch die Erfahrung gelieferte Bestätigung dann zugleich eine Probe für das Elementargesetz abgiebt; $dl \sin \varepsilon$ ist nämlich die Projection des Stromelements auf die zur Verbindungslinie mit dem Pole senkrechte Richtung; ein mit dieser Projection zusammenfallendes Element würde also eine ebenso grosse Kraft wie das wirkliche ausüben, eine aus lauter irgend wie geformten Zacken oder Biegungen zusammengesetzte Linie also dieselbe Wirkung wie die ihre Endpunkte verbindende gerade Linie, wenn nur die Zacken und Biegungen klein genug sind, um die Entfernung der betreffenden Elemente vom Pole nicht wesentlich zu beeinflussen. Dieser Schluss lässt sich in der That leicht verificiren, und zwar nicht nur für gerade, sondern auch für kreisförmige und andere Stromleiter. Aus dieser Elementarformel kann man noch beliebige, wirklichen Fällen entsprechende Formeln ableiten, indem man sich einerseits statt des Pols ein Polpaar denkt und das Drehungsmoment und die Kräfte in irgend welchen Richtungen ermittelt, und indem man andererseits aus dem Stromelemente geschlossene Ströme von irgend welcher Bahn zusammensetzt. Im Allgemeinen, insbesondere bei ganz frei beweglichen Magneten, werden die Formeln natürlich sehr complicirt, sie haben aber auch nur in bestimmten Fällen Interesse, und unter diesen zeichnen sich wenigstens einige durch relative Einfachheit aus.

Potential eines beliebigen geschlossenen Stromes. Im Anschluss an das Potential eines geradlinigen Stromes kann man leicht auch das Potential eines Winkelstromes, sowie eines Dreieck- oder Vieleckstromes auf einen Magnetpol ableiten, und man findet dann überall den Satz bestätigt, dass das Potential proportional ist der scheinbaren Grösse der betreffenden, von den Strömen eingeschlossenen Flächen vom Pole aus gesehen; bei einem Winkelstrome erstreckt sich diese Fläche, wie bei einem geradlinigen, in die Unendlichkeit, bei den Polygonströmen nicht mehr. Die scheinbare Grösse ist aber natürlich in allen Fällen eine endliche Grösse. Nun kann man jede beliebige, von einem geschlossenen Strome eingefasste Fläche in lauter kleine Dreiecke zerlegen und an Stelle des gegebenen Stromes geeignet gerichtete Ströme um alle diese Dreiecke setzen, da von diesen Strömen alle im Innern

licher gerader Strom vertical in dasselbe hineingestellt wird. Das eine System von Niveaulinien besteht hier in äquidistanten Parallelgraden, das andere in den vom Stromquerschnitt ausgehenden Radienvectoren; das Ergebniss der Superposition mit Hinzufügung der Kraftlinien ist in Fig. 188 nach MAXWELL[1]) widergegeben; das Feld geht von rechts nach links, der Strom, von welchem nur der Durchschnitt mit der Zeichnungsebene wiedergegeben ist, von oben nach unten. Die Störung ist, wie man sieht, unsymmetrisch; in der oberen Hälfte gehen die Niveaulinien (mit Ziffern 1, 2 u. s. w. bezeichnet) wie sonst



(F. 188.)

weiter, nur dass sie vor dem Strome nach vorn, hinter ihm nach hinten vor ihm ausweichen; in der unteren Hälfte dagegen nimmt das Potential rapide zu, sinkt aber dann plötzlich auf einen sehr niedrigen Werth herab und erhebt sich endlich allmählich wieder zur normalen Höhe. Jede Niveaulinie, von der für $V = -13\frac{1}{2}$ bis zu der für $V = +23\frac{1}{2}$, besteht deshalb aus zwei im Allgemeinen unsymmetrischen Zweigen, von denen der eine beiderseits in die Unendlichkeit, der andere einerseits in diese, andererseits in den Stromleiter mündet. Die Kraftlinien andererseits verlaufen tief unten und hoch oben (in der Zeichnung nicht sichtbar) horizontal, dicht um den Stromleiter in Kreisbahnen, der Ueber-

[1]) MAXWELL, El. u. Mag. 2, pag. 182 u. Tafel 18.

portional ist; dass endlich für Magnete von endlicher Länge Correctionsglieder hinzutreten werden, und überdies ausser dem Drehungsmoment noch eine aus der verschiedenen Entfernung der Pole resultirende Anziehungs- oder Abstossungskraft auftritt. Alle diese Verhältnisse sind schon in Bd. III 1, pag. 207—216 entwickelt worden, als es sich um die Wirkungsweise der Tangentenbussole als Messinstrument für elektrische Ströme handelte. In Fig. 189 ist ein Theil des halben Axialschnittes des Feldes eines Kreisstromes nach THOMSON und MAXWELL dargestellt; der Strom steht auf der Zeichnung senkrecht, einer seiner Schnitte ist die weisse Kreisfläche.

Wenn der Pol nicht auf der Axe des Kreises liegt, wird die Entfernung der einzelnen Stromelemente von ihm verschieden und in Folge dessen werden die Formeln complicirter. Von Wichtigkeit sind aber nur einige Fälle resp. Anwendungen, so der schon oben erwähnte Fall einer Nadel von endlicher Länge, deren Mittelpunkt zwar auf der Axe liegt, deren Pole aber eben deshalb bereits in einem gewissen Abstande von der Axe liegen; dieser Fall ist ebenfalls a. a. O. behandelt worden. Ferner wurde dort auch der Fall erörtert, dass bei horizontal gedachter Axe, die Kreisebene gegen die Verticale geneigt wird, so dass der Pol oder die Nadel nun nicht mehr auf der Axe, sondern unsymmetrisch nach der Seite hin liegen. Es genüge daher, hier noch den Fall anzuführen, in welchem der Pol resp. die Nadel in einer Kreisebene, aber ausserhalb der Kreislinie so liegt, dass die Magnetaxe mit der Fortsetzung eines Kreisradius zusammenfällt. Ist l_1 die Entfernung des Pols vom Kreiscentrum, so ist die Kraft, welche von einem in der Poldistanz φ liegenden Stromelemente ausgeht:

$$dK = \frac{c\,i\,m(l_1 \cos\varphi - a)}{(a^2 + l_1^2 + 2al_1 \cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}\, a\,d\varphi,$$

und das ist von 0 bis 2π zu integriren. Ebenso ist für den anderen Pol, dessen Entfernung l_2 sei, zu verfahren. Entwickelt man schliesslich, wie in ähnlichen früher behandelten Fällen, nach Potenzen des als klein angenommenen Verhältnisses $l : r$ (Länge des Magneten zur Entfernung seines Mittelpunktes vom Kreismittelpunkte), d. h. des Verhältnisses $l_2 - l_1 : (l_1 + l_2)/2$, so gelangt man schliesslich, wenn M das Moment des Magneten und F die Kreisfläche ist, zu dem Drehungsmoment

$$D = \frac{2iFM}{r^3}.$$

Dieses Drehungsmoment ist also umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung des Nadelmittelpunktes vom Kreismittelpunkte; es hat also einen ähnlichen, aber nicht denselben Werth wie für den Fall axialer Lage des Magneten (Bd. III, 1, pag. 209).

Wirkung von Spulen[1]). Hat man nicht einen einzigen, sondern mehrere Kreisströme, so gelangt man zu Wirkungen, die erstens kräftiger sind, zweitens aber die Möglichkeit eröffnen, das erzeugte magnetische Feld in beliebiger Weise zu gestalten und es insbesondere auch dem Charakter der Gleichförmigkeit mehr oder weniger zu nähern. Sind die Windungen einander, im Vergleich zum Abstande der Pole, unmittelbar benachbart, so kann man einfach summiren und erhält dann dieselbe Formel wie oben, nur dass jetzt F die Summe aller Flächen bedeutet. In der Praxis vereinigt man natürlich meist alle Kreisbahnen

[1]) HÄDENKAMP, POGG. Ann. 78, pag. 59. 1849. — MAXWELL, El. und Magn. 2, pag. 417. — STUART, Phil. Mag. (4) 45, pag. 219. 1873. — STEFAN, Wien. Ber. 69 (2), pag. 165. 1874 und viele Andere.

zu einer einzigen spiraligen Bahn, bei welcher die einzelnen Umgänge nur äusserst wenig von der Kreisgestalt abweichen; F heisst dann die Windungsfläche, von deren Bedeutung für die Strommessung und von deren Ermittelung ebenfalls schon die Rede gewesen ist (pag. 233).

Sind die verschiedenen Kreisströme zwar noch concentrisch, aber einander nicht mehr unendlich benachbart, so muss man ihre verschiedenen Radien berücksichtigen, kann dann aber ohne Schwierigkeit ihre Wirkungen auf ein axiales Theilchen ermitteln; Fälle dieser Art sind die mehrerer concentrischer Kreisströme sowie einer ebenen Spirale, so lange man deren einzelne Umgänge näherungsweise als Kreise betrachten kann. Wichtiger sind die Fälle, in welchen die verschiedenen Kreise nicht in einer und derselben Ebene, ihre Mittelpunkte aber auf der Axe liegen. Ein solcher Fall, der zweier paralleler gleich grosser Kreisströme oder eines nach Art eines Doppelkegels angeordneten Systems solcher, in deren Mittelpunkten resp. Scheitelpunkten die Nadel schwebt, ist am angeführten Orte erörtert und dabei gezeigt worden, dass hier in der Umgebung der Nadel ein recht gleichförmiges Feld entsteht (Fig. 47, Bd. III, 1, pag. 213), was zur Construction der HELMHOLTZ'schen und GAUGAIN'schen Bussole Anlass gegeben hat.

Am wichtigsten ist der Fall einer cylindrischen Spule, in deren Axe sich der Pol befindet. Diesen Fall kann man in verschiedener Weise behandeln, entweder indem man die Spule als ein System paralleler Kreisströme betrachtet und die Formel für letztere anwendet oder, was genauer ist, indem man sie als wirkliche Spule betrachtet und von der Formel für ein Stromelement ausgeht. Denkt man sich den Draht, der die Spule bildet, von ihren letzten Windungen durch die Axe oder auf einem dieser parallelen Wege wieder zum Anfang zurückgeführt, so wird hierdurch die Wirkung derjenigen Componenten jedes Stromelements, welche parallel zur Axe liegen, aufgehoben, und es kommen folglich nur die Componenten senkrecht zur Axe in Betracht. Für die in der Richtung der Axe auf den Pol ausgeübte Kraft X findet man dann:

$$X = \frac{cim}{a} \, ctg \, \varepsilon \left[\frac{x+l}{\sqrt{a^2+(x+l)^2}} - \frac{x-l}{\sqrt{a^2+(x-l)^2}} \right].$$

Hierin ist $2l$ die Länge, a der Radius der Spule, ε der Steigungswinkel des Spulendrahtes und x der Abstand des Poles vom Mittelpunkte der Spule. Wenn die Spule eng gewunden, ε also sehr klein ist, und wenn die Spule n Windungen hat, so kann man dafür auch schreiben:

$$X = \frac{\pi cimn}{l} \left[\frac{x+l}{\sqrt{a^2+(x+l)^2}} - \frac{x-l}{\sqrt{a^2+(x-l)^2}} \right].$$

Sieht man von der Klammergrösse ab, so kann man also sagen, dass die von der Spule ausgehende Kraft auf einen Magnetpol der Stromstärke, der Polstärke und der auf die Einheit der Axenlänge entfallenden Zahl von Windungen proportional ist. Eine dritte Form für X erhält man durch Einführung der Winkel φ_1 und φ_2, unter welchen, von dem zunächst ausserhalb der Spule liegend gedachten Pole aus gesehen, der Radius der vordersten und der der hintersten Windung erscheint. Man hat dann

$$X = \frac{\pi cimn}{l} (cos \, \varphi_1 - cos \, \varphi_2).$$

Von dieser Formel kann man übrigens mit Leichtigkeit zu der für das Potential V übergehen, indem man statt der Cosinus die Sinus einführt, und man

sieht dann, dass auch hier die scheinbare Grösse auftritt. Auch hier erhält man also die einfachste Ausdrucksweise der elektromagnetischen Wirkung durch Einführung der scheinbaren Grösse, indem man sagt: Das Potential einer Spule ist proportional der Differenz der scheinbaren Grösse der vordersten und der hintersten Kreisfläche, vom Pole aus gesehen. Ist die Spule im Vergleich zum Abstande des Poles von der Vorderfläche sehr lang, so kann man das zweite Glied in dem Ausdrucke für X einfach gleich 1 setzen, das Potential wird dann geradezu proportional der scheinbaren Grösse der Vorderfläche. Liegt analog für eine beliebige Rolle der Pol in der vorderen Fläche, so wird in dem dritten Ausdrucke für X das erste Glied $\cos\varphi_1 = 0$, also in dem besonderen Falle einer sehr langen Rolle $X = -\pi cimn/l$; liegt der Pol im Innern der Spule, so kann man sich diese aus zwei Spulen zu seinen beiden Seiten, für deren jede der Pol in der vorderen Fläche liegt, zusammengesetzt denken, und findet dann statt der Differenz in obiger Klammer die entsprechende Summe; diese Summe wird schliesslich am grössten, wenn der Pol im Mittelpunkte der Spule liegt; führt man für diesen Fall die Diagonale $2d$ der Spule in die zweite Formel für X ein, so erhält man einfach

$$X = \frac{2\pi cimn}{d}.$$

Man kann nun endlich noch die beiden Fälle der ebenen Spirale und der cylindrischen Spule combiniren und erhält dann den Fall einer Spule von mehreren Lagen und, in jeder Lage, mehreren Windungen; die Wirkung einer solchen Spule hängt von ihrer Länge, ihrem äusseren und inneren Radius und der Gesammtzahl der Windungen ab. Eine Berechnung des Potentials für diesen Fall findet man u. A. bei MAXWELL, für beliebige (nicht axiale) Lage des Poles bei STUART; einige Formeln, die sich auf ihn beziehen, in Bd. III, 1, pag. 234 dieses Handbuches. Hierbei ist angenommen, dass die innere und die äussere Begrenzung der Spule eine Cylinderfläche sei, und diese Form genügt auch, um, wenn die Rolle nur genügend lang ist, in ihrem mittleren Theile ein gleichförmiges Feld zu erzeugen. Ist z. B. die Spule 40mal so lang wie dick, so ist nach einer von W. WEBER[1]) durchgeführten Rechnung die Kraft auf mehr als $\frac{7}{8}$ ihrer Länge bis auf $1\frac{0}{0}$, und auf $\frac{5}{8}$ ihrer Länge sogar bis auf 1 Promille constant. Will man diesen Zweck erreichen, ohne die Rolle so lang nehmen zu müssen, so muss man sie nicht auf einen Cylinder, sondern auf eine Kugel oder ein Ellipsoid wickeln, und zwar so, dass auf die Längeneinheit der Axe überall die gleiche Zahl von Windungen entfällt. Der hierauf basirte, zu absoluten Messungen sehr geeignete Tangentenmultiplikator von RIECKE ist in Bd. III 1, pag. 214 besprochen worden. Eine andere Aufgabe ist die, diejenige Form der Spule zu ermitteln, für welche die Wirkung unter gewissen gegebenen Bedingungen am günstigsten ausfällt; hierüber vergleiche man das Bd. III 1, pag. 235 Angedeutete und die dazu gehörige Fig. 56.

Aequivalenz von Strömen und Magneten.

Die Wahrnehmung, dass für das Potential von Strömen auf Magnetpole die scheinbare Grösse gewisser Flächen maassgebend ist, führt zu einer überaus interessanten und wichtigen Folgerung. Ganz dieselbe Grösse tritt nämlich bei der Wirkung magnetischer Gebilde auf Pole auf, insbesondere bei der Wirkung einer magnetischen Schale (pag. 40) nach dem Satze von GAUSS. Man kann

---

[1]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbest. 3, pag. 546. 1852.

hiernach zunächst ganz allgemein den Satz aufstellen, dass in Bezug auf die äussere magnetische Wirkung jedes Stromgebilde mit einem bestimmten magnetischen Gebilde äquivalent ist, und man kann diesen Satz dann leicht für die verschiedenen Gebilde solcher Art specialisiren. So ist 1) ein geschlossener Strom äquivalent einer einfachen Schale, die, im Uebrigen von willkürlicher Gestalt, die Stromlinie zum Rand hat; 2) ein geradliniger Strom äquivalent einer magnetischen Schale, die sich von der Stromlinie als Rand aus in die Unendlichkeit erstreckt; 3) ein unendlich kleiner geschlossener Strom äquivalent einem einfachen Polpaare, dessen Axe auf der Stromebene senkrecht steht; 4) ein cylindrisch aneinander gereihtes System solcher unendlich kleiner, gleich starker, gleich grosser und gleich weit von einander abstehender Kreisströme, ein sogen. Solenoid, äquivalent einem einfachen Faden; 5) ein nach der einen Seite unbegrenztes derartiges Solenoid äquivalent einem Magnetpol; endlich 6) eine beliebige Spule äquivalent einem bestimmten Magneten, dessen Form und Vertheilungsverhältnisse der Spule entsprechende sind, also z. B. eine cylindrische Spule einem solenoidalen Magneten.

Zu diesen Aequivalenzsätzen sind noch einige Bemerkungen zu machen. 1) Das Potential eines geschlossenen Stromes ist für den Einheitspol $\frac{ci}{2}\omega$, d. h. gleich dem Produkte aus der scheinbaren Grösse und einem Faktor; bei einer magnetischen Schale ist dieser Faktor die magnetische Stärke der Schale (pag. 41), und man kann ganz entsprechend bei einem geschlossenen Strom den Faktor als Stromstärke bezeichnen, wenn man diese eben hierdurch definirt. Dieses Maass der Stromstärke heisst das elektromagnetische, und die Exaktheit und Bequemlichkeit der elektromagnetischen Messmethoden hat es mit sich gebracht, dass es das am meisten übliche Maass für elektrische Ströme geworden ist; nur hat man es noch durch 10 dividirt und nennt es alsdann AMPÈRE; näheres hierüber findet man in dem Artikel über elektrische Maassbestimmungen (s. w. u.). Das Produkt der Stromstärke in die Zahl der Windungen wird, besonders in der Technik, AMPÈRE-Windung genannt. Mit Anwendung dieses Strommaasses hat man nunmehr:

$$V = im\omega + const.$$

2) In Analogie mit Früherem kann man V auch in der Form schreiben:

$$V = im\int ds \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n},$$

wo ds ein Element einer vom Strome eingeschlossenen Fläche, n die Normale desselben und r seine Entfernung vom Pole ist.

3) Zur Vervollständigung der Aequivalenz ist noch zu ermitteln, welche Seiten einander entsprechen; zu diesem Zwecke braucht man nur die AMPÈRE'sche Regel auf die verschiedenen obigen Formeln anzuwenden und erhält dann die folgenden Formulirungen: Wenn man in einem geschlossenen Strom oder einer Stromspule sich schwimmend denkt und dabei in das Innere hineinsieht, entspricht die Seite oder das Ende der Spule, das man zur Linken hat, der Nordseite einer Schale resp. dem Nordpole eines Magneten, die rechte Seite resp. das rechte Ende der Südseite resp. dem Südpole. Oder: Diejenige Seite eines geschlossenen Stromes, bei deren Betrachtung man den Strom dem Uhrzeiger entgegen kreisen sehen würde, ist der Nordseite, die andere der Südseite einer magnetischen Schale äquivalent, jene kann also als Nordseite des Stromes, diese als seine Südseite bezeichnet werden; ebenso für das Nordende und Südende einer Spule. Oder

umgekehrt: Steht man auf der Nordfläche einer Schale und sieht man den äquivalenten, am Rande hinfliessenden Strom an, so fliesst dieser von rechts nach links. Damit bestimmt sich dann auch der Sinn der Normale n in obiger Formel. Denkt man sich nämlich im Strome so liegend, dass er von den Füssen nach dem Kopfe geht, und dass man die vom Strome begrenzte Fläche zur Linken hat: dann geht die Normale n nach hinten.

4) Endlich ist hervorzuheben, dass die Aequivalenz zwischen den Strömen und Magneten keine uneingeschränkte ist. Betrachtet man nämlich zuerst einen einfachen geschlossenen Strom und die entsprechende einfache Schale, so ist das Potential des ersteren für den Pol 1 überall gleich $i\omega$, es ändert sich stetig, wenn der Pol verschoben wird, auch wenn er hierbei durch die von dem Strome eingeschlossene Fläche hindurchgeht (nur darf er nicht in die Stromlinie selbst hineingerathen), und es ist andererseits in einem und demselben Punkte vieldeutig, wobei die einzelnen Werthe sich um je $4\pi i$ unterscheiden. Dagegen ist das Potential der Schale nur im äusseren Raume gleich $J\omega$, wenn J die Stärke der Magnetisirung der Schale ist, im Inneren, d. h. zwischen den beiden Schaalenoberflächen, hat es dagegen andere Werthe (vergl. pag. 41); es ist ferner unstetig, insofern seine Werthe für Punkte, die unendlich dicht zu beiden Seiten der Schale einander gegenüber liegen, um $4\pi J$ verschieden sind, und es ist drittens überall eindeutig. Dem ähnlich verhält es sich bei einer Spule im Vergleich zu einem Magneten; die Wirkung nach aussen kann bei beiden durch die Endbelegungen oder Pole repräsentirt werden; will man die Vergleichung auch auf das Innere übertragen, so muss man eventuell auf den Begriff der magnetischen Induction U (pag. 145) zurückgreifen und diesen dann auf die elektromagnetische Kraft übertragen. Dabei sei noch bemerkt, dass man nicht etwa die Spule, weil sie innen hohl ist, mit einem hohlen Magneten vergleichen darf; man überzeugt sich vielmehr leicht, dass die Wirkungen beider Gebilde im Innern durchaus nicht gleich, sondern in gewissem Sinne geradezu entgegengesetzt sind.

Man kann von der Aequivalenz zwischen Strömen und Magneten einen doppelten Gebrauch machen, indem man entweder Magnete an die Stelle von Strömen oder Ströme an die Stelle von Magneten setzt; meist wird sich aus klar liegenden Gründen das Erstere empfehlen.

AMPÈRE'sche Theorie des Magnetismus. Eine äusserst sinnreiche Anwendung der besprochenen Aequivalenz, nicht in praktischer, sondern in theoretischer Richtung, hat AMPÈRE gemacht, indem er, wie schon auf pag. 161 erwähnt worden ist, die Hypothese aufstellte, dass der Magnetismus nicht eine besondere Erscheinung sei, sondern auf unendlich kleinen, die Theilchen der Körper umkreisenden Strömen beruhe[1]). Es wird also gewissermaassen jeder der magnetischen Fäden, in welche der Magnet zerlegt werden kann, durch ein Solenoid ersetzt. Einfacher wäre es ja, den ganzen Magneten von Strömen umkreist werden zu lassen, aber dann würde die Aequivalenz für das Innere nicht stattfinden, und es würden auch andere Schwierigkeiten auftreten. Wie es nun zwei verschiedene magnetische Theorien des Magnetismus giebt, so sind auch zwei elektrische denkbar, bei deren einer, der Scheidungshypothese entsprechenden, die AMPÈRE'schen Ströme erst bei der Magnetisirung durch elektrische Induction erregt, bei deren anderer, der Drehungshypothese entsprechenden, sie stets cirku-

[1]) AMPÈRE, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 70 und 170. 1820; Mem. s. l. th. d. phén. electrodyn. Paris 1826, pag. 323.

liren, durch den Akt der Magnetisirung aber in Folge von elektrodynamischen Wechselwirkungen (s. Art. »Elektrodynamik«) gerichtet werden; man kann auch beide Hypothesen combiniren und annehmen, dass beim Magnetisiren die Stärke und Richtung der schon vorhandenen Ströme verändert wird. Die Entscheidung zwischen beiden Annahmen, resp. die Entscheidung darüber, welche von beiden Wirkungen überwiege, lässt sich durch die erfahrungsmässige Richtung der entstehenden Magnetisirung resp. der mit ihr äquivalenten Molekularströme geben, da diese Richtung durch Induction die entgegengesetzte wie durch elektrodynamische Drehung werden muss, und es stellt sich dabei, wie schon beim Diamagnetismus (pag. 223) ausgeführt worden ist, heraus, dass bei den paramagnetischen Stoffen die elektrodynamische, bei den diamagnetischen die Inductionswirkung als die überwiegende angenommen werden muss.

Wirkung von Magneten auf elektrische Ströme.

Dass, wie elektrische Ströme auf Magnete, auch Magnete auf elektrische Ströme wirken, lässt sich nunmehr auf die verschiedenste Weise schon *a priori* erwarten: auf Grund des Princips von Wirkung und Gegenwirkung, auf Grund der Aequivalenz der Ströme mit den Magneten oder auf Grund der AMPÈRE'schen Vorstellung vom Magnetismus. Dabei wird man nicht nur schliessen dürfen, dass diese Wirkungen vorhanden sind, sondern auch ihre Gesetze angeben können. Die folgenden Angaben können sich daher auf die früheren beziehen und somit kurz gefasst werden.

Die meisten bezüglichen Experimente rühren schon von AMPÈRE[1]) her. Er bediente sich dazu eines zugleich zur Stromzufuhr dienenden Doppelstativs, das in zwei mit Quecksilber gefüllte Näpfchen endete; in diesen Näpfchen schwebte auf zwei Spitzen der zu den Versuchen dienende Stromleiter, der auf diese Weise ziemlich beweglich ist. Statt dessen kann man ihn auch mit Hilfe eines Korkes schwimmend anordnen. Für feine Messungen muss man aber den Stromleiter an einem oder zwei möglicht langen Metallfäden, durch die man den Strom zuführt, aufhängen.

Die Wirkung eines Poles auf ein Stromelement ist nach der Geichung auf pag. 302, wenn jetzt die Constante $c = 1$ gesetzt, also das elektromagnetische Maasssystem benutzt wird:

$$dK = \frac{im}{r^2}\, dl \sin \varepsilon.$$

Hierin ist der Faktor $\frac{m}{r^2}$ das Feld des Poles; für ein von beliebigen magnetischen Massen herrührendes Feld, dessen Stärke am Orte des Stromelementes R ist, gilt dann die allgemeine Gleichung:

$$dK = R i dl \sin \varepsilon,$$

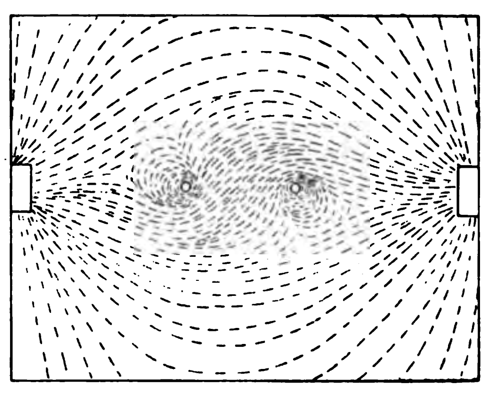
die man folgendermaassen in Worten aussprechen kann: Die Kraft, die ein Stromelement in einem magnetischen Felde erfährt, ist gleich dem Produkte der Stromstärke in die Grösse des aus dem Elemente und einer das Feld nach Richtung und Stärke darstellenden Geraden construirten Parallelogramms. Auf der Ebene dieses Parallelogramms steht die Kraft senkrecht, und ihr Sinn wird durch die der AMPÈRE'schen Regel entsprechende bestimmt: Denkt man sich in dem Stromelemente schwimmend und nach der Kraftrichtung hinsehend, so ist die Kraft nach links gerichtet. Statt dessen kann man hier auch folgende Regel

[1]) AMPÈRE, a. a. O. — Ferner DAVY, Tr. R. Soc. 1821, pag. 17. — DE LA RIVE, GILB. Ann. 71, pag. 120. 1822.

benutzen: Stellt man einen Korkzieher üblicher Art auf die von dem Element und der Feldrichtung gebildete Ebene senkrecht auf und dreht ihn auf dem kürzesten Wege aus der Stromrichtung in die Feldrichtung, so giebt die Auf- oder Niederbewegung der Axe des Korkziehers die Richtung der Kraft an. Die Kraft ist am grössten, wenn das Stromelement auf der Feldrichtung senkrecht steht, sie ist null, wenn es in die Feldrichtung hineinfällt. In jedem Falle, ausgenommen den letztgenannten, wird sich also das Stromelement durch das Feld, quer zu den Kraftlinien, bewegen. Dasselbe gilt von einem endlichen oder unendlich langen gradlinigen Strome, und man kann nach Obigem leicht die Richtung angeben, in der er sich bewegen wird; beispielsweise wird sich der in Fig. 188 durch seinen Querschnitt dargestellte, von oben nach unten fliessende Strom in dem von rechts nach links gerichteten Felde von der unteren Zeichnungshälfte nach der oberen bewegen, oder anders ausgedrückt: Im Felde der Erde bewegt sich ein von oben nach unten fliessender Strom nach Osten, ein von unten nach oben fliessender nach Westen.

Es möge hier eingeschaltet werden, dass der Magnetismus unter Umständen auch auf statische Elektricität einwirkt und überhaupt auf Elektricität in irgend welchem Zustande (vergl. z. B. Einwirkung auf elektrische Entladung am Schlusse des Art.) Mit Rücksicht hierauf ist die Berechnung der Wirkung des Magnetismus auf ein elektrisches Theilchen, wie sie RIECKE[1]) durchgeführt hat, von Wichtigkeit. Es ergiebt sich dabei, dass die Geschwindigkeit des Theilchens constant ist, und im Besonderen für ein homogenes Magnetfeld, dass das Theilchen eine Schraubenlinie beschreibt, deren Axe dem Felde parallel ist.

Hat man einen geschlossenen Strom irgend welcher Gestalt, z. B. einen Kreisstrom, so sieht man nach dem Gesagten unmittelbar ein, dass dieser sich im gleichförmigen, magnetischen Felde nicht fortbewegen, sondern drehen wird, und zwar lo lange, bis die entgegengesetzten Wirkungen auf die von entgegengesetzten Strömen durchflossenen Elemente sich aufheben. Offenbar ist dies bei symmetrischer Lage der Fall, der Kreisstrom wird sich also mit seiner Ebene senkrecht gegen das Feld stellen, was auch schon unmittelbar aus der Aequivalenz mit der magnetischen Schale folgt. In Fig. 190 sind die Kraftlinien dargestellt in dem Augenblicke, wo der Kreis mit seiner Ebene noch in der Feldrichtung liegt, also ehe er sich gedreht hat; wie man erkennt, sind hier die Kraftlinien nicht, wie bei Fig. 188 und 189 berechnet, sondern experimentell mit Hilfe von Eisenfeilicht hergestellt worden.



(F. 190.)

MAXWELL'scher Satz. Man kann die Einstellung eines geschlossenen Stromes am anschaulichsten durch den folgenden, von GAUSS aufgestellten, aber erst durch MAXWELL weiter entwickelten und fruchtbar gemachten Satz charakterisiren: Ein geschlossener Strom stellt sich im magnetischen Felde so ein, dass die Zahl der durch ihn hindurch gehenden Kraftlinien ein Maximum ist.

[1]) RIECKE, WIED. Ann. 13, pag. 191. 1881.

Dieser Satz erweist seine Brauchbarkeit nicht nur für gleichförmige, sondern auch für ungleichförimige Felder, und er lässt erkennen, dass in solchen nicht nur Drehungen, sondern auch Verschiebungen des Stromkreises eintreten werden, also Anziehungen oder Abstossungen nach oder von gewissen Stellen des Feldes her. Man kann das durch sehr zahlreiche Experimente verfolgen, in denen z. B. ein beweglicher Stromkreis über einen genäherten Magnetstab hinüberschiebt oder von ihm abgestossen wird u. s. w.

Ebenso wie ein Kreisstrom wird sich natürlich auch eine Spule einstellen, d. h. sie wird ihre Axe dem Felde parallel einstellen, gerade wie ein Magnet. Die Einstellung wird desto sicherer und energischer erfolgen, je stärker der Strom, je stärker das Feld und je grösser die Zahl der Windungen ist. Aber auch schon im gewöhnlichen Felde des Erdmagnetismus stellt sich eine bifilar aufgehängte oder mittelst Spitzen in Quecksilbernäpfchen schwebende Spule axial ein. Man kann dann mit dieser Spule alle Experimente anstellen, welche man mit Magneten anzustellen gewöhnt ist, und erhält stets den entsprechenden Erfolg. Insbesondere wird sich eine solche Spule unter Einwirkung des Erdmagnetismus und eines dazu senkrechten künstlichen Feldes (oder auch einer mechanischen Richtkraft) unter einem gewissen Winkel einstellen. Hierauf beruhen z. B. die Galvanometer mit festem Magnet und beweglicher Spule (vergl. Bd. III (1), pag. 231).

Wirkung des Erdmagnetismus auf Ströme. Bei den obigen Betrachtungen ist zunächst an künstliche Magnete gedacht, aber sie gelten natürlich ebenso auch vom Erdmagnetismus, sowohl im Ganzen als von seinen Componenten; ist der Stromleiter vertikal gerichtet, so kommt die Horizontalcomponente H, ist er horizontal gerichtet, so kommt die Verticalcomponente V des Erdmagnetismus in Betracht. Gehört das Stromelement ds einem längeren horizontalen geraden Leiter l an, der um eine durch seinen Anfangspunkt gehende vertikale Axe drehbar ist, so ist das auf ihn ausgeübte Drehungsmoment $\frac{1}{2}Vil^2$. Riecke[1]) hat diese Formel mit Hilfe eines sinnreichen Apparates zu prüfen unternommen. In ein mit Kupfervitriol gefülltes Gefäss hängt einerseits von oben eine drehbare Kupferscheibe herab und ragt andererseits von unten eine feste Kupferscheibe herauf; beide Scheiben sind überall nicht-leitend bedeckt, nur auf den einander zugekehrten Seiten ist je ein ringförmiger Streifen blank gelassen; ein durch den Aufhängedraht durchgeführter Strom geht dann von dem Rand der oberen Scheibe zu dem der unteren und dann durch den Boden des Gefässes weiter. Versteht man jetzt unter l den mittleren Radius der blanken Ringstreifen, unter δ ihre halbe Breite, unter D die Directionskraft der Torsion, so ist der Drehungswinkel der beweglichen Scheibe unter Einfluss des Erdmagnetismus durch die Gleichung

$$\varphi = \frac{Vil^2}{2D}\left(1 + \frac{\delta^2}{l^2}\right)$$

bestimmt. Die so berechneten Werthe erwiesen sich als mit den beobachteten hinreichend übereinstimmend. Ist auf diese Weise die Theorie bestätigt, so liefert nunmehr der Apparat von Riecke eine Methode zur Bestimmung von V, und in diesem Sinne ist er schon früher (pag. 83) erwähnt worden.

Deformation durch elektromagnetische Wechselwirkung. Wenn von den beiden auf einander wirkenden Gebilden das eine fest, das andere aber

[1]) Riecke, Wied. Ann. 13, pag. 194. 1881. Vergl. auch Krüger, Wied. Ann. 28, pag. 613. 1886.

mit einzelnen Theilen fest, mit anderen beweglich und zugleich deformirbar ist, so wird es nach dem obigen auch wirklich deformirt werden. Es kann diese Deformation z. B. in einer spiraligen Torsion bestehen (dünner Magnetdraht), oder in einer Durchbiegung (draht- oder plattenförmiger Stromleiter). Letztere Erscheinung ist u. A. von CUMMING[1]), LE ROUX[2]), GORE[3]), besonders aber von RIECKE[4]) experimentell verfolgt worden, und zwar an Goldblättchen, Platindrähten u. s. w. Die entstehenden Curven kann man »elektromagnetische Kettenlinien« nennen. RIECKE hat auch die Theorie gegeben, die dann von LAMPRECHT[5]) verallgemeinert worden ist. Hier sei aus dieser Theorie nur angeführt, dass im homogenen Felde eine Kreislinie entsteht, im nichthomogenen dagegen die Krümmung der elastischen Curve desto grösser ist, je stärker das Feld daselbst ist. (Vergl. auch den Schluss des Artikels).

Hierher gehört auch die Einwirkung von Magneten auf flüssige, stromdurchflossene Leiter, z. B. auf Flüssigkeitsstrahlen. Ein Quecksilberstrahl wird, solange er zusammenhängend ist, nach S. P. THOMPSON[6]) u. A. zwischen den Schenkeln eines Hufeisenmagneten abgelenkt und deformirt. (Ueber die Rotation von Flüssigkeiten vergl. weiter unten).

Elektromagnetische Rotations- und Schwingungsapparate.

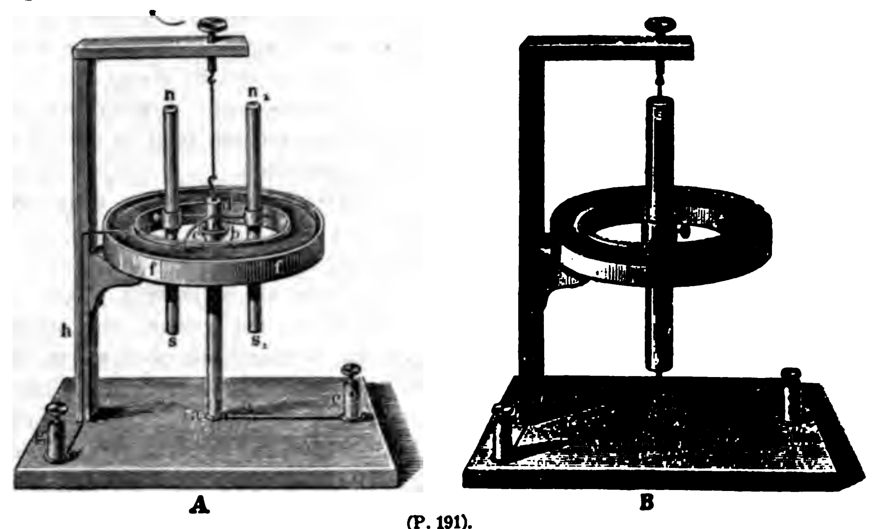
Der Umstand, dass die elektromagnetische Wirkung von seitlichem, drehendem Charakter ist, lässt die Möglichkeit erkennen, durch Aufwand elektrischer und magnetischer Energie rotirende Bewegungen zu erzeugen; in der That haben die elektromagnetischen Rotationsapparate schon seit langer Zeit in der Physik und seit einiger Zeit ganz besonders in der Elektrotechnik das Interesse auf sich gelenkt; man kann dabei, wie man es früher meist gethan hat, zwischen elektromagnetischen Apparaten, bei denen feste Stromleiter Magnete in Rotation versetzen, und magnetelektrischen Apparaten, bei denen feste Magnete Stromleiter in Rotation setzen, unterscheiden, ohne dass hierbei jedoch ein wesentlicher Punkt der Unterscheidung getroffen würde.

Am einfachsten würde man einen Rotationsapparat mit Hilfe eines festen Stromes und eines freien Magnetpols erhalten; nach der AMPÈRE'schen Regel würde dieser, je nachdem er ein Nordpol oder ein Südpol ist, den Strom links herum oder rechts herum umkreisen. Eben weil diese beiden Tendenzen entgegengesetzt sind, kommt eine wirkliche Magnetnadel in Querstellung zur Ruhe, in einer Stellung, in welcher der eine Pol so weit wie möglich nach links, der andere so weit wie möglich nach rechts abgelenkt ist. Es ist auch schon *a priori* einleuchtend, dass ein Magnet nicht fortwährend um einen Strom rotiren kann, da, wenn beide wieder die ursprüngliche Lage zu einander eingenommen haben, die Arbeit Null ist. Dieser Fall ist jedoch insofern ein extremer, als dabei angenommen ist, dass der Magnet als solcher durchaus starr ist, sich also nur als Ganzes bewegen kann. Ist dies nicht der Fall, ist der Magnet im Gegentheil ideal biegsam, so wird die Erscheinung sich ganz anders gestalten: Der Nordpol des ursprünglich dem Stromleiter parallel gedachten Magneten wird links herum, der Südpol rechts herum den Stromleiter um-

[1]) CUMMING, Phil. Mag. 8. 1824.
[2]) LE ROUX, Ann. Chim. Phys. (3) 61, pag. 409. 1860.
[3]) GORE, Phil. Mag. (4) 48, pag. 39. 1874.
[4]) RIECKE, WIED. Ann. 23, pag. 252. 1884.
[5]) LAMPRECHT, WIED. Ann. 25, pag. 71. 1885.
[6]) S. P. THOMPSON, Phil. Mag. (5) 8, pag. 505. 1879.

schliessen, sodass der Magnet den Stromleiter schliesslich als Spirale umgiebt. Die Verwirklichung einer derartigen Rotation ist natürlich nicht möglich, höchstens wäre eine schwache Andeutung derselben mit starken Strömen und sehr leicht biegsamen magnetisirten Drähten zu erzielen.

Man kann aber auch anders verfahren, indem man den starren Magneten beibehält, dafür aber den Stromleiter veränderlich macht, was mit Hilfe flüssiger Stromstücke, durch Anwendung von Gleitstellen (veränderlichen Uebergangsstellen, Schleifcontakten) u. s. w. (event. auch durch Unterbrechung des Stromes zu geeigneten Zeiten und in geeigneter, die Erscheinung nicht zum Stillstand



(P. 191).

bringender Weise) ohne erhebliche Schwierigkeit zu erreichen ist. Es rotirt dann eben nicht ein geschlossener Strom, sondern nur ein Stromstück, resp. der Magnet rotirt nicht um den geschlossenen Strom, sondern nur um ein Stromstück. Auf diesem Gedanken beruhen die zahlreichen Rotationsapparate, von denen hier nur einige typische Vertreter kurz angeführt sein mögen; die meisten von ihnen sind zuerst in den Jahren 1821—1823 von FARADAY[1]) oder AMPÈRE[2]) angegeben und seitdem vielfach modificirt worden[3]).

Rotation von Magneten um Ströme. Hierfür liefern die in Fig. 191 *A* und *B* abgebildeten Apparate zwei Beispiele; bei dem Apparat *A* rotiren zwei parallele und gleichgerichtete Magnete um ihre gemeinsame Axe, bei *B* ein einziger Magnet um seine eigene Axe. Bei *a* fliesst der von einer Kette kommende Strom von der Klemme *c* zu dem festen Stativ *a b*, durch das in dem Endnäpfchen enthaltene Quecksilber geht er auf das beweglich aufgehängte Metallstück *d*, von diesem mittelst des daran befestigten, mit ihm beweglichen Bügels *e* in den Quecksilberring *f* über und kehrt von dort durch einen festen Bügel,

---

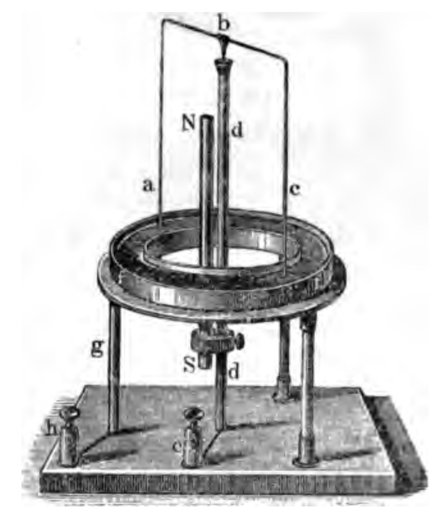
[1]) FARADAY, R. Inst. 1821; GILB. Ann. 71, pag. 124; 73, pag. 113.

[2]) AMPÈRE, Ann. Chim. Phys. 20, pag. 60. 1822; GILB. Ann. 71, pag. 172.

[3]) BARLOW, Essay etc. London 1823. — STURGEON, POGG. Ann. 24, pag. 632. 1832. — RITCHIE, POGG. Ann. 27, pag. 552. 1832. — BERTIN, Ann. Chim. Phys. 58, pag. 90. 1860. — v. FEILITZSCH, POGG. Ann. 105, pag. 535. 1858. — GORE, Proc. R. Soc. 24, pag. 121. 1876. Die besonderen theoretischen Fragen, die durch die Rotationsapparate aufgeworfen werden, hängen zu eng mit der allgemeinen Theorie der Elektro-Dynamik (s. w. u.) zusammen, als dass sie hier behandelt werden könnten.

den Draht *h* und die Klemme *g* zur Kette zurück; seine elektromagnetische Wirkung versetzt die beiden mit *d* verbundenen Magnete in eine, von oben gesehen, der Uhrzeigerbewegung entsprechende Rotation, die sich umkehrt, wenn entweder die Stromrichtung umgekehrt oder die Magnete statt mit den Nordpolen mit den Südpolen nach oben aufgestellt werden. Die Rotation würde aufhören, wenn man die beiden Ströme entgegengesetzt aufstellte, oder wenn man die feste Stromleitung, statt wie hier bis in die Mitte der Stäbe, bis in die Höhe ihrer oberen Pole fortführte. Statt der beiden Magnete kann man auch deren mehrere, sternförmig angeordnete benutzen, oder auch einen mit der Axe concentrischen Röhrenmagneten, oder endlich, wodurch man zur Anordnung der Fig. *B* gelangt, einen massiven Magneten, den man dann bis zur halben Höhe zugleich zur Strom-Fortleitung benutzt. Bei Rotationsapparaten dieser Art kann man natürlich die Magnetstäbe auch durch Elektromagnete ersetzen und die Spiralen derselben entweder durch besondere Ströme erregen oder in geeigneter Weise in den die Rotation erzeugenden Strom einschalten.

Rotation von Strömen um Magnete. Der älteste Apparat dieser Art, der von FARADAY construirt wurde, besteht aus einer, oben und unten durch Korke verschlossenen, am Boden mit einer Quecksilberschicht bedeckten Glasröhre, durch deren Boden central ein Magnet gesteckt ist, während von oben ein leichter Draht schräg so weit herabhängt, dass er zur Seite des Magnetpols in das Quecksilber taucht; leitet man von unten zum Quecksilber einen Strom und führt ihn durch den Draht nach oben und dann zur Batterie zurück, so beschreibt der Draht eine kegelförmige Bewegung um die Axe der Röhre.



(P. 192).

Gebräuchlicher zur Demonstration ist der folgende Apparat, der dem in Fig. 191 dargestellten ganz analog gebaut und in Fig. 192 abgebildet ist. Der Strom geht von *e* über *d* nach *b*, theilt sich hier in die Zweige *a* und *c* und geht durch das Quecksilber und den Fuss *g* zur Klemme *h*; bei dieser Stromrichtung dreht sich der Stromleiter, von oben gesehen, im Uhrzeigersinne. Wollte man vermeiden, dass der Magnetstab, wie hier, etwas excentrisch angebracht ist, so müsste man ihn selbst zur Axe *d* machen, was aber wegen der Schwächung seines Magnetismus durch oft hindurchgeschickte entgegengesetzte Ströme nicht vortheilhaft ist. Wesentlich ist, dass der Magnet nicht zu weit emporragt; die Wirkung ist am grössten, wenn die Rinne sich in einer Höhe mit der Mitte des Magneten befindet. Statt zweier Arme kann man auch hier wieder deren mehrere oder eine ganze Glocke aus Kupfer in die Rinne eintauchen lassen; auch kann man, statt die beiden Kupferdrähte in die Rinne eintauchen zu lassen, Quecksilberstrahlen in sie hinabfliessen lassen. Nimmt man statt des Quecksilbers eine schwache Säure, wählt die Rinne selbst aus Zink und lässt in sie einen mit der Axe verbundenen Kupferbügel eintauchen, so braucht man keine besondere Batterie zur Erzeugung des Stromes. Endlich kann man den Magneten durch einen Elektromagneten ersetzen. Unter den zahlreichen hierher

gehörigen Apparaten bieten die von ZÖLLNER[1]) angegebenen viele interessante Einzelheiten dar; es sei daher speciell auf sie aufmerksam gemacht.

Auch der Erdmagnetismus ist kräftig genug, um bei Apparaten, die analog den obigen gebaut sind, dauernde Rotation hervorzurufen[2]), bei dem zuerst genannten Apparat (mit der Glasröhre) braucht man dann nur den Magneten fortzulassen, muss aber natürlich einigermaassen kräftige Ströme anwenden. Man kann auch einfach in die Mitte eines Bassins mit Quecksilber ein Stativ stellen, von dessen oberem Ende ein Draht, leicht drehbar, schräg in das Bassin hinabreicht, und den Strom dem Stativ zuführen und von dem Bassin fortleiten (oder umgekehrt); oder man lässt in eine ringförmige Rinne mit Quecksilber von ihrem Centrum aus einen beweglichen Arm herüberreichen und führt den Strom dem Centrum zu und leitet ihn von der Rinne fort. Die erste Form bietet den instructiven Vortheil, dass man die Neigung des in das Bassin hinabtauchenden Drahtes verändern und dadurch erreichen kann, dass entweder eine dauernde Rotation oder eine Gleichgewichtseinstellung stabiler oder labiler Natur eintritt, je nach der Richtung des Drahtes gegenüber der gesammtmagnetischen Kraft der Erde; welcher Fall eintritt, welche Gleichgewichtsstellung sich ausbildet resp. in welchem Sinne die Rotation von statten geht, kann man stets nach den obigen Grundregeln ohne Schwierigkeit ermitteln.

Rotation von Flüssigkeiten. Dass auch Flüssigkeiten unter dem Einflusse von Magneten rotiren können, hat zuerst DAVY[3]) beobachtet. Auf den Flächenpol eines Magneten setzt man eine Schale mit Quecksilber und lässt an zwei Stellen die Enddrähte eines Stromkreises in sie eintauchen; das Quecksilber rotirt alsdann um die Drahtenden, und zwar von oben gesehen im Uhrzeigersinne oder im entgegengesetzten, je nachdem das Drahtende einen dem Magnetpole gleichnamigen oder ungleichnamigen Strompol repräsentirt. Unter Umständen treten hierbei interessante Einzelheiten auf, über welche namentlich POGGENDORFF Beobachtungen angestellt hat. Daselbst findet man auch folgende abweichende Form des Versuchs: Einer mit Quecksilber gefüllten ringförmigen Rinne führt man den Strom durch die eine Peripherie zu und durch die andere fort, so dass sämmtliche Radien Stromlinien sind; steckt man in das centrale Loch von unten einen Magneten hindurch, so dass sein Nordpol in der Höhe der Flüssigkeitsschicht steht, so tritt Rotation in dem einen Sinne ein, bei Hebung des Magneten geht sie in die entgegengesetzte über, und bei weiterer Hebung kehrt sie sich nochmals um, so dass schliesslich, wenn der Südpol im Niveau der Flüssigkeit steht, der Drehungssinn wieder der ursprüngliche ist. Wie RITCHIE[4]) gezeigt hat, kann man diese Versuche auch mit nichtmetallischen Flüssigkeiten anstellen. Für genauere Versuche und Messungen dieser Art hat u. A. BERTIN[5]) einen geeigneten Apparat construirt; auch sei auf Versuche von DE LA RIVE und BERTIN hingewiesen, die eigenartige Anordnungen betreffen.

---

[1]) ZÖLLNER, POGG. Ann. 153, pag. 138. 1874; 154, pag. 321. 1875; 158, pag. 106. 1876.

[2]) AMPÈRE, Ann. Ch. Phys. 18, pag. 331. 1821. — FARADAY, a. a. O.

[3]) DAVY, Trans. R. Soc. 1823, pag. 153; Ann. Chim. Phys. 25, pag. 64. — Ferner POGGENDORFF, POGG. Ann. 77, pag. 1. 1849. — RITCHIE, a. a. O. — BERTIN, a. a. O. — DE LA RIVE, Ann. Chim. Phys. 56, pag. 286. 1859.

[4]) RITCHIE, POGG. Ann. 27, pag. 552. 1832.

[5]) BERTIN, WIEDEMANN, Elektr. (3) 3, pag 164.

Das Wesen der elektromagnetischen Rotation von festen Körpern und Flüssigkeiten, sowie die principiellen Unterschiede dabei hat RIECKE[1]) in folgender Weise auseinander gesetzt. Es sind drei Fälle zu unterscheiden. Der einfachste ist der, wo die Stromfäden stets an dieselbe Reihe ponderabler Theilchen gebunden bleiben (feste, bewegliche Drähte oder biegsame Fäden ohne Gleitstellen); der zweite Fall ist der, wo in Folge der Bewegung neue, ponderable Elemente in den Strom eintreten oder alte aus ihm ausgeschaltet werden (die meisten Arten von Gleitstellen, ferner Dehnung oder Comprimirung von Leiterstücken); der dritte Fall endlich ist dadurch ausgezeichnet, dass eine relative Verschiebung der Stromfäden, welche das Innere von körperlichen Leitern erfüllen, durch die ponderablen Theilchen eintritt (wie besondere Arten von Gleitstellen, elastische Biegungen fester Leiter, besonders aber flüssige Leiter, welche elektromagnetisch rotiren). Die beiden ersten Fälle haben das Gemeinsame, dass bei ihnen die bei einer Verschiebung der beweglichen Theile geleistete Arbeit stets durch die Abnahme des Potentials bestimmt ist. Im dritten Falle ist dagegen eine directe Anwendung des Potentialgesetzes nicht möglich, weil hier die Verschiebung oder Verlängerung der ponderablen Stromträger unabhängig von der der Stromfäden ist, also auch die erstere nicht nothwendig die letztere nach sich zieht, so dass unter Umständen Arbeit geleistet werden kann, obgleich anscheinend das Potential sich nicht ändert. Will man trotzdem das Potentialgesetz anwenden, so muss man zu Hypothesen über die Anziehung zwischen den Körpertheilchen und den elektrischen Theilchen seine Zuflucht nehmen.

Wegen des besonderen Interesses, welches hiernach die elektromagnetische Rotation von Flüssigkeiten darbietet, hat RIECKE[2]) einen solchen Fall theoretisch und experimentell in möglichst exacter Weise verfolgt, nämlich den schon oben erwähnten Fall der Rotation einer ringförmigen Flüssigkeitsschicht, die auf einen Magnetpol aufgesetzt ist, und in welcher radiale Ströme von der inneren Peripherie zur äusseren cirkuliren; der Apparat wurde in besonderer, die Anwendung der Theorie möglichst erleichternder Weise gebaut. Hat die Flüssigkeit die Dichte μ, die Reibungsconstante η, die Höhe (Schichtdicke) d, die inneren und äusseren Radien a und b, sind R und i die Feldstärke und Stromstärke, und wird zur Abkürzung $Ri\sqrt{2}/2\pi c d\eta = A$ gesetzt, so findet man für stationäre Bewegung mit kleinen Geschwindigkeiten die Winkelgeschwindigkeit ω im Abstande r von der Drehungsaxe und in der Höhe z über der Mittelfläche

$$\frac{\pi^3}{4A}\omega = -\frac{d^2}{r^2}\left(1 - \sqrt{\frac{r}{a}}\,e^{-\pi\frac{r-a}{d}} - \sqrt{\frac{r}{b}}\,e^{-\pi\frac{b-r}{d}}\right)\cos\frac{z\pi}{d}$$
$$+ \frac{1}{27}\frac{d^2}{r^2}\left(1 - \sqrt{\frac{r}{a}}\,e^{-3\pi\frac{r-a}{d}} - \sqrt{\frac{r}{b}}\,e^{-3\pi\frac{b-r}{d}}\right)\cos\frac{3z\pi}{d} - \dots$$

Diese Formel wurde unter gewissen Annahmen mit der Beobachtung verglichen und, mit Rücksicht auf einige Fehlerquellen, eine befriedigende Uebereinstimmung gefunden. Die Winkelgeschwindigkeit ist hiernach in der unteren und oberen Grenzfläche Null, in der Mittelfläche am grössten, sie nimmt ferner von der inneren Peripherie aus zunächst zu, erreicht sehr bald ein Maximum und nimmt dann bis zum äusseren Rande bis auf Null ab.

---

[1]) RIECKE, WIED. Ann. 25, pag. 496. 1885.

[2]) RIECKE, a. a. O. — Weiter ausgeführt von F. SCHUMANN, WIED. Ann. 32, pag. 141. 1887.

Unterbrechungs- und Schwingungsapparate.

Von den bisher betrachteten elektromagnetischen Apparaten wesentlich verschieden ist eine grosse Klasse von Apparaten, welche in theoretischer Hinsicht sehr einfach verständlich, für die Praxis aber und zwar sowohl für die Praxis der Wissenschaft als für die Technik, von hoher Bedeutung sind. Sie beruhen in letzter Instanz lediglich auf magnetischer oder elektromagnetischer Anziehung und Abstossung, nicht auf drehenden Kräften; es würde sich daher bei ihnen sehr schnell eine Gleichgewichtsstellung herausbilden, wenn dieses nicht fortwährend künstlich wieder gestört würde, und zwar entweder dadurch, dass der Magnetismus oder die Stromrichtung umgekehrt wird, wodurch die Anziehung in eine Abstossung oder umgekehrt verwandelt wird, oder dadurch, dass der Magnetismus oder der Strom einfach aufgehoben und der angezogene Körper somit in dieselbe Lage zurückgeführt wird, worauf das Spiel von neuem beginnt; oder dadurch, dass der angezogene Körper aus der Wirkung ausgeschaltet und an seiner Stelle ein neuer Körper der Wirkung ausgesetzt wird. In den meisten Fällen erzeugen diese Apparate in Folge dessen hin- und hergehende Bewegungen, also mehr oder weniger rasche Schwingungen; bei einigen von ihnen (und gerade bei den technisch wichtigsten) wird dann aber die Schwingung durch die mechanische Anordnung in eine Rotation in gleichbleibendem Sinne verwandelt, wie sie für praktische Verwendung ungleich geeigneter als die schwingende Bewegung ist. Es können hier nur einige typische Repräsentanten dieser Art von Maschinen und Apparaten erwähnt werden.

Der WAGNER'sche Hammer, der von NEEF[1]) zuerst beschrieben wurde und nach ihm auch häufig NEEF'scher Hammer genannt wird, dient zur Verwandlung constanter Ströme in unterbrochene, also indirect auch zur Erzeugung von Wechselströmen; seine üblichste, ihm von POGGENDORFF gegebene Form ist bereits in Bd. III (1), pag. 251 angegeben und pag. 252 abgebildet worden. Die Periode der Unterbrechungen hängt von den Form-, Abstands- und Elasticitätsverhältnissen der Feder ab; sie lässt sich zwar in gewissen Grenzen variiren, und es lässt sich auch das Verhältniss der Dauer des Schlusses zur Dauer der Unterbrechung abändern, die genaue Bestimmung der Periode ist aber ebenso wie ihre willkürliche, feinere Abgleichung immerhin schwierig.

In dieser Hinsicht ist dem WAGNER'schen Hammer ein anderer Apparat, die zuerst durch v. HELMHOLTZ[2]) in die wissenschaftliche Praxis eingeführte elektromagnetische Stimmgabel überlegen; in ihrer Eigenschaft als Stromunterbrecher ist sie ebenfalls schon a. a. O. beschrieben worden, sie kann aber auch zur Erzielung dauernden Tönens der Unterbrechungsgabel oder anderer in den Kreis eingefügter Stimmgabeln benutzt werden, wobei, wie sich herausgestellt hat, auf die natürliche Schwingungszahl der letzteren bis zu einem gewissen Grade ein Zwang ausgeübt werden kann, was für zahlreiche Untersuchungsmethoden von Wichtigkeit geworden ist.

Den elektromagnetischen Stimmgabelapparaten ganz ähnlich sind die elektromagnetischen Pendelapparate, nur dass hier die Unterbrechungen in viel langsamerem Tempo erfolgen. Hierher gehören die elektrischen Uhren, bei denen der Gang einer Pendeluhr, deren Pendel bei jeder Schwingung einmal einen elektrischen Strom schliesst, mit Hilfe der Ankeranziehung von Elektromagneten auf beliebig viele Zifferblätter von Sekunde zu Sekunde genau übertragen wird.

[1]) NEEF, POGG. Ann. 46, pag. 104. 1839.

[2]) v. HELMHOLTZ, Tonempfindungen (4. Aufl.), pag. 198 u. Beilage 8.

Ihnen reihen sich die elektrischen Chronographen an, bei denen durch Schreibstifte, die mit den Ankern verbunden sind, Sekundenmarken auf einer vorbeigleitenden Fläche erzeugt werden. Hiermit wiederum ist der elektromagnetische Drucktelegraph aufs Engste verwandt. Endlich sei auf den ARON'schen Elektricitätszähler (Bd. III (1), pag. 249) hingewiesen, bei dem umgekehrt wie oben der Pendelgang durch Stromspulen beeinflusst wird.

Eine noch verwickeltere Aufgabe als die elektromagnetische Stimmgabel löst das Telephon, insofern es den Strom nicht einfach in bestimmter Periode schliesst und öffnet, sondern seine Stärke in ganz allgemeiner Weise periodisch verändert, derart, dass Tonstärke, Tonhöhe und Klangfarbe bestimmte Werthe erhalten. Ein elektromagnetischer Schwingungsapparat ist natürlich nur das empfangende Telephon, dessen Platte durch die von der Ausgangsstation kommenden Ströme und den durch sie erregten Magnetismus bewegt wird; das gebende Telephon ist ein Inductionsapparat, und es wird deshalb bei der Lehre von der Induction elektrischer Ströme noch darauf zurückzukommen sein.

Um von den Schwingungsapparaten der skizzirten Art zu Rotationsapparaten zu gelangen — die aber von den oben behandelten eigentlichen Rotationsapparaten wesentlich verschieden sind — kann man verschiedene Kunstgriffe anwenden. Am nächsten liegt es natürlich, die schwingende Bewegung wie bei der Dampfmaschine durch mechanische Uebertragung in Rotation zu verwandeln. Diese Idee liegt in der That dem ältesten Elektromotor, dem von HENRY (1831) zu Grunde; aber obgleich DAL NEGRO, PAGE, BOURBOUZE u. A. die Maschine successive vervollkommneten, hat sie keinen bemerkenswerthen Erfolg errungen[1]).

Ein Apparat, bei welchem durch einfache Anziehung Rotation erzeugt wird, ist das BARLOW'sche Rad[2]). Zwischen den Polen eines horizontal liegenden Hufeisenmagneten ist, über sie hinausragend, eine Rinne mit Quecksilber angebracht, in welche das Ende eines um eine horizontale, darüber befindliche Axe drehbaren Metallstreifens eintaucht. Wird ein Strom hindurchgeschickt, so zieht der Magnet den Streifen in sich hinein, hebt ihn damit aus dem Quecksilber heraus und kann ihm unter Umständen einen solchen Schwung ertheilen, dass er sich vollständig herumdreht und das Spiel beim Eintauchen in das Quecksilber von Neuem beginnt. Um die Erscheinung auch mit schwächeren Kräften zu erhalten, ersetzt man den Streifen durch ein Sternrad, dessen Strahlen nach einander mit dem Quecksilber in Berührung kommen.

Während hier die Rotation durch die Schwungkraft oder durch die Einführung neuer Elemente erzielt wird, bedient man sich bei anderen Apparaten hierzu der selbstthätigen Umkehrung des Stromes zu der Zeit, zu welcher für die bisherige Stromrichtung der stabile Gleichgewichtszustand erreicht war; das Gleichgewicht wird dann von neuem gestört und die Bewegung setzt sich fort den wirkenden Kräften zufolge könnte sie dies ebensowohl im Sinne einer Umkehr, wie im Sinne einer Fortsetzung der bisherigen Bewegung thun, das beharrungsvermögen entscheidet für die letztere Alternative. Am einfachsten lassen sich diese Verhältnisse an RITCHIE's[3]) rotirendem, hufeisenförmigem Elektromagneten (1833) verfolgen, der, mit den Polen nach unten, über einem ebenfalls hufeisenförmigen Stahlmagneten, dessen Pole nach oben weisen, rotirt, und der zur Ruhe kommen würde, sobald seine Pole sich direct über den

[1]) Näheres s. bei S. P. THOMPSON, Dynamoel. Machinery, 2. Aufl., pag. 397.

[2]) BARLOW, Essay on magn. attr. Lond. 1823, pag. 279.

[3]) RITCHIE, Tr. R. Soc. 1833 (2), pag. 318; POGG. Ann. 32, pag. 538.

entgegengesetzten Polen des Stahlmagneten befinden, wenn nicht mittelst eines an seiner Drehungsaxe angebrachten, mit Schleifcontakten ausgerüsteten Commutators in diesem Augenblicke der erregende Strom und damit die Polarität des Elektromagneten umgekehrt würde. Statt des Stahlmagneten kann man natürlich ebenfalls einen Elektromagneten verwenden; ferner kann man statt eines einzigen einen ganzen Kranz beweglicher Elektromagnete vor einem Kranze fester Elektromagnete rotiren lassen, wie dies JACOBI[1]) bei seinem elektrischen Motor gethan hat. Seitdem haben sich diese Maschinen bekanntlich in staunenswerther Weise entwickelt; da hierbei jedoch die Idee des Motors in den Hintergrund trat gegenüber der Idee des Generators (Erzeugers von Elektricität durch Bewegung), das diesem letzteren zu Grunde liegende Phänomen aber die elektrische Induction ist, erscheint es angezeigt, auch auf diese Apparate erst bei späterer Gelegenheit einzugehen.

Magnetisirung durch elektrische Ströme.

Soweit die Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magneten bisher ins Auge gefasst wurde, gab sie sich in Ortsänderungen der ponderablen Träger der Elektricität resp. des Magnetismus kund. Diesen ponderomotorischen Wirkungen stehen nun aber andere zur Seite, die man, wenn sie von Elektricität ausgehen und sich auf den Magnetismus erstrecken, als magnetomotorische, im umgekehrten Falle als elektromotorische zu bezeichnen hat; statt dessen kann man auch von dem durch elektrische Ströme inducirten Magnetismus und von den durch bewegte Magnete inducirten elektrischen Strömen sprechen. Obgleich diese beiden Erscheinungsgebiete hiernach völlig analog sind, pflegt man doch das eine dem Elektromagnetismus, das andere der elektrischen Induction zuzuordnen. Demgemäss wird hier nur von der elektrischen Erregung des Magnetismus die Rede sein. Dabei sei jedoch, um von vornherein die Kürze der folgenden Darstellung zu rechtfertigen, darauf hingewiesen, dass die magnetische Induction durch irgend welche Kräfte schon eingehend behandelt ist (wobei in der Praxis sogar fast stets die elektrische Erregung benutzt wurde), dass es sich hier also nur um die besonderen Beziehungen zwischen den erregenden elektrischen Strömen zu dem erregten Felde und damit indirekt zu dem erregten Magnetismus handeln kann.

Bringt man einen Eisen- oder Stahlstab in die Nähe eines elektrischen Stromes, und stellt man ihn quer zu diesem, so erweist er sich als magnetisch; stärker wird die Wirkung, wenn man ihn in das Centrum eines Kreisstromes senkrecht zu dessen Ebene bringt, und noch wesentlich stärker, wenn man statt des Kreisstromes eine Spule anwendet und den Stab hineinsteckt. In diesem Falle ist der entstehende Magnetismus vom gewöhnlichen longitudinalen Typus. Stellt man den Eisenstab hingegen parallel mit einem Strom oder mit den Windungen einer Spule auf, so wird er transversal magnetisch. Endlich kann man ihn circular magnetisch machen, indem man einen Strom durch seine eigene Axe hindurchschickt[2]). Die magnetisirende Wirkung ist nicht bloss dem galvanischen Strom eigen, sie wird auch von den Entladungsströmen statischer

---

[1]) JACOBI, POGG. Ann. 51, pag. 370. 1840; 54, pag. 335; 69, pag. 188. — Vergl. auch KRÖNIG's J. 3, pag. 377. 1851 (Theorie).

[2]) Theoretisches und Experimentelles über diesen Fall sehe man bei MAXWELL, Tr. R. Soc. 1865. — KIRCHHOFF, Ges. Werke, pag. 230. — VILLARI, N. Cim. (2) 4 ff. — HERWIG, POGG. Ann. 153 u. 156. — AUERBACH, WIED. Ann. 5 u. s. w.

Elektricität ausgeübt; man kann durch elektrische Entladungsschläge kleine Magnetnadeln sogar sehr kräftig magnetisiren, und es scheint, dass die ersten Magnetisirungswirkungen der Elektricität, die man überhaupt beobachtet hat, von Blitzschlägen herrührten, die bei Eisenkörpern vorbei ihren Weg nahmen. Exakt untersucht wurde die magnetisirende Wirkung der Reibungselektricität von ARAGO, DAVY, SAVARY, HANKEL u. A.; dabei traten gewisse Unregelmässigkeiten zu Tage, die erst durch eine Arbeit von LIPHART aufgeklärt worden sind; es muss jedoch an diesem Hinweise genügen[1]). Von der Magnetisirung durch elektrische Schwingungen wird w. u. die Rede sein.

Ueber die Magnetisirungsmethodik im Einzelnen ist schon im Art. »Magnetismus« das Nothwendige gesagt worden, ebenso über die Formen der Elektromagnete, die denen der Stahlmagnete vielfach ganz analog sind. Die Vortheile, welche Elektromagnete gegenüber Stahlmagneten bieten, sind so bekannt, dass hier darauf nicht eingegangen zu werden braucht; es sei nur darauf hingewiesen, dass dieser Vorzug ein dreifacher ist: der eine betrifft die Stärke des zu erreichenden Magnetismus, der zweite die Mannigfaltigkeit der zu erzielenden Vertheilung des Magnetismus (durch Anordnung der Spule), der dritte die beliebig rasche und häufige Erregung und Wiederaufhebung des Magnetismus, ein Vorzug, der bekanntlich den Dynamomaschinen wesentlich mit zum Siege über die magnetelektrischen Maschinen verholfen hat.

Die wichtigste Aufgabe, die sich nun darbietet, besteht in der Ermittelung der Stärke und Vertheilung des Magnetismus, der in einem Eisenkörper durch einen Strom von gegebener Stärke, der durch eine gegebene Configuration läuft, erregt wird. Der grösste Theil dieser Aufgabe ist aber bereits im Art. »Magnetische Induction« erledigt worden, nämlich die Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisirenden Kraft oder von dem magnetischen Felde, in das der Körper gebracht wird. Es ist also nur noch anzugeben, welche Stärke und Beschaffenheit das von einem gegebenen Strome erzeugte Feld hat. Aber auch diese Aufgabe ist leicht zu lösen durch die Erwägung, dass der Strom selbst wieder gewissen magnetischen Gebilden äquivalent ist. Man kommt auf diese Weise fast unmittelbar zu folgenden Schlüssen. Das Feld eines Stromes ist überall der Stromstärke proportional; die Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisirenden Kraft, wie sie z. B. in Fig. 163 dargestellt ist, stellt also *ceteris paribus* auch seine Abhängigkeit von der Stärke des magnetisirenden Stromes dar. Damit eine Spule ein gleichförmiges Feld erzeuge, muss sie mit parallelen, äquidistanten Windungen auf eine Kugel oder ein Ellipsoid aufgewunden sein; und damit dann weiter dieses Feld in einem Eisenkörper auch eine gleichförmige Magnetisirung hervorrufe, muss der Letztere ebenfalls die Form einer Kugel oder eines Ellipsoids haben[1]). Näherungsweise wird man den Zweck auch erreichen, wenn man den kugel- oder ellipsoidförmigen Eisenkörper in die Mitte einer cylindrischen Spule von hinreichender Länge hineinbringt; weniger annähernd auch dann noch, wenn man in diese letztgenannte Spule einen langen, stabförmigen Eisenkörper einlegt. Die Gleichförmigkeit von Feld und Magnetisirung wird hingegen wiederum streng, wenn man die Spule ringförmig zusammenschliesst und als Magnetisirungskörper ebenfalls einen in der Spule liegenden Eisenring verwendet.

---

[1]) ARAGO, s. RIESS, Reibungselektricität, Bd. 1, § 517. — DAVY, GILB. Ann. 71. — SAVARY, Ann. Chim. Phys. 36. — HANKEL, POGG. Ann. 65, pag. 537. 1845 und 69, pag. 321. 1846. v. LIPHART, POGG. Ann. 116, pag. 513. 1862.

Für die gedachten Fälle mögen hier die Hauptformeln zusammengestellt werden, die oft Anwendung finden können; n_1 bedeutet die Zahl der Windungen, welche auf die Einheit der Länge entfallen, i die Intensität des Stromes. Für eine mit Stromwindungen bedeckte Kugel ist die durch die Ströme erzeugte Feldintensität[1])

$$R_0 = \frac{8\pi}{3} n_1 i$$

die Intensität der Magnetisirung

$$J = \frac{\varkappa}{1 + \frac{4\pi}{3}\varkappa} R_0 = \frac{8\pi\varkappa}{3 + 4\pi\varkappa} n_1 i = 2\frac{\mu - 1}{\mu + 2} n_1 i$$

und die magnetische Induction

$$U = \frac{3\mu}{\mu + 2} R_0 = \frac{8\pi\mu}{\mu + 2} n_1 i;$$

für ferromagnetische Stoffe wird also nahezu

$$J = 2n_1 i, \qquad U = 8\pi n_1 i.$$

Für eine lange cylindrische Spule ist das erzeugte Feld

$$R_0 = 4\pi n_1 i,$$

und für einen in ihr steckenden langen Stab wird

$$J = \varkappa R_0 = 4\pi\varkappa n_1 i, \qquad U = 4\pi\mu n_1 i.$$

Aehnlich verhält es sich bei ringförmigen Elektromagneten, nur muss man hier unter n_1 die Zahl der Windungen verstehen, welche auf die Streckeneinheit in Bogenmaass entfallen, und beachten, dass diese Strecke in Längenmaass nicht für alle Ringfäden die gleiche ist, sondern von innen nach aussen abnimmt, wie der Radiusvector ρ zunimmt; die Feldintensität in Folge der Stromwirkung ist also in einem bestimmten Faden $4\pi n_1 i/\rho$, die Intensität der Magnetisirung in diesem Faden also $4\pi\varkappa n_1 i/\rho$, und endlich die Induction über den ganzen Querschnitt des Eisens σ integrirt:

$$U\sigma = 4\pi\mu n_1 i \int \frac{d\sigma}{\rho},$$

wobei angenommen ist, dass das Eisen den ganzen Spulenquerschnitt ausfüllt; ist das nicht der Fall, sondern ist der Eisenquerschnitt σ, der Spulenquerschnitt σ', so hat man allgemeiner:

$$U\sigma = 4\pi n_1 i \left(\int \frac{d\sigma'}{\rho} + 4\pi\varkappa \int \frac{d\sigma}{\rho} \right).$$

Je nach der Querschnittsform und dem Verhältniss $\sigma : \sigma'$ nimmt diese Formel bei der Ausrechnung verschiedene Gestalt an.

Ein Theil dieser Ergebnisse lässt sich leicht auch experimentell bestätigen, insbesondere der Satz, dass die Intensität der Magnetisirung in dem in Rede stehenden Falle mit der auf die Längeneinheit entfallenden Zahl der Windungen proportional ist und bei cylindrischen, genügend langen Spulen von der Weite der Windungen nicht abhängt; bei Spulen, die im Verhältniss zur Weite einigermaassen kurz sind, gilt der Satz nicht mehr streng, vielmehr zeigt hier die Messung eine Differenz zu Gunsten der engeren Windungen gegenüber den weiteren. Dass die Feldstärke proportional der Stromstärke ist, ist so einleuchtend, dass es wohl kaum des Beweises bedarf. Dagegen ist die Intensität

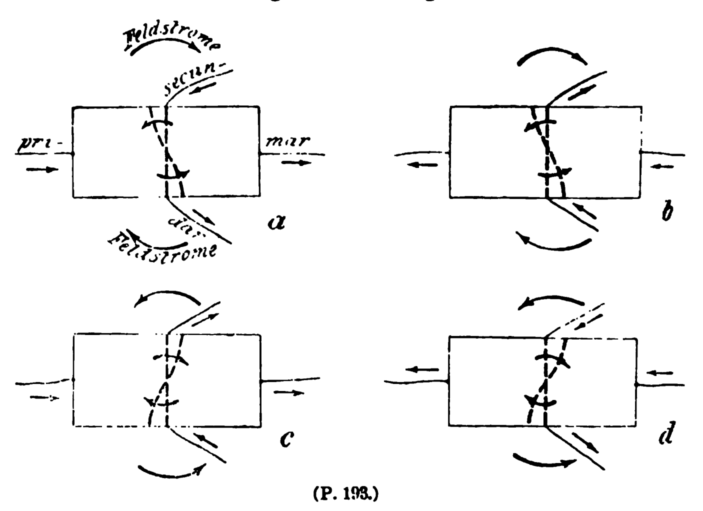
[1]) Für das Ellipsoid resp. die Wirkung ellipsoidischer Spiralen sei hier an Literatur noch nachgetragen: RIECKE, Gött. Nachr. 1872. — STEFAN, Wien. Ber. 69 (2), pag. 168. 1874. — GREENHILL, J. de Phys. 10, pag. 294. 1881.

der Magnetisirung erfahrungsgemäss nicht, wie es die obigen Formeln fordern, der Stromstärke proportional, eben weil sie nicht mit der Feldstärke proportional ist, und dies nicht, weil $\varkappa$ und μ keine constanten Grössen sind. Endlich sei hinzugefügt, dass, wie man durch Versuche festgestellt hat, das Material der Windungen und ihre Dicke keinen selbständigen Einfluss auf den Magnetismus ausüben.

HALL'sches Phänomen und verwandte Erscheinungen.

HALL'sches Phänomen. Bei den oben betrachteten Einwirkungen des Magnetismus auf elektrische Stromleiter handelte es sich, wie schon besprochen wurde, stets um ponderomotorische Wirkungen, d. h. es wurde der Stromleiter abgelenkt, und nur eine secundäre Folge hiervon war es, dass mit ihm auch die Stromfäden selbst dislocirt wurden. Es ist daher begreiflich, dass auf das Eifrigste nach einer Erscheinung gesucht wurde, bei welcher es keinem Zweifel mehr unterliegen konnte, dass es sich um eine Verschiebung der Stromfäden selbst handle, und es ist auch einleuchtend, dass zu solchen Versuchen sich flächenhaft ausgedehnte Stromleiter am besten eignen würden, weil in ihnen hinreichender Platz für erhebliche Verschiebungen der Stromfäden vorhanden ist. Trotzdem waren die dahin gehenden Bemühungen verschiedener Physiker[1]) erfolglos und erst HALL[2]) gelang es, die Erscheinung festzustellen.

Eine rechteckige, sehr dünne Metallplatte ist zwischen den parallelen entgegengesetzten Polflächen eines Elektromagneten so aufgestellt, dass ihre Ebene den Polflächen parallel ist, also auf den magnetischen Kraftlinien senkrecht steht; ein elektrischer Strom, der »primäre Strom« wird ihr in der Mitte der einen Kante zugeführt und durch die Mitte der gegenüberliegenden Kante fortgeleitet; die beiden Mitten der anderen Gegenseiten werden



(P. 193.)

durch Drähte mit einem Galvanometer verbunden. So lange das Feld nicht erregt ist, zeigt das Galvanometer keinen Ausschlag, weil die beiden seitlichen Fortleitungsstellen gleiches Potential haben, eventuell kann man, wenn dies aus irgend welchen Gründen nicht genau der Fall sein sollte, durch kleine Verschiebungen der einen Stelle es leicht erzielen, dass der Ausschlag des Galvanometers null wird. Erregt man nunmehr das Feld, so schlägt die Galvanometernadel aus und zeigt dadurch

[1]) MACH, Rep. d. Phys. 6, pag. 10. 1870. — v. FEILITZSCH, Fernwkgn., pag. 744. — A. M. MAYER, Sill. J. (3) 1, pag. 17. 1871.

[2]) E. H. HALL, Amer. J. of Math. 2, pag. 287. 1879; Sill. J. (3) 20, pag. 52 u. 161. 1880; Phil. Mag. (5) 10, pag. 136; Phil. Mag. (5) 12, pag. 157. 1881; 15, pag. 341. 1883; Sill. J. (3) 19, pag. 117. 1885; 36, pag. 131 u. 277. 1888.

an, dass ein Strom, der »secundäre Strom«, durch das Galvanometer geht, dass also die die beiden seitlichen Elektroden verbindende Linie keine Niveaulinie mehr ist, man muss vielmehr die eine Elektrode verschieben, also die ursprüngliche Niveaulinie drehen, um sie wieder zu einer Niveaulinie zu machen. Kehrt man den Strom oder das Feld um, so erfolgt der Ausschlag im entgegengesetzten Sinne; hieraus ist zu schliessen, dass sich, absolut genommen, die Drehung der Niveaulinie bei Feldumkehr umkehrt, nicht aber bei Stromumkehr; an den Fig. 193a—d kann man dies leicht verfolgen. Diese Erscheinung ist bald nach HALL von zahlreichen Beobachtern bestätigt und ebenso wie von HALL selbst, nach den verschiedensten Richtungen hin studirt worden; es seien insbesondere ROITI[1]), RIGHI[2]), BIDWELL[3]), LEDUC[4]), v. ETTINGSHAUSEN und NERNST[5]), sowie KUNDT[6]) genannt.

Fast alle bisher untersuchten Metalle haben die Erscheinung, den sogen. »HALL-Effekt« gezeigt, aber nicht alle in demselben Sinne; nennt man vielmehr eine Drehung im Sinne der das Feld erregenden Ströme positiv, die entgegengesetzte negativ, so besitzen z. B. Gold, Silber, Kupfer, Wismuth, Nickel eine negative Drehung, Eisen, Kobalt, Antimon und Zink eine positive; bei Zinn und besonders bei Blei ist sie so schwach, dass das Vorzeichen nicht ganz sicher ist (s. w. u.). Wie man sieht, besteht zwischen den Vorzeichen des HALL-Effekts und dem Para- und Diamagnetismus kein Zusammenhang, da sich Eisen und Kobalt gleich, Nickel aber entgegengesetzt verhält; eher könnte man daran denken, dass das magnetoelastische Verhalten der drei ferromagnetischen Metalle ein ähnliches ist. Die obigen Fig. 193a—d beziehen sich, wie man sieht, auf eine Substanz mit negativer Drehung.

Gesetz des HALL-Effektes. Durch HALL und seine Nachfolger ist auch sehr bald das Gesetz der Erscheinung festgestellt, d. h. gezeigt worden, in welcher Weise sie von den verschiedenen in Betracht kommenden Grössen abhängt. Dabei muss man unterscheiden zwischen der »elektromotorischen Kraft« E des HALL-Effektes und der »Potentialdifferenz« e bei demselben; erstere ist wichtig, weil sie die Stärke des Galvanometerausschlags bestimmt, letztere ist aber principiell die einfachere und wichtigere Grösse und vom Galvanometer ganz unabhängig; zwischen beiden besteht offenbar (vergl. Bd. III 1, pag. 155) die Beziehung

$$E = e\,\frac{w_g + w_p}{w_p},$$

wo w_p der Widerstand der Platte zwischen den Ablenkungsstellen und w_g der des Galvanometers ist; es ergiebt sich hieraus der Fingerzeig, dass man, um die Erscheinung möglichst kräftig zu erhalten, ein Galvanometer von möglichst kleinem Widerstande nehmen muss. Im Folgenden wird es sich nur noch um die Grösse e handeln, die man als HALL-Effekt im numerischen Sinne des Wortes bezeichnen kann. Versteht man nun unter i die Stärke des primären Stromes, unter M die des Magnetfeldes (bisher mit R_0 bezeichnet), unter δ die Dicke der

[1]) ROITI, Atti R. Acc. Linc. 1882.

[2]) RIGHI, Trans. Acc. Linc. 1883; Mem. di Bol. (4) 5, pag. 103. 1883; Atti Acc. Linc. 1884, pag. 331.

[3]) BIDWELL, Phil. Mag. (5) 17, pag. 250. 1884.

[4]) LEDUC, Compt. rend. 102, pag. 358. 1886.

[5]) v. ETTINGSHAUSEN u. NERNST, Wien. Ber. 94 (2), pag. 560. 1886; Rep. d. Phys. 23. 1886. — v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. 94 (2), pag. 808. 1886.

[6]) KUNDT, WIED. Ann. 49, pag. 257. 1893.

Platte und unter R eine Constante, so ist nach den Versuchsergebnissen, jedoch mit einer gleich zu besprechenden Ausnahme:

$$e = R\,\frac{iM}{\delta}\,,$$

in Worten: Der HALL-Effekt ist der Stromstärke und der Feldstärke direkt, der Dicke der Platte umgekehrt proportional. Die Constante R nennt man den Rotations-Coëfficienten der betreffenden Substanz. Diese Formel lässt erkennen, warum die Entdeckung der Erscheinung erst gelang, als man äusserst dünne Platten zur Anwendung brachte. Die von HALL und seinen Nachfolgern verwendeten Plättchen, die entweder in Blattgold, Blattsilber u. s. w. oder aber noch besser in elektrolytischen Niederschlagsschichten der betreffenden Metalle bestanden, hatten Dicken von 0·01 *mm* bis unter 0·001 *mm*, bei KUNDT sogar bis unter 0·0001 *mm* hinab.

In der folgenden Tabelle sind die Rotationscoëfficienten einiger Metalle in absolutem Maasse angegeben, und zwar einmal nach HALL, ein zweites Mal nach v. ETTINGSHAUSEN und NERNST.

Stoff	HALL	v. E. u. N.	Stoff	HALL	v. E. u. N.
Te	—	+ 530	Mg . . .	— 0·0035	— 0·00094
Bi	— 8·58	— 10·1	Ag . . .	— 0·00086	— 0·00083
Sb	+ 0·114	+ 0·192	Au . . .	— 0·00066	— 0·00071
Kohle	—	— 0·176	Cd . . .	—	+ 0·00055
Ni	— 0·0147	— 0·0242	Cu . . .	— 0·00052	— 0·00052
Stahl	+ 0·0330 hart	+ 0·0175	Zn . . .	+ 0·00082	+ 0·00041
	+ 0·0121 weich		Neusilber .	—	— 0·00053
Fe	+ 0·00785	+ 0·0113	Al	— 0·0037	— 0·00038
Co	+ 0·00246	+ 0·00459	Pt	— 0·00024	— 0·00024
Na	—	— 0·0025	Pb . . .	0	+ 0·00009
Pd	—	— 0·00115	Sn . . .	— 0·00002	— 0·00004

Die Uebereinstimmung der von verschiedenen Beobachtern gefundenen Zahlen ist, wie man sieht, nur eine ungefähre; der Umstand aber, dass sie eine desto bessere ist, je besser definirt und je reiner die betreffende Substanz ist (am besten für Platin, Gold, Silber u. s. w.), lässt schliessen, dass die Differenzen hauptsächlich der Verschiedenheit des angewandten Materials zur Last fallen und nicht in einer Unsicherheit der Erscheinung selbst begründet sind. Es sei bei dieser Gelegenheit zum Beweise, wie einflussreich secundäre Materialverschiedenheiten sind, darauf hingewiesen, dass, während gegossenes Wismuth nach obiger Tabelle einen sehr grossen Rotationscoëfficienten hat, dieser nach KUNDT für elektrolytisch niedergeschlagenes Wismuth ausserordentlich klein ist.

Höchst auffallend und interessant sind dagegen die kolossalen Verschiedenheiten in den Werthen des Rotationscoëfficienten für die verschiedenen Metalle; ist doch dieser Werth, vom Zeichen abgesehen, für Tellur, wo er am grössten ist, 60 Mal so gross wie für das nächstfolgende Metall, das Wismuth, und für dieses wiederum 60 Mal so gross wie für das dann folgende Antimon, während die meisten anderen Stoffe wiederum noch 100—1000 Mal kleinere Werthe haben; ein solches Verhalten findet sich kaum bei einer anderen numerischen physikalischen Eigenschaft wieder, und es steht auch bei keiner sonstigen Eigenschaft gerade das Tellur an der Spitze aller Stoffe. — Beim Wismuth gelang es RIGHI übrigens, die Erscheinung auch durch kleine oder weit entfernte Mag-

nete und schliesslich sogar durch die alleinige Wirkung des Erdmagnetismus nachzuweisen. — Für Kupfer-Zink-Legirungen hat HALL gefunden:

Kupfer %	100	81	73	67	6	0
$10^6 \cdot R$	−520	−404	−250	−166	+496	+820

Das Kupfer hat hiernach einen grösseren Einfluss auf die Drehung als das Zink. — Bei Flüssigkeiten hat ROITI das Phänomen nicht zu constatiren vermocht, was begreiflich ist, da hier die magnetische Einwirkung sehr gering ist und die Plattendicke nicht genügend klein gemacht werden kann (vergl. auch w. u.).

Während die Proportionalität von R mit i und $1/\delta$ eine exakte zu sein scheint, ergaben sich schon bei den ersten Messungen Abweichungen von der Proportionalität mit M in dem Sinne, dass mit wachsendem M der Coëfficient R abnimmt, am stärksten bei Wismuth[1]) (auf $\frac{1}{4}$ des ursprünglichen Werthes) und bei Nickel (zwischen $M = 1000$ und 16000 auf $\frac{1}{3}$); bei Eisen und Kobalt schien R erst bis zu einer gewissen Feldstärke zu steigen und dann erst zu fallen. Lag schon nach diesen Befunden und in Analogie mit den Erfahrungen bei der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch den Magnetismus die Vermuthung nahe, der Rotationscoëfficient möchte ebenso wie die KUNDT'sche Constante nicht mit der Feldstärke, sondern mit der Stärke der Magnetisirung proportional sein, so ist diese Vermuthung durch die Messungen von KUNDT vollständig bestätigt worden, bei denen sich für Eisen, Nickel und Kobalt zeigte, dass das Verhältniss $R:\omega$ (vergl. pag. 284) constant ist. Wie man sonach bei der magnetischen Rotations-Polarisation die VERDET'sche Constante ω für die ferromagnetischen Substanzen durch die KUNDT'sche Constante ψ ersetzen musste, so wird man auch hier die HALL'sche Constante R in diesem Falle durch eine andere ersetzen müssen. Unerklärlich bleibt aber, in Anbetracht der constanten Susceptibilität des Wismuths (pag. 216), dass auch beim Wismuth R abnimmt, und zwar in so starkem Maasse; es wird darauf noch zurückgekommen werden.

Der HALL'sche Versuch ist in der mannigfaltigsten Weise variirt worden. So ersetzte man die rechteckige Platte durch eine kreuzförmige oder kreis- oder halbkreisförmige. RIGHI kam auf den sinnreichen Gedanken, den primären Strom durch die Mitte einer Rechteckseite zuzuführen, von der gegenüberliegenden Seite einen Längsschlitz in die Platte einzuschneiden, so dass diese gegenüberliegende Seite in zwei Hälften getheilt wurde, und von den Mitten dieser beiden Halbseiten den Strom durch die entgegengesetzten Windungen eines Differentialgalvanometers zu führen, so dass bei symmetrischer Anordnung vor Erregung des Feldes kein Ausschlag erfolgte; die Erregung des Feldes brachte alsdann einen solchen hervor. Er dehnte dann diese Methode, bei der man also gar keine secundären Ströme braucht, auf beliebig geformte Platten aus, indem er den Strom an einer Stelle des Randes zuführte und an zwei symmetrisch gelegenen anderen Punkten ableitete. v. ETTINGSHAUSEN und NERNST haben diese Fälle dann, veranlasst auch durch theoretische Rechnungen von BOLTZMANN (s. w. u.), weiter verfolgt und namentlich gezeigt, in welchem quantitativen Zusammenhange sie mit dem einfachen HALL'schen Falle stehen. Dieselben Autoren haben ferner gezeigt, dass die Wirkung ungeändert bleibt, wenn die Elektroden des primären und des secundären Stromes mit einander vertauscht werden. Dagegen zeigt das Wismuth die Asymmetrie, dass bei Erregung des Feldes in der einen Richtung der Effekt grösser ist als in der

[1]) Vergl. auch LEDUC, a. a. O.

anderen. Bei Stahl und Kobalt hat HALL auch eine remanente, d. h. nach Aufhebung des Feldes zurückbleibende Drehung constatirt.

Von besonderer Wichtigkeit ist die wiederholt constatirte Thatsache, dass ein HALL-Effekt auch eintritt, wenn die Platte nicht senkrecht, sondern parallel zu den Kraftlinien des magnetischen Feldes liegt, jedoch nur in demjenigen der beiden hier möglichen Fälle, in welchem der primäre Strom senkrecht zum Felde, nicht auch, wenn er parallel zu ihm verläuft, d. h. das HALL'sche Phänomen tritt gerade wie das KERR'sche in zwei auf einander senkrechten Raumrichtungen, nicht aber in der dritten auf. Dabei ist der Rotationscoëfficient für stark magnetische Stoffe wesentlich schwächer als bei der gewöhnlichen Orientirung, beim Wismuth dagegen nach v. ETTINGSHAUSEN und NERNST ungefähr ebenso gross.

Endlich ist als nicht unwesentlich zu erwähnen, dass die Temperatur einen Einfluss auf den HALL-Effekt ausübt, und zwar bei verschiedenen Stoffen in sehr verschiedenem Grade. Während nämlich bei Gold ein Einfluss kaum constatirt werden konnte, nimmt der Effekt für 1° C bei Stahl um $\frac{1}{3}$%, bei Nickel um $\frac{2}{3}$%, bei Kobalt sogar um 1% zu. Für Wismuth liegen von verschiedenen Seiten Beobachtungen über diesen Punkt vor. v. ETTINGSHAUSEN und NERNST fanden bei einer Wismuthplatte zwischen gewöhnlicher Temperatur und 100° eine Zunahme, für eine andere dagegen von vornherein eine Abnahme des HALL-Effektes (für 0°, 21°, 99° die Werthe 8·1, 7·3, 4·1); LEDUC[1]) fand eine starke Zunahme, die er durch die Formel $1 + 0{\cdot}00844\, t + 0{\cdot}0000862\, t^2$ darstellte, DRUDE und NERNST[2]) endlich fanden bei zwei verschiedenen Platten in der Reihenfolge der Versuche folgende relative Zahlen:

1)	$t = 20°$	254°	23°	
	$e = 1{\cdot}000$	0·418	1·005	
2)	$t = 14°$	243°	100°	14°
	$e = 1{\cdot}00$	0·23	1·23	1·16

Die Wirkung nimmt also mit steigender Temperatur anfangs etwas zu, vor dem Schmelzpunkt aber schnell ab. Die zweite Platte war vorher in flüssigem Zustande untersucht worden, hatte dabei aber gar keinen Effekt gezeigt. Bei der Wiederabkühlung traten etwas grössere Werthe auf als ursprünglich. Beim Antimon wurden folgende Zahlen gefunden:

$t = 17°$	210°	250°	30°	23°
$e = 1{\cdot}00$	0·78	0·72	0·76	0·91

Der Temperatureinfluss ist also hier viel geringfügiger.

Widerstandsänderung im Magnetfelde. Longitudinaler HALL-Effekt. Die Thatsache, dass der specifische Widerstand der Metalle sich durch ihre Einbringung in ein magnetisches Feld ändert, ist schon in Bd. III (1), pag. 274 erwähnt und in Beispielen (Wismuth, Tellur, Antimon, Nickel, Kobalt, Eisen) näher besprochen worden; der Einfluss ist, wie dort gezeigt wurde, im Allgemeinen ein verschiedener, je nach der Richtung des Stromes im Vergleich zur Richtung des magnetischen Feldes. Man kann dies für die ferromagnetischen Metalle in sehr mannigfaltiger Weise studiren, indem man den Strom entweder um den in Drahtform angewandten Körper spiralig herumführt oder axial durch ihn hindurchleitet, wobei man auch wesentliche Unterschiede im Verhalten von Eisen und Stahl findet; es sei, zugleich als Ergänzung der früheren Literatur,

---

[1]) LEDUC, Compt. rend. 102, pag. 358. 1886.

[2]) DRUDE u. NERNST, Gött. Nachr. 1890, pag. 470; WIED. Ann. 42, pag. 568.

in dieser Hinsicht noch auf Abhandlungen von AUERBACH[1]), CHWOLSON[2]) und v. WYSS[3]) hingewiesen. Der Sinn der Widerstandsänderung ist nach den übereinstimmenden Ergebnissen der, dass parallel zu den Kraftlinien des Feldes eine Zunahme, senkrecht zu ihnen eine Abnahme des Widerstandes eintritt; aber hinsichtlich der Grösse dieser Aenderung gehen die Angaben weit auseinander, und es genüge daher, anzuführen, dass die grössten gefundenen Aenderungen 6% oder, wenn man von den TOMLINSON'schen Werthen als fehlerhaft absieht, 2%, die kleinsten dagegen nur 0·02% betragen, und dass die Wahrheit, soweit man mit Rücksicht auf die sehr verschiedenartige Anordnung überhaupt von einer solchen sprechen darf, der letzteren Zahl näher liegt als der ersteren. Auch die Abhängigkeit der Aenderung vom Magnetismus ist verschieden dargestellt worden: Einige haben Proportionalität mit der Stärke des das Feld erregenden Stromes, Andere mit dem Quadrate derselben, noch Andere (v. WYSS) mit dem magnetischen Moment gefunden.

Bei den schwach magnetischen Stoffen besteht die Aenderung, wie es scheint, stets in einer Zunahme, am grössten ist sie bei Wismuth, die Zunahme tritt hier für alle Orientirungen des Stromes gegen das Feld auf, sie ist, wie die Tabelle auf pag. 277 von Bd. III (1) zeigt, verschieden ∥ und ⊥ zum Felde. Für dieses Metall haben neuerdings RIGHI[4]) und v. AUBEL[5]) gezeigt, dass die Widerstandsänderung durch Erregung des Magnetfeldes mit steigender Temperatur sehr viel kleiner wird, und DRUDE und NERNST[6]) haben hierüber genauere Untersuchungen angestellt; für Querstellung gegen das Feld fanden sie:

t	16°	100°	223°	290°	35°	18°
dw in %	21·9	8·0	0·96	0·41	15·1	18·6

Die magnetische Widerstandsänderung sinkt also bis 100° auf etwa $\frac{1}{3}$, dann aber, mit der Annäherung an den Schmelzpunkt, rapid auf sehr kleine Bruchtheile herab. Man muss aber bedenken, dass diese Erscheinung sehr verwickelt ist, dass bei ihr die Veränderlichkeit der Magnetisirbarkeit mit der Temperatur, die Veränderlichkeit des Widerstandes selbst mit der Temperatur und die vorübergehende oder dauernde Aenderung der Constitution des Materials wesentlich betheiligt ist. — Ferner hat v. ETTINGSHAUSEN[7]) auch die Widerstandsänderung von Antimon und Tellur, FAÈ[8]) die von Antimon und Kobalt im Magnetfelde untersucht.

Es könnte befremdlich erscheinen, dass die Widerstandszunahme im Magnetfelde hier als eine dem HALL'schen Phänomen verwandte Erscheinung rubricirt worden ist; man sieht dies aber sofort ein, wenn man sich eine vom Strom durchflossene Wismuthplatte vorstellt, die senkrecht zu dem magnetischen Felde in diesem sich befindet, und erwägt, dass derselbe Galvanometerausschlag, den man auf eine Widerstandszunahme zurückführt, auch auf eine Abnahme der elektromotorischen Kraft des Stromes oder, mit anderen Worten, auf das Auftreten einer elektromotorischen Gegenkraft in Folge der Erregung des Feldes zurück-

---

[1]) AUERBACH, WIED. Ann. 3, pag. 298 u. 301. 1878.
[2]) CHWOLSON, Rep. d. Phys. 13, pag. 230. 1877.
[3]) v. WYSS, WIED. Ann. 36, pag. 447. 1889.
[4]) RIGHI, J. de Phys. (2) 3, pag. 355. 1884.
[5]) v. AUBEL, Phil. Mag. (5) 28, pag. 342. 1889; Compt. rend. 108. 1889.
[6]) DRUDE u. NERNST, Gött. Nachr. 1890, pag. 471.
[7]) v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. 95 (2), pag. 714. 1887.
[8]) FAÈ, Atti Ist. Ven. (6) 5. 1887.

geführt werden kann. In diesem Sinne hat NERNST[1]) die Erscheinung als longitudinalen HALL-Effekt bezeichnet. Bei dem transversalen HALL-Versuch wird das Eintreten einer Potentialdifferenz zwischen zwei Plattenstellen, die ursprünglich keine solche haben, constatirt; bei dem longitudinalen Versuch wird gezeigt, dass die Potentialdifferenz zwischen zwei Stellen, zwischen denen sie schon von vornherein gross ist, eben zwischen der Ein- und Austrittstelle des primären Stromes selbst, im Felde verringert wird. Der Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen ist insofern sehr einfach, als bei gleichbleibender Resultante die eine Componente abnehmen muss, wenn die andere von Null auf einen positiven Werth zunimmt. Man kann also den longitudinalen HALL-Effekt als eine Folge des transversalen bezeichnen. Umgekehrt muss aber auch die Widerstandsänderung im Magnetfelde und zwar speciell der Umstand, dass sie eine Function des Winkels der Stromrichtung mit dem Felde ist, eine Rückwirkung auf das transversale HALL-Phänomen ausüben, wie man bei Verfolgung der Stromfäden in der Platte leicht einsieht; es soll damit nicht gesagt sein, dass sich hierdurch das HALL'sche Phänomen erklärt; aber es ist damit ein zweiter Faktor desselben aufgedeckt, der bei einer Theorie berücksichtigt werden muss.

Thermomagnetischer Transversaleffekt (vergl. die schon früher, Bd. III, 1, pag. 403, hierüber gemachten kurzen Bemerkungen). v. ETTINGSHAUSEN und NERNST[2]) haben gezeigt, dass ein dem HALL'schen ganz analoger stationärer Transversalstrom auftritt, wenn man in der primären Richtung statt eines elektrischen einen Wärmestrom durch die Platte fliessen lässt, indem man etwa bei der rechteckigen Platte die Mitte der einen Kante ständig erhitzt und die Mitte der gegenüberliegenden Seite ständig kühlt; die Richtung des elektrischen Querstromes wechselt mit der des Wärmestromes und des Feldes; für eine bestimmte Richtung der beiden letzteren ist sie derart, dass man von der Eintrittstelle des Wärmestromes zur Eintrittstelle des erzeugten elektrischen Querstromes in die Platte durch eine Bewegung entgegengesetzt dem Sinne der das Feld erregenden Ströme gelangt. Entdeckt wurde die Erscheinung beim Wismuth, und zwar an einer Platte von 5 *cm* Länge, 4 *cm* Breite und 0·2 *cm* Dicke (also an einer verhältnissmässig sehr dicken Platte); sie wurde dann aber bei zahllosen anderen Substanzen wiedergefunden, bei einigen war das Vorzeichen wie bei Wismuth, also nach einer bei anderen Erscheinungen eingeführten Bezeichnungsweise negativ, bei anderen positiv. Die auftretende elektromotorische Kraft lässt sich durch die Formeln

$$q = Q\,\frac{\beta}{\lambda}\,M(t_2 - t_1) = \frac{Q}{K}\,\frac{WM}{\delta}$$

ausdrücken, in denen β die Breite, λ die Länge, δ die Dicke der Platte, M die Feldstärke, t_1 und t_2 die beiden constant erhaltenen Temperaturen, W die Intensität des Wärmestromes, Q eine specifische Constante und K das Wärmeleitungsvermögen ist; die erste Formel stellt unmittelbar das Ergebniss der Beobachtungen dar, die zweite, die sich durch Umrechnung aus ihr leicht ergiebt, zeigt, dass die Erscheinung dem HALL'schen Phänomen vollkommen analog ist und in ganz derselben Weise von den maassgebenden Faktoren abhängt; nur wird dann die specifische Constante nicht, wie in der ersten Formel, Q, sondern Q/K. Uebrigens hängt Q von der Temperatur ab, eine Abhängig-

---

[1]) NERNST, WIED. Ann. 31, pag. 783. 1887.

[2]) v. ETTINGSHAUSEN u. NERNST, WIED. Ann. 29, pag. 343. 1886. — NERNST, WIED. Ann. 31, pag. 760. 1887.

:it, die man durch einen Temperaturcoëfficienten α ausdrücken kann. Die
essungen von NERNST haben nun folgende Zahlen ergeben, wobei Q für 56° C.
lt und als Wärmeeinheit die Gramm-Calorie zu Grunde gelegt ist.

	Q	α	$\frac{Q}{K}$
Wismuth	— 0·132	— 0·0133	— 7·8
Antimon	— 0·00887	— 0·00163	— 0·21
Nickel	— 0·00861	+ 0·00402	— 0·066
Kobalt	— 0·00224	+ 0·00839	— 0·013
Kohle	(— 0·0001)	—	(— 0·25)
Eisen	+ 0·00156	—	+ 0·0096
Stahl	+ 0·000706	+ 0·00400	+ 0·0071
Kupfer	+ 0·000090	+ 0·0050	+ 0·00013
Zink	+ 0·000054	—	+ 0·00020
Silber	+ 0·000046	—	+ 0·00005
Blei	(?) + 0·000005	—	+ 0 00006
Zinn	(?) + 0·000004	—	+ 0·00003

Eine Vergleichung der Zahlen der letzten Spalte mit den Zahlen für die
›nstante R des HALL'schen Phänomens zeigt eine merkwürdige Proportionalität
r absoluten Werthe, derart, dass ziemlich genau eine Gramm-Calorie des
ermomagnetischen Phänomens äquivalent ist der Einheit der Elektricitätsmenge
im HALL'schen Phänomen; diese Proportionalität ist um so auffallender, als
: Vorzeichen der Zahlen für beide Erscheinungen durchaus nicht bei allen
offen mit einander stimmen, ein Punkt, der noch sehr der Aufklärung bedarf.
as schliesslich die Natur des entstehenden Stromes betrifft, so liegt es am
chsten an einen thermoelektrischen zu denken, also an eine durch das Feld
zeugte Temperaturverschiedenheit symmetrisch gelegener Plattenpunkte, und
an würde den Parallelismus haben, dass ein primärer elektrischer Strom einen
cundären elektrischen, ein primärer Wärmestrom einen secundären Wärme-
:om hervorruft. v. ETTINGSHAUSEN und NERNST wurden durch verschiedene
'ahrnehmungen zu der Annahme geführt, dass diese Auffassung nicht die richtige
i, das eine seitliche Temperaturverschiedenheit nicht eintritt, dass vielmehr
ch der Wärmestrom im Feld unmittelbar einen elektrischen Transversalstrom
:eugt. Inzwischen haben andererseits RIGHI[1]) und LEDUC[2]) gefunden, dass im
ıgnetischen Felde eine Ablenkung der Isothermen (thermischer Transversal-
'ekt) stattfindet, worüber schon im vorigen Artikel (pag. 273) einige Angaben
macht worden sind; dabei ist zu bemerken, dass die thermische Asymmetrie
n RIGHI nicht bloss durch Thermoströme, sondern auch durch Thermometer
stgestellt worden ist. Ob in diesen Versuchen vielleicht noch verborgene,
:mde Einflüsse mitspielten, muss dahingestellt und die endgültige Entscheidung
r Frage daher noch vorbehalten bleiben.

Thermomagnetischer Longitudinaleffekt. Wie dem HALL'schen
ransversal- ein HALL'scher Longitudinaleffekt, so steht auch dem thermo-
ıgnetischen Transversaleffekt ein thermomagnetischer Longitudinaleffekt zur
ite, der ebenfalls von v. ETTINGSHAUSEN und NERNST[3]) beobachtet worden

[1]) RIGHI, Rend. Acc. Linc. 1887, 12. Juli; Compt. rend. 105, pag. 168. 1887; Atti Acc.
ıc. (4) 4, pag. 433. 1888.

[2]) LEDUC, Compt. rend. 104, pag. 1783. 1887.

[3]) v. ETTINGSHAUSEN u. NERNST, a. a. O. — NERNST, a. a. O.

ist. Legt man nämlich die Elektroden für die zum Galvanometer führenden Drähte nicht an die Querseiten, also auf eine Isotherme, sondern im Gegentheil in Punkte stärkster Temperaturdifferenz, also z. B. in die Randstellen, die von aussen erhitzt resp. gekühlt werden, und compensirt man den hierbei auftretenden starken thermoelektrischen Strom, so erhält man bei Erregung des Feldes einen neuen Strom, also eine neue elektromotorische Kraft. Das Charakteristische derselben im Gegensatz zu den Querströmen ist, dass sie stets dieselbe Richtung hat, gleichviel in welchem Sinne das Feld erregt wird. Im übrigen zeigt diese Erscheinung ein viel unsichereres Verhalten als die früher behandelten. So ist sie bisher nur beim Wismuth constatirt worden und auch hier hat ihr Effekt keine feste Richtung, sondern er tritt bei verschiedenen Exemplaren von Wismuthplatten bald in der Richtung des Wärmestromes, bald in der entgegengesetzten, ja sogar bei einer und derselben Platte wechselt er zuweilen bei Abänderung der Temperaturdifferenz das Zeichen. Dass die Erscheinung wirklich in der Platte entsteht und nicht an den Elektroden, geht daraus hervor, dass sie von der Natur der Elektroden nicht abhängt und selbst dann auftritt, wenn diese ausserhalb des Feldes liegen. Andererseits aber wird man hier wieder unwillkürlich an die von RIGHI und LEDUC (a. a. O.) festgestellte Thatsache denken, dass die Wärmeleitungsfähigkeit des Wismuths im magnetischen Felde kleiner wird (thermischer Longitudinaleffekt).

Hinsichtlich der Beziehung zwischen dem transversalen und dem longitudinalen thermomagnetischen Effekt ist folgender Versuch an einer kreisförmigen Wismuthplatte mit 8 am Rande in gleichen Abständen angebrachten Elektroden lehrreich: Der Wärmestrom floss ungefähr von W nach O, sein thermomagnetischer Effekt wurde zwischen je zwei gegenüberliegenden der obigen Elektroden gemessen, und zwar für zwei verschiedene Feldstärken M. Man kann dann in leicht ersichtlicher Weise durch Umkehrung des Feldes die transversale Componente τ des Effektes, die sich dabei ebenfalls umkehrt, von der longitudinalen λ, die unverändert bleibt, trennen und erhält dann folgende Zahlen:

		N, S	O, W	NO, SW	NW, SO
$M = 2480$	τ	142	3	90	96
	λ	3	13	13	11
$M = 4320$	τ	245	5	153	163
	λ	7·5	42	38	38

Der Längseffekt ist also viel kleiner als der Quereffekt; während aber ersterer mit M, ist letzterer mit M^2 proportional[1]).

Galvanomagnetischer Transversal- und Longitudinaleffekt. Endlich ist es v. ETTINGSHAUSEN[2]) gelungen, die dem thermomagnetischen Quereffekt reciproke Erscheinung nachzuweisen, d. h. zu zeigen, dass, wenn eine Platte im magnetischen Felde von einem zu den Kraftlinien senkrechten Strome durchflossen wird, senkrecht zu dessen Richtung eine Temperaturdifferenz sich ausbildet und folglich ein Wärmestrom zu Stande kommt. Zu diesem Zwecke wurde eine recht dünne, durch Watte ringsum geschützte Wismuthplatte an den kurzen Rechteckseiten mit Elektroden, die diese ganzen Seiten umfassten, versehen, an der Mitte einer Langseite an die eine Löthstelle eines Thermoelementes angelöthet, während die andere in ein Gefäss mit Wasser tauchte, oder auch es waren die beiden Löthstellen des Thermoelementes in den Mitten der beiden

---

[1]) Ueber die beiden thermomagnetischen Effekte vergl. auch GRIMALDI, N. Cim. (3) 22. 1887.

[2]) v. ETTINGSHAUSEN, WIED. Ann. 31, pag. 737. 1887.

Langseiten angelöthet. Bei Durchgang des Stromes trat natürlich in dem mit dem Thermoelement verbundenen Galvanometer eine Ablenkung ein, die aber bald stationär wurde. Bei Erregung des Feldes trat dann eine neue Ablenkung auf. Ihr Sinn war derart, dass, wenn man von der Eintrittsstelle des Stromes zur Löthstelle durch eine Bewegung im Sinne der das Feld erregenden Ströme gelangte, die Löthstelle erwärmt, im entgegengesetzten Falle abgekühlt sein musste. Die Wirkung kehrt sich also mit dem Strome und mit dem Felde um. Man kann diesen Effekt galvanomagnetischen Transversaleffekt nennen. Wie sich der thermomagnetische Effekt zur thermoelektrischen Erscheinung, so verhält sich also dieser Effekt zum PELTIER'schen Phänomen. Jedoch ist zu bemerken, dass der transversale Wärmestrom gerade die umgekehrte Richtung hat, als man nach dieser Analogie erwarten müsste. Die Wirkung, die übrigens, wie es scheint, sowohl der Stromstärke als auch der Feldstärke proportional ist, ist demnach einigermaassen räthselhaft. Der entsprechende longitudinale galvanomagnetische Effekt ist von NERNST[1]) an einem Wismuthstäbchen constatirt worden, er war aber, selbst bei grosser Feldstärke, ausserordentlich schwach und zählte nur nach zehntel Graden. NERNST versuchte auch, ob sich die thermomagnetischen Effekte auch zeigen, wenn die Platte in die Feldrichtung gestellt wird; er erhielt aber kein deutliches Ergebniss.

Elektromotorische Kraft des Magnetismus. Mit dem Namen »galvanomagnetischer Ströme« ist von GRIMALDI[2]) eine Erscheinung belegt worden, welche mit den obigen Erscheinungen nichts zu thun hat, und für die deshalb, um Verwechselungen zu vermeiden, besser der von NICHOLS und FRANKLIN[3]) ihr gegebene Name »elektromotorische Kraft der Magnetisirung« beibehalten wird. Die Erscheinung, die zuerst von GROSS[4]) bekannt gegeben wurde, wird hier erwähnt, weil es sich um eine elektrische Wirkung des Magnetismus dabei handelt, eigentlich gehört sie aber mehr zu den chemischen Wirkungen des Magnetismus, wie sie im vorigen Artikel (pag. 274) erwähnt wurden. Sie besteht darin, dass, wenn zwei gleiche Elektroden von Eisen (GROSS, NICHOLS) oder Wismuth (GRIMALDI) in eine geeignete Flüssigkeit getaucht werden, sie eine elektrische Differenz und damit einen Strom liefern, sobald die eine von ihnen magnetisirt wird (dauernd oder vorübergehend). Die Richtung des Stromes ist bei Eisen je nach der Flüssigkeit verschieden, in Wismuth geht er in der Flüssigkeit stets vom magnetischen zum unmagnetischen Metall. Die Stärke der erreichten elektromotorischen Kraft ist im besten Falle bei Eisen 0·04 Volt bei 10000 Feldstärken, für Wismuth 0·002 Volt bei 80000 Feldstärken. Die Erscheinung ist jedenfalls complicirt und hängt mit den Veränderungen zusammen, die das Wismuth überhaupt durch Magnetisirung erfährt; man vergleiche über diese Veränderungen besonders einige Abhandlungen von GRIMALDI[5]).

Einfluss des Magnetismus auf die Thermoelektricität. Ueber die Erscheinung, dass die Magnetisirung des Eisens seine thermoelektrische Stellung beeinflusst, und dass insbesondere zwischen magnetischem und unmagnetischem Eisen eine thermoelektrische Kraft auftritt, sind schon in Bd. III (1), pag. 403

[1]) NERNST, WIED. Ann. 31, pag. 784. 1887.

[2]) GRIMALDI, Rend. Acc. Linc. 1889, pag. 28; Atti Acc. Linc. 1889, pag. 161.

[3]) NICHOLS u. FRANKLIN, Sill. J. 34, pag. 419. 1887; 35, pag. 290. 1888. — Vergl. auch ROWLAND u. BELL, Phil. Mag. (5) 26, pag. 105. 1888.

[4]) GROSS, Wien. Ber. 92 (2), pag. 1378. 1886.

[5]) GRIMALDI, Rend. Acc. Linc. 1888; N. Cim. (3) 23.

einige Angaben gemacht worden, die sich auf THOMSON's Versuche an Eisen beziehen; hinzuzufügen sind Versuche von BARUS und STROUHAL[1]) sowie von EWING[2]), deren Resultate mit denen von THOMSON im grossen Ganzen übereinstimmen. BACHMETJEW[3]), der die Erscheinung näher verfolgte, fand, dass die entstehende Kraft der magnetisirenden Kraft proportional ist, und dass sie, wenn man den Eisendraht zunehmenden Spannungen unterwirft, abnimmt und unter Umständen sogar das Zeichen wechselt, sodass der Strom entgegengesetzt wie vorher fliesst; er schliesst hieraus, dass die Wirkung eine secundäre und durch die beim Magnetisiren auftretende Längenänderung bedingt sei. GRIMALDI[4]) hat das Wismuth (in einer Verbindung mit Kupfer) dem Versuch unterworfen und gefunden, dass käufliches Wismuth durch Magnetisirung gering, reines stärker thermoelektrisch wirksam wird; bei der Quermagnetisirung ist die Wirkung stärker als bei der Längsmagnetisirung (ebenso wie oben der Einfluss auf die elektrische Leitungsfähigkeit); der grösste von GRIMALDI erzielte Werth der Aenderung des thermoelektrischen Verhaltens beträgt 11§, ist also ungefähr ebenso gross, wie die entsprechende Widerstandsänderung. Sie ist, wie man sieht, gross genug, um es wahrscheinlich zu machen, dass die in Rede stehende Erscheinung auf die oben betrachteten Effekte nicht ohne Einfluss ist, wodurch diese letzteren sich noch weiter verwickeln.

Theorie des HALL'schen Phänomens und der verwandten Erscheinungen. Erwägt man die grosse Zahl der im Voranstehenden angedeuteten, mit einander in Verwandtschaft stehenden Phänomene, so begreift man, dass eine vollständige Theorie derselben ausserordentlich verwickelt sein muss. Man hat daher vorläufig nur Theorien entwickelt, welche als erste Annäherung zu betrachten sind, und die betreffende, durch die Theorie dargestellte Erscheinung in erste Linie stellen, die übrigen, mit ihr verknüpften Erscheinungen dagegen höchstens zum Theil und nur als Correktionsglieder berücksichtigen. Es muss hier genügen, die Theorie eines dieser Phänomene, des HALL'schen, zu skizziren, für die anderen aber, unter Hinweis auf ihre Darstellung in den schon oben citirten und noch zu citirenden Abhandlungen, zu bemerken, dass sie sehr ähnlich und in den Formeln zum Theil sogar geradezu übereinstimmend mit der genannten Theorie sind.

Voranzuschicken ist, dass, wie wohl jetzt keinem Zweifel mehr unterliegt, das HALL'sche Phänomen eine unmittelbar elektromagnetische Erscheinung ist; von den entgegengesetzten Annahmen, die in der ersten Zeit nach der Entdeckung gemacht wurden, sei hier nur die — inzwischen auch schon von verschiedenen Seiten widerlegte — von BIDWELL erwähnt, nach welcher die Erscheinung mit einer thermisch-elastischen Deformation der Platte zusammenhängen soll[5]).

Die Erscheinung beruht vielmehr auf den Kräften zwischen Magnetismus und strömender Elektricität. Zu Complikationen giebt freilich der Sinn dieser Kräfte resp. ihrer Wirkungen Anlass; nach den elektromagnetischen Gesetzen müsste er wenigstens bei den positiv magnetischen Stoffen negativ sein, er ist aber gerade für die stark magnetischen Stoffe Eisen und Kobalt positiv, und man

---

[1]) STROUHAL u. BARUS, WIED. Ann. 14, pag. 54. 1881. — Bull. U. S. Geol. Surv. 1885.

[2]) EWING, Trans. R. Soc. 1886 (2), pag. 361.

[3]) BACHMETJEW, WIED. Ann. 43, pag. 723. 1891.

[4]) GRIMALDI, Rend. Acc. Linc. 1887, pag. 134; 1888, pag. 132; N. Cim. (3) 21, pag. 57; 22, pag. 3. 1887.

[5]) BIDWELL, Phil. Mag. (5) 17, pag. 250. 1884. — RIGHI, Atti Acc. Linc. 1884, pag. 331.

müsste deshalb annehmen, dass hier die starke innere Induction das Zeichen umkehrt; dass sich Nickel anders verhält, müsste man auf dessen, seinem elastisch-magnetischen Verhalten nach, eigenthümliche Constitution schieben. Auch für die übrigen Stoffe ergeben sich ähnliche Complicationen. Sieht man hiervon ab und betrachtet die Wirkung nur in ihrem qualitativen Wesen, so ist die Aufstellung einer mathematischen Theorie nicht eben schwierig; es ist nur nothwendig, in die Gleichungen für die Bewegung der Elektricität Glieder einzufügen, welche ihr gerecht werden. Diesen Gedanken haben der Reihe nach in immer allgemeinerer und vollständigerer Weise zur Durchführung gebracht ROWLAND[1]), LORENTZ[2]), BOLTZMANN[3]), GOLDHAMMER[4]) und VENSKE[5]). Da die Theorie von GOLDHAMMER die anderen im Wesentlichen mit umfasst, soll sie den folgenden Andeutungen zu Grunde gelegt werden; sie geht übrigens ebenso wie die anderen von den allgemeinen, von MAXWELL in seinem Buche aufgestellten Fundamentalgleichungen aus.

Die Bewegungsgleichungen der Elektricität in einer im Felde (z-Richtung) befindlichen Platte sind

$$u = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial\varphi}{\partial x} - hv, \quad v = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + hu, \quad w = \frac{1}{\sigma}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$$\Delta\varphi = 0$$

wo φ das Potential, σ der specifische Widerstand der Substanz und h die den Einfluss des Feldes charakterisirende Constante ist. Wenn die Platte in der xy-Ebene liegt, sehr dünn (δ) ist und der Strom in der x-Axe fliesst, ist $w = 0$ und $v = 0$, und die Integration ergiebt nach BOLTZMANN als transversale elektromotorische Kraft $e = hJ/k\delta$, wenn J die Stärke des Hauptstromes ist; man braucht also (s. pag. 324) nur $h = RMk$ zu setzen, um die Theorie mit der Erfahrung in dieser Hinsicht in Uebereinstimmung zu bringen. BOLTZMANN hat ferner hieraus mehrere interessante Schlüsse gezogen, die dann v. ETTINGSHAUSEN experimentell bestätigt hat.

Diese Theorie berücksichtigt aber nicht den zweiten wesentlichen Faktor der Erscheinung, nämlich die Widerstandsänderung im Magnetfelde, und zwar die Verschiedenheit dieser Aenderung je nach der Richtung des Stromes zum Felde. Man wird dieser gerecht, wenn man annimmt, dass die Platte im Felde äolotrop wird, also nicht einen einzigen Widerstandscoëfficienten, sondern deren 9 hat: σ_{11} u. s. w. Setzt man nun $\sigma_{12} = \sigma_3 - \tau_3, \sigma_{21} = \sigma_3 + \tau_3$ u. s. w. und identificirt die Hauptaxen mit den Coordinatenaxen, so wird $\sigma_1 = \sigma_{11} = \sigma_{22}$, $\sigma_3 = \sigma_{33}$, und man erhält die Gleichungen:

ausserhalb des Feldes:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\sigma_0 u, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 0,$$

innerhalb des Feldes:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\sigma_1 u, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\tau_3 u, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z} = -\tau_2 u, \quad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 0.$$

---

[1]) ROWLAND, Amer. J. of Math. 3, pag. 89. 1880.

[2]) LORENTZ, Versl. en Meded. Ak. v. Wet. Amst. 19, pag. 217. 1883; Arch. Néerl. 19, pag. 123. 1884; Beibl. 1884, pag. 869.

[3]) BOLTZMANN, Wien. Anz. 1886, pag. 77 u. 113; Wien. Ber. 94, pag. 644. 1886.

[4]) GOLDHAMMER, WIED. Ann. 31, pag. 370. 1887.

[5]) VENSKE, Gött. Nachr. 1888, pag. 313.

Die Integration ergiebt, wenn die Eintritts- und Austrittspotentiale des primären Stromes φ_0 und φ_1 sind und λ die Länge der Platte ist:

$$\varphi = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\lambda} x - \frac{\tau_3}{\sigma_1} \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{l} y - \frac{\tau_2}{\sigma_1} \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{l} z + const.$$

Das erste Glied stellt den Hauptstrom, das zweite den HALL'schen Strom dar, das dritte Glied würde eine elektromotorische Kraft in der z-Richtung angeben, wenn es nicht aus anderen Gründen verschwinden müsste. Liegt die Platte den Kraftlinien parallel, und fliesst der Strom senkrecht zu ihnen, so erhält man einen ganz analogen Ausdruck. Einen longitudinalen HALL-Effekt enthält diese Gleichung nicht, weil dieser als Widerstandsänderung aufgefasst wird. Auch müsste die Gleichung nun noch mit Rücksicht auf die übrigen oben behandelten Effekte vollständig werden.

Zum Schlusse sei noch auf einige Betrachtungen von LOMMEL[1]) über das HALL'sche Phänomen, sowie auf eine zwischen BOLTZMANN, HALL und v. ETTINGSHAUSEN[2]) geführte Diskussion über die Frage hingewiesen, ob und wie man aus diesem Phänomen auf die Geschwindigkeit einen Schluss ziehen könnte, mit welcher die Elektricität in Leitern strömt. Da die hierbei gemachten Annahmen immerhin einigermaassen hypothetisch sind, mag es genügen, das Ergebniss der Messungen von ETTINGSHAUSEN anzuführen: hiernach würde sich die Elektricität mit der sehr geringen Geschwindigkeit von wenigen *mm* in der Secunde fortbewegen, eine Zahl, die natürlich mit der ungeheuern Geschwindigkeit, mit der sich der elektrische Impuls fortpflanzt, nichts zu thun hat, aber immerhin auffallend klein erscheint.

Einfluss des Magnetismus auf elektrische Entladungen und auf das elektrische Licht. Im Art. »Durchgang der Elektricität durch Gase« sind die wichtigsten der überaus mannigfaltigen Erscheinungen dargestellt, welche auftreten, wenn der elektrische Strom durch Luft oder luftverdünnte Räume hindurchgeht, und es ist am Schlusse dieses Artikels auch darauf hingewiesen, dass auf diese Erscheinungen der Magnetismus einen interessanten Einfluss ausübt. Den dortigen Bemerkungen ist hier einiges Nähere hinzuzufügen. Die Ablenkung des zwischen Kohlen- oder Platinspitzen auftretenden Lichtbogens durch Magnete ist von DAVY[3]) entdeckt und dann von CASSELMANN[4]), DE LA RIVE[5]) u. A. näher studirt worden. Sie folgt natürlich den elektromagnetischen Gesetzen, und es kann, wie WALKER[6]) zuerst beobachtet hat, auch eine dauernde Rotation zu Stande gebracht werden.

Die Wirkung des Magnetismus auf den in der Luft überspringenden Inductionsfunken und seine Lichthülle ist besonders von DE LA RIVE, DU MONCEL und PLÜCKER näher untersucht worden[7]). Der Funke selbst wird dabei gar nicht aus seiner geradlinigen Bahn abgelenkt, wohl aber seine Lichthülle, und zwar nach dem oben angegebenen Gesetze der elektromagnetischen Wirkung, wobei man sich die Lichthülle als einen biegsamen Leiter mit an den Polen festen

---

1) LOMMEL, WIED. Ann. 48, pag. 462. 1893.

2) BOLTZMANN, Wien. Anz. 1880, pag. 12. — HALL a. a. O. — v. ETTINGSHAUSEN, WIED. Ann. 11, pag. 432. 1880.

3) DAVY, Trans. R. Soc. 1821 (2), pag. 427. — GILB. Ann. 71, pag. 241.

4) CASSELMANN, POGG. Ann. 63, pag. 588. 1844.

5) DE LA RIVE, POGG. Ann. 104, pag. 129. 1859.

6) WALKER, POGG. Ann. 54, pag. 514. 1841.

7) PLÜCKER, POGG. Ann. 113 u. a. a. O.

Enden vorzustellen hat (vergl. oben pag. 311); denkt man sich also im Entladungsstrome liegend, und sieht man den Nordpol des zur Entladung senkrechten Feldes an, so wird der Lichtbogen nach links abgelenkt, und seine Grenze wird durch Kreisbögen gebildet. Erfolgt die Entladung parallel zum Felde, so wird das Licht durch eine *S*-förmige Fläche begrenzt, indem die beiden Hälften in entgegengesetzter Richtung abgelenkt werden und der mittelste Punkt unabgelenkt bleibt. — Ganz ähnlich ist die Erscheinung in dem luftverdünnten Raume des elektrischen Eies, der Funke geht geradlinig über, die Lichthülle wird abgelenkt. Ersetzt man von den beiden punktförmigen Elektroden die eine durch einen Ring, so dass vor Erregung des magnetischen Feldes der Strom von der Kugel zu einem schwankenden Punkte des Ringes übergeht, so tritt nach DE LA RIVE[1]) bei Erregung des Feldes Rotation des Lichtstromes um den Magneten ein. Auf die zahlreichen Modifikationen dieser Versuche und die daran geknüpften theoretischen Betrachtungen kann hier nicht eingegangen werden, es sei in dieser Hinsicht auf die Abhandlungen von PLÜCKER und DE LA RIVE verwiesen.

Ein wesentlicher Unterschied besteht übrigens hinsichtlich der Beeinflussung durch den Magneten zwischen der positiven und der negativen Elektricität. Während die positiven Entladungen nach den elektromagnetischen Gesetzen aus der Ebene des Stromes und Feldes herausgelenkt werden und dabei nach Art eines biegsamen Körpers deformirt werden, verhalten sich das negative Glimmlicht und die in ihm enthaltenen Kathodenstrahlen, vermuthlich in Folge ihres geringeren räumlichen und dynamischen Zusammenhangs, mehr wie aus einzelnen Partikeln zusammengesetzt, die sich in die magnetischen Curven einstellen und eventuell, wenn sie hieran verhindert werden, in Rotation gerathen. Auch hier muss auf die zahlreichen Versuche von PLÜCKER[2]) und HITTORF[3]) hingewiesen werden; insbesondere sei auf die von HITTORF beobachtete schraubenförmige Windung des Glimmlichtes und auf die Erklärung derselben durch die Untersuchungen von STOKES[4]) und RIECKE (pag. 310) hingewiesen. Am instructivsten ist das Verhalten des Lichtes in GEISLER'chen Röhren, weil man hier die beiden Elektroden resp. Lichthälften mit einander direkt vergleichen kann. Bringt man eine solche Röhre mit ihrem engeren Stücke in paralleler Lage in das Feld, so verschwinden die Schichtungen des positiven Lichtes, und es tritt dafür ein an die Seite gerückter Lichtstreifen in der einen Hälfte, ein an die entgegengesetzte Seite gerückter in der anderen Hälfte auf, während in der Mitte sich eine leuchtende Brücke zwischen beiden Streifen bildet; das negative Glimmlicht wird wenig beeinflusst. Um diesen Einfluss wahrzunehmen, muss man die Röhre verschieben, bis der negative Pol in das Feld kommt, und nimmt dann bestimmte Anordnungen des Glimmlichtes nach den magnetischen Curven wahr, die sich je nach der Lage der Magnetpole zur Elektrode höchst mannigfaltig gestalten. Schickt man durch die Röhre in der zuerst gedachten Lage einen Wechselstrom hindurch, so zeigen sich in jeder Hälfte des mittleren Stückes beide seitlichen Streifen, in der Mitte ein leuchtender Wirbel und an den beiden Enden das unter Umständen stark zurückgedrängte

[1]) DE LA RIVE, Arch. Gen. 2, pag. 34. 1858; 5, pag. 236. 1859; POGG. Ann. 104, pag. 129.

[2]) PLÜCKER, POGG. Ann. 103—113. 1858—62.

[3]) HITTORF, POGG. Ann. 136, pag. 213. 1869.

[4]) STOKES, Phil. Mag. (5) 2, pag. 389. 1876.

Glimmlicht. Die wichtigsten neueren Arbeiten über das Verhalten der Kathodenstrahlen im besonderen rühren von CROOKES, GOLDSTEIN, HERTZ, E. WIEDEMANN und LENARD[1]) her. Es kann aber hier auf die in ihnen enthaltenen Einzelheiten nicht eingegangen und nur das allgemeine, wichtige Ergebniss hergehoben werden, dass die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch den Magneten nicht eine Wirkung auf diese selbst ist (denn diese lenken umgekehrt Magnetnadeln nicht ab), sondern eine Wirkung auf das durchstrahlte Medium (HERTZ); und dieses Medium kann nur der Aether sein (LENARD).

In naher Beziehung zu den hier behandelten Erscheinungen steht auch die Einwirkung des Magneten auf elektrische Ringfiguren, über die man bei REITLINGER und WÄCHTER[2]) interessante Mittheilungen findet.

Zusammenhang mit dem HALL'schen und den verwandten Phänomenen. In einer sehr interessanten Mittheilung hat BOLTZMANN[3]) darauf hingewiesen, in wie naher Verwandtschaft der Einfluss des Magnetismus auf Entladungen in GEISLER'schen Röhren mit dem HALL'schen und den verwandten Phänomenen steht, und er hat durch einige einfache Versuche gezeigt, wie man die betreffenden Versuche geradezu auch in dem Medium, welches in den Röhren enthalten ist, anstellen kann. Eine der in Rede stehenden Erscheinungen ist übrigens schon lange bekannt, nämlich die Thatsache, dass der Magnetismus den Durchgang des Stromes durch GEISLER'sche Röhren erschwert, und BOLTZMANN hat durch einen Verzweigungsversuch gefunden, dass dabei unter Umständen eine Verzehnfachung des Widerstandes eintritt; das ist also das für Wismuth von RIGHI entdeckte Phänomen. BOLTZMANN hat dann ausser den primären Elektroden seitliche Secundärelektroden angebracht und auf diese Weise nicht nur den HALL-Effekt, sondern auch eine Reihe weiterer, ähnlicher Effekte erhalten.

F. AUERBACH.

Elektrodynamik.

A. Uebersicht der Grunderscheinungen.

Unmittelbar nach der Entdeckung der Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magneten durch OERSTED fand der französische Physiker AMPÈRE[4]) eine neue Eigenschaft des elektrischen Stromes. Er bewies durch Versuche, dass ein fester Stromleiter auf einen zweiten beweglichen Leiter eine verschiebende oder drehende Wirkung ausübt und bezeichnete dieselbe als »elektrodynamische«[5]), weil sie nur eintritt, wenn die Leiter von elektrischen

[1]) CROOKES, Trans. R. Soc. 1879, 2. — GOLDSTEIN, WIED. Ann. 11, pag. 832. 1880; 12, pag. 262. 1881; 15, pag. 253. 1881. — HERTZ, WIED. Ann. 19, pag. 782. 1883. — E. WIEDEMANN, WIED. Ann. 10, pag. 236. 1880; 20, pag. 791. 1883. LENARD, WIED. Ann. 52, pag. 1. 1894.

[2]) REITLINGER und WÄCHTER, WIED. Ann. 12, pag. 590. 1881.

[3]) BOLTZMANN, WIED. Ann. 31, pag. 789. 1887.

[4]) ANDRÉ MARIE AMPÉRE, GILBERT's Ann. 67, pag. 113—155; 225—257. 1821. — Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques, uniquement dé duite de l'expérience, dans lequel se trouvent réunis les mémoires que M. AMPÈRE a communiqués à l'Académie royale des Sciences dans les séances des 4 et 26 déc. 1820, 10. juin 1822, 22 déc. 1823, 12. sept. et 23. nov. 1825. — Mémoires de l'Académie T. 6. Année 1823. 1827.

[5]) C. NEUMANN hat die Benennung: »ponderomotorisch« vorgeschlagen, im Gegensatz zu der »elektromotorischen« Wirkung elektrischer Ströme (der Induction).

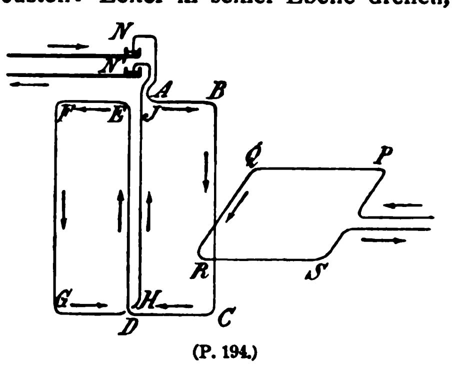
Strömen durchflossen werden, also wesentlich von der **elektrostatischen Wirkung elektrisch geladener Leiter** verschieden ist.

Wir geben zunächst eine kurze Uebersicht der einfachsten Fälle elektrodynamischer Wirkungen.

1) Geradlinige, parallele Stromleiter ziehen sich an oder stossen sich ab, je nachdem die Ströme in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung fliessen.

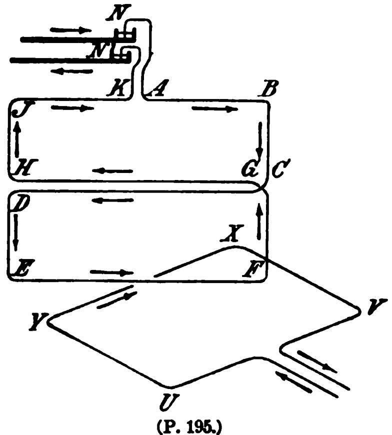
2) Dieselben ziehen sich auch dann an, wenn sie (im Sinne der Ströme gerechnet) einen spitzen Winkel mit einander bilden und stossen sich ab, wenn der Winkel ein stumpfer ist.

3) Kann sich der eine solcher »gekreuzten« Leiter in seiner Ebene drehen, so sucht er sich so einzustellen, dass beide Drähte parallel und in gleicher Richtung von den Strömen durchflossen werden.



(P. 194.)

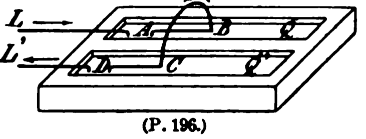
Ampère bewies diese Thatsachen mit Hilfe der in den Fig. 194 und 195 dargestellten Apparate. Der bewegliche Theil derselben besteht aus einem doppelten Rechteck $ABCDEFGHI$. Dasselbe wird im Sinne der Buchstaben vom Strome durchflossen und hängt in zwei Quecksilbernäpfen N und N'. Da ein einzelnes, drehbar aufgehängtes und stromdurchflossenes Rechteck von magnetischen Kräften beeinflusst, insbesondere durch den Erdmagnetismus in eine bestimmte Lage gedreht wird, so benutzte Ampère die eben beschriebene Combination von zwei im entgegengesetzten Sinne umströmten Rechtecken, welche dem Einfluss des Erdmagnetismus entzogen sind.



(P. 195.)

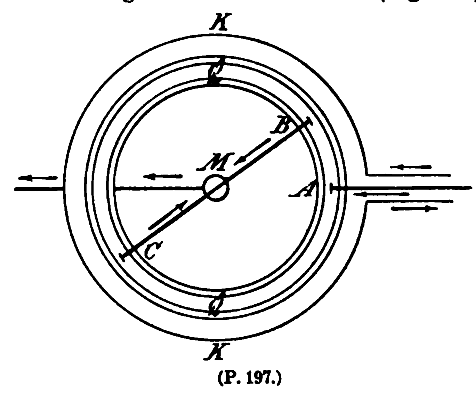
Wird das feste, ebenfalls von einem Strom durchflossene Rechteck $PQRS$ so aufgestellt, das QR und BC parallel sind, so findet Anziehung statt. Dieselbe erfolgt auch, wenn beide Drähte einen spitzen Winkel bilden. Liegt ferner (Fig. 195) das feste Rechteck $UVXY$ unter dem beweglichen, welches sich um die durch NN' gehende Axe drehen kann, so geschieht dies in der Weise, dass die Drähte EF und YX parallel werden.

4) In zwei neben einander liegenden Rinnen von Quecksilber Q und Q' (Fig. 196) schwimmt der Drahtbügel $ABCD$. Wird dieser Vorrichtung durch die Leiter L und L' ein elektrischer Strom zugeführt, so bewegt sich der Draht nach rechts. Ampère erklärte diese Erscheinung durch die abstossende Wirkung einer Strombahn (L) auf eine andere AB, wenn beide in derselben Geraden liegen. Richtiger ist es indess anzunehmen, dass die Bewegung erfolgt, weil die **ganze** Strombahn eine Wirkung auf den **beweglichen** Theil BC ausübt. Letztere steht dann senkrecht auf diesem Drahtstück.



(P. 196.)

5) Die elektrodynamischen Wirkungen können ferner ein Drahtstück in andauernde Rotation versetzen. Um dies zu zeigen, bedient man sich der folgenden Anordnung. Ein Kreisstrom K (Fig. 197) umgiebt eine kreisförmige, mit Quecksilber gefüllte Rinne Q. Derselben wird in A ein Strom zugeführt, welcher von dort in den Zweigen AB und AC weiterfliesst und dann über M zur Kette zurückkehrt. In M befindet sich eine vertikale Messingsäule, welche oben ein Quecksilbernäpfchen trägt. Dort schwebt auf einer Spitze das Drahtstück BC. Dieser bewegliche Theil des zweiten Stromkreises wird durch die elektrodynamische Wirkung des Stromes K in andauernde Rotation versetzt.

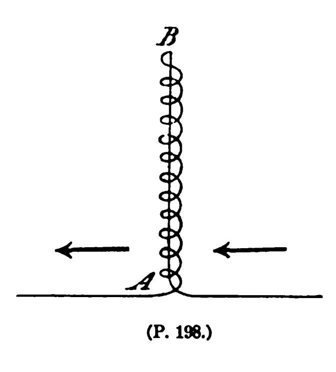


(P. 197.)

Bei allen diesen Versuchen zeigt sich, dass die elektrodynamische Wechselwirkung die entgegengesetzte Richtung annimmt, wenn einer der beiden Ströme umgekehrt wird. Es lässt sich daher annehmen, dass die elektrodynamischen Wirkungen den Intensitäten der beiden in Betracht kommenden Ströme proportional sind. Ausserdem hängen dieselben aber von der Gestalt und Lage der beiden Leitungen ab.

B. Das AMPÈRE'sche Grundgesetz.

Um die Wirkung von Stromleitern auf einander, insbesondere von geschlossenen Strömen berechnen zu können, fasst AMPÈRE dieselbe auf als herrührend von der Wirkung der sämmtlichen Stromelemente des einen Leiters auf diejenigen des anderen. Hiernach kam es darauf an, das Gesetz der Wirkung eines Elementes ds' der einen Strombahn auf ein Element ds des anderen festzustellen.

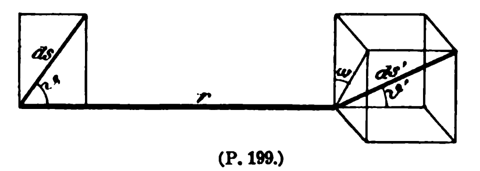


(P. 198.)

Zu dem Zweck wird zunächst experimentell der folgende, wichtige Satz bewiesen:

»Die Wirkung eines Elementes auf ein anderes kann stets ersetzt werden durch die Wirkungen der Projectionen des ersten Elementes auf drei zu einander rechtwinklige Richtungen auf das zweite Element.«

Der Beweis wird in der Weise geführt, dass ein Strom (Fig. 198) zunächst den geraden Draht AB durchläuft und dann dieselbe Strecke in Windungen zurückgeht. Ein solcher Leiter übt auf die beweglichen Rechtecke keine Wirkung aus.



(P. 199.)

In derselben Weise wie das eine Element kann selbstverständlich auch das andere in Componenten zerlegt werden. Die Gesammtwirkung des einen Elementes in Bezug auf das andere kann dann ersetzt werden durch die Wirkung aller Componenten des einen Elementes in Bezug auf alle Componenten des anderen. Wir nehmen die Zerlegung in der folgenden Weise vor. Die Ebene der Zeichnung (Fig. 199) sei

die Ebene von ds und der Verbindungslinie r. Dann sind die Componenten des ersten Elementes: die »longitudinale«: $ds \cos\vartheta$ und die »transversale«: $ds \sin\vartheta$[1]). Der Winkel der Ebene ds', r mit ds, r sei ω, derjenige von ds' mit r: ϑ'. Dann hat ds' die drei Componenten:

$$ds' \cos\vartheta' \text{ (longitudinal),}$$
$$\left.\begin{array}{l} ds' \sin\vartheta' \cos\omega, \\ ds' \sin\vartheta' \sin\omega, \end{array}\right\} \text{ (transversal).}$$

AMPÈRE macht nun folgende Annahmen:

a) Alle Einzelwirkungen folgen dem Grundsatz der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung;

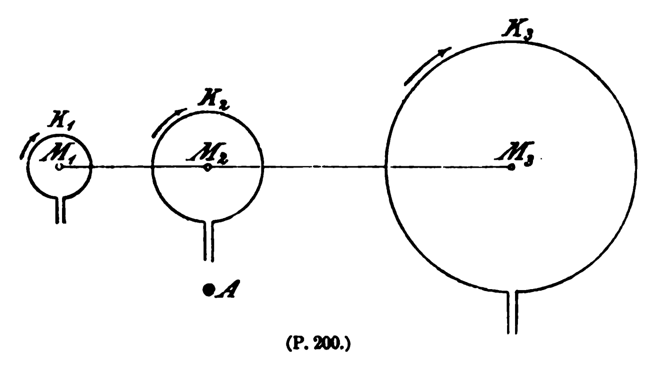
b) die Wirkungen sind der Länge der Elemente proportional;

c) dieselben sind einer Potenz der Entfernung umgekehrt proportional.

Dann sind vier von den 6 Einzelwirkungen Null. Die beiden anderen fallen in die Verbindungslinie. Ihre Summe ist:

$$-\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}(\sin\vartheta \sin\vartheta' \cos\omega + k \cos\vartheta \cos\vartheta'),$$

wo n und k zwei noch näher zu bestimmende Constanten sind, und die anziehende Kraft als negativ, die abstossende als positiv gerechnet wird. Um dieselben zu ermitteln, werden zwei weitere Versuche angestellt. Der erste lehrt, dass die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein bewegliches Stück einer zweiten Strombahn zu dieser eine senkrechte Richtung hat. Bei dem zweiten Versuch wirken zwei feste Stromkreise K_1 und K_3 (Fig. 200)



(F. 200.)

auf einen horizontalen Kreis K_2, welcher sich um eine vertikale Axe A drehen kann. Alle drei Kreise werden von demselben Strom im gleichen Sinne durchlaufen. Dann wirken K_1 und K_3 abstossend auf K_2. Sind die Radien der drei Kreise so gewählt dass: $R_1 : R_2 : R_3 = 1:2:4$, ist ferner: $M_1 M_2 = \frac{1}{2} M_2 M_3$, so findet Gleichgewicht statt. Durch Rechnungen, welche wir hier übergehen müssen, folgt dann:

$$n = 2, \qquad k = -\tfrac{1}{2},$$
$$R = -\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\sin\vartheta \cdot \sin\vartheta' \cos\omega - \frac{1}{2}\cos\vartheta \cos\vartheta'\right).$$

Bezeichnet man den Winkel, welchen die beiden Elemente bilden, mit ε, so ist: $\cos\varepsilon = \cos\vartheta \cos\vartheta' + \sin\vartheta \sin\vartheta' \cos\omega$. Hiernach lautet das AMPÈRE'sche Grundgesetz der Elektrodynamik:

$$R = +\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\frac{3}{2}\cos\vartheta \cos\vartheta' - \cos\varepsilon\right). \tag{1}$$

Zwei Elemente stossen sich also ab oder ziehen sich an, je nachdem die Function der Winkel in der Klammer positiv oder negativ ist. Wir betrachten zunächst einige specielle Fälle.

[1]) Abgekürzte Bezeichnungen für: »in die Verbindungslinie fallend« und »senkrecht zu derselben«.

1) Beide Elemente sind longitudinal,

$$\vartheta = \vartheta' = \varepsilon = 0,$$

$$R = + \frac{ii'\,ds\,ds'}{2r^2}.$$

In derselben Geraden liegende Stromelemente müssten sich hiernach abstossen.

2) Beide Elemente sind transversal und parallel.

$$\vartheta = \vartheta' = \frac{\pi}{2}, \qquad \varepsilon = 0.$$

$$R = - \frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}.$$

Zwei derartige Elemente ziehen sich an. Wir bemerken hierzu noch, dass dem Grundgesetz, je nach der Wahl der Einheiten für die Stromstärke, ein constanter Faktor hinzugefügt werden müsste. Indem derselbe gleich 1 gesetzt wurde, ist die Einheit der Stromstärke nach elektrodynamischem Maass definirt, d. h. derjenige Strom ist gleich eins, welcher in der Einheit der Entfernung auf einen gleichen parallelen Stromleiter die Einheit der Kraftwirkung ausübt, wenn beide Leiter die Länge 1 haben.

3) Beide Elemente sind transversal und zu einander senkrecht:

$$R = 0.$$

4) Ein Element ist longitudinal, das andere transversal:

$$R = 0.$$

Das AMPÈRE'sche Grundgesetz kann noch auf eine andere Form gebracht werden. Zu diesem Zweck geben wir zunächt einige Formeln. Sind die Coordinaten der Anfangspunkte von ds und ds':

$$x, y, z, \qquad \text{resp.} \qquad x', y', z',$$

daher:

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2,$$

so ist:

$$\frac{dr}{ds'} = \frac{(x' - x)}{r}\frac{dx'}{ds'} + \frac{(y' - y)}{r}\frac{dy'}{ds'} + \frac{(z' - z)}{r}\frac{dz'}{ds'} = \cos\vartheta',$$

$$\frac{dr}{ds} = -\cos\vartheta,$$

$$\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} + r\frac{d^2r}{ds\,ds'} = -\left(\frac{dx}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\frac{dz'}{ds'}\right) = -\cos\varepsilon.$$

Also:

$$R = \frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(r\frac{d^2r}{ds\,ds'} - \frac{1}{2}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right). \tag{2}$$

Die rechtwinkligen Componenten von R nach den Axen sind:

$$X = R\frac{x' - x}{r}, \quad Y = R\frac{y' - y}{r}, \quad Z = R\frac{z' - z}{r}.$$

Bei Benutzung der Gleichung (2) kann man X auch in der folgenden Weise schreiben:

$$X = -\frac{ii'\,ds\,ds'}{2}\left[\frac{d^2\left(\frac{x' - x}{r}\right)}{ds\,ds'} + \cos\varepsilon\,\frac{x' - x}{r^3} + \frac{d\frac{1}{r}}{ds'}\frac{dx}{ds} - \frac{d\frac{1}{r}}{ds}\frac{dx'}{ds'}\right].$$

C. Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement.

Das Element ds' gehöre zu einem Leiter von endlicher Länge. Die Wirkung desselben auf ds erhält man, wenn man die Summen aller Componenten nach einer Axe bildet. Es ist also:

$$X_{s'} = \Sigma X.$$

Ist die Strombahn S' ein geschlossener Stromkreis, so ist die Integration über denselben bei gleicher oberer und unterer Grenze auszuführen.

Dann fällt in dem Ausdruck für $X_{s'}$ das erste und dritte Glied fort und es ist:

$$X_{s'} = -\frac{ii'ds}{2}\int ds' \left(\cos\varepsilon \, \frac{x'-x}{r^3} - \frac{d\frac{1}{r}}{ds}\,\frac{dx'}{ds'} \right). \tag{3}$$

Die Ausdrücke für $Y_{s'}$ und $Z_{s'}$ ergeben sich durch cyclische Vertauschung. Eine zweite Form der Componenten erhält man, wenn man berücksichtigt, dass:

$$\cos\varepsilon = \frac{dx}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\frac{dz'}{ds'},$$

$$\frac{d\frac{1}{r}}{ds} = \frac{x'-x}{r^3}\frac{dx}{ds} + \frac{y'-y}{r^3}\frac{dy}{ds} + \frac{z'-z}{r^3}\frac{dz}{ds}.$$

Setzt man:

$$\begin{aligned} A &= \int \frac{(y'-y)dz' - (z'-z)dy'}{r^3}, \\ B &= \int \frac{(z'-z)dx' - (x'-x)dz'}{r^3}, \\ C &= \int \frac{(x'-x)dy' - (y'-y)dx'}{r^3}, \end{aligned} \tag{4}$$

so ist:

$$\begin{aligned} X_{s'} &= \frac{ii'}{2}(dzB - dyC) \\ Y_{s'} &= \frac{ii'}{2}(dxC - dzA) \\ Z_{s'} &= \frac{ii'}{2}(dyA - dxB). \end{aligned} \tag{5}$$

Die Ausdrücke A, B, C heissen die Determinanten des geschlossenen Stromes S'. Sie haben eine einfache Bedeutung, indem sie die Componenten der Wirkung des Stromes S', durchflossen von der Einheit der Stromstärke, auf die magnetische Menge 1 im Punkt x, y, z darstellen.

Aus den Gleichungen (5) folgt, dass:

$$X_{s'}A + Y_{s'}B + Z_{s'}C = 0$$
$$X_{s'}dx + Y_{s'}dy + Z_{s'}dz = 0.$$

Die elektrodynamische Kraft ist also senkrecht:

a) zu der elektromagnetischen Kraft,

b) zu dem Stromelement ds.

Aus der Bedeutung von A, B, C folgt ferner, dass dieselben dargestellt werden können durch die Differentialquotienten des Potentials Q des geschlossenen Stromes in Bezug auf den Punkt x, y, z. Dasselbe ist identisch mit dem Potential einer magnetischen Doppelfläche oder Schale, wobei das Moment der Flächeneinheit = 1 ist. Wenn also:

$$Q = \int do' \, \frac{d\frac{1}{r}}{dn'} \tag{6}$$

gesetzt wird, so ist:

$$A = -\frac{\partial Q}{\partial x}, \quad B = -\frac{\partial Q}{\partial y}, \quad C = -\frac{\partial Q}{\partial z}, \tag{7}$$

$$X_{s'} = \frac{ii'}{2}\left(\frac{\partial Q}{\partial z}dy - \frac{\partial Q}{\partial y}dz\right),$$
$$Y_{s'} = \frac{ii'}{2}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}dz - \frac{\partial Q}{\partial z}dx\right), \tag{8}$$
$$Z_{s'} = \frac{ii'}{2}\left(\frac{\partial Q}{\partial y}dx - \frac{\partial Q}{\partial x}dy\right).$$

D. Wirkung zweier geschlossener Ströme auf einander.

Man erhält die Componenten derselben zunächst aus Gleichung (3), indem man über den geschlossenen Stromkreis S integrirt. Bezeichnet man in diesem Fall die Summe der x Componenten mit $X_{ss'}$, so ist:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\iint ds\,ds'\cos\varepsilon \cdot \frac{x'-x}{r^3}. \tag{9}$$

Setzt man:

$$x = a + \xi,$$
$$y = b + \eta,$$
$$z = c + \zeta,$$
$$P = \iint \frac{ds\,ds'\cos\varepsilon}{r}, \tag{10}$$

so ist:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{\partial P}{\partial a},\quad Y_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{\partial P}{\partial b},\quad Z_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{\partial P}{\partial c}. \tag{11}$$

Die Function P ist das Potential der beiden Stromkreise in Bezug auf einander.

Die Componenten der Wirkung des Stromkreises S' auf S erhält man also, indem man den Stromkreis S um die Strecken da, db, dc parallel den Axen verschiebt, die entsprechenden Aenderungen von P berechnet und schliesslich die Ausdrücke $-\frac{\partial P}{\partial a}$ etc. bildet.

In gleicher Weise erhält man die Drehungsmomente von S' auf S in Bezug auf die Axen, indem man S um die Winkel $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ um die Axen gedreht denkt, die jedesmaligen Aenderungen von P berechnet und die Ausdrücke:

$$-\frac{\partial P}{\partial \alpha},\quad -\frac{\partial P}{\partial \beta},\quad -\frac{\partial P}{\gamma}$$

bildet.

Geht man zur Berechnung von $X_{ss'}$ von den Gleichungen (5) aus und berechnet zunächst diese Componente durch Integration unter der Annahme eines sehr kleinen Stromkreises S, mit der Fläche f, so ist für diesen Fall:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}f\frac{\partial}{\partial a}\int \frac{d^2\frac{1}{r}}{dn\,dn'}do',$$

wobei die Differentiation dn eine Veränderung in der Richtung der Normale von f bedeutet. Der Uebergang hiervon zu einem Stromkreis von endlicher Grösse erfolgt nach einer von Ampère benutzten Methode, indem man durch den Stromkreis eine Fläche legt und diese durch ein Liniennetz in Elemente theilt. Jedes derselben denkt man sich in gleichem Sinne von der Stromeinheit umflossen. Alle Ströme im Innern der Fläche heben sich auf. Es bleibt nur der Grenzstrom übrig. Man kann hiernach die Wirkung auf letzteren durch die Wirkung auf alle einzelnen Stromflächenelemente ersetzen und erhält schliesslich:

$$X_{ss'} = -\frac{ii'}{2}\frac{P'}{\partial a}, \text{ etc.} \tag{12}$$

wo:

$$P' = \iint do\, do' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{dn\, dn'}. \tag{13}$$

Hiernach sind die beiden Functionen P und P' einander gleich. Die zweite Form zeigt, dass man die elektrodynamische Wirkung eines Stromkreises in Bezug auf einen zweiten auch findet, wenn man beide Stromkreise mit magnetischen Doppelbelegungen versieht und die Wirkung der einen in Bezug auf die andere berechnet.

Die Berechnung von P lässt sich häufig in der zweiten Form leichter ausführen als in der ersten. Die grosse Wichtigkeit des Potentials der beiden Stromkreise auf einander wird noch besonders in dem Abschnitt »Induction« hervortreten.

E. Andere Grundgesetze.

Eine Prüfung der aus dem AMPÈRE'schen Grundgesetz folgenden Formeln für geschlossene Ströme wurde von W. WEBER[1]) vorgenommen. Derselbe beobachtete die Drehung einer bifilar aufgehängten Drahtrolle, welcher durch die beiden Drähte der Strom zugeführt wird, wenn eine zweite vertikale Drahtrolle in verschiedene Stellungen gegen die erste gebracht worden war.

Die Beobachtungen stimmten vollständig mit der Rechnung überein. Hiermit ist zwar der Beweis geliefert, dass das AMPÈRE'sche Gesetz für geschlossene Ströme zu richtigen Resultaten führt. Es ist aber damit noch nicht bewiesen, dass dasselbe nicht durch andere Grundgesetze geleistet werden kann. Schon die Function P kann analytisch auf andere Formen gebracht werden.

Berücksichtigt man, dass:

$$\cos\varepsilon = -\left(\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + r\frac{d^2 r}{ds\,ds'}\right),$$

so ist:

$$P = -\iint ds\,ds' \left(\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + \frac{d^2 r}{ds\,ds'}\right) = \iint \frac{ds\,ds'}{r} \cos\vartheta \cos\vartheta'.$$

Ferner hat H. GRASSMANN[2]) im Jahre 1845 eine wesentlich andere Form des Elementargesetzes aufgestellt, welches für geschlossene Ströme zu denselben Resultaten führt. Zu einem gewissen Abschluss ist diese Frage durch die Untersuchungen von STEFAN[3]) gekommen, welcher gezeigt hat, dass es eine unbegrenzte Zahl elektrodynamischer Elementargesetze geben kann.

Indem derselbe in der von AMPÈRE angegebenen Art die beiden Elemente ds und ds' durch ihre Componenten ersetzt, zeigt er, dass zwischen denselben im Allgemeinen vier Wirkungen möglich sind. Setzt man dieselben dem Produkt der Längen proportional, behält die von der Erfahrung bestätigte Function der Entfernung $\frac{1}{r^2}$ bei und fügt endlich unbestimmte Constanten hinzu, so ist:

1) die Wirkung der longitudinalen Componenten auf einander, in die Verbindungslinie fallend:

---

[1]) W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen I. Abh. d. Kgl. sächs. Gesellsch. 1846, pag. 211—378. — W. WEBER's Werke 3, pag. 27—80.

[2]) H. GRASSMANN, POGG. Ann. 64, pag. 1—18. 1845.

[3]) J. STEFAN, Wien. Ber. 59 (2), pag. 693—769. 1869. — Vergl. auch: MARGULES, Wien. Ber. 78 (2), pag. 779—789. 1878.

$$\frac{a i i'}{r^2} ds ds' \cos \vartheta \cos \vartheta'.$$

2) die Wirkung der transversalen Componente $ds \sin \vartheta$ auf die parallele, transversale Componente $ds' \sin \vartheta' \cos \omega$

$$\frac{b i i'}{r^2} ds ds' \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos \omega,$$

ebenfalls in der Richtung der Verbindungslinie.

3) die Wirkung der transversalen Componente $ds \sin \vartheta$ auf die longitudinale $ds' \cos \vartheta'$, parallel zu $ds \sin \vartheta$:

$$\frac{c i i'}{r^2} ds ds' \sin \vartheta \cos \vartheta'.$$

4) die Wirkung der longitudinalen Componente $ds \cos \vartheta$ auf die transversale $ds' \sin \vartheta'$, in die Richtung der letzteren fallend:

$$\frac{d i i'}{r^2} ds ds' \cos \vartheta \sin \vartheta'.$$

Bildet man aus diesen vier Einzelwirkungen die x-Componente der Gesammtwirkung von ds auf ds', so ist:

$$X = i i' ds ds' \left[m \frac{d^2 \left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds\, ds'} + n \frac{d}{ds}\left(\frac{1}{r}\right) \frac{dx'}{ds'} + p \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'} \frac{dx}{ds} + q \frac{x'-x}{r^3} \cos \varepsilon \right], \tag{14}$$

wo:

$$\begin{aligned} m &= -\frac{a-b-c-d}{3}, \\ n &= \frac{a-b-c+2d}{3}, \\ p &= -\frac{a-b+2c-d}{3}, \\ q &= \frac{a+2b-c-d}{3}. \end{aligned} \tag{15}$$

Sind beide Stromkreise geschlossen, so fallen die drei ersten Glieder fort. Die verschiebenden Wirkungen der beiden Stromkreise auf einander lassen sich mit Hilfe des Potentials P berechnen. Sollen auch die Drehungsmomente durch die Differentialquotienten desselben Potentials nach den Drehungswinkeln ausgedrückt werden, so muss die Gleichung:

$$p = q$$

bestehen. Wird die elektrodynamische Stromeinheit benutzt, so muss ferner:

$$p = q = -\tfrac{1}{2},$$

sein, oder:

$$\begin{aligned} 2a + b + c - 2d &= 0. \\ a + 2b - c - d &= -\tfrac{3}{2}. \end{aligned} \tag{16}$$

Weitere Beziehungen zwischen den vier Constanten ergeben sich, wie STEFAN nachweist, weder aus Versuchen mit festen Strombahnen, noch aus den Wirkungen eines geschlossenen Stromes auf einen beweglichen Theil eines anderen Stromkreises oder auf einen beweglichen Theil des eigenen Stromkreises.

Hiernach giebt es also noch eine grosse Mannigfaltigkeit von zulässigen Ausdrücken für die Elementarwirkung von Stromelementen. Setzt man

t, dass das Princip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung gilt, muss:

$$c = d$$

n. Die einfachsten Lösungen der beiden Gleichungen:

$$2a + b - c = 0, \qquad a + 2b - 2c = -\tfrac{3}{2}$$

ıd dann:

$$1)\ a = \tfrac{1}{2}, \quad b = -1, \quad c = 0.$$

Dies ist das AMPÈRE'sche Grundgesetz.

$$2)\ a = \tfrac{1}{2}, \quad b = 0, \quad c = 1.$$

Macht man von dem oben angezogenen Princip keinen Gebrauch, so erlt man die einfachsten Fälle, indem man zwei der vier Constanten ver-ıwinden lässt.

$$3)\ a = 0, \quad b = 0, \quad c = 1, \quad d = \tfrac{1}{2},$$
$$4)\ a = 0, \quad c = 0, \quad b = -\tfrac{1}{2}, \quad d = -\tfrac{1}{2},$$
$$5)\ a = 0, \quad d = 0, \quad b = -\tfrac{1}{2}, \quad c = \tfrac{1}{2}.$$

Die letzte Annahme führt auf das GRASSMANN'sche Gesetz.

Von einem allgemeineren Standpunkt aus hat W. WEBER[1]) die Elektronamik behandelt, indem er die ponderomotorische Wirkung elektrischer röme auf die Wechselwirkung der positiven und negativen Elektricitätsmengen rückführte, welche man sich nach der Theorie der beiden elektrischen Fluida jedem Stromelement in entgegengesetzten Richtungen bewegt zu denken hat. a das WEBER'sche Grundgesetz, ebenso wie ein später von R. CLAUSIUS[2]) an-ːnommenes Gesetz gleichzeitig die Theorie der Induction zu geben bezweckt verweisen wir auf die ausführliche Behandlung dieses Gegenstandes in dem rtikel: »Erklärungsversuche für elektrische Erscheinungen«.

F. Anwendungen der Elektrodynamik Weitere Literatur.

Die elektrodynamischen Wirkungen werden zur Messung elektrischer Ströme ːnutzt. Die beiden in dieser Beziehung hauptsächlich in Betracht kommenden pparate: das Elektrodynamometer und die elektrodynamische Waage ıd bereits besprochen worden[3]). Auf die Messung alternirender Ströme mit ilfe derselben wird im Artikel »Induction« eingegangen werden.

Die Ableitung des AMPÈRE'schen Grundgesetzes ist mehrfach in veränderter ›rm ausgeführt worden. Ebenso haben einzelne der Grundversuche eine andere eutung erhalten als AMPÈRE denselben beilegte (besonders Nr. 4).

Wir erwähnen in dieser Beziehung die Untersuchungen von H. PELLAT[4]), rner von A. BUGUET[5]), von M. IZARN[6]), H. LINSENBARTH[7]), P. DUHEM[8]).

Die Fundamentalversuche der Elektrodynamik sind in neuerer Zeit in mehrch modificirter Form ausgeführt worden, da bei dem früher beschriebenen MPÈRE'schen Gestelle eine starke Reibung zu überwinden ist und daher zum elingen der Versuche ziemlich starke Ströme gehören. Eine einfache Vor-

[1]) W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen I. 1846. — W. WEBER's Werke 3, g. 132—211.

[2]) R. CLAUSIUS, CRELLE's J. 82, pag. 55—135. 1876; WIED. Ann. 1, pag. 14—38. 1877. — rgl. auch H. GRASSMANN, CRELLE's J. 83, pag. 57—64. 1877.

[3]) Handbuch 3 (1), pag. 239—244.

[4]) H. PELLAT, J. de physique (2) 3, pag. 117—27. 1884.

[5]) A. BUGUET, J. de phys. (2) 2, pag. 462—463. 1884.

[6]) M. IZARN, Compt. rend. 98, pag. 143—144. 1884.

[7]) H LINSENBARTH, Dissertation, Halle a. S. 1884.

[8]) B. DUHEM, J. de phys. (2) 5, pag. 26—29. 1886.

richtung, diese Erscheinungen zu zeigen, hat C. MÜHLENBEIN[1]) angegeben, während A. OBERBECK[2]) ein Demonstrationselektrodynamometer construirt hat, mit dessen Hilfe die Anziehung und Abstossung von Stromleitern gezeigt werden kann.

A. OBERBECK.

Induction.

I. Entdeckung der Inductionserscheinungen. Empirische Gesetze derselben. Inductionsapparate.

A. Uebersicht der Grunderscheinungen.

Im Jahre 1831 entdeckte MICHAEL FARADAY eine neue Methode Elektricität zu erregen und veröffentlichte dieselbe in den beiden ersten Reihen seiner berühmten »Experimental researches in Electricity« (1831 und 1832)[3]).

Die für diese Gruppe von Erscheinungen von FARADAY gewählte Bezeichnung: »Induction« erklärt sich daraus, dass FARADAY diesen Ausdruck in sehr mannigfaltiger Weise für Wirkungen der Elektricität benutzt, und zwar sowohl für die Influenzwirkung der ruhenden Elektricität, als auch für die Magnetisirung des Eisens durch den elektrischen Strom und für die nicht lange zuvor von ARAGO (1824) entdeckten Wechselwirkungen zwischen Magneten und bewegten Leitern.

Nach Aufzählung dieser bekannten, wenn auch zum Theil noch nicht vollständig aufgeklärten Erscheinungen fügt FARADAY hinzu[4]): »Allein es war unwahrscheinlich, dass hiermit die Inductionswirkungen elektrischer Ströme erschöpft sein sollten, besonders deshalb, weil die bisher bekannten fast nur beim Eisen sich zeigen und somit eine unbegrenzte Anzahl von Körpern übrig blieb, auf welche, obwohl sie der Induction der Spannungselektricität zweifellos unterworfen sind, eine Inductionswirkung der strömenden Elektricität nicht nachgewiesen worden ist.«

Diese Erwägungen, sowie »die daraus geschöpfte Hoffnung, Elektricität durch gewöhnlichen Magnetismus hervorzurufen,« veranlassten ihn zur Anstellung verschiedener Versuche, die schliesslich zu dem vorgesteckten Ziel führten.

Wir beschreiben zunächst die Grundversuche FARADAY's.

1) Zwei lange, gut isolirte Drähte werden neben einander auf einen Holzcylinder gewickelt. Durch den einen Draht wird der Strom einer galvanischen Kette geleitet. Die Enden des zweiten Drahtes führen zu einem Galvanometer. FARADAY erwartete offenbar[5]), dass gleichzeitig auch ein Strom in dem benachbarten Draht fliessen würde. Einen andauernden Strom vermochte er allerdings nicht zu beobachten. Wohl aber zeigte das Galvanometer beim Schliessen des ersten Stromes einen Ausschlag, beim Oeffnen desselben einen solchen im entgegengesetzten

---

[1]) C. MÜHLENBEIN, Z. S. für phys. Unterricht 1, pag. 202—204. 1888.

[2]) A. OBERBECK, Z. S. für phys. Unterricht 5, pag. 284—285. 1892.

[3]) POGG. Ann. 25, pag. 91—141; 142—186. 1832; Deutsche Uebersetzung der Experimental researches von S. KALISCHER. Berlin. J. SPRINGER, Bd. I. 1889; Die folgenden Citate nach dieser Uebersetzung.

[4]) Exp. res. I. No. 2.

[5]) Vergl. auch J. TYNDALL: FARADAY und seine Entdeckungen. Deutsche Uebersetzung herausgegeben durch HELMHOLTZ, pag. 20—21. 1870.

Sinn. »Der durch den einen Draht hindurchgehende Strom inducirt also in dem anderen Draht einen ähnlichen Strom, dessen Dauer aber nur eine augenblickliche ist und den Charakter einer elektrischen Welle, wie sie bei der Entladung einer Leydener Flasche entsteht, besitzt[1])«.

2) Ein langer Draht wird zickzackförmig auf einem Brette befestigt und mit der Kette verbunden. Auf einem zweiten Brett wird in gleicher Weise ein anderer Draht angebracht und mit dem Galvanometer verbunden. Wird der eine Draht dem anderen genähert, also das eine Brett so auf das andere gelegt, dass die einzelnen Drahttheile parallel sind, so zeigt das Galvanometer einen Strom an, welcher sofort wieder verschwindet. Bei der Entfernung der Drähte entsteht ein kurzer, entgegengesetzt gerichteter Strom. »Bei Annäherung der Drähte war die Richtung des inducirten Stromes entgegengesetzt der des inducirenden Stromes; wurden sie von einander entfernt, so war der inducirte Strom dem inducirenden gleichgerichtet. Blieben die Drähte an der Stelle, so wurde kein Strom inducirt[2])«.

Die soeben beschriebenen Versuche bezeichnet FARADAY als »Volta-elektrische Induction«, oder kurz als Volta-Induction.

3) Die eine Hälfte eines Eisenringes wird mit einer Drahtspirale umgeben, durch welche der Strom einer Kette geleitet werden kann. Die andere Hälfte des Ringes trägt eine gleiche Spirale, deren Enden zum Galvanometer führen. Beim Schliessen und Oeffnen des Stromes der Kette sind die Ablenkungen des Galvanometers sehr gross und haben entgegengesetzte Richtungen. Die Nadel bleibt in Ruhe, so lange der primäre Strom unverändert fliesst. Werden die Enden der zweiten Spirale mit Kohlenspitzen versehen, welche einander genähert werden, so konnte beim Schliessen der Batterie ein kleiner Funke beobachtet werden[3]).

4) Wird in eine Drahtrolle ein Stahlmagnet gebracht oder aus derselben herausgezogen, so entstehen in der Rolle Inductionsströme von entgegengetztem Vorzeichen[4]).

5) Der Anker eines hufeisenförmigen Stahlmagnets ist mit Drahtwindungen versehen, deren Enden zum Galvanometer führen. Das Aufsetzen und Abreissen des Ankers erzeugt kurze Ströme von entgegengesetzter Richtung[5]).

6) Eine Drahtrolle, deren Enden mit dem Galvanometer verbunden sind, erhält einen Kern aus gut ausgeglühtem, unmagnetischen Eisen. Das System wird mit seiner Axe in die Richtung der Inklinationsnadel gebracht und dann so umgekehrt, dass das obere Ende nach unten kommt. Es erfolgt ein Ausschlag am Galvanometer. Die Ursache der Induction ist hier der Erdmagnetismus, durch welchen der Eisenstab zu einem Magnet geworden ist, dessen Pole sich bei der Anstellung des eben beschriebenen Versuchs umkehren. Derselbe Versuch gelingt auch, wenn der Eisenkern fehlt, doch ist der Inductionsstrom dann erheblich schwächer[6]).

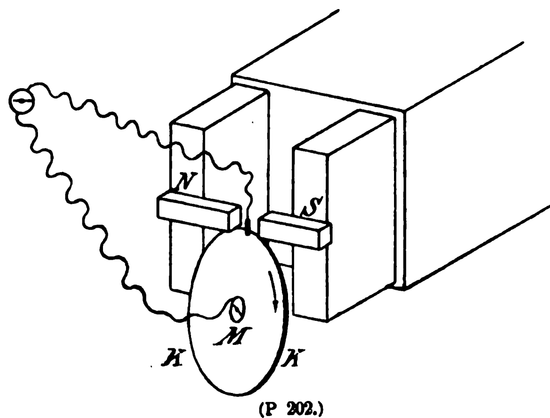
7) Die Inductionswirkung des Erdmagnetismus lässt sich noch in folgender Weise zeigen. Ein grosses Rechteck von Kupferdraht (Fig. 201) ist so mit

1) Exp. res. I. No. 6—17.
2) Exp. res. I. No. 18—26.
3) Exp. res. I, No. 27—33.
4) Exp. res. I, No. 39—42.
5) Exp. res. I, No. 43—59.
6) Exp. res. II, No. 140—147.

dem Galvanometer G verbunden, dass dasselbe um die Seite NS aus der Lage I in die Lage II gedreht werden kann. Bei dieser Bewegung erfolgt eine Ablenkung in der einen Richtung, die umgekehrte bei der entgegengesetzten Drehung[1]).

(P. 201.)

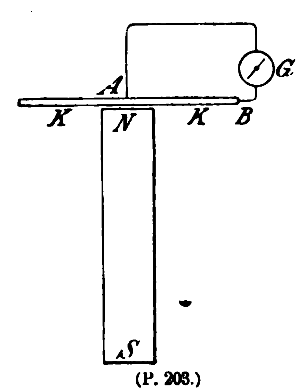
8) Die Pole eines starken magnetischen Magazins (Fig. 202) sind mit den Ansatzstücken N und S von Eisen versehen. In grösster Nähe derselben kann eine Kupferscheibe K um eine Messingaxe M gedreht werden. Am Rande derselben zwischen N und S ist ein Schleifcontact angebracht, von welchem ein Draht zu dem Galvanometer führt. Die andere Zuleitung desselben ist um die Messingaxe geschlungen. Wird die Scheibe in Rotation versetzt, so wird ein Strom inducirt, welcher so lange constant ist, als die gleichmässige Drehung andauert. Bei Umkehrung der Drehungsrichtung wird auch der Strom der entgegengesetzte. Dieser Versuch ist von grossem Interesse. Zunächst konnte FARADAY mit Recht die beschriebene Vorrichtung als eine »neue Elektrisirmaschine« bezeichnen. Der Strom, welchen dieselbe liefert, ist im Gegensatz zu den bisher besprochenen, kurzen Inductionsströmen ein constanter. Ferner handelt es sich hierbei um die Induction in einem körperlichen Leiter im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Inductionserscheinungen in Drähten. Endlich war FARADAY in der Lage, durch diese und ähnliche Versuche die bis dahin räthselhaft gebliebenen Erscheinungen des ARAGOschen Rotationsmagnetismus zu erklären[2]).



(P 202.)

Wird die Induction durch magnetische Kräfte (irgend welchen Ursprungs also herrührend von Stahlmagneten, vom Erdmagnetismus, von Elektromagneten) bewirkt, so bezeichnet man dieselbe als Magnet-Induction.

9) Ein cylindrischer Magnetstab NS (Fig. 203) ist an seinem einen Ende mit einer Kupferscheibe K versehen, an welcher Schleifcontakte A und B angebracht sind, welche zu einem Galvanometer führen. Rotiren Scheibe und Magnet gemeinsam um ihre Axe, so entstehen Inductionsströme. Dasselbe findet statt, wenn die Scheibe allein rotirt. Keine Ströme entstehen, wenn der Magnetstab allein rotirt.

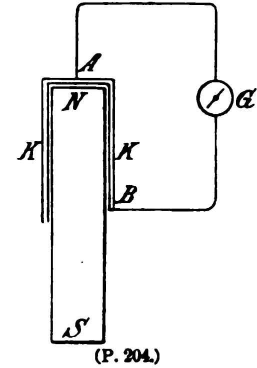


(P. 203.)

Die Versuche gelingen noch besser, wenn man die eine Hälfte des Magnets mit einer Kupferkappe K (Fig. 204) umgiebt und die Schleifcontakte in A und B anbringt. Endlich kann man die Kupfermassen ganz fortlassen und erhält

[1]) Exp. res. II., No. 171—180.
[2]) Exp. res. I., No. 81—139.

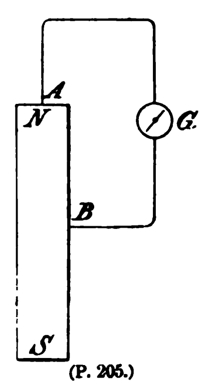
ductionsströme, wenn der Magnet allein rotirt (Fig. 205) und gleichzeitig in und *B* die Ableitungen zum Galvanometer angebracht sind. Doch sind in esem Fall die Inductionsströme erheblich schwächer[1]). Diese Erscheinungen ırden später als »unipolare Induction« bezeichnet.



(P. 204.)

10) Zwei gleich lange Drähte von Kupfer und Eisen ıd nebeneinander so auf einen Cylinder gewickelt, dass ı in den Innenraum eingeführter Magnetstab in den- ben Inductionsströme von entgegengesetzter Richtung egt. Werden die freien Enden derselben auf der einen ite mit einander verbunden, während an den beiden den die Zuleitungen zum Galvanometer angebracht d, so zeigt dasselbe bei Einführung eines Magnets in Doppelspirale keine Ablenkung. Aus diesen und aus nlichen Versuchen ist zu schliessen, dass der Vor- ng der Induction unabhängig von dem Material s Leiters ist. Dies ist auch dann der Fall, wenn r Leiter aus einer leitenden Flüssigkeit besteht[2]).

11) Da nach Versuch 1) in jedem Draht ein Strom inducirt wird, wenn in nem benachbarten, parallelen Draht ein Strom entsteht oder verschwindet, so ır zu vermuthen, dass bei einer einzigen Rolle, in welcher ein Strom zu fliessen ginnt oder aufhört, jede Windung auf die benachbarten eine inducirende irkung ausüben würde. Derartige Inductionsströme, welche o in dem eigenen Stromkreis bei Aenderungen der Strom- ensität entstehen, bezeichnet man als Extraströme. RADAY untersuchte dieselben eingehend, indem er einen, n von JENKIN mitgetheilten Versuch weiter verfolgte. Letzterer tte gefunden, dass man einen kräftigen, elektrischen Schlag ıält, wenn man eine Kette öffnet, in deren Schliessungs- eis sich ein Elektromagnet befindet, und dabei die Zu- tungen zu dem Elektromagnet mit beiden Händen berührt. RADAY beobachtete, dass dieselbe Wirkung — nur schwächer auch dann eintritt, wenn an Stelle des Elektromagnets ne Drahtspirale ohne Eisenkern oder überhaupt nur ein nger, geradlinig verlaufender Draht sich befindet. Dagegen folgte kein Schlag, wenn die Kette durch einen kurzen Draht geschlossen war. benso wie die physiologischen Wirkungen verhalten sich die Oeffnungsfunken ı der Unterbrechungsstelle. Sie sind stark, wenn die Schliessung einen Elektro- agnet enthält, dagegen sehr schwach bei einem kurzen Verbindungsdraht. FARADAY klärt diese Erscheinungen durch das Entstehen eines Inductionsstromes bei nterbrechung des Stromkreises, wobei die elektromotorische Kraft ihren Hauptsitz den Windungen der Spirale hat. Es gelang ihm die verschiedensten Wirkungen eses »Oeffnungsextrastromes« nachzuweisen. Um durch denselben die adel eines Galvanometers abzulenken, wurde die folgende Anordnung getroffen. ie Kette *K* (Fig. 206) enthält in ihrem Schliessungskreis eine Rolle *R* (gewöhn- ch mit Eisenkern). In der Zweigleitung *AB* befindet sich ein Galvanometer *G*. ie Ablenkung der Nadel desselben durch den Zweigstrom *i*, wird durch eine nseitige Hemmung verhindert. Wird jetzt der Stromkreis in *C* unterbrochen,

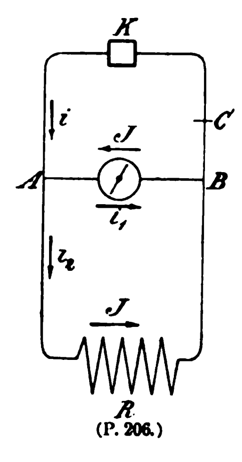


(P. 205.)

[1]) Exp. res. II., No. 217—230.

[2]) Exp. res. II., No. 198—216.

so erfolgt eine Ablenkung der Nadel durch den Oeffnungsextrastrom J, der hauptsächlich in R entsteht und dort dem primären Strom i_2 gleichgerichtet st. In ähnlicher Weise lässt sich auch der Schliessungsextrastrom nachweisen.



(P. 206.)

Es sei zunächst der Strom in C geschlossen. Das Galvanometer wird abgelenkt; durch einseitige Hemmung wird die Nadel verhindert, bei Oeffnung des Stromes in ihre Gleichgewichtslage zurückzukehren. Wird jetzt der Strom in C von neuem geschlossen, so erfolgt zunächst ein Schliessungsextrastrom (wiederum hauptsächlich in der Rolle R), von dem wenigstens ein Zweigstrom durch AB in demselben Sinne wie i_1 geht. In Folge dessen erhält die Nadel einen momentanen Stoss, durch welchen sie noch über ihre bereits vorhandene constante Ablenkung hinaus einen Ausschlag macht.

Ersetzt man das Galvanometer durch einen dünnen Platindraht, welcher durch den constanten Strom schwach glüht, so wird bei der Unterbrechung in C das Glühen gesteigert[1]).

B. Experimentelle Gesetze der Induction.

In den soeben mitgetheilten Versuchen, welche von FARADAY noch in mannigfaltigster Weise variirt wurden, sind alle Fälle von Induction enthalten. Wir fassen die Resultate nochmals kurz zusammen.

Volta-Induction.

In Leitern entstehen elektrische Ströme:

a) wenn dieselben in der Nähe von stromdurchflossenen Leitern bewegt werden,

b) wenn in ihrer Nähe elektrische Ströme entstehen, verschwinden oder ihre Stärke verändern. Hierhin gehört auch der Fall der Induction im eigenen Schliessungskreise, bei Veränderung der Intensität in demselben.

Magnet-Induction.

In Leitern werden Ströme inducirt:

a) wenn dieselben in einem magnetischen Kraftfeld bewegt werden, insbesondere wenn sie Magnetpolen genähert oder von ihnen entfernt werden,

b) wenn in ihrer Nähe der Magnetismus in Eisenmassen entsteht, verschwindet oder seine Intensität ändert.

Selbstverständlich können die beiden Arten von Inductionen gleichzeitig vorkommen, ein Fall, der besonders bei Benutzung von Elektromagneten eintritt.

Die oben kurz angeführten Bewegungen sind als relative anzusehen, so dass ebenso gut wie die Leiter auch die Magnete und die Ströme bewegt werden können.

FARADAY's eigene Untersuchungen[2]), sowie diejenigen seiner nächsten Nachfolger: H. H. NOBILI und V. ANTINORI, G. F. POHL, BECQUEREL, E. LENZ u. A. liessen bald keinen Zweifel, dass es sich bei der Induction um die Erregung elektrischer Ströme handelt, welche ihrem Wesen nach sich in keiner Weise

[1]) Exp. res. IX., No. 1048—1118. 1835.

[2]) Vergl. besonders Exp. res. Reihe III, in welcher allgemein die »Identität der, verschiedenen Quellen entstammenden Elektricität« nachgewiesen wird.

on den Strömen anderer Elektricitätsquellen, also von den Strömen der Elektrisir- naschinen, der Hydro- und der Thermoketten unterscheiden. Sie haben in jeder Beziehung dieselben Wirkungen, wie jene. Sie lenken die Magnetnadel ab, nagnetisiren Eisen und Stahl, erregen in den durchströmten Leitern Wärme, ringen chemische Zersetzungen hervor und sind auch im Stande ihrerseits nductionsströme zu erregen[1]).

Ebenso können unter geeigneten Umständen die Ströme aller übrigen lektricitätsquellen Inductionsströme erregen. So inducirt z. B. der Entladungs- trom einer Leydener Flasche in einer benachbarten Leitung zwei unmittelbar ufeinanderfolgende Ströme von entgegengesetztem Vorzeichen.

Die Inductionsströme gehorchen ferner dem OHM'schen Gesetz. Doch ist asselbe zunächst in dem Sinne anzuwenden, dass für jedes einzelne Drahtelement der für jedes Elementarvolumen eines Leiters das Produkt aus Stromstärke und Widerstand der Summe aller elektromotorischen Kräfte in dem Element gleich u setzen ist. Die Berechnung der Inductionsströme ist indess aus zwei Gründen erheblich complicirter, als diejenige der constanten Ströme, weil

a) die elektromotorischen Kräfte nicht mehr auf einzelne Querschnitte der Leiter beschränkt sind, sondern in langen, homogenen Strecken der Leitungen ntstehen und in räumlich ausgedehnten Leitern von Punkt zu Punkt verschieden, also Functionen der Coordinaten sind,

b) weil die erregten, elektromotorischen Kräfte in den meisten Fällen schnell veränderlich, also Functionen der Zeit sind, von denen die Stromintensitäten als Zeitfunctionen jedenfalls abweichen, da zu den von Aussen wirkenden Kräften noch die Induction der Extraströme — die Selbstinduction — hinzukommt. Bevor wir uns dem genannten Problem zuwenden, sind noch die quantitativen Gesetze näher festzustellen, von denen die elektromotorischen Kräfte der Induction[2]) abhängen.

Für einen besonderen Fall hat E. LENZ[3]) Bestimmungen hierüber angestellt. Der Anker eines Stahlmagnets war mit einer Anzahl von Drahtwindungen versehen, deren Enden mit einem Galvanometer verbunden waren. Beim Abreissen des Ankers erfolgt ein Ausschlag α der Galvanometernadel. Als Maass des Inductionsstromes wird $\sin \alpha/2$ benutzt. Hierbei ergaben sich die folgenden Sätze:

1) Die elektromotorischen Kräfte der Induction sind proportional der Anzahl der Drahtwindungen.

2) Dieselben sind unabhängig von der Weite der Windungen.

3) Ebenso sind sie unabhängig von dem Durchmesser der Drähte und

4) von dem Material derselben[4]).

Schon etwas früher hatte E. LENZ[5]) einen Zusammenhang zwischen der E. K. d. I. und den Gesetzen des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik aufgefunden und durch den folgenden Satz ausgedrückt:

»Wenn sich ein metallischer Leiter in der Nähe eines galvanischen Stromes oder eines Magneten bewegt, so wird in ihm ein galvanischer Strom erregt, der eine solche Richtung hat, dass er in dem ruhenden Drahte eine Bewegung

---

[1]) Inductionsströme höherer Ordnung. Vergl. J. HENRY, POGG. Ann. Ergzbd. 1, pag. 282 bis 312. 1842.

[2]) Zur Abkürzung wird hierfür öfter die Bezeichnung E. K. d. I. benützt werden.

[3]) E. LENZ, POGG. Ann. 34, pag. 385—437. 1835.

[4]) Auch für leitende Flüssigkeiten gilt dies; vergl. L. HERMANN, POGG. Ann. 142, pag. 586. 1871.

[5]) E. LENZ, POGG. Ann. 31, pag 439—494. 1834.

hervorgebracht hätte, die der hier dem Draht gegebenen gerade entgegengesetzt wäre, vorausgesetzt, dass der ruhende Draht nur in Richtung der Bewegung und entgegengesetzt beweglich wäre.«

Man kann diesem Satz auch den folgenden, kürzeren Ausdruck geben[1]):

»Die nach Richtung der Bewegung des Leiters zerlegte Wirkung des inducirenden auf den inducirten Strom ist immer negativ.«

Als ein besonders anschauliches Beispiel dieses Satzes können wir den FARADAY'schen Versuch No. 2, pag. 347 anführen. Da parallele Drähte sich anziehen, wenn sie in demselben Sinne vom Strom durchflossen werden, so muss, bei Annäherung eines Drahtes an einen parallelen, geradlinigen Strom, in ersterem ein entgegengesetzt gerichteter Strom entstehen, wenn die elektrodynamische Wirkung des inducirenden auf den inducirten Strom der Bewegung entgegenwirken soll.

Eine Reihe von Grundgesetzen der Induction hat W. WEBER[2]) experimentell bewiesen. Zu diesem Zweck benutzte der genannte Physiker das von ihm erfundene Elektrodynamometer.

Wird die bewegliche Rolle desselben in Schwingungen versetzt, so nimmt die Schwingungsamplitude in Folge von Reibungswiderständen ab, wobei das logarithmische Decrement der Schwingungen constant bleibt. Ist während der Schwingungen die bewegliche Rolle in sich geschlossen, während ein constanter Strom durch die feste Rolle geleitet wird, so bleibt das logarithmische Decrement ebenfalls constant, hat aber einen grösseren Werth als zuvor. Die Vergrösserug der Dämpfung rührt von der Einwirkung des constanten Stromes auf den durch die Bewegung der Rolle inducirten Strom her. Aus der Constanz des logarithmischen Decrements ist zu schliessen, dass die Dämpfung und dem zu Folge auch die Stärke des inducirten Stromes in jedem Augenblick der Winkelgeschwindigkeit der schwingenden Rolle proportional ist.

Gilt für die Schwingungsbewegung der offenen Rolle die Differentialgleichung:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\alpha\frac{d\varphi}{dt} + \beta^2\varphi = 0,$$

aus welcher die Lösung:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{-\frac{\lambda t}{T}} cos\,\frac{\pi t}{T},$$

sich ergiebt, so ist:

$$\alpha = \frac{\lambda}{T}$$

und λ das logarithmische Decrement. Wird durch die dämpfende Wirkung des primären Stromes auf die geschlossene Rolle α um α' vermehrt, so ist:

$$\frac{\lambda'}{T'} = \alpha + \alpha'$$

und λ' das neue Decrement. Aus der Constanz desselben folgt, dass die Wechselwirkung der Ströme durch einen Ausdruck von der Form:

$$2\alpha'\frac{d\varphi}{dt}$$

dargestellt werden kann.

Die Constante α' hängt von der Form, Windungszahl etc. der beiden Rollen und von der Stärke des primären Stromes ab.

---

[1]) F. NEUMANN, Abhandl. der Berl. Akademie für 1845, pag. 10.

[2]) W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen. Abhandl. d. Kgl. sächs. Gesellsch. der Wissensch. 1846, pag. 269—283. — WILHELM WEBER's Werke 3, pag. 92—117.

Bei einem zweiten Versuch war die bewegliche Rolle der Wirkung zweier neben dem Elektrodynamometer liegender Magnetstäbe ausgesetzt. Auch hier wurde die Vermehrung des Decrements beobachtet, wenn die Rolle geschlossen war.

Es ergab sich:

1) bei Wirkung des constanten Stromes:

$$\lambda = 0{\cdot}002796$$
$$\lambda' = 0{\cdot}005423$$
$$\lambda' - \lambda = 0{\cdot}002627.$$

2) bei Wirkung der Magnetstäbe:

$$\lambda = 0{\cdot}002541$$
$$\lambda' = 0{\cdot}002638$$
$$\lambda' - \lambda = 0{\cdot}000097.$$

W. Weber zeigte dann weiter, dass die Endresultate der beiden Versuche proportional den Quadraten der Ablenkungen sind, welche die bewegliche Rolle erfährt, wenn sie von einem constanten Strom durchflossen wird und das eine Mal der zuvor benutzte Strom die feste Rolle durchläuft, während das andere Mal die beiden Magnetstäbe, in derselben Lage wie zuvor, wirken. Die Ablenkungen betrugen:

101·9 und 19·1.

Das Verhältniss ihrer Quadrate ist:

28·5,

dasjenige der Decremente $\lambda' - \lambda$:

27·1.

Demnach ist die E. K. d. I. in jedem Augenblick proportional:

a) der elektromagnetischen oder elektrodynamischen Wirkung von Magneten oder constanten Strömen auf die bewegte Rolle, wenn man sich dieselbe von einem bestimmten, constanten Strom durchflossen denkt,

b) der Winkelgeschwindigkeit der Rolle.

Wichtige Anwendungen dieser Untersuchungsmethode werden in dem Artikel: »Absolute Maasse der Elektricität« vorkommen.

C. Apparate zur Verstärkung und zur Anwendung der Inductionserscheinungen.

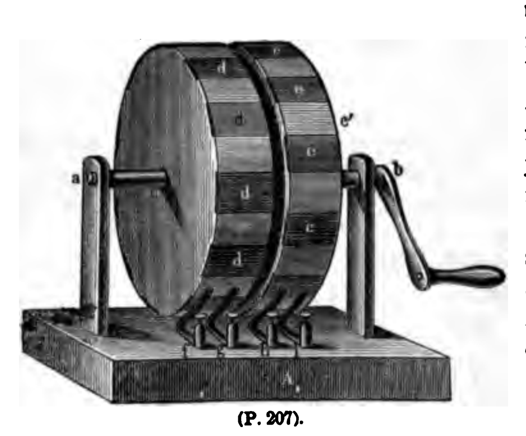
Die bei den Faraday'schen Fundamentalversuchen auftretenden Inductionsströme sind meist schwach und können nur mit empfindlichen Galvanometern wahrgenommen werden. In Folge dessen waren die weiter über die Induction experimentirenden Physiker bestrebt, stärkere Inductionsströme hervorzubringen oder wenigstens ihre Wirkungen zu verstärken, theils um dadurch eingehendere Untersuchungen über die Natur der neuen Elektricitätsquelle anzustellen, theils um Ströme zu erhalten, welche die Wirkungen der bereits bekannten Elektricitätsquellen ersetzen oder übertreffen sollten.

1) Disjunctoren oder Analysatoren.

Die einfachste Form der Induction besteht in der Oeffnung und Schliessung eines Stromkreises, in dessen Nachbarschaft sich eine zweite Leitung befindet. Hierdurch werden in letzterer abwechselnd gerichtete Inductionsströme erregt, deren Gesammtintensitäten gleich gross sind. Ihre Anzahl ist der Zahl der Oeffnungen und Schliessungen des primären Kreises proportional. Durch Vermehrung derselben kann man also eine schnelle Folge von Inductionsströmen erreichen und alle diejenigen Wirkungen dieser Ströme vergrössern, welche von

der Stromrichtung unabhängig sind (Wärmewirkungen, elektrodynamische Wirkungen). Dagegen würde gerade der empfindlichste Apparat zur Messung elektrischer Ströme — das Galvanometer — unbrauchbar sein, da die schnell ihre Richtung wechselnden Ströme keine Ablenkung der Magnetnadel bewirken können.

Um das Galvanometer trotzdem verwenden zu können, wurden Apparate construirt, welche entweder nur die Schliessungsströme oder nur die Oeffnungsströme zu dem Messapparat gelangen liessen. Man bezeichnet dieselben als Disjunctoren[1]) oder Analysatoren[2]). Eine zweckmässige Form derselben hat G. WIEDEMANN[3]) angegegeben. Zwei Räder (Fig. 207) sitzen auf einer Axe mit Kurbel, durch welche sie gemeinsam in Rotation versetzt werden können. Dieselben sind von Metall. Auf ihre Ränder sind Platten von isolirendem Material eingelegt. Gegen jedes Rad schleifen zwei Metallfedern, welche mit den Klemmschrauben *f*, *g* und *h*, *i* in Verbindung stehen. Die Räder sind so gegen einander gestellt, dass die Federn bei der Drehung nicht gleichzeitig die leitenden Theile der Peripherie verlassen. Es sei nun *f*, *g* mit der primären, *h*, *i* mit der secundären Leitung verbunden. Wird bei der Rotation der primäre Kreis unterbrochen, während der secundäre noch geschlossen ist, so gelangen die Oeffnungsströme zum Galvanometer. Dagegen ist der secundäre Kreis offen, wenn der primäre geschlossen wird. Die Schliessungsströme können daher nicht zum Galvanometer gelangen. Will man letztere messen, erstere ausschliessen, so muss das eine der beiden Räder gegen das andere in geeigneter Weise verstellt werden. Die bei gleichmässiger Rotation zum Galvanometer gelangenden Inductionsströme derselben Richtung bewirken eine constante Ablenkung der Nadel desselben, welche der Anzahl der Unterbrechungen in der Zeiteinheit proportional ist. Diese Wirkung wird verdoppelt, wenn man eine Vorrichtung benutzt, bei welcher sowohl die Schliessungs- als auch die Oeffnungsströme zum Galvanometer geleitet werden, jedoch so, dass jedesmal zuvor die Zuleitungen zum Galvanometer vertauscht worden sind. Weiter kann man auch den primären Strom, anstatt ihn einfach zu öffnen und zu schliessen, jedesmal umkehren. Einen solchen rotirenden Commutator hat H. HERTZ[4]) angegeben und benutzt. Ferner hat H. HIMSTEDT[5]) »zwei verschiedene Formen eines selbstthätigen Disjunctors« näher untersucht. Einmal benutzt derselbe zwei elektromagnetisch erregbare Stimmgabeln, welche nur einen geringen Unterschied der Schwingungszahl haben. Durch die Schwingungen der ersten Gabel wird ein Strom abwechselnd geschlossen und unterbrochen; die zweite Gabel wird dadurch in Schwingungen



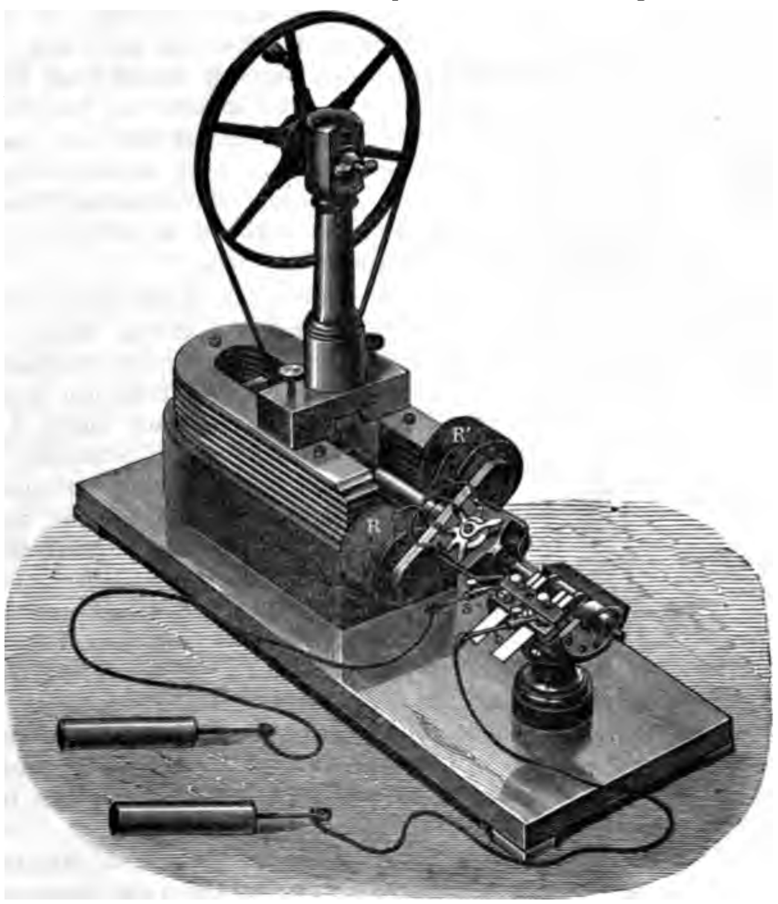
(F. 207).

[1]) H. W. DOVE, POGG. Ann. 43, pag. 511—521. 1838.
[2]) H. BUFF, POGG. Ann. 127, pag. 58—96. 1866.
[3]) G. WIEDEMANN, Die Lehre von der Elektricität IV, 1, pag. 6. 1885.
[4]) H. HERTZ, WIED. Ann. 10, pag. 427. 1880.
[5]) H. HIMSTEDT, WIED. Ann. 22, pag. 276—286. 1884.

versetzt, dass der intermittirende Strom durch ihre Elektromagnetwindungen hindurchgeschickt wird. Hierdurch stimmen ihre Schwingungen der Anzahl nach mit derjenigen der ersten Stimmgabel genau überein. Jedoch haben beide Stimmgabeln einen Phasenunterschied. Benutzt man daher die eine Gabel, um den primären Strom zu öffnen und zu schliessen, und bringt an der zweiten Gabel eine Unterbrechungsvorrichtung an, welche in dem secundären Kreis sich befindet, so wird derselbe zwar in demselben Tempo aber etwas früher oder später als der primäre Kreis geöffnet und geschlossen. Es gelangt daher nur die eine Art von Strömen zum Galvanometer. Bei der zweiten Form des Disjunctors wird das phonische Rad von Paul la Cour benutzt.

2) Magnetelektrische Maschinen.

Wie schon oben erwähnt, hat man sich bald nach der Entdeckung der Induction bemüht, die neue Elektricitätsquelle als Ersatz für galvanische Ketten



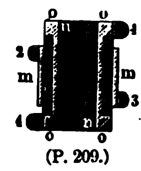
(P. 208.)

und Elektrisirmaschinen zu verwerthen. Es handelte sich also einerseits darum, Inductionsapparate zu construiren, welche möglichst starke und möglichst gleichmässige Ströme lieferten, andererseits solche, bei denen fortdauernd oder wenigstens in schneller Folge zwei Leiter auf möglichst grosse, entgegengesetzte elektrische Spannung versetzt werden. Den ersten Zweck verfolgen die »magnetelektrischen Maschinen«, den zweiten die »elektromagnetischen Inductionsapparate.«

Die ersten Maschinen dieser Art wurden von DAL NEGRO[1]) und PIXII[2]) angegeben. Nach mancherlei Verbesserungen durch SAXTON, von ETTINGSHAUSEN u. A. erhielten dieselben durch STÖHRER eine Form, welche sich längere Zeit erhalten hat.

Die einfachere STÖHRER'sche Maschine besteht aus einem System horizontaler Hufeisenmagnete. Vor den Polen derselben kann ein hufeisenförmiger Eisenanker um eine horizontale Axe in Rotation versetzt werden.

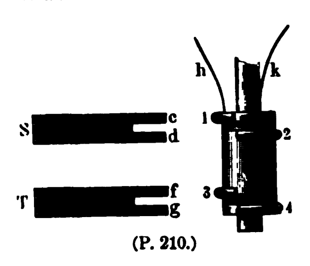
Derselbe trägt (Fig. 208) zwei Rollen R, R' aus dünnem, gut isolirtem Kupferdraht. Die Enden desselben können durch eine besondere Vorrichtung (Pachytrop) so mit einander verbunden werden, dass die als Elektromotoren anzusehenden Rollen entweder hinter- oder neben einander geschaltet sind. Wenn sich bei der Rotation die eine Rolle einem Magnetpol nähert, ihr Eisenkern also magnetisch wird, so entsteht in ihr ein Inductionsstrom. Ein Strom von entgegengesetzter Richtung tritt auf, wenn die Rolle bei dem Magnetpol vorübergegangen ist und sich von demselben entfernt. Bei der Annäherung an den entgegengesetzten Pol entsteht ein Strom der letzten Richtung, bei der Entfernung wieder ein solcher in dem ersten Sinne. Hiernach findet also bei einer ganzen Umdrehung ein zweimaliger Zeichenwechsel statt. Wären daher die beiden



(P. 209.)

Rollenenden mit zwei von einander isolirten, auf der Axe angebrachten Metallringen verbunden, auf welchen zwei Federn schleifen, von denen die weitere Leitung ausgeht, so würden in derselben schnell wechselnde Ströme verlaufen. Um denselben fortdauernd in der äusseren Leitung gleiche Richtung zu geben, ist auf der Axe ein Commutator angebracht.

Die Fig. 209 giebt einen horizontalen Durchschnitt dieser Vorrichtung. Dieselbe besteht aus zwei concentrischen Hohlcylindern m und n, welche von einander isolirt und mit den beiden Enden der Inductionsrollen verbunden sind.



(P. 210.)

Sie tragen ausserdem je zwei Halbringe von Metall, der äussere Cylinder 1 und 4, der innere 2 und 3. Auf denselben schleifen zwei gabelförmige Schleiffedern, die mit der äusseren Leitung verbunden sind. Dieselben sind in der Fig. 210 getrennt von dem Commutator gezeichnet. In dem dargestellten Augenblick würde c auf 1, f auf 3 schleifen. Es möge dann der positive Strom von S nach T gehen. Nach einer halben Umdrehung wechselt der Inductionsstrom sein Zeichen. Jetzt schleift aber d auf 2 und g auf 4. In der Leitung $S—T$ hat daher der Strom seine Richtung beibehalten. Trotzdem ist der Strom nicht constant, sondern sinkt im Augenblick des Vorübergangs der Rollen bei den Polen auf Null, während kurz vorher und nachher die elektromotorische Kraft ihren grössten Werth erreicht. In Folge dessen übt die Maschine bei schneller Drehung kräftige, physiologische Wirkungen aus.

STÖHRER[3]) construirte später noch wirksamere Maschinen. Bei denselben stehen drei Hufeisenmagnete in vertikaler Stellung. Ueber denselben rotirt um eine vertikale Axe ein System von 6 Rollen mit Eisenkernen, bei welchen also, ohne Anwendung eines geeigneten Commutators, ein sechsmaliger Stromwechsel bei jeder Umdrehung stattfinden würde.

---

[1]) DAL NEGRO, Phil. Mag. 31, pag. 45. 1832.

[2]) PIXII, Ann. de chim. et de phys. 50, pag. 322—324. 1832.

[3]) STÖHRER, POGG. Ann. 61, pag. 217—421. 1844.

W. WEBER[1]) hat die Wirkung einer solchen, mit einem Commutator ver-
henen Maschine untersucht, indem er bei verschiedener Rotationsgeschwindig-
it und bei Veränderung des äusseren Widerstandes die Stromstärke durch Ab-
ıkung einer Magnetnadel bestimmte. Bezeichnet man die Anzahl der Strom-
:chsel in der Secunde mit n, so liess sich die Stromstärke durch die Formel:

$$i = \frac{an}{1 + bn + cn^2}$$

sdrücken. Aus derselben geht hervor, dass die Stromstärke für einen be-
:mmten Werth von n ein Maximum erreicht.

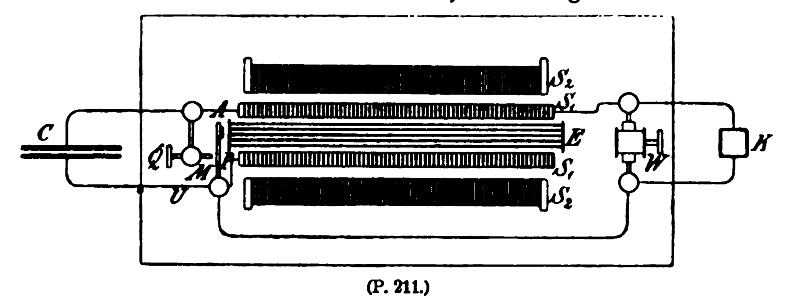
Indem wir hier noch auf ältere Untersuchungen der magnetelektrischen
aschinen von SINSTEDEN[2]) verweisen, brechen wir die Besprechung der weiteren
ıtwickelung der magnetelektrischen Maschinen ab, da wir auf dieselben in
:m Abschnitt »dynamoelektrische Maschinen« zurückkommen werden.

3) Elektromagnetische Inductionsapparate.

Diese Apparate, welche auch kurz als Inductorien oder Funkeninductoren
:zeichnet werden, verfolgen, wie oben gesagt, den Zweck, Elektricität von hoher
ıannung zu liefern und Funken von möglichst grosser Länge und Stärke zu
:ben.

Der erste Inductionsapparat rührt von NEEF[3]) her. Derselbe besteht aus
nem cylindrischen Eisenkern, welcher in zwei einander gleichen Drahtrollen
:ckt. Der Strom einer galvanischen Kette durchläuft entweder die eine oder
ıch beide Rollen und wird durch einen selbstthätigen Stromunterbrecher ab-
:chselnd geöffnet und geschlossen, welchen J. P. WAGNER angegeben hat.
EEF beschreibt dann eine Reihe von Beobachtungen (physiologische Wirkungen,
ınken), welche die Enden der Rolle bei der Stromunterbrechung zeigen, also
ın dem Extrastrom herrühren. Doch hat er auch die Inductionsströme der
veiten Spirale beobachtet, wenn in der ersten der primäre Strom geöffnet und
eschlossen wurde.

Mit dem Problem »Inductionsströme in statische Elektricität zu transformiren«
aben sich ferner A. MASSON und BREGUET[4]) beschäftigt.



(P. 211.)

In seiner jetzt üblichen Form besteht der Inductionsapparat aus folgenden
'heilen (vergl. Fig. 211, welche einen horizontalen Durchschnitt der Rollen giebt):

a) dem cylindrischen Eisenkern E, meist aus dünnen Stäben bestehend,

b) der primären Spirale S_1 (gewöhnlich nur eine geringere Zahl von Win-
ungen eines dickeren Kupferdrahts),

---

[1]) W. WEBER, POGG. Ann. 61, pag. 431—447. 1844; Gesammelte Werke 2, pag. 260—273.

[2]) SINSTEDEN, POGG. Ann. 76, pag. 524. 1849 und POGG. Ann. 92, pag. 220. 1853.

[3]) NEEF, POGG. Ann. 46, pag. 104—109. 1839.

[4]) A. MASSON und BREGUET, Ann. de chim. et de phys. (3) 4, pag. 129—152. 1842.

c) der secundären Spirale S_2, welche aus einer grossen Zahl von Windungen eines dünnen, gut isolirten Kupferdrahts besteht,

d) dem selbstthätigen Unterbrechungsapparat U,

e) dem Condensator C (letzterer pflegt wenigstens bei den stärkeren Apparaten nicht zu fehlen).

In seiner einfachsten Form besteht der Unterbrecher aus einem federnden Messingblech M, welches ein Eisenstück A trägt, das von dem Elektromagnet E bei Stromschluss angezogen wird. Letzterer erfolgt zunächst durch den Commutator W und durch die Schraube Q, welche die kleine Platinplatte P berührt. Wird die elektomagnetische Anziehung auf A wirksam, so erfolgt eine Stromunterbrechung, auf welche dann in Folge der Schwingung von M wieder ein Stromschluss folgt u. s. w. Bei anderen Apparaten wird diese Function durch einen besonderen hufeisenförmigen Elektromagnet übernommen, durch dessen Windungen der primäre Strom hindurchgeht. Endlich wird bei den grösseren Inductorien eine etwas complicirtere, von FOUCAULT[1]) angegebene Unterbrechungsvorrichtung angewandt. Bei derselben wird der Unterbrechungsapparat durch eine besondere Kette in Thätigkeit erhalten. Die Unterbrechung erfolgt hier durch das Herausziehen eines Stiftes aus einer Quecksilbermenge, über welcher sich eine schlecht leitende Flüssigkeit befindet. Durch diese Vorrichtung wird ein zweiter Platinstift aus einer zweiten Quecksilbermenge herausgezogen und hierdurch der primäre Strom des Inductoriums unterbrochen.

Ist der Inductionsapparat in Thätigkeit, so wird in der secundären Rolle beim Schliessen der Kette ein Inductionsstrom (der Schliessungsstrom) in der einen Richtung, beim Oeffnen ein Strom in der entgegengesetzten Richtung (der Oeffnungsstrom) inducirt. Die Gesammtstärke derselben ist gleich. Ihr Verlauf aber, und in Folge dessen die Spannung an den Enden der Rolle, ist sehr verschieden. Eingehendere Betrachtungen hierüber werden in Abschnitt III folgen. Hier soll nur zum weiteren Verständniss erwähnt werden, dass das Ansteigen des primären Stromes verhältnissmässig langsam erfolgt, weil in dem jetzt geschlossenen Stromkreis der Extrastrom seine volle (verzögernde) Wirkung ausüben kann. Dem entsprechend steigt auch die elektromotorische Kraft des Schliessungsstromes langsamer an und sinkt ebenso langsam wieder herab. Könnte der primäre Stromkreis plötzlich unterbrochen werden, so würde die elektromotorische Kraft des Oeffnungsstromes in ausserordentlich kurzer Zeit ihr Maximum erreichen und dem entsprechend die Spannung an den Enden der secundären Spirale einen sehr hohen Werth erlangen. Da indess an der Unterbrechungsstelle der primäre Strom noch kurze Zeit durch den Oeffnungsfunken geschlossen bleibt, wobei allerdings bereits ein schnell wachsender Widerstand eingeschaltet ist, so vollzieht sich die Entwickelung der elektromotorischen Kraft des Oeffnungsstromes in einer etwas längeren, wenngleich immer noch sehr kurzen Zeit. Hiernach erfolgen Funkenentladungen bei den Inductorien unter gewöhnlichen Verhältnissen nur von Seiten des Oeffnungsstromes. Alle Umstände, welche die Oeffnung des primären Stromkreises beschleunigen resp. den Oeffnungsfunken schwächen, tragen daher dazu bei, die Spannung des Oeffnungsstromes und die Länge der Funkenstrecke zu vergrössern. Ungünstig wirken Metalle an der Unterbrechungsstelle, welche bei niedriger Temperatur verdampfen. Dagegen ist die Einschaltung einer sehr schlecht leitenden Flüssigkeit vortheilhaft, da in derselben der Oeffnungsfunke sich schwerer ausbildet als in

[1]) FOUCAULT, Compt. rend. 43, pag. 44. 1856.

der Luft. Ferner ist es sehr zweckmässig, die Enden der primären Rolle mit einem Condensator zu verbinden, da in Folge der Ladung desselben durch den Oeffnungsextrastrom die Potentialdifferenz an der Unterbrechungsstelle schnell abnimmt.

Specialuntersuchungen über die Wirksamkeit des Inductionsapparats und seiner einzelnen Bestandtheile wurden angestellt von POGGENDORFF[1]), von SINSTEDEN[2]), ferner von R. BÖRNSTEIN[3]) und R. COLLEY[4]).

Da man Einzelheiten über die Bestandtheile der Inductorien nur selten findet, so habe ich die Firma KEISER und SCHMIDT in Berlin um einige Angaben über die von derselben construirten Inductorien ersucht. Aus den mir gemachten Mittheilungen habe ich die folgende Tabelle zusammengestellt. In derselben giebt die erste Spalte die Nummern der Inductorien des Preisverzeichnisses[5]), die zweite (S_1) die Anzahl der Windungen der primären, die dritte (S_2) diejenige der secundären Spirale. Dazu bemerke ich, dass der Draht von S_1 für No. 5 und 6 einen Durchmesser von 1·5 *mm*, für 7 und 8 einen solchen von 2 *mm*, für 9 einen Durchmesser von 2·5 *mm* besitzt, während für die secundäre Spirale bei allen Apparaten Kupferdraht von 0·15 *mm* benutzt wird. Unter E ist die Anzahl der anzuwendenden BUNSEN'schen Elemente zu verstehen, und zwar bedeutet der Zusatz *m* und *g*: mittlere und grosse (21 und 27·5 an Höhe). Endlich giebt F die Funkenlänge.

No.	S_1	S_2	E	F
5	180	11500	3 *m*	2·5 *cm*
6	200	21000	4 „	4·5 „
7	230	30500	4 *g*	8·0 „
8	290	46500	8 „	15·0 „
9	300	53000	8 „	25·0 „

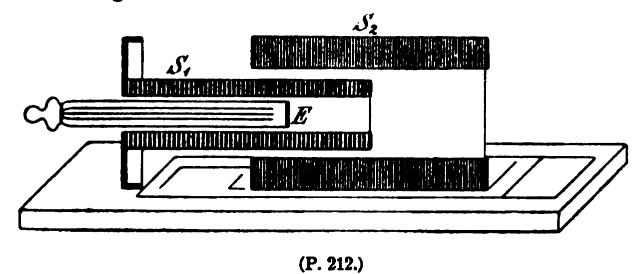
Ein Monstreapparat befindet sich im polytechnischen Institut in London[6]). Bei demselben beträgt die Länge der primären Spule 2·99 *m*, der Durchmesser derselben 0·60 *m*, das Gewicht des Eisenkerns 45·91 *kg*, die Länge des primären Drahts: 3447·2 *m*, diejenige des secundären 141395·9 *m*. Bei Benutzung einer Stromquelle von 40 BUNSEN'schen Elementen soll derselbe Funken von 73·66 *cm* Länge geben.

In neuerer Zeit dient der Inductionsapparat nicht selten als eine bequeme Stromquelle für Wechselströme in geschlossenen Stromkreisen. Da es hierbei auf einen möglichst gleichartigen Verlauf der Schliessungs- und Oeffnungsströme, sowie auf eine Annäherung der Stomcurve an eine Sinusfunction der Zeit ankommt, so werden derartige Apparate[7]) gewöhnlich mit einem massiven Eisenkern versehen, durch welchen der schroffe Verlauf des Oeffnungsstromes verlangsamt wird.

---

1) POGGENDORFF, POGG. Ann. 94, pag. 289—333 u. 95, pag. 156—162. 1855.
2) SINSTEDEN, POGG. Ann. 96, pag. 353—373. 1855.
3) BÖRNSTEIN, POGG. Ann. 147, pag. 481—524. 1872.
4) COLLEY, WIED. Ann. 44, pag. 109—132 1891.
5) März 1893.
6) POGG. Ann. 136, pag. 636—637. 1869.
7) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 11, pag. 653. 1880. — Handbuch der Physik 3 (1), pag. 257.

Bei der Anwendung der Inductorien zu medicinischen Zwecken ist es erforderlich, die den betreffenden Körpertheilen zuzuleitenden Ströme ihrer Spannung und Stärke nach innerhalb weiter Grenzen variiren zu können. Dies leistet der von E. DU BOIS-REYMOND angegebene Schlitteninductionsapparat (Fig. 212). Bei demselben ist die primäre Spirale S_1 an einem vertikalen Brett befestigt, während die secundäre Spirale S_2 auf dem Grundbrett des Apparats verschoben werden kann. Durch Entfernung von S_1 und S_2 wird der Inductionsstrom geschwächt. Ein Gleiches kann auch dadurch bewirkt werden, dass der Eisenkern E aus S_1 mehr und mehr herausgezogen oder auch ganz entfernt wird.



(F. 212.)

Die Unterbrechungsvorrichtung (der WAGNER'sche Hammer), sowie die Zu- und Ableitungen sind in der Figur fortgelassen.

Ueber die Anwendung der Inductionsströme zu medicinischen Zwecken vergl. K. ALT und K. E. F. SCHMIDT, Taschenbuch der Elektrodiagnostik und Elektrotherapie. Halle a. S. 1893.

II. Aeltere theoretische Untersuchungen über die Induction.

A. Mathematische Theorie der Induction in geschlossenen Leitungen.

1) Anfänglich versuchte FARADAY[1]) eine Erklärung der Inductionserscheinungen durch die Annahme zu geben, dass ein Leiter, welcher in ein magnetisches Kraftfeld gebracht wird, in einen eigenthümlichen, den »elektrotonischen« Zustand versetzt wird. Das Entstehen und das Verschwinden desselben wäre mit einer Bewegung der Elektricität verbunden. FARADAY gab diese Vorstellung wieder auf, weil es ihm nicht gelang, weitere Kennzeichen dieses Zustandes an dem Leiter zu entdecken[2]). Um eine Anschauung von der Entstehung der Inductionsströme und ihrer Richtung zu geben, geht er dann von der Vorstellung der magnetischen Kraftlinien aus, wie sie, zunächst bei einem Magnetstab, durch die magnetischen Curven dargestellt werden. Inductionsströme entstehen, wenn ein Leiter durch diese Kraftlinien bewegt wird, im einen oder anderen Sinne je nach der Richtung der Bewegung. Auch die Induction durch Veränderung der Intensität eines Stromes leitet er aus dieser Vorstellung in der Weise ab, dass bei Entstehung eines Stromes in einem Draht von demselben kreisförmige Kraftlinien sich fortbewegen und umgekehrt beim Erlöschen in denselben zurückkehren und dabei in beiden Fällen durch einen benachbarten Leiter hindurchgehen.

Eine mathematische Bearbeitung fanden diese Vorstellungen damals nicht. Dagegen hat CL. MAXWELL dieselben dreissig Jahre später als Grundlage seiner Theorie der Induction verwerthet.

2) Das Verdienst, einen grossen Theil der Inductionserscheinungen zuerst auf einfache, allgemein gültige Principien zurückgeführt, insbesondere aber die-

[1]) M. FARADAY, Exp. res. I. No. 60—80.

[2]) Vergl. hierüber: CL. MAXWELL, Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus, deutsch von WEINSTEIN, 2, pag. 229.

selben an die Gesetze des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik angeschlossen zu haben, gebührt dem Königsberger Physiker F. NEUMANN[1]).

Den Ausgangspunkt seiner Theorie bildet der früher angeführte Satz von LENZ. Derselbe gab nur eine Regel, die Richtung des inducirten Stromes in einem bewegten Drahtelement zu bestimmen. Durch sachgemässe Annahmen verwandelt ihn NEUMANN in ein Princip von fundamentaler Bedeutung.

Denkt man sich ein Drahtstück von der Stromeinheit durchflossen und in der Nähe eines constanten Stromes bewegt, so wirkt auf dasselbe eine elektrodynamische Kraft, welche (für die Längeneinheit) mit K bezeichnet werden soll. NEUMANN nimmt nun an, dass die hierbei in dem Element ds inducirte elektromotorische Kraft proportinal ist:

a) der der Bewegung entgegengerichteten Componente der elektrodynamischen Kraft: $K \cos\vartheta\, ds$,

b) der Geschwindigkeit ω.

Bezeichnet man die elektromotorische Kraft für die Längeneinheit und Zeiteinheit mit e, so ist hiernach:

$$e ds \cdot = - \varepsilon K \cdot \cos\vartheta \cdot \omega \cdot ds. \tag{1}$$

Aus früher mitgetheilten Versuchen folgt, dass die hier eingeführte Constante ε, die Inductionsconstante, von dem Material der Leiter unabhängig ist, also nur abhängt von den Einheiten, auf welche die in der Gleichung vorkommenden Grössen bezogen sind[2]).

Gehört ds einem längeren, linearen Leiter an, so ist die Stärke des Inductionsstromes in demselben gleich der Summe aller in den einzelnen Elementen inducirten Kräfte, dividirt durch den Gesammtwiderstand w. Setzt man noch:

$$\omega = \frac{d\sigma}{dt},$$

so ist also die in dem Zeitelement dt durch einen Querschnitt fliessende Electricitätsmenge, der Differentialstrom (D), durch die Formel dargestellt:

$$D = \frac{dt}{w}\sum e ds = - \frac{\varepsilon dt}{w}\sum (K \cdot \cos\vartheta d\sigma \cdot ds).$$

Ebenso ist die in einem endlichen Zeitintervall durch die Leitung fliessende Elektricitätsmenge, der Integralstrom (J):

$$J = - \frac{\varepsilon}{w}\int_{t_0}^{t_1} dt(\Sigma e ds) = - \frac{\varepsilon}{w}\int_{\sigma_0}^{\sigma_1} \Sigma(K \cos\vartheta\, ds d\sigma).$$

Hält man sich an die Erfahrungsthatsache, dass es für die Stärke der Induction bei der Bewegung nur auf die Stärke des Kraftfeldes ankommt, dass es also indifferent ist, ob dasselbe von Magneten oder von constanten Strömen herrührt, so hat die Gleichung (1), die wir jetzt in der Form schreiben:

$$e ds dt = - \varepsilon K \cos\vartheta\, ds d\sigma, \tag{2}$$

die folgende, einfache Bedeutung:

Die inducirte, elektromotorische Kraft ist der Arbeit bei der Verschiebung des Drahtelementes in einem Kraftfeld proportional, wenn man sich das Element von der Stromeinheit durchflossen denkt.

[1]) F. NEUMANN, Allgemeine Gesetze der inducirten Ströme. Abh. d. Berl. Akad. aus dem Jahre 1845. Ueber ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme. Abh. d. Berl. Akademie aus dem Jahre 1847.

[2]) Vergl. »Absolutes Maass elektrischer Grössen«, Handbuch 3 (2).

Bezeichnet man die Componenten von K mit: A, B, C, die Projectionen von $d\sigma$ mit: $d\xi, d\eta, d\zeta$, so kann man auch schreiben:

$$edsdt = -\varepsilon(Ad\xi + Bd\eta + Cd\zeta)ds. \tag{3}$$

Führt man die Intensität des magnetischen Kraftfeldes ein und bezeichnet die Componenten derselben mit: L, M, N, so ist:

$$\begin{aligned} Ads &= Mdz - Ndy, \\ Bds &= Ndx - Ldz, \\ Cds &= Ldy - Mdx, \end{aligned} \tag{4}$$

in welchen Gleichungen dx, dy, dz die Projectionen von ds auf die Axen sind. Hiernach ist:

$$edsdt = -\varepsilon[d\xi(Mdz - Ndy) + d\eta(Ndx - Ldz) + d\zeta(Ldy - Mdx)] \tag{5a}$$

oder:

$$edsdt = -\varepsilon[dx(Nd\eta - Md\zeta) + dy(Ld\zeta - Nd\xi) + dz(Md\xi - Ld\eta)]. \tag{5b}$$

Wir wenden diese Formeln zunächst auf den Fall an, dass das Magnetfeld von einem einzigen Magnetpol von der Stärke 1 herrührt. Ferner sei ds ein Element einer längeren, drahtförmigen Leitung. Von derselben nehmen wir an, dass sie keine Deformationen bei der Bewegung erfährt und dass keine neuen Elemente in dieselbe eingeschaltet, keine vorhandenen ausgeschaltet werden. Dann setzt sich eine Veränderung resp. Bewegung der Leiterbahn zusammen:

a) aus einer Verschiebung des ganzen Leiters,

b) aus einer Drehung desselben um eine Axe, welche man sich durch den Magnetpol gelegt denken kann.

Im ersten Fall ist die Summe aller inducirten, elektromotorischen Kräfte:

$$\Sigma edsdt = -\varepsilon(d\xi\Sigma Ads + d\eta\Sigma Bds + d\zeta\Sigma Cds).$$

Ist der Leiter ein geschlossener Stromkreis, so sind die Summen auf der rechten Seite die negativen Componenten der Wirkung des Stromkreises, durchflossen vom Strom 1, auf den Magnetpol. Dieselben lassen sich durch die Differentialquotienten einer Function, des Potentials des geschlossenen Stromkreises in Bezug auf den Magnetpol, darstellen. Setzt man:

$$P = \iint do \frac{d\frac{1}{r}}{dn},$$

wo r die Entfernung des Oberflächenelements von dem Pol (a, b, c) ist, so ist:

$$\Sigma Ads = \frac{\partial P}{\partial a}, \quad \Sigma Bds = \frac{\partial P}{\partial b}, \quad \Sigma Cds = \frac{\partial P}{\partial c}.$$

Da es bei der Induction nur auf eine relative Verschiebung des Stromkreises und des Magnetpols ankommt, so kann man setzen:

$$da = -d\xi, \quad db = -d\eta, \quad dc = -d\zeta.$$

Also:

$$\Sigma edsdt = -\varepsilon dP.$$

Bei einer Veränderung von endlicher Grösse ist hiernach die gesammte, elektromotorische Kraft:

$$E = -\varepsilon(P_2 - P_1), \tag{6}$$

wobei die Werthe P_1 und P_2 sich auf Anfangs- und Endwerth des Systems beziehen.

Im Fall der Drehung des Leiters um eine durch den Magnetpol gehende Axe möge das Coordinatensystem so gelegt sein, dass die z-Axe mit der Drehungsaxe zusammenfällt. Bei einer Drehung um den kleinen Winkel $d\psi$ ist dann:

$$d\xi = -yd\psi, \quad d\eta = xd\psi, \quad d\zeta = 0.$$

Setzt man ferner:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

so ist:

$$L = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}, \quad \text{u. s. w.}$$

Nach Gleichung (5a) ist:

$$e\,ds\,dt = \varepsilon d\psi\left[\left(dy\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} - dz\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y}\right)y + \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}dx - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}dz\right)x\right]$$

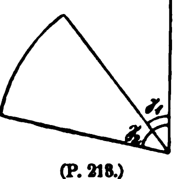
$$= \varepsilon d\psi\left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}(x\,dx + y\,dy + z\,dz) - dz\left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}x + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y}y + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}z\right)\right]$$

$$= \varepsilon d\psi\, d\frac{z}{r} = \varepsilon d\psi\, d\cos\gamma,$$

wenn mit γ der Winkel bezeichnet wird, welchen die Linie r mit der z-Axe bildet.

Wird über alle Elemente des Leiters summirt und bezeichnet man die betreffenden Werthe von γ für den Anfang und das Ende der Leiterbahn mit γ_1 und γ_2 (Fig. 213), so ist:

$$\Sigma e\,ds\,dt = \varepsilon d\psi\,(\cos\gamma_2 - \cos\gamma_1). \tag{7}$$



(F. 213.)

Bildet der Leiter eine in sich zurücklaufende Bahn ($\gamma_1 = \gamma_2$), so ist die elektromotorische Kraft Null.

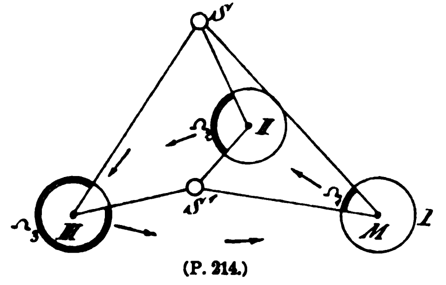
Trotzdem kann man durch Rotation eines Leiters experimentell nachweisbare Ströme induciren, wenn man die Einrichtung trifft, dass die Endpunkte des rotirenden Leiters an zwei Kreisen schleifen, deren Centren auf der Drehungsaxe liegen, während sie selbst leitend mit einander verbunden sind und an der Rotation nicht theilnehmen. Wir kommen hierauf bei Besprechung der unipolaren Induction zurück. Ist diese Einrichtung nicht getroffen, rotirt also die Leitung als Ganzes, so entsteht, wie bemerkt, keine elektromotorische Kraft. Es gilt demnach bei einer beliebigen Verschiebung der geschlossenen Leitung allgemein die zuvor entwickelte Formel:

$$E = -\varepsilon(P_2 - P_1).$$

Man kann der Function P verschiedene Ausdrücke geben:

$$P = \iint ds \frac{d\frac{1}{r}}{dn} = \iint \frac{\cos(r, n)\,do}{r^2} = \Omega, \tag{8}$$

worin Ω derjenige Theil einer Kugelfläche (Radius 1, Centrum: der Magnetpol) ist, welcher durch die Verbindungslinien vom Centrum nach allen Elementen der Leitung herausgeschnitten wird (vergl. Fig. 214). Für die Lage I von M möge der Werth von Ω mit Ω_1 bezeichnet werden. Bei Annäherung von M an den Stromkreis SS^1 wächst Ω und setzt sich dieses Wachsthum fort, wenn M seine Bahn fortdauernd in demselben Sinne (durch die Pfeile angedeutet) durchläuft. Geht M durch die Leitung hindurch und kehrt ausserhalb derselben in seine Anfangslage zurück, so überschreitet Ω den Werth 4π und nimmt den Werth $4\pi + \Omega_1$ an. Erfolgt dagegen die Rückkehr, indem eine durch den Stromkreis gelegte



(F. 214.)

Fläche jetzt im entgegengesetzten Sinne durchlaufen wird, so ist in diesem Fall der Endwerth dem Anfangswerth gleich. Im ersten Fall ist daher die inducirte elektromotorische Kraft:

$$E = -4\pi\varepsilon,$$

im anderen:

$$E = 0.$$

Demnach allgemein:

$$E = -4\pi\varepsilon\,(n - n'), \tag{9}$$

nach der Zahl der Durchgänge durch den Stromkreis im einen oder anderen Sinne.

Befindet sich an Stelle des Einheitspoles ein solcher von der Stärke μ, so ist ebenfalls die inducirte, elehtromotorische Kraft der Differenz der potentiellen Energien des Drahtkreises in dem Kraftfeld proportional. Also:

$$E = -\varepsilon\mu(P_2 - P_1).$$

Ist der Anfangswerth P_1 Null, so ist,

$$E = -\varepsilon\mu P_2.$$

Diesen Endwerth kann man auch dadurch erreichen, dass bei ruhendem Pol die Stärke desselben von Null bis μ anwächst. Die Erfahrung lehrt, dass in diesem Fall dieselbe elektromotorische Kraft inducirt wird, wie bei der Annäherung von μ aus unendlicher Entfernung. Hiernach kann man allgemein setzen:

$$E = -\varepsilon(\mu_2 P_2 - \mu_1 P_1). \tag{10}$$

Wir gehen nun zu einem allgemeineren Fall eines magnetischen Kraftfeldes über. Dasselbe rühre her von beliebig vertheilten, magnetischen Massen, so dass das Potential des Feldes von der Form[1]):

$$Q = \Sigma \frac{\mu'}{r}$$

sei, wo:

$$r^2 = (x - x')^2 + (y + y')^2 + (z - z')^2$$

gesetzt ist.

Es gilt dann immer noch dieselbe Gleichung für die elektromotorische Kraft der Induction,

$$E = -\varepsilon(P_2 - P_1),$$

nur dass jetzt:

$$P = \int do\, \frac{dQ}{dn}$$

zu setzen ist, wobei die Integration über eine beliebige, durch die geschlossene Leiterbahn begrenzte Fläche auszuführen ist. Für dieses Resultat wird häufig die folgende Ausdrucksweise gebraucht:

Die in einem geschlossenen Stromkreis inducirte, elektromotorische Kraft ist proportional der Differenz der Anzahl der Kraftlinien, welche zu Anfang und Ende durch den Stromkreis hindurchgehen, wobei die Veränderung derselben in gleicher Weise durch die räumliche Verschiebung magnetischer Mengen oder durch Intensitäts-Aenderungen der Pole erfolgen kann.

Die letzte Formel umfasst auch die beiden Fälle der Volta-Induction. Es sei ausser der geschlossenen Drahtleitung ein Stromkreis vorhanden mit der Stromstärke i'. Die elektromagnetische Wirkung desselben folgt aus dem Potential:

[1]) Dies ist nicht der Fall für solche Punkte eines Leiters, welche von einem elektrischen Strom durchflossen werden.

$$Q = i' \int do' \frac{d\frac{1}{r}}{dn'},$$

wo die Integration über die vom Strom umflossene Fläche zu erstrecken ist.

Setzt man diesen Werth in den früheren Ausdruck für Q ein, also:

$$P = i' \iint do\,do' \frac{d^2\frac{1}{r}}{dn\,dn'}, \tag{11}$$

so ist wiederum:

$$E = -\varepsilon(P_2 - P_1).$$

An Stelle des doppelten Flächenintegrals kann man P durch ein doppeltes Linienintegral

$$P = i' \iint \frac{ds'\,ds\cos\varepsilon}{r} \tag{12}$$

ausdrücken[1]).

Auch hier kann wieder die Veränderung von P von einer Verschiebung der Stromkreise oder von einer Veränderung der Stromintensität i' herrühren. Man setze:

$$q = \iint \frac{ds\,ds'\cos\varepsilon}{r},$$

welchen Ausdruck wir als den Inductionscoëfficienten der einen Leitung in Bezug auf die andere bezeichnen wollen. Verändern die beiden Leiterkreise ihre relative Lage nicht, geht aber die Stromstärke aus i_1 in i_2 über, so ist:

$$E = -\varepsilon q(i_2 - i_1).$$

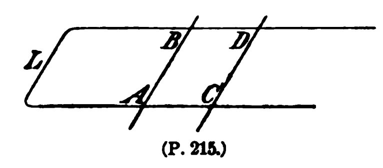
Die Gesammtstärke des Inductionsstromes ist dann:

$$J = -\frac{\varepsilon q}{w}(i_2 - i_1);$$

diejenige des Schliessungsstromes ($i_1 = 0$, $i_2 = i$) ist derjenigen des Oeffnungsstromes ($i_1 = i$, $i_2 = 0$) bis auf das Vorzeichen gleich. Also:

$$J_s = -J_0 = -\frac{\varepsilon q i}{w}.$$

Handelt es sich um die Berechnung der elektromotorischen Kraft, wenn in einer einzigen Leitung sich die Stromstärke ändert, so erhält der Ausdruck von q (welches wir jetzt durch den Buchstaben p ersetzen), eine etwas andere Bedeutung. Die doppelte Integration ist in diesem Fall beide Mal über dieselbe Leitung zu erstrecken. Man bezeichnet p als den Coëfficienten der Selbstinduction.



(F. 215.)

Bisher war die beschränkende Voraussetzung festgehalten, dass die Veränderungen der beiden Leiterkreise ohne Deformation derselben, sowie ohne Eintritt neuer Stromelemente in den einen der beiden Kreise stattfände. Die Erweiterung seiner Theorie für diesen Fall hat F. NEUMANN in seiner zweiten Abhandlung vorgenommen. Er geht dabei von der folgenden, speciellen Anordnung aus (Fig. 215). Der Leiter L bildet dadurch eine geschlossene Leitung, dass zwei Punkte desselben A und B oder C und D leitend verbunden sind. Der geschlossene Stromkreis befinde sich in einem elekromagnetischen Kraftfeld.

---

[1]) Vergl. Handbuch 3 (2), pag. 342.

Welche elektromotorische Kraft wird inducirt, wenn man das Verbindungsstück von AB nach CD verschiebt? Das Endresultat der hierüber angestellten Rechnungen ist das »allgemeine Princip«[1]), welches F. NEUMANN folgendermaassen ausspricht:

»Wird ein geschlossenes, unverzweigtes, leitendes Bogensystem A_1 durch eine beliebige Verrückung seiner Elemente, aber ohne Aufhebung der leitenden Verbindung derselben, in ein anderes A_{11}, von neuer Form und Lage übergeführt und geschieht diese Veränderung von A_1 in A_{11} in Gegenwart eines elektrischen Stromsystems B_1, welches gleichzeitig durch eine beliebige Verrückung seiner Elemente eine Veränderung in Lage, Form und Intensität von B_1 in B_{11} erfährt, so ist die Summe der elektromotorischen Kräfte, welche in dem leitenden Bogensystem durch diese Veränderungen inducirt worden sind, gleich dem mit der Inductionsconstanten ε multiplicirten Unterschied der Potentialwerthe des Stromes B_{11} in Bezug auf A_{11} und des Stromes B_1 in Bezug auf A_1, wo A_{11} und A_1 von der Stromeinheit durchflossen gedacht werden.«

Indem wir für den allgemeinen Beweis auf die Originalabhandlung verweisen, soll hier nur als Beispiel eine Anwendung auf den zuvor behandelten Fall gemacht werden. Dabei bleibe das primäre Stromsystem unverändert, während das System A aus der Configuration LAB in LCD übergeht. Da die inducirte elektromotorische Kraft der Differenz der Potentialwerthe proportional ist, so sie auch proportional dem Potential in Bezug auf die Leiterbahn $ABDC$, wenn letztere von der Stromeinheit durchflossen wird.

3) In den bisher entwickelten Formeln bedeutete E die gesammte, während der Veränderung inducirte, elektromotorische Kraft. Greifen wir einen Moment des Inductionsvorgangs heraus und bezeichnen wir mit E_1 die elektromotorische Kraft für die Zeiteinheit, so ist:

$$E_1 = -\varepsilon \frac{dP}{dt}.$$

In Folge der Bedeutung der Function P ist aber $P_2 - P_1$ oder dP die Arbeit aller in Betracht kommenden elektromagnetischen Kräfte bei der Gesammtheit aller Verschiebungen, immer in der Voraussetzung, dass der Leiterkreis von der Stromeinheit durchflossen wird. Wir können hiervon Gebrauch machen, um die Gesetze der Induction in geschlossenen Leitungen unmittelbar in Zusammenhang mit dem Princip von der Erhaltung der Kraft zu bringen[2]).

Ein Leiterkreis enthalte eine constante Kette mit der elektromotorischen Kraft E_0. Im Ruhezustand ist dann die Stromstärke in demselben $\frac{E_0}{w}$. Wird aber die Leitung in einem Kraftfeld bewegt, so besitzt die Stromstärke einen anderen (veränderlichen) Werth, den wir mit i bezeichnen wollen. Gleichzeitig wird hierdurch positive oder negative Arbeit erzeugt und zwar ist dieselbe für die Zeiteinheit:

$$i\frac{dP}{dt}.$$

Die Gesammtarbeit in dem Stromkreis ist:

$$iE_0,$$

der in Wärme übergehende Bruchtheil:

$$wi^2.$$

Die Summe der letzteren mit der ersten Arbeit muss der Gesammtarbeit gleich sein. Also:

---

[1]) F. NEUMANN, Abhandl. der Berl. Akad. für das Jahr 1847, pag. 1.

[2]) H. v. HELMHOLTZ, Ueber die Erhaltung der Kraft. 1847; Gesamm. Abh. I, pag. 62.

$$iE_0 = wi^2 + i\frac{dP}{dt},$$

oder:

$$i = \frac{E_0 - \frac{dP}{dt}}{w}. \tag{13}$$

Die letzte Formel lässt erkennen, dass in dem Stromkreis eine zweite elektromotorische Kraft:

$$E_1 = -\frac{dP}{dt}$$

thätig ist.

Die HELMHOLTZ'sche Theorie der Induction führt daher für geschlossene, bewegte Leiterbahnen zu demselben Resultate wie NEUMANN's Annahme.

4) In ganz anderer Weise hat W. WEBER[1]) die Theorie der Induction im Zusammenhang mit der Elektrodynamik entwickelt, indem er von der Annahme ausging, dass beide Wirkungen, ihre vollständige Erklärung aus der Wechselwirkung der Elektricitätsmengen finden. Dabei liegt die Vorstellung zu Grunde, dass bei dem elektrischen Strom durch jeden Querschnitt ebenso viel positive Elektricität in dem einen als negative in dem anderen Sinne sich bewegt.

Da in diesem Fall das für ruhende Elektricität gültige COULOMB'sche Anziehungsgesetz: $\frac{ee'}{r^2}$ von den angeführten Erscheinungen keine Erklärung zu geben vermochte, so musste diesem Kraftausdruck ein Faktor hinzugefügt werden, welcher von der relativen Geschwindigkeit und Beschleunigung der Mengen abhängt. Um diesen Faktor zu bestimmen, geht WEBER[2]) von den folgenden drei Thatsachen aus, welche er als durch die Erfahrung bewiesen ansieht:

1) Zwei Stromelemente, welche in denselben Geraden liegen, stossen sich ab.

2) Zwei Stromelemente, welche senkrecht zu ihrer Verbindungslinie liegen, ziehen sich bei gleicher Stromrichtung an.

3) Wenn bei der zuletzt angenommenen Lage das eine Element stromlos ist und in dem anderen die Stromintensität sich ändert, so wird in dem ersten Element ein gleichgerichteter Strom inducirt, wenn die Intensität abnimmt, ein entgegengesetzter, wenn derselbe zunimmt.

Die Verwerthung dieser Annahmen zeigt, dass an Stelle des COULOMB'schen Gesetzes das folgende WEBER'sche Gesetz für die Anziehung einer Elektricitätsmenge e auf eine andere e':

$$R = \frac{ee'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}\, r\, \frac{d^2 r}{dt^2}\right] \tag{14}$$

treten muss.

In diesem Ausdruck ist r die Entfernung der Theilchen, a der umgekehrte Werth einer constanten, sehr grossen Geschwindigkeit.

Wendet man dieses Kraftgesetz auf die Berechnung der elektrodynamischen Wechselwirkung zweier Stromelemente an, so gelangt man zu der Formel des AMPÈRE'schen Grundgesetzes.

Wendet man dasselbe auf den Fall an, dass das eine Element ruht, während das andere verschoben wird, so erhält man die Grundformel F. NEUMANN's für die elektromotorische Kraft der Induction.

---

[1]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen. Ueber ein allgemeines Gesetz der elektrischen Wirkung. 1846. — W. WEBER's Werke 3, pag. 132—211.

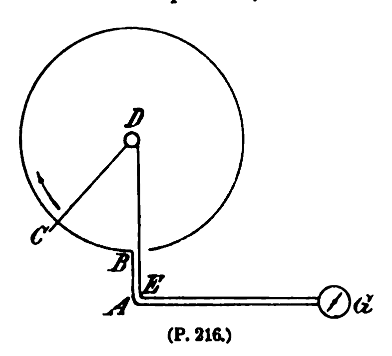
[2]) l. c. pag. 135.

Nimmt man endlich an, dass beide Elemente ruhen, dass sich aber in dem einen Element die Stromintensität ändert, so wird in dem anderen eine elektromotorische Kraft:

$$-\frac{a}{2}\frac{ds\,ds'\cos\vartheta\cos\vartheta'}{r}\frac{di}{dt},$$

inducirt, wo ϑ und ϑ' die Winkel sind, welche die Elemente mit der Verbindungslinie bilden.

Für die Induction in geschlossenen Leitungen führen diese Formeln zu denselben Consequenzen, wie die Rechnungen von NEUMANN. Eine Differenz schien hervorzutreten, wenn man das WEBER'sche Gesetz auf den Fall anwendet, dass ein Theil der inducirten Leitung ruht, ein anderer bewegt wird (Fig. 216). Wird z. B. eine Leitung von der Form $ABCDEA$ benutzt, in welche ein Galvanometer G eingeschaltet ist, und der Radius CD in Rotation versetzt, so wird in derselben ein Strom inducirt, wenn dieser Vorgang in einem elektromagnetischen Felde stattfindet, dessen Kraftlinien senkrecht zu der Ebene der Zeichnung liegen. Bei der Berechnung dieses Stromes nach seinem allgemeinen Princip war NEUMANN zu einem anderen Resultat gekommen als bei Benutzung des WEBER'schen Grundgesetzes. Jedoch auch für diesen Fall hat W. WEBER gezeigt, dass bei richtiger Berücksichtigung der von der »Gleitstelle« C herrührenden Wirkungen Uebereinstimmung zwischen seinem Grundgesetz und den die Versuchsresultate darstellenden Rechnungen NEUMANN's stattfindet.



(P. 216.)

Hiernach war es nicht zu verwundern, dass das WEBER'sche Grundgesetz längere Zeit hindurch als umfassendste Basis der Elektricitätstheorie angesehen wurde. Auch weitere Consequenzen, welche aus demselben gezogen wurden, schienen dasselbe zu bestätigen. Auf dieselben, besonders auf die Versuche, die Gesetze der Induction in körperlichen Leitern zu entwickeln, werden wir an einer späteren Stelle eingehen, dann aber auch die Bedenken zur Sprache bringen, welche gegen das WEBER'sche Gesetz erhoben wurden und damit zu einer neuen Entwickelungsphase übergehen, in welche die Theorie der Induction ungefähr seit dem Jahre 1870 eingetreten ist[1]).

B. Beispiele und Anwendungen der Gesetze der Induction in geschlossenen Leitungen.

1) Bewegung einer geschlossenen Leiterbahn in einem homogenen, magnetischen Kraftfeld. Das Potential des Feldes sei von der Form:

$$Q = Lx + My + Nz.$$

Bildet man den Ausdruck für die potentielle Energie des Stromkreises in dem Feld, so ist dieselbe:

$$P = \iint do\left(L\frac{dx}{dn} + M\frac{dy}{dn} + N\frac{dz}{dn}\right).$$

Verfolgen wir den gewöhnlichsten Fall weiter, dass der Inductor aus einer Rolle von einer grösseren Anzahl paralleler Windungskreise besteht. Die Ge-

[1]) Vergl. auch den Artikel: Erklärungsversuche der elektrischen Erscheinungen.

sammtfläche derselben sei F, ferner seien α, β, γ die Winkel, welche die Normale der Windungsebenen mit den drei Axen machen. Dann ist:

$$P = F(L\cos\alpha + M\cos\beta + N\cos\gamma).$$

Da bei einer Verschiebung der Rolle in dem Kraftfeld ohne Axendrehung, dieser Ausdruck unverändert bleibt, so ist die dadurch inducirte elektromotorische Kraft $E = 0$.

Dieselbe ist von Null verschieden, wenn der Leiter um eine Axe gedreht wird.

Das Magnetfeld sei dasjenige des Erdmagnetismus. Wir wählen ein solches Coordinatensystem, dass:

$L = H$, Horizontalcomponente
$M = 0$,
$N = V$, Vertikalcomponente ist. Dann ist:

$$P = F(H\cos\alpha + V\cos\gamma).$$

Erster Fall. Der Drahtkreis, sowie die Drehungsaxe sind vertikal.

$$P = FH\cos\alpha.$$

Die inducirte elektromotorische Kraft ist:

$$E = -\varepsilon FH(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1). \tag{15}$$

Bei einer Drehung von 0—90°:

$$E = \varepsilon FH,$$

bei einer solchen von 180°:

$$E = 2\varepsilon FH.$$

Bei einer weiteren Drehung von 180—360° ist die elektromotorische Kraft:

$$E = -2\varepsilon FH.$$

Bei andauernder Rotation ist also die Gesammtsumme der elektromotorischen Kraft, wie früher bewiesen, Null.

Zweiter Fall. Drehung um eine horizontale Axe.

$$E' = -\varepsilon FV(\cos\gamma_2 - \cos\gamma_1), \tag{16}$$

bei einer Drehung von 0—180°

$$E' = 2\varepsilon FV.$$

Ist die, für Drehungen um zwei zu einander senkrechte Axen eingerichtete Inductorrolle mit einem Galvanometer verbunden, werden dort die Gesammtströme bei den beiden Drehungen verglichen, so verhalten sich dieselben bei gleichen Widerständen, wie die elekromotorischen Kräfte. Also:

$$\frac{E'}{E} = \frac{J'}{J} = \frac{V}{H}. \tag{17}$$

Bezeichnet man noch die magnetische Inklination mit φ, so ist:

$$\tang\varphi = \frac{J'}{J}. \tag{18}$$

Hiernach kann mit Hilfe von Inductionsströmen die Inklination bestimmt werden. Nachdem W. WEBER[1]) schon frühzeitig Methoden, diesen Zweck zu erreichen, besprochen hat, ist er schliesslich bei der zuletzt beschriebenen stehen geblieben[2]) und hat dieselbe als sehr brauchbar befunden.

An die soeben entwickelten Formeln knüpfen wir noch eine Bemerkung. Die bei Drehung um 90° inducirte, elektromotorische Kraft war:

$$E = \varepsilon \cdot FH.$$

Setzt man in derselben $\varepsilon = 1$, so ist

$$E = FH.$$

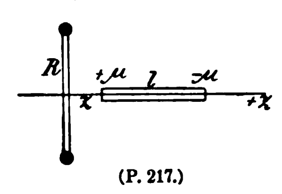
---

1) W. WEBER, POGG. Ann. 43, pag. 493. — W. WEBER's Wurke 2, pag. 75—98.

2) W. WEBER, Abh. d. Götting. Gesellsch. d. Wissens. 1853; POGG. Ann. 90, pag. 209 bis 247. W. WEBER's Werke 2, pag. 279—327.

Hiernach ist diejenige elektromotorische Kraft 1, welche von der Einheit der horizontalen Magnetkraft in einem Drahtkreis von der Flächeneinheit inducirt wird, wenn derselbe um einen vertikalen Durchmesser um 90° gedreht wird. Es wird später gezeigt werden, dass in dem absoluten elektromagnetischen Maasssystem $\varepsilon = 1$ zu setzen ist. Ist daher die Intensität des magnetischen Kraftfeldes nach absolutem Maass gemessen, so erhält man bei Ausführung des beschriebenen Versuches eine elektromotorische Kraft, welche auf die oben angegebene absolute Einheit bezogen ist. Hierauf beruht eine wichtige Methode der absoluten Widerstandsbestimmung. Der für diesen Zweck von W. WEBER construirte Apparat »der Erdinductor« besteht aus einem kreisförmigen (oder auch polygonal gestalteten) Holzrahmen von grossen Dimensionen und ist mit einer grösseren Anzahl von Windungen bewickelt. Derselbe kann mit Hilfe einer Kurbel um eine vertikale Axe gedreht werden. Da die Bestimmung der Windungsfläche F der Drahtspule aus Einzelmessungen bei der Herstellung oft keine grosse Genauigkeit, jedenfalls aber später keine Controle gestattet, so ist von F. KOHLRAUSCH[1]) eine Methode angegeben, um dieselbe direkt zu bestimmen. Zu dem Zweck wird durch die Spule ein constanter Strom geleitet. Letzterer wirkt dann ablenkend auf die entfernte Magnetnadel einer Tangentenbussole, durch welche der Strom ebenfalls hindurchgeht. Man erhält auf diese Weise die Windungsfläche im Vergleich zum Stromkreis der Tangentenbussole. Mit verwandten Methoden haben sich noch F. HIMSTEDT[2]) und A. HEYDWEILLER[3]) beschäftigt.

2) In der Axe eines Kreisstromes vom Radius R befinde sich ein Magnet, bestehend aus den Mengen $\pm\mu$ in der Entfernung l von einander (Fig. 217). Die Entfernungen der Pole vom Kreiscentrum sind z und $l + z$. Das elektromagnetische Potential des Magnets in Bezug auf den Drahtkreis und dementsprechend die elektromotorische Kraft beim Entstehen oder Verschwinden des Magnetismus beträgt:



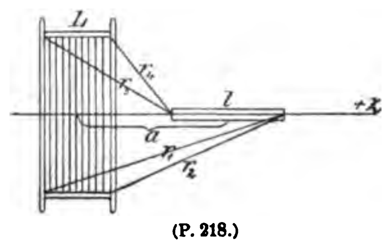
(P. 217.)

$$E = \pm\, 2\pi\mu \left[\frac{l+z}{\sqrt{R^2+(l+z)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right], \tag{19}$$

wenn man $\varepsilon = 1$ setzt.

Liegt $+\mu$ auf der andern Seite des Kreisstromes, ist also z negativ, so erreicht die elektromotorische Kraft ihren grössten Werth für $z = -l/2$:

$$E = \frac{4\pi\mu\, l}{\sqrt{R^2 + (l/2)_2}}.$$



(P. 218.)

An Stelle des Drahtkreises befinde sich eine Drahtrolle von der Länge L und dem Radius R (Fig. 218). Die Gesammtzahl der Windungen sei N. Die Entfernung des Mittelpunkts der Rollenaxe von dem Mittelpunkt des Magnets sei a. Es soll wieder die elektromotorische Kraft beim Entstehen und Verschwinden des Magnets berechnet werden. Man erhält dieselbe, indem man die potentielle Energie mit Hilfe des vorigen Ausdrucks in der Weise berechnet, dass man denselben mit $\frac{N\,dz}{L}$ multiplicirt und zwischen den Grenzen $\pm L/2$ integrirt.

---

[1]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 18, pag. 513—533. 1883.

[2]) F. HIMSTEDT, WIED. Ann. 18, pag. 433—441. 1873.

[3]) A. HEYDWEILLER, WIED. Ann. 41, pag. 876—888. 1890.

Dann ist

$$E = \frac{2\pi\mu N}{L}(r_1 - r_2 - r_3 + r_4), \tag{20}$$

oder

$$E = \frac{2\pi\mu N}{L}\left[\sqrt{R^2 + \left(\frac{L+l}{2} + a\right)^2} - \sqrt{R^2 + \left(a + \frac{l-L}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 + \left(a + \frac{L-l}{2}\right)^2} + \sqrt{R^2 + \left(a - \frac{l+L}{2}\right)^2}\right]. \tag{21}$$

Fällt der Rollenmittelpunkt mit dem Magnetmittelpunkt zusammen, so ist:

$$E = \frac{4\pi\mu N}{L}\left[\sqrt{R^2 + \left(\frac{l+L}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 + \left(\frac{l-L}{2}\right)^2}\right].$$

Es sei noch R klein im Vergleich zu l oder zu L und zu $l - L$. Dann ist in erster Annäherung:

$$E = \frac{4\pi\mu N}{L}\left(\frac{l+L}{2} \mp \frac{l-L}{2}\right),$$

je rachdem:

$$l > L \quad \text{oder} \quad l < L.$$

Ist $l > L$, so ist:

$$E = 4\pi\mu N.$$

Ist dagegen:

$$l < L,$$

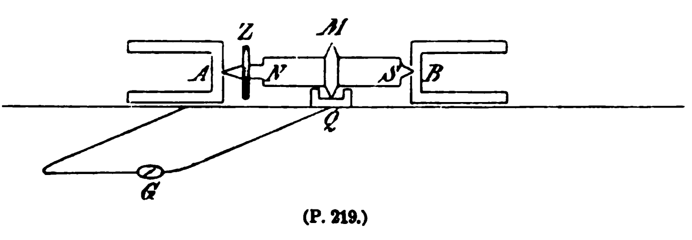
so ist:

$$E = \frac{4\pi\mu N l}{L} = 4\pi M N_1,$$

wenn N_1 die Anzahl der Windungen auf der Längeneinheit, und $M = \mu l$ das magnetische Moment des Stabes ist. Beide Formeln werden zur Bestimmung der magnetischen Momente von Magnetstäben benutzt.

3) Unipolare Induction.

Die Entdeckung dieser Erscheinung durch Faraday wurde schon früher besprochen. Die Bezeichnung »unipolare Induction« rührt von W. Weber[1]) her, welcher dieselbe ausführlich untersuchte, in der Erwartung, aus derartigen Versuchen entscheiden zu können, ob die Ampère'sche Auffassung richtig ist, nach welcher ein magnetisches Molekül durch einen zu seiner Axe senkrechten Kreisstrom zu ersetzen ist. Der von Weber benutzte Apparat besteht (Fig. 219) aus einem cylindrischen Magnetstab NS, welcher um eine Axe AB in Rotation versetzt werden kann. Dies geschieht durch eine Kurbel und ein Zahnrad (in der Figur fortgelassen), welches in das Zahnrad Z eingreift. Der Magnetstab trägt eine Messingscheibe M, welche in ein Quecksilbergefäss Q taucht. Zwischen A und Q ist ein Galvanometer eingeschaltet, welches bei der Rotation einen gleichmässigen Strom anzeigt.



(P. 219.)

[1]) W. Weber, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins 1839, Bd. 3, pag. 63—90; Pogg. Ann. 52, pag. 353—386. 1841. — W. Weber's Werke 2, pag. 153.

Die hierbei wirksame, elektromotorische Kraft berechnen wir unter der Voraussetzung, dass die Wirkung des Magnets durch zwei in seiner Axe liegende Pole $+$ und $-\mu$ ersetzt werden kann. Wir benutzen dabei die früher (pag. 363) entwickelte Formel (7):

$$\sum e\,ds\,dt = d\psi\,(\cos\gamma_2 - \cos\gamma_1),$$

wobei nur ein Einheitspol angenommen wurde. Bei Anwesenheit von zwei Polen $\pm\mu$ und bei n Umdrehungen in der Sekunde ist die elektromorische Kraft für die Zeiteinheit:

$$E = 2\pi n\mu\,(\cos\gamma_2 - \cos\gamma_1 - \cos\gamma_2' + \cos\gamma_1'), \tag{22}$$

wo γ_1 und γ_2 die Winkel sind, welche die Verbindungslinien des Nordpols zu den Endpunkten der Galvanometerleitung mit der Drehungsaxe bilden, während γ_1 und γ_2 dieselbe Bedeutung für den Südpol haben.

Fallen dieselben (A und Q) in die Drehungsaxe, so dass Q resp. M zwischen N und S liegt, so ist:

$$\gamma_2 = \gamma_1' = \gamma_2' = 0, \quad \gamma_1 = 180^\circ, \quad E = 4\pi n\mu.$$

Die elektromotorische Kraft ist dann unabhängig von der speciellen Lage von Q. Letzteres ist nicht mehr exakt, wenn man den Magnet nicht auf zwei Pole reduciren kann, sondern auf die verschiedene magnetische Vertheilung in den einzelnen Querschnitten Rücksicht nehmen muss.

Weitere Versuche über die unipolare Induction wurden von PLÜCKER[1]) angestellt, wobei sich derselbe eines von FESSEL construirten Apparats bediente. Bei demselben ist der cylindrische Magnetstab von einem Hohlcylinder von Kupfer umgeben. Es ist die Vorrichtung getroffen, dass

a) der Magnet allein,

b) der Kupfercylinder allein,

c) der Kupfercylinder und der Magnet zusammen rotiren können.

Trägt der Kupfercylinder an seinem einen Ende und in der Mitte Schleiffedern, welche mit dem Galvanometer in Verbindung stehen, so wird im Fall a) kein Strom erregt. Bei den Anordnungen b) und c) entstehen Ströme von gleicher Stärke.

Die Versuche über unipolare Induction haben vielfaches Interesse für die Theorie der Inductionserscheinungen und sind mehrfach discutirt worden. Sobald man auf diese Erscheinung die Formeln für die Inducton in geschlossenen Leitungen anwendet, muss man stets zu denselben Resultaten gelangen, mag man von den elektromagnetischen oder elektrodynamischen Erscheinungen ausgehen. Lässt man dagegen die äussere ruhende Leitung fort und denkt sich den isolirten Magnetstab in Rotation versetzt, so tritt ein Unterschied zwischen PLÜCKER's und NEUMANN's Auffassung auf, wie zuerst A. BEER[2]) gezeigt hat. Nach ersterer müsste der rotirende Magnetstab an seinem Aequator mit Elektricität der einen Art, an seinen Polen mit entgegengesetzter Elektricität belegt sein. Nach NEUMANN's Anschauung wäre eine solche Anhäufung statischer Elektricität nicht vorhanden. Es lag nahe, eine Anwendung auf die rotirende Erde unter dem Einfluss des Erdmagnetismus zu machen. Schon PLÜCKER hat die Consequenz gezogen, dass an den Polen eine Anhäufung von positiver Elektricität, am Aequator eine Ladung von negativer Elektricität stattfinden müsste. Solche Ladungen sind bis jetzt experimentell nicht nachgewiesen worden. Die hier angeregten Fragen wurden mehrfach bearbeitet.

---

[1]) PLÜCKER, POGG. Ann. 87, pag. 352—386. 1852.

[2]) A. BEER, POGG. Ann. 94, pag. 177—192. 1854.

Wir müssen uns begnügen an dieser Stelle auf die Literatur zu verweisen.

E. RIECKE, WIED. Ann. 1, pag. 110—126. 1877.
E. EDLUND, WIED. Ann. 2, pag. 347—356. 1877
E. RIECKE, WIED. Ann. 11, pag. 413—432. 1880.
F. KOCH, WIED. Ann. 19, pag. 143—183. 1882.
E. EDLUND, Sur l'origine de l'électricité atmosphérique. 1884.
E. HOPPE, WIED. Ann. 28, pag. 478—491. 1886.
E. EDLUND, WIED. Ann. 29, pag. 420—426. 1886.
E. HOPPE, WIED. Ann. 29, pag. 544—560.

C. Inductionscoëfficienten von Drahtleitungen aufeinander und auf sich selbst.

Geht durch einen geschlossenen Stromkreis ein elektrischer Strom, so wird bei Oeffnung oder Schliessung desselben in einer benachbarten, geschlossenen Leitung eine elektromotorische Kraft inducirt, welche proportional dem Inductionscoëfficienten P ist, wo:

$$P = \iiiint do\, do' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{dn\, dn'} = \iint \frac{ds\, ds' \cos \varepsilon}{r}$$

ist und die Integrationen über die beiden in Betracht kommenden Leitungen zu erstrecken sind. Handelt es sich um die Selbstinduction, so ist die Integration beide Mal über dieselbe Leitung auszuführen.

Die Inductionscoëfficienten haben in beiden Fällen hauptsächlich dann grosse Werthe, wenn in den Leitungen enggewundene Rollen sich befinden. Die von diesen herrührenden Werthe bilden in diesem Fall den bei weitem grössten Theil der Inductionscoëfficienten, während die von den einfachen Zuleitungen herrührenden Werthe sehr klein sind. Aus diesem Grunde genügt es in vielen Fällen, die Inductionscoëfficienten von Rollen aufeinander oder auf sich selbst zu bestimmen. Die Kenntniss derselben ist für die Berechnung der Inductionsströme, sowie für die Wirksamkeit vieler Apparate von Wichtigkeit. Deshalb sind vielfach derartige Inductionscoëfficienten berechnet worden. Andererseits wurden aber auch Methoden ersonnen, um dieselben experimentell zu bestimmen. Indem wir auf letztere im nächsten Abschnitt eingehen werden, sollen hier die Resultate der Rechnung zusammengestellt werden.

Einfache Werthe für die Inductionscoëfficienten erhält man eigentlich nur für den Fall ringförmiger Spiralen. Dieselben entstehen, wenn eine Ringfläche gleichmässig mit Drahtwindungen bedeckt ist. Der Radius der Mittellinie des Ringes sei R. Der Querschnitt desselben kann von verschiedener Form sein. Wir berücksichtigen hier einen kreisförmigen und einen rechteckigen Querschnitt. Die Ebene, in welcher die Mittelpunkte der Querschnitte liegen, sei die x, y-Ebene. Die z-Axe geht durch den Mittelpunkt des Ringes. Die Ringfläche sei gleichmässig mit N-Windungen bedeckt.

Das elektromagnetische Potential derselben, durchflossen von der Stromeinheit, ist dann in Bezug auf einen innerhalb der Ringfläche gelegenen Punkt:

$$Q = 2\varphi N, \quad \text{wo:} \quad tang\, \varphi = \frac{y}{x} \text{ ist.}$$

Dagegen ist: $Q = 0$ für einen ausserhalb gelegenen Punkt.

Ist um diese Spirale eine Anzahl (N') Windungen einer zweiten in sich geschlossenen Spirale geschlungen, so ist das elektromagnetische Potential der ersten Spirale in Bezug auf die zweite:

$$P = 2NN'\int do \frac{dQ}{dn} = 2NN'\int \frac{do}{\rho},$$

wo:

$$\rho^2 = x^2 + y^2.$$

Hier ist die Integration über den Querschnitt der ersten Spirale auszuführen. Ist derselbe ein Kreis vom Radius a, so ist:

$$P = 4\pi NN'(R - \sqrt{R^2 - a^2}). \tag{23}$$

Ist derselbe ein Rechteck mit der Seite a in der Ringebene und der Seite b senkrecht zu derselben, so ist:

$$P = 2NN'b \cdot \log \frac{R + a/2}{R - a/2}. \tag{24}$$

Auch der Coëfficient der Selbstinduction einer ringförmigen Spirale kann hiernach berechnet werden. Die Anzahl der äusseren Windungen sei derjenigen der inneren gleich, also:

$$N = N'.$$

Im Grenzfall kann man beide Windungslagen zusammenfallen lassen. Dann geben die eben entwickelten Formeln die Coëfficienten der Selbstinduction; also für den Fall des kreisförmigen Querschnitts:

$$P = 4\pi N^2(R - \sqrt{R^2 - a^2}). \tag{25}$$

Es seien ferner die beiden Ringspiralen eng auf einen Eisenring aufgewunden, dessen Magnetisirungszahl k ist, dann ist der Inductionscoëfficient der inneren Spirale in Bezug auf die äussere bei Mitwirkung der Eisenmasse:

$$P = 4\pi NN'(1 + 4\pi k)(R - \sqrt{R^2 - a^2}), \tag{26}$$

d. h. wenn durch die erste Spirale ein Strom von der Intensität i geschickt wird und derselbe wird geöffnet oder geschlossen, so wird in der secundären Spirale eine elektromotorische Kraft:

$$E = 4\pi NN'i(1 + 4\pi k)(R - \sqrt{R^2 - a^2})$$

inducirt.

Diese Formeln wurden zuerst von G. KIRCHHOFF[1]) entwickelt und später von STOLETOW[2]) u. A. benutzt, um die Magnetisirungszahl k als Function der Stromstärke zu bestimmen.

Bei anderen Anordnungen der Drähte ist — wie schon bemerkt — die Berechnung der Inductionscoëfficienten schwierig, sodass meist nur angenähert richtige Formeln dafür ermittelt worden sind. Wir stellen hier einige derselben zusammen, wobei die Bezeichnung q für Coëfficienten zweier Drähte aufeinander, p für Coëfficienten der Selbstinduction gelten soll[3]).

1) Inductionscoëfficient zweier geradliniger, paralleler Drähte von der Länge l und der Entfernung a:

$$q = l \cdot \log \frac{\sqrt{l^2 + a^2} + l}{\sqrt{l^2 + a^2} - l} + 2a - 2\sqrt{l^2 + a^2}. \tag{27}$$

Näherungswerth, wenn a klein ist im Vergleich zu l:

$$q = 2l\left(\log \frac{2l}{a} - 1\right).$$

[1]) G. KIRCHHOFF, POGG. Ann., Ergzbd. 5, pag. 1. 1870; Gesam. Abh., pag. 223—230.

[2]) STOLETOW, POGG. Ann. 146, pag. 434. 1872.

[3]) Vergl. CL. MAXWELL, Lehrbuch der Elektricität, deutsch von WEINSTEIN, 2, pag. 314 bis 434 und V. v. LANG. Einleitung in die theoretische Physik. 1891, pag. 443—449.

2) Coëfficient der Selbstinduction eines geraden Drahtes von der Länge l und dem Radius R (Näherungswerth):

$$p = 2l\left(log\frac{2l}{R} - \frac{3}{4}\right). \tag{28}$$

Besteht der Draht aus einer magnetisirbaren Substanz, deren Magnetisirungszahl k ist, so ist:

$$p = 2l\left(log\frac{2l}{R} - \frac{3}{4} + \pi k\right) = 2l\left(log\frac{2l}{R} + \frac{\mu}{4} - 1\right), \tag{29}$$

wenn:.

$$\mu = 1 + 4\pi k$$

gesetzt wird.

3) Coëfficient der Selbstinduction einer Drahtleitung, welche aus einem sehr schmalen Rechteck besteht. Die langen Seiten desselben seien $= l$, die kurzen $= a$, der Radius der Drähte sei R.

$$p = 4l\left(log\frac{a}{R} + \frac{1}{4}\right). \tag{30}$$

4) Inductionscoëfficient eines Drahtkreises vom Radius a auf einen concentrischen Drahtkreis mit dem Radius $a + c$, welche beide in derselben Ebene liegen (erste Annäherung, c klein gegen a):

$$q = 4\pi a\left(log\frac{8a}{c} - 2\right). \tag{31}$$

5) Inductionscoëfficient derselben beiden Kreise auf einander; jedoch sollen sie jetzt in zwei parallelen Ebenen, deren Abstand b klein ist im Vergleich zu a, liegen. Setzt man:

$$r^2 = b^2 + c^2,$$

so ist:

$$q = 4\pi a\left(log\frac{8a}{r} - 2\right). \tag{32}$$

6) Coëfficient der Selbstinduction eines Drahtkreises von der Länge l, wenn der Radius des Drahtquerschnitts R beträgt:

$$p = 2l\left(log\frac{l}{R} - 1{\cdot}508\right). \tag{33}$$

Coëfficient eines Drahts von der Länge l, wenn derselbe ein Quadrat bildet:

$$p = 2l\left(log\frac{l}{R} - 1{\cdot}910\right). \tag{34}$$

Die beiden letzten Formeln hat G. KIRCHHOFF[1]) ohne Ableitung mitgetheilt. Dort ist auch der Coëfficient der Selbstinduction für den Fall angegeben, dass der Draht eine Schraubenlinie bildet, bei welcher der Radius der Schraube gross ist im Vergleich zur Höhe eines Schraubenganges, letztere aber wieder gross im Vergleich zum Radius des Drahts.

7) Von besonderer Wichtigkeit ist der Inductionscoëfficient zweier coaxialer Drahtrollen, sowie der Inductionscoëfficient einer Drahtrolle auf sich selbst. Die Berechnung dieser Coëfficienten wurde zuerst von Cl. MAXWELL[2]) und von RAYLEIGH[3]) ausgeführt. Die Glieder höherer Ordnung sind indess nicht exakt, so dass J. STEFAN neue Formeln entwickelt hat[4]), die wir hier folgen lassen.

---

[1]) G. KIRCHHOFF, POGG. Ann. 121. 1864. — Gesammelte Abh., pag. 176.

[2]) CL. MAXWELL, Phil. Trans. 1865, pag. 511. Lehrbuch d. Elektr. 2, pag. 426—434.

[3]) Lord RAYLEIGH, Proc. Roy. Soc. 213, pag. 104. 1881.

[4]) J. STEFAN, Sitzungsber. d. Wien. Akad. (2) 88; WIED. Ann. 22, pag. 107—117. 1884.

a) Coëfficient der Selbstinduction einer Rolle, deren Windungen einen rechteckigen Raum von der Breite b und der Höhe c ausfüllen. Der mittlere Radius der Rolle a ist gross im Vergleich zu b und c. Die Anzahl der Windungen ist N.

$$p = 4\pi a N^2 \left[log \frac{8a}{\sqrt{b^2 + c^2}} \left(1 + \frac{3b^2 + c^2}{96a^2}\right) - y_1 + \frac{b^2}{16a^2} y_2 \right] \tag{35}$$

Hierin sind y_1 und y_2 Functionen von: $x = \frac{c}{b}$, für welche STEFAN Tabellen berechnet hat, welche wir hier combinirt folgen lassen.

x	y_1	y_2	x	y_1	y_2
0·00	0·50000	0·1250	0·55	0·80815	0·3437
0·05	0·54899	0·1269	0·60	0·81823	0·3839
0·10	0·59243	0·1325	0·65	0·82648	0·4274
0·15	0·63102	0·1418	0·70	0·83311	0·4739
0·20	0·66520	0·1548	0·75	0·83831	0·5234
0·25	0·69532	0·1714	0·80	0·84225	0·5760
0·30	0·72172	0·1916	0·85	0·84509	0·6317
0·35	0·74469	0·2152	0·90	0·84697	0·6902
0·40	0·76454	0·2423	0·95	0·84801	0·7518
0·45	0·78155	0·2728	1·00	0·84834	0·8162
0·50	0·79600	0·3066			

Nimmt man noch Rücksicht auf den Umstand, dass der Draht besponnen ist, und bezeichnet mit r_1 den Radius des besponnenen, mit r_2 den Radius des unbesponnenen Drahtes, so ist der obige Werth von p noch zu vermehren um:

$$4\pi a N \left(log \frac{r_1}{r_2} + 0{\cdot}15494 \right).$$

b) Für den Inductionscoëfficienten zweier coaxialer, gleicher Rollen mit dem mittleren Radius a und der Windungszahl N, deren Mittelpunkte sich im Abstand d von einander befinden, erhält man in erster Annäherung die folgende Formel:

$$q = 4\pi a N^2 \left(log \frac{8a}{d} - 2 + \frac{b^2 - c^2}{12d^2} + \frac{2b^4 + 2c^4 - 5b^2c^2}{120d^4} + \frac{3b^6 - 7b^4c^2 + 7b^2c^4 - 3c^6}{504d^6} \right). \tag{36}$$

Auch hier wird vorausgesetzt, dass a gross ist im Vergleich zu b, c und d, dass aber d grösser ist als die Diagonale des von den Windungen erfüllten Rechtecks.

In sehr allgemeiner Weise hat B. WEINSTEIN[1]) das Problem der Induction einer Rolle auf sich selbst, sowie der Induction zweier coaxialer Rollen von verschiedener Windungszahl behandelt. Auf die Wiedergabe der Formeln für die genaue Berechnung der Inductionscoëfficienten müssen wir hier verzichten, indem wir auf die Originalabhandlung verweisen.

Der Inductionscoëfficient von Rollen auf einander, welche sich in beliebiger relativer Lage befinden, kann nur angenähert durch Reihenentwickelungen bestimmt werden[2]).

Haben die beiden Rollen denselben Mittelpunkt, ist ferner der mittlere Radius der einen Rolle erheblich grösser als derjenige der anderen, so ist der

[1]) WEINSTEIN, WIED. Ann. 21, pag. 329—360. 1884.
[2]) Cl. MAXWELL, Lehrbuch etc. 2, pag. 408.

Inductionscoëfficient annähernd dem Cosinus des Winkels proportional, welchen die Axen der beiden Rollen mit einander bilden.

Man kann diese Thatsache benutzen, um eine Vorrichtung zu construiren, deren Selbstinductionscoëfficient bei gleichbleibendem Widerstand innerhalb weiter Grenzen verändert werden kann. Bezeichnet man die Selbstinductionscoëfficienten der beiden Einzelrollen mit p_1 und p_2, den Coëfficienten der Induction der beiden Rollen auf einander, wenn sie coaxial sind, mit q, so ist, wenn man die Rollen zusammen und hintereinander in eine Leitung einschaltet, der Selbstinductionscoëfficient der Combination:

$$p = p_1 + p_2 + q \cos \alpha, \tag{37}$$

welcher durch Drehung von: $p_1 + p_2 + q$ bis auf: $p_1 + p_2 - q$ gebracht werden kann.

Andere Rollencombinationen mit veränderlichen Inductionscoëfficienten hat M. BRILLOUIN[1]) benutzt.

Ueber die Berechnung von Drahtleitungen mit sehr kleinem Selbstinductionscoëfficienten vergl. H. HERTZ[2]). Von Wichtigkeit sind auch die Untersuchungen desselben[3]) über den Einfluss, welchen die Behaftung der Elektricität mit träger Masse auf die Vergrösserung des Selbstinductionscoëfficienten haben würde. Aus den bisherigen Versuchen hat sich eine davon herrührende Vergrösserung des Inductionscoëfficienten im Vergleich zur Berechnung nicht ergeben.

III. Ueber den Verlauf von Inductionsströmen, sowie allgemein von veränderlichen Strömen in Drahtleitungen.

A. Allgemeine Gesetze.

Nach den Entwickelungen der beiden vorigen Abschnitte ist leicht zu übersehen, dass man durch Induction in einem Leiterkreis elektromotorische Kräfte hervorrufen kann, welche zeitlich in beliebiger Weise veränderlich sind. Wird z. B. ein Magnetstab in eine Drahtrolle eingeführt und wieder herausgezogen, so entsteht in derselben eine elektromotorische Kraft, welche zunächst zunimmt, ein Maximum erreicht, wieder auf Null sinkt, um dann nach Aufsteigen zu einem negativen Maximum schliesslich zu verschwinden. Sind die Enden der Rolle durch einen Draht verbunden, so verläuft in der geschlossenen Leitung ein Strom, welcher zwar der Hauptsache nach denselben zeitlichen Verlauf hat, wie die elektromotorische Kraft. Eine vollständige Uebereinstimmung der beiden Zeitfunctionen kann aber nicht stattfinden, da in Folge der fortdauernd veränderlichen Stromstärke eine weitere elektromotorische Kraft — die Selbstinduction — thätig ist. Und zwar werden die beiden Zeitfunctionen, die man sich als Curven dargestellt denken mag, um so mehr von einander abweichen je schneller die Veränderungen der ersten elektromotorischen Kraft erfolgen.

Diese Betrachtung ist auch anwendbar, wenn es sich um eine Drahtleitung handelt, welche eine constante Kette enthält. Bei Schluss derselben steigt die elektromotorische Kraft plötzlich von Null auf ihren Endwerth, während die Stromstärke etwas langsamer nachfolgt.

Ist allgemein die elektromotorische Kraft als Zeitfunction gegeben, ist ferner der Selbstinductionscoëfficient und der Widerstand der Leitung bekannt, so ist

---

[1]) BRILLOUIN, Ann. de l'écol. norm. 11, pag. 361—362. 1882.

[2]) H. HERTZ, WIED. Ann. 10, pag. 414—448. 1886.

[3]) l. c. u. WIED. Ann. 14, pag. 581—590. 1881.

es ein rein mathematisches Problem, den zeitlichen Verlauf der Stromstärke zu berechnen.

Die hierzu erforderlichen Gleichungen lassen sich auch in den complicirteren Fällen angeben, wo es sich um eine grössere Anzahl von Stromkreisen handelt, in welchen beliebige elektromotorische Kräfte thätig sind, und welche durch Induction auf einander wirken. Auch können die einzelnen Kreise in beliebiger Weise verzweigt sein.

Allgemein soll es hier also unsere Aufgabe sein, die Theorie veränderlicher elektrischer Ströme in Drahtleitungen zu entwickeln.

Ich schicke noch einige Bemerkungen voraus.

Die vorhandenen Leitungen werden zwar als in sich zurücklaufend vorausgesetzt. Man kann aber nach denselben Grundsätzen auch den Fall behandeln, dass die Leitung nicht geschlossen ist, sondern an den Belegungen eines Condensators endet.

Dagegen soll die beschränkende Voraussetzung gemacht werden, dass die in Betracht kommenden Leitungen nicht »sehr lang« sind, oder dass ein, an einer Stelle derselben erregter Strom in der ganzen Leitung denselben Werth besitzt. Mit anderen Worten, die Stromstärke soll eine Function der Zeit allein und nicht auch noch eine Function des Ortes oder der Entfernung von einem bestimmten Punkt der Leitung sein. Sehr lange Leitungen in diesem Sinne sind die oberirdischen und noch mehr die submarinen Telegraphenlinien[1]). Für mässig lange Leitungen, auch wenn dieselben Hunderte von Metern lang sind, werden die jetzt zu entwickelnden Gleichungen mit grosser Annäherung gelten.

In einer unverzweigten, geschlossenen Leitung sei die elektromotorische Kraft E — eine Function der Zeit — wirksam. Die Erfahrung lehrt, dass das OHM'sche Gesetz auch in diesem Fall ebenso anzuwenden ist, wie bei constanten Strömen. Wenn man also der angeführten, elektromotorischen Kraft noch diejenige der Selbstinduction hinzufügt, so ist die Summe der beiden Kräfte dem Produkt aus Widerstand und Stromstärke gleichzusetzen[2]). Auf die Zeiteinheit bezogen, ist die elektromotorische Kraft der Selbstinduction, wobei wir hier, wie überall, die Inductionsconstante $\varepsilon = 1$ setzen:

$$-p\frac{dJ}{dt}.$$

Also ist:

$$Jw = E - p\frac{dJ}{dt}. \tag{1}$$

Kommt hierzu noch die Inductionswirkung einer benachbarten Leitung, in welcher die Stromstärke J' sei, so ist die davon herrührende, elektromotorische Kraft:

$$-q\frac{dJ'}{dt},$$

während umgekehrt die erste Leitung eine elektromotorische Kraft

$$-q\frac{dJ}{dt}$$

in der zweiten Leitung hervorruft.

---

[1]) Vergl. Handbuch 3 (1), pag. 183—187.

[2]) Die folgenden, allgemeinen Gleichungen wurden zuerst von H. v. HELMHOLTZ entwickelt. POGG. Ann. 83. pag. 505—540. 1851; Gesamm. Abh. I., pag. 429—462.

Handelt es sich um n Stromkreise, in welchen veränderliche, elektromotorische Kräfte thätig sind, und welche gegenseitige Inductionswirkungen ausüben, so gilt das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
J_1 w_1 + p_1 \frac{dJ_1}{dt} + q_{12} \frac{dJ_2}{dt} + \ldots q_{1n} \frac{dJ_n}{dt} &= E_1 \\
J_2 w_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} + q_{21} \frac{dJ_1}{dt} + q_{23} \frac{dJ_3}{dt} + \ldots q_{2n} \frac{dJ_n}{dt} &= E_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
J_n w_n + p_n \frac{dJ_n}{dt} + q_{n1} \frac{dJ_1}{dt} + \ldots q_{n-1,n} \frac{dJ_{n-1}}{dt} &= E_n.
\end{aligned} \tag{2}$$

Hierzu ist noch zu bemerken, dass die wechselseitigen Inductionscoëfficienten ihrer Bildung nach der Beziehung:

$$q_{r,s} = q_{s,r}$$

genügen müssen.

Für den Fall verzweigter Leitersysteme kann man die KICHHOFF'schen Sätze der Verzweigung constanter Ströme anwenden, wenn man die Inductionswirkungen mit berücksichtigt.

Von einem Verzweigungspunkt des Netzes ausgehend summiren wir zunächst alle Produkte aus Widerstand und Stromstärke in den einzelnen (n) Zweigen für einen vollständigen Umgang und setzen diese Summe gleich den zeitlich veränderlichen, von anderen Ursachen herrührenden, elektromotorischen Kräften, vermehrt um die Wirkungen der Selbstinduction, sowie um diejenigen der Wechselinduction von anderen Zweigen. Alle diese Gleichungen sind nach dem Schema zu bilden:

$$\sum_n \left(J_n w_n + p_n \frac{dJ_n}{dt} + \sum_m q_{nm} \frac{dJ_m}{dt} \right) = \sum_n E_n. \tag{3a}$$

Während die erste Summe sich auf die n Zweige des Umganges bezieht, gilt die zweite Summe für die auf jeden einzelnen Zweig wirksamen Inductionen, deren Anzahl m natürlich eine für jeden einzelnen Zweig verschiedene sein kann.

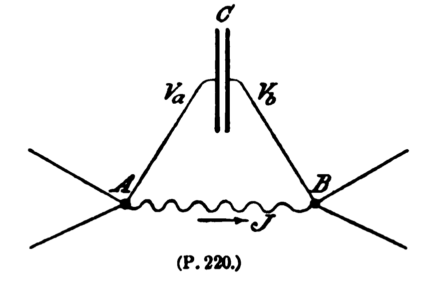
Der zweite KIRCHHOFF'sche Satz giebt, wie bei constanten Strömen, für jeden Verzweigungspunkt:

$$\sum J = 0 \tag{3b}$$

Dabei ist allerdings vorausgesetzt, dass der Verzweigungspunkt nicht mit den Belegungen von Condensatoren verbunden ist.

Um auch diesen Fall zu berücksichtigen, behandeln wir zunächst das folgende Problem. Eine Drahtleitung sei nicht in sich geschlossen. Ihre Enden führen zu den beiden Belegungen eines Condensators von der Capacität c. In der Leitung sei die zeitlich veränderliche, elektromotorische Kraft E wirksam. Die Potentiale der beiden Belegungen mögen die Werthe V_a und V_b haben. Dann gilt das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
J w + p \frac{dJ}{dt} + V_a - V_b &= E, \\
J &= c \frac{d(V_a - V_b)}{dt}.
\end{aligned} \tag{4}$$



(P. 220.)

Handelt es sich um ein verzweigtes Leitersystem, bei welchem mit den Verzweigungspunkten A und B die Belegungen eines Condensators c verbunden sind (Fig. 220), so tritt in die Summe für den Verzweigungspunkt A noch der Ausdruck:

$$c\frac{d(V_a - V_b)}{dt}$$

hinzu, welcher die dem Condensator zufliessende Elektricitätsmenge darstellt. Gilt aber für den Zweig AB die frühere Gleichung (4):

$$Jw + p\frac{dJ}{dt} + V_b - V_a = E,$$

wobei hier die Potentialdifferenz mit umgekehrten Vorzeichen zu nehmen ist, so kann man daraus den Werth für $V_a - V_b$ entnehmem. Die allgemeine Gleichung für den Verzweigungspunkt A lautet dann:

$$\sum\left[J + c\frac{d}{dt}\left(wJ + p\frac{dJ}{dt} - E\right)\right] = 0. \qquad (5)$$

Dabei sind allerdings gewiss beschränkende Voraussetzungen gemacht. Es ist ist z. B. angenommen, dass die Zuleitungen zu den Condensatorbelegungen verschwindend kleinen Widerstand und keine Selbstinduction haben, und dass der Parallelzweig keine Induction von Aussen erfährt. Es bietet jedoch keine Schwierigkeiten, diese oder andere complicirtere Verhältnisse bei der Einschaltung von Condensatoren zu berücksichtigen.

Von diesen allgemeinen Gleichungen sollen auf die folgenden drei Hauptfälle Anwendungen gemacht werden.

1) In den Leitersystemen seien nur constante, galvanische Ketten wirksam. Die veränderlichen Ströme rühren von der Induction bei Schliessung oder Oeffnung dieser Ketten her. Sind keine Condensatoren mit dem System verbunden, so verlaufen die einzelnen Inductionsströme ohne Wechsel des Vorzeichens, sind also aperiodisch[2]).

2) In den Leitungssystemen sei eine periodische, elektromotorische Kraft andauernd wirksam, eine Kraft, von der wir annehmen, dass sie nach dem Sinusgesetz verläuft. Die elektrischen Ströme sind dann (nach einem kurzen, hiervon abweichenden Anfangszustand) ebenfalls Sinus- oder Cosinusfunctionen der Zeit von gleicher Periodendauer, wie diejenige der elektromotorischen Kraft und von constanter Amplitude. Wir wollen dieselben als einfach periodisch bezeichnen. Ausnahmen hiervon treten ein, wenn das System Drahtrollen mit Eisenkernen enthält, oder wenn elektrolytisch polarisirbare Zellen eingeschaltet sind. Bei Wirkung mehrerer elektromotorischer Kräfte dieser Art an dem System kann man die Rechnung für jede einzelne durchführen. Die Stromintensitäten sind dann der Summe der Einzelströme gleich.

3) Das Leitersystem enthalte auch Condensatoren. Dann können schon bei Oeffnung oder Schliessung von Ketten oder bei Eintritt von Ladungs- oder Entladungsströmen je nach den Umständen periodische oder aperiodische Ströme sich bilden.

Hiernach haben wir es also in den beiden letzten Fällen mit alternirenden, elektrischen Strömen oder mit elektrischen Schwingungen zu thun. Werden dieselben, wie im Fall 2, durch geeignete Vorrichtungen (Inductoren, Wechselstrommaschinen, Telephone oder Mikrophone) hervorgerufen, so ist im allgemeinen die Zahl der Stromwechsel oder die Schwingunszahl eine mässig grosse und wird nach Hunderten, höchstens nach Tausenden in der Secunde

---

[1]) A. OBERBECK, WIED. Ann. 17, pag. 820. 1882.

[2]) Vergl. v. HELMHOLTZ, POGG. Ann. 83, pag. 505. 1851. — M. BRILLOUIN, Annal. de l'école normale (2) 10, pag. 9—48. 1881.

zählen[1]). Bei der Auflösung des Entladungsstromes eines Condensators in Schwingungen kann man leicht viel grössere Schwingungszahlen bis zu Hunderttausenden in der Secunde erzielen.

Endlich sind von H. HERTZ Versuchsanordnungen getroffen, bei denen die Schwingungszahl bis zur Grössenordnung von 10^9 wächst. Dem entsprechend kann man bei den elektrischen Schwingungen drei verschiedene Grössenordnungen der Schwingungszahl unterscheiden, von denen die beiden ersten in diesem Abschnitt behandelt werden sollen. Bei der grossen Wichtigkeit der Versuche mit sehr schnellen Schwingungen für die Entwickelung der Elektricitätstheorie werden wir diese später in einem besonderen Abschnitt (V) besprechen.

B. Veränderliche Ströme bei Einschaltung und Ausschaltung constanter Ketten.

1) Eine Drahtleitung enthält eine constante Kette von der elektromotorischen Kraft E. Der Kreis wird im Zeitmoment $t = 0$ geschlossen. Es soll der Verlauf des Stromes J berechnet werden. Dies geschieht nach Gleichung (1), wo E constant ist:

$$p \frac{dJ}{dt} + wJ = E,$$

mit der Grenzbedingung:

$$t = 0, \qquad J = 0.$$

Dann ist:

$$J = \frac{E}{w}\left(1 - e^{-\frac{w}{p}t}\right). \tag{6}$$

Hiernach erreicht der Strom nicht sofort seinen Grenzwerth. Er nähert sich demselben aber in den meisten Fällen sehr schnell, da selbst bei Einschaltung von Drahtrollen mit vielen Windungen w/p eine grosse Zahl ist. Enthalten die Rollen Eisenkerne von bedeutenden Dimensionen, so wird dadurch p stark vergrössert. Hieraus erklärt sich die Erscheinung, dass bei Stromschluss eines starken Elektromagnets der Grenzwerth des Magnetismus erst nach einiger Zeit erreicht wird.

Die angegebene Entwickelung wurde durch HELMHOLTZ[2]) experimentell geprüft und bestätigt, indem ein Stromkreis, welcher ein Galvanometer enthielt, geschlossen, und nach kurzer, messbarer Zeit wieder geöffnet wurde. Der Ausschlag des Galvanometers war ein Maass für die gesammte in der Zeit ϑ durch den Stromkreis geflossene Elektricitätsmenge nach der Gleichung:

$$\int_0^{\vartheta} J dt = \frac{E}{w}\left[\vartheta - \frac{p}{w}\left(1 - e^{-\frac{w}{p}\vartheta}\right)\right].$$

2) Zwei Leitungskreise wirken inducirend auf einander. Der eine enthält eine Kette von der elektromotorischen Kraft E. Bei Schliessung des ersten Kreises verlaufen in beiden Kreisen veränderliche Ströme, von denen man denjenigen im secundären Kreis als den Schliessungsinductionsstrom bezeichnet. Bei Oeffnung des primären Kreises entsteht im secundären Kreise der Oeffnungsinductionsstrom.

Für den ersten Fall gilt das Gleichungssystem:

---

[1]) Mit Hilfe einer Wechselstrommaschine von TESLA kann man allerdings bis zu 20000 Stromwechseln gehen.

[2]) H. v. HELMHOLTZ, POGG. Ann. 83, pag. 505—540. 1851.

$$w_1 J_1 + p_1 \frac{dJ_1}{dt} + q \frac{dJ_2}{dt} = E_1,$$
$$w_2 J_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} + q \frac{dJ_1}{dt} = 0. \qquad (7)$$

mit den Bedingungen:

$$t = 0, \qquad J_1 = 0,$$
$$J_2 = 0.$$
$$t = \infty, \qquad J_1 = \frac{E_1}{w_1},$$
$$J_2 = 0.$$

Für den zweiten Fall ist anzunehmen, dass der Oeffnungsstrom verläuft, nachdem der primäre Kreis unterbrochen ist. Hier gilt also nur die Gleichung:

$$w_2 J_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} = 0. \qquad (8)$$

Dagegen muss für $t = 0$, J_2 einen gewissen Anfangswerth besitzen und für $t = \infty$ verschwinden.

Um denselben zu bestimmen, wird die letzte Gleichung (7) mit dt multiplicirt und zwischen den Grenzen 0 und ∞ integrirt. Die Gesammtintensität des Schliessungsstromes wird mit S bezeichnet. Also:

$$S = \int_0^\infty J_2 \, dt = -\frac{qE_1}{w_1 w_2} = -\frac{qC}{w_2},$$

wenn C die Intensität des constanten primären Stromes ist.

Der Verlauf des Oeffnungsstromes giebt nach Gleichung (8):

$$J_2 = const \cdot e^{-\frac{w_2}{p_2}t}$$

Da die Gesammtintensität des Oeffnungsstromes O ebenso gross ist wie diejenige des Schliessungsstromes

$$O = -S = +\frac{qC}{w_2}, \qquad (9)$$

so ergiebt sich die unbestimmte Constante aus der Beziehung:

$$\frac{qC}{w_2} = const \cdot \int_0^\infty e^{-\frac{w_2}{p_2}t} dt,$$

und es gilt für den Oeffnungsstrom die Gleichung:

$$J_2 = \frac{q \cdot C}{p_2} e^{-\frac{w_2}{p_2}t}. \qquad (10)$$

Um den Verlauf des primären Stromes nach der Schliessung sowie des Schliessungsinductionsstromes in dem secundären Kreis zu ermitteln, muss das Gleichungssystem (7) vollständig integrirt werden. Setzt man:

$$\lambda = \frac{-(w_1 p_2 + p_1 w_2) + \sqrt{(w_1 p_2 - p_1 w_2)^2 + 4 w_1 w_1 q^2}}{2(p_1 p_2 - q^2)},$$
$$\lambda' = \frac{-(w_1 p_2 + p_1 w_2) - \sqrt{(w_1 p_2 - p_1 w_2)^2 + 4 w_1 w_2 q^2}}{2(p_1 p_2 - q^2)},$$

so ist:

$$J_1 = \frac{E_1}{w_1}\left[1 - \frac{\lambda(w_1 + \lambda' p_1)e^{\lambda t} - \lambda'(w_1 + \lambda p_1)e^{\lambda' t}}{w_1(\lambda - \lambda')}\right]$$
$$J_2 = \frac{-qE_1(e^{\lambda t} - e^{\lambda' t})}{\sqrt{(w_1 p_2 - p_2 w_1)^2 + 4 w_1 w_2 q^2}}. \qquad (11)$$

Diese Gleichungen zeigen, dass der primäre Strom erst schnell, dann langsamer ansteigt und sich seinem Grenzwerth nähert, während der secundäre Strom ein Maximum erreicht und dann verschwindet. Anstatt dessen setzt der Oeffnungsstrom sofort mit seinem grössten Werth ein und sinkt dann auf Null. Diese Rechnungsresultate erklären das wesentlich verschiedene Verhalten des Schliessungs- und Oeffnungsstromes eines Inductionsapparats.

Während ein Theil der Wirkungen der hier behandelten, secundären Ströme — besonders die Ablenkung einer Galvanometernadel — der gesammten Stromstärke proportional ist, hängt ein anderer Theil — Wärmewirkungen, elektrodynamische Wirkungen — von dem Integral der Quadrate der Stromstärken ab. Die Gesammtwerthe derselben, also $\int_0^\infty J_2^2\, dt$ sind: für den Schliessungsstrom:

$$\frac{q^2 C^2 w_1}{2 w_2 (w_1 p_2 + p_1 w_2)} \cdot$$

für den Oeffnungsstrom:

$$\frac{q^2 C^2}{2 w_2 p_2} \cdot$$

Bei der eben behandelten Anordnung kann man die Induction in dem secundären Kreis auch hervorrufen durch Herstellung eines Kurzschlusses der Kette im primären Kreis und durch Oeffnung desselben. Die Berechnung dieser Vorgänge bildet nach den bisherigen Auseinandersetzungen keine Schwierigkeit.

3) Wir schliessen hieran die Besprechung einer Reihe von Methoden, Inductionscoëfficienten (q und p) experimentell zu bestimmen oder zu vergleichen. Ein Theil derselben liefert gute Beispiele für die Berechnung veränderlicher Ströme in verzweigten Leitersystemen.

a) Den Inductionscoëfficienten q zweier Rollen auf einander kann man direkt bestimmen, indem man durch die eine Rolle einen Strom von bekannter Stärke (C) leitet und den Schliessungs- oder Oeffnungsstrom in der anderen Leitung durch die Ablenkung einer Galvanometernadel bestimmt. Aus der soeben entwickelte Formel:

$$O = \frac{qC}{w_2},$$

ergiebt sich sofort:

$$q = \frac{w_2 O}{C}.$$

In absolutem Maass erhält man q, wenn w_2, O und C in demselben ausgedrückt sind. Bedient man sich desselben Galvanometers für die beiden Ströme und bezeichnet man den ersten Ausschlag bei dem Inductionsstrom mit φ', die constante Ablenkung durch den Strom C mit φ_0, so ist[1]:

$$q = \frac{\varphi' \cdot w_2 \cdot T \cdot e^{\frac{\lambda a}{\pi}}}{\varphi_0 \sqrt{\lambda^2 + \pi^2}} \tag{12}$$

wo:

$$a = arctg \frac{\pi}{\lambda}$$

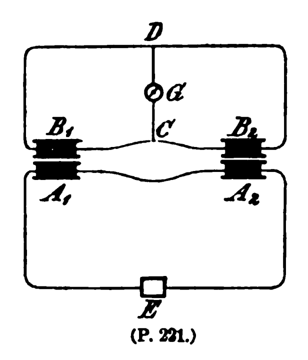
gesetzt wurde.

b) Die Inductionscoëfficienten zweier Rollenpaare auf einander kann man nach der folgenden Methode vergleichen[2]. Man bildet zwei Stromkreise (Fig. 221).

[1]) Vergl. Handbuch 3 (1), pag. 236.

[2]) Diese und die folgenden Methoden nach CL. MAXWELL, Lehrbuch der Elektricität 2, pag. 495—500.

Der eine enthält die Rollen A_1 und A_2 und eine constante Kette (E). Der zweite besteht aus den Rollen B_1 und B_2, welche den Rollen A_1 resp. A_2 benachbart aufgestellt sind. Ausserdem sind die Punkte C und D des secundären Kreises durch eine Zweigleitung verbunden, welche ein Galvanometer G enthält.



(P. 221.)

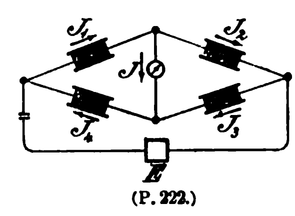
Die Widerstände CB_1D und CB_2D seien resp. w_1 und w_2; die Inductionscoëfficienten $A_1 — B_1 : q_1$ und $A_2 — B_2 : q_2$. Wird der primäre Strom geöffnet oder geschlossen, so entstehen in dem secundären Kreise Inductionsströme, von denen ein Theil durch den Zweig CGD geht und eine Ablenkung der Galvanometernadel bewirkt. Die Rechnung zeigt, dass dieser Zweigstrom Null ist, wenn:

$$\frac{q_1}{w_1} = \frac{q_2}{w_2}. \tag{13}$$

Hiernach kann das Verhältniss der Inductionscoëfficienten durch geeignete Veränderung der Widerstände bestimmt werden.

c) Messung eines Selbstinductionscoëfficienten und Vergleichung solcher Coëfficienten.

Bei der ersten Aufgabe handelt es sich hauptsächlich darum, den Extrastrom zu messen, welcher in der zu untersuchenden Rolle entsteht, wenn ein constanter, durch dieselbe gehender Strom unterbrochen wird. Man übersieht leicht, dass dies nicht in einem unverzweigten Stromkreis geschehen kann, dass vielmehr eine Anordnung getroffen werden muss, bei welcher das Galvanometer durch den constanten Strom keine dauernde Ablenkung erfährt. Die ersten Versuche hierüber rühren von EDLUND[1]) her, welcher ein Differentialgalvanometer anwandte. Jetzt wird hauptsächlich die Anordnung der WHEATSTONE'schen Brücke für diesen Zweck benutzt. Bei derselben (Fig. 222) mögen die vier Seitenzweige die Widerstände w_1, w_2, w_3, w_4 und gleichzeitig die Selbstinductionscoëfficienten: p_1, p_2, p_3, p_4 besitzen.



(P. 222.)

Die Widerstände seien so geregelt, dass bei dauernder Wirkung der constanten Kette E der Brückenzweig stromlos ist, dass also:

$$w_1, w_3 = w_2, w_4. \tag{14}$$

Bezeichnet man in diesem Fall den Strom des Hauptzweiges mit C, den durch 1 und 2 gehenden Zweigstrom mit C', den durch 3 und 4 gehenden mit C'', dann ist:

$$\begin{aligned} C' &= \frac{w_3 + w_4}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4} C, \\ C'' &= \frac{w_1 + w_2}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4} C. \end{aligned} \tag{15}$$

Wird jetzt der Hauptzweig unterbrochen, so entstehen veränderliche Ströme: J_1, J_2, J_3, J_4 in den betreffenden Zweigen und J im Brückenzweig, für welche die Gleichungen nach den Gesetzen der Verzweigung veränderlicher Ströme (Gleichungen 3a, 3b) gelten:

---

[1]) ELUND, POGG. Ann. 77, pag. 161. 1849.

$$
\begin{aligned}
w_1 J_1 + w_{4\,4} + p_1 \frac{dJ_1}{dt} + p_4 \frac{dJ_4}{dt} + wJ + p\frac{dJ}{dt} &= 0. \\
w_2 J_2 + w_3 J_3 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} + p_3 \frac{dJ_3}{dt} - wJ - p\frac{dJ}{dt} &= 0. \\
J &= J_1 - J_2.
\end{aligned}
\tag{16}
$$

Alle Gleichungen werden mit dt multiplicirt und zwischen den Grenzen 0 und ∞ integrirt. Bezeichnet man die durch die betreffenden Zweige fliessenden Gesammtinductionsströme durch die Buchstaben G, dann ist also:

$$
\begin{aligned}
\int_0^\infty J_1 dt &= \int_0^\infty J_4 dt = G_1, \\
\int_0^\infty J_2 dt &= \int_0^\infty J_3 dt = G_2, \\
\int_0^\infty J td &= G,
\end{aligned}
$$

Ferner ist für:

$$
\begin{aligned}
t &= 0, \\
J_1 &= J_2 = C', \\
J_3 &= J_4 = -C'', \\
J &= 0.
\end{aligned}
$$

Für $t = \infty$, sind alle $J = 0$. Also:

$$
\begin{aligned}
(w_1 + w_4)G_1 + wG &= p_1 C' - p_4 C'', \\
(w_2 + w_3)G_2 - wG &= p_2 C' - p_3 C'', \\
G &= G_1 - G_2.
\end{aligned}
$$

Hieraus folgt das Endresultat:

$$
G = \frac{C w_1 w_3 \left(\frac{p_1}{w_1} - \frac{p_2}{w_2} + \frac{p_3}{w_3} - \frac{p_4}{w_4}\right)}{w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_4)(w_2 + w_3)}. \tag{17}
$$

Specielle Fälle:

α) Die Zweige 2, 3, 4 seien frei von Selbstinduction. Dann ist:

$$
p_1 = \frac{G[w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_4)(w_2 + w_3)]}{C w_3}. \tag{18}
$$

Die Bestimmung von p_1 erfordert ausser der Kenntniss der Widerstände die Beobachtung des Inductionsstromes G und des constanten Stromes C. Sehr zweckmässig ist es[1]), nach Beobachtung von G, in den Zweig 1 einen kleinen Widerstand (x) einzuschalten. Hierdurch wird das Gleichgewicht der Brücke gestört und ein constanter Strom:

$$
G_0 = \frac{x C w_3}{(w_1 + w_2 + w_3 + w_4)w + (w_1 + w_4)(w_2 + w_3)}
$$

geht durch das Galvanometer.

Hiernach ist[2]):

$$
p_1 = \frac{xG}{G_0}. \tag{19}
$$

Wie die meisten ähnlichen Methoden wird auch diese erheblich empfindlicher, wenn man, anstatt e i n e n Inductionsstoss zu benutzen, mit Hilfe eines Disjunctors fortdauernd in kurzen Intervallen Inductionsströme derselben Richtung auf einander folgen lässt. Die durch dieselben ausgeübte Wirkung aut die Galvanometernadel kann durch eine Vermehrung des Widerstandes w_1 com-

1) Lord RAYLEIGH, Phil. Trans. 1882 II, pag. 661.

2) Vergl. die Messung der Ströme. pag. 383.

pensirt werden. Die letzte Modifikation der besprochenen Methode rührt von AYRTON und PERRY[1]) her. Dieselben haben einen besonderen, für diese Messungen geeigneten Apparat construirt, den sie »Secohmmeter« (von Secunde und Ohm) nennen.

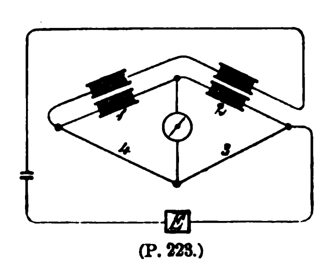
β) In der Gleichung (17) seien p_3 und $p_4 = 0$. Ferner sollen die Widerstände so regulirt werden, dass auch beim Oeffnen des Hauptzweiges kein Strom durch das Galvanometer geht. Dann ist:

$$\frac{p_1}{w_1} = \frac{p_2}{w_2}. \tag{20}$$

Diese Beziehung dient dazu, die beiden Selbstinductionscoëfficienten zu vergleichen.

d) Vergleichung von Selbstinductionscoëfficienten und Coëfficienten der wechselseitigen Induction.

Es sei wiederum die Anordnung der WHEATSTONE'schen Brücke getroffen. Der Hauptzweig enthalte aber (Fig. 223) zwei Rollen, welche inducirend auf die beiden Seitenzweige 1 und 2 wirken, wenn der Hauptstrom unterbrochen wird. Die Zweige 3 und 4 seien inductionslos. Bezeichnet man die beiden Inductionscoëfficienten mit q_1 und q_2, so treten zu den früheren Gleichungen noch neue Glieder hinzu, welche diese Induction ausdrücken. Nach Ausführung der Integration lauten dieselben:



(P. 223.)

$$(w_1 + w_4)G_1 + wG = p_1 C' - q_1 C,$$
$$(w_2 + w_3)G_2 - wG = p_2 C'' - q_2 C,$$
$$G = G_1 - G_2.$$

Es möge nun die Anordnung so getroffen werden, dass der Strom G verschwindet. Dann besteht mit Berücksichtigung der Gleichung:

$$w_1 w_3 = w_2 w_4,$$

die Beziehung:

$$p_1 w_3 - p_2 w_4 = q_1 (w_2 + w_3) - q_2 (w_1 + w_4). \tag{21}$$

In dem einfachen Fall, dass noch:

$$p_2 = q_2 = 0,$$

ist:

$$\frac{p_1}{q_1} = 1 + \frac{w_2}{w_3} = 1 + \frac{w_1}{w_4}. \tag{22}$$

Ueber die Bestimmung und Vergleichung von Inductionscoëfficienten q und p nach den besprochenen Methoden oder nach anderen Methoden, auf die wir hier nicht eingehen können, liegen zahlreiche Untersuchungen vor und zwar von

M. BRILLOUIN, Ann. de l'école normale (2) 11, pag. 339—424. 1882.
P. CULMANN, Dissertation, Berlin 1884.
CAREY FOSTER, Phil. Mag. (5) 23, pag. 121—129. 1887.
M. BOSANQUET, Phil. Mag. (5) 23, pag. 412—420. 1887.
F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 31, pag. 594—600. 1887.
P. LEDEBOER und G. MANEUVRIER, Compt. rend. 104, pag. 900—902; 105, pag. 371 bis 375. 1887.
C. NIVEN, Phil. Mag. (5) 24, pag. 225—238. 1887.
E. C. RIMINGTON, Phil. Mag. (5) 24, pag. 54—60. 1887.
J. SWINBURNE, Phil. Mag. (5) 24, pag. 85—87. 1887.
K. STRECKER und A. FRANKE, Elektr. Z. S. 10, pag. 289—293. 1889.

[1]) AYRTON und PERRY, Beiblätter 12, pag. 73—75. 1888.

KEMPE, Elektrot. Z. S. 10, pag. 313—320. 1889.
A. ANDERSON, Phil. Mag. (5) 31, pag. 329—337. 1891.
J. KLEMENCIC, WIED. Ann. 46, pag. 315—318. 1892.
H. ABRAHAM, Compt. rend. 117, pag. 624—626. 1893.
L. GRÄTZ, WIED. Ann. 50, pag. 766—771. 1893.

C. Wechselströme oder elektrische Schwingungen.

Vorrichtungen zur Erzeugung und Messung von Wechselströmen.

In einem einfachen Stromkreis sei eine continuirlich veränderliche, elektromotorische Kraft E wirksam. Der Stromverlauf ergiebt sich dann aus der Gleichung:

$$wJ + p\frac{dJ}{dt} = E. \tag{23}$$

Die allgemeine Lösung derselben ist:

$$J = e^{-\frac{w}{p}t}\left(A + \frac{1}{p}\int e^{\frac{w}{p}t} E \cdot dt\right). \tag{24}$$

In den meisten Fällen kann man auch schreiben:

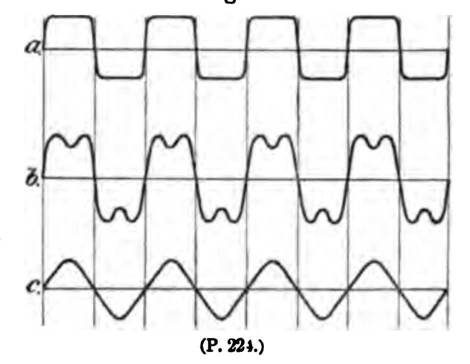
$$J = Ae^{-\frac{w}{p}t} + \frac{E}{w} - \frac{p}{w^2}\frac{dE}{dt} + \frac{p^2}{w^3}\frac{d^2E}{dt^2} - \ldots.$$

Hier ist A die Integrationsconstante, welche aus dem Anfangswerth der Stromstärke zu bestimmen ist.

Da $\frac{w}{p}$ im Allgemeinen eine grosse Zahl ist, so übersieht man, dass das erste Glied meist mit der Zeit schnell verschwindet. Die letzte Formel zeigt dann, in welcher Weise sich die Stromstärke und der Quotient $\frac{E}{w}$ bei veränderlicher, elektromotorischer Kraft von einander unterscheiden.

Besonders bei einer elektromotorischen Kraft, bei welcher in kurzen Zeitintervallen immer wieder dieselben Werthe auftreten, wird das erste Glied bald keinen Einfluss mehr ausüben. Wir nehmen an, dass in den folgenden Entwickelungen dieser Zustand stets erreicht ist.

Bevor wir zur Berechnung des Stromverlaufs in diesem Fall übergehen, schicken wir einige Bemerkungen voraus über die Herstellung von elektromotorischen Kräften, welche ihr Vorzeichen wechseln und dann wieder ihre früheren Werthe annehmen, welche also period sche Functionen der Zeit sind, und übe Apparate und Methoden, um Wechsel ströme nachzuweisen und zu messen.



(P. 224.)

Wird der von einer constanten Kette kommende Strom durch einen Commutator regelmässig in gleichen Intervallen umgekehrt, so erhalten wir eine periodische, veränderliche, elektromotorische Kraft. Ebenso kann man zu diesem Zweck eine magnetelektrische Maschine benutzen, wenn man den Commutator derselben fortlässt. In beiden Fällen wechseln zwar die elektromotorischen Kräfte ihr Vorzeichen. Ihre Werthe werden aber durch eine complicirte Zeitfunction (vergl. Fig 224a und b für die beiden Beispiele) darzustellen sein.

Die einfachste Form einer solchen wechselnden Kraft erhalten wir, wenn dieselben durch eine Sinus- oder Cosinusfunction der Zeit ausgedrückt wird (c).

In der Folge genügt es, eine derartige Kraft als wirksam vorauszusetzen. Die mathematische Theorie der periodischen Functionen lehrt nämlich, dass eine beliebige Function stets durch eine Summe einfacher Sinus- und Cosinusfunctionen dargestellt werden kann. Ist daher die Berechnung der Stromstärke für den einfacheren Fall ausgeführt, so erhält man dieselbe für die complicirteren Fälle als Summe ähnlich gestalteter Glieder. Hiernach werden die Werthe der Stromstärke im Allgemeinen von der Form sein:

$$J = A \sin \frac{\pi t}{T}.$$

Wir bezeichnen T als Schwingungsdauer, A als Amplitude der elektrischen Schwingung.

Häufig werden wir elektrische Schwingungen von gleicher Dauer zu vergleichen haben, welche sich dann noch in ihrer Amplitude und Phase unterscheiden, also von der Form sind:

$$J = A \sin \left(\frac{\pi t}{T} - \varphi\right),$$

$$J' = A' \sin \left(\frac{\pi t}{T} - \varphi'\right).$$

Ihr Phasenunterschied ist dann:

$$\varphi - \varphi'.$$

Kehren wir zu den elektrischen Schwingungen zurück.

Zunächst giebt es Vorrichtungen, mit deren Hilfe man einfache Sinusschwingungen hervorrufen kann.

Eine Drahtrolle rotire in einem homogenen Magnetfeld um eine Axe, welche nicht mit den Kraftlinien dieselbe Richtung hat. In diesem Fall ist die elektromotorische Kraft eine Sinusfunction der Zeit. Rotirt z. B. eine Rolle, deren Gesammtfläche F ist, um eine verticale Axe, so wird durch die Horizontalcomponente eine elektromotorische Kraft:

$$F \cdot H \cdot \frac{\pi}{T} \sin \frac{\pi t}{T}$$

inducirt.

Lässt man umgekehrt einen Magnetstab von geringer Länge im Innern einer Multiplikatorrolle rotiren, so ist die elektromotorische Kraft annähernd einer Sinusfunction proportional.

Eine derartige Vorrichtung benutzte zuerst W. WEBER [1]). Hierbei war der Magnet an der Axe einer Sirene befestigt, so dass die Umdrehungszahl aus dem Ton derselben entnommen werden konnte [2]). Im Anschluss hieran construirte F. KOHLRAUSCH [3]) einen besonderen Apparat — den Sinusinductor —, bei welchem der Magnet durch ein Räderwerk mit Treibgewicht in schnelle Rotation versetzt wird.

Die secundäre Rolle eines Inductoriums liefert Wechselströme, jedoch sind dieselben nicht einfach periodisch. Ebenso wenig ist dies bei den Strömen des Telephons und Mikrophons der Fall, wenn dieselben durch Schallschwingungen erregt werden.

Endlich sind die Wechselstrommaschinen periodische Stromquellen, welche wohl nahezu dem Sinusgesetz folgen.

---

1) W. WEBER, Maassbest., 5, Abh. d. K. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 6, pag. 573—716 1864.

2) Vergl. F. KOHLRAUSCH, POGG. Ann. 138, pag. 285. 1869.

3) F. KOHLRAUSCH, POGG. Ann. Jubelbd., pag. 290—303. 1874.

Hiernach ist auch umgekehrt die Theorie der periodischen Ströme von Wichtigkeit für die Vorgänge bei der Schallübertragung durch das Telephon, sowie für die Wechselstrommaschinen der Technik.

Da das Galvanometer bei Wechselströmen keine Anwendung findet[1]), so sind andere Apparate zur Messung und zum Nachweis der Wechselströme zu benutzen.

Das wichtigste Messinstrument für dieselben ist das Elektrodynamometer. Geht der Wechselstrom:

$$J = A \cos \frac{\pi t}{T}$$

durch die festen und durch die bewegliche Rolle desselben, so ist die Ablenkung dem Mittelwerth des Quadrats der Stromstärke:

$$\frac{1}{T}\int_0^T J^2 dt = \frac{A^2}{2} \tag{25}$$

proportional.

Geht aber der Strom:

$$J = A \cos \left(\frac{\pi t}{T} - \varphi\right)$$

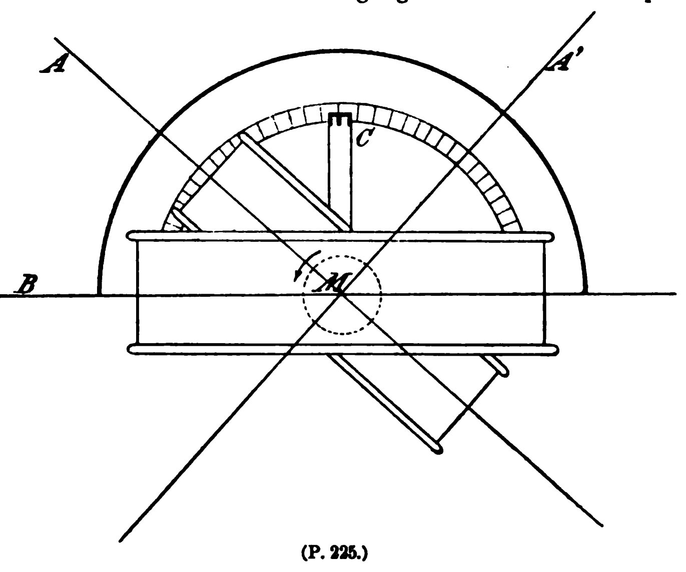
durch die feste Rolle, der Strom:

$$J' = A' \cos \left(\frac{\pi t}{T} - \varphi'\right)$$

durch die bewegliche, so ist die Ablenkung proportional mit:

$$\frac{1}{T}\int_0^T JJ' dt = \frac{AA'}{2} \cos(\varphi - \varphi'). \tag{26}$$

Dieselbe hängt also nicht allein von dem Produkt der Amplituden, sondern auch von dem Phasenunterschied der beiden Schwingungen ab. Sind die Amplituden A und A' bekannt, so kann hiernach der Phasenunterschied der beiden Wechselströme gemessen werden. Beträgt derselbe $\frac{\pi}{2}$, so erfolgt überhaupt keine Ablenkung. Diese Erscheinung wurde von A. OBERBECK[2]) als »elektrodynamische Interferenz« bezeichnet und bei Untersuchungen verschiedener Art ver-



(P. 225.)

[1]) Unter gewissen Umständen kann auch das Galvanometer benutzt werden; vergl. H. RUBENS, WIED. Ann. 37, pag. 522. 1889.

[2]) A. OBERBECK, Sitzungsb. d. Berl. Ak. 1882, pag. 125—133; WIED. Ann. 17, pag. 816 bis 841. 1882.

werthet. Um elektrische Schwingungen von beliebig zu veränderndem Phasenunterschied bei gleicher Schwingungsdauer zu erhalten, benutzte derselbe[1]) eine Modifikation des KOHLRAUSCH'schen Sinusinductors (Fig. 225), den wir als »Doppelinductor« bezeichnen wollen. Zu dem Zweck werden zwei Multiplikatoren so angebracht, dass der Magnet (eine magnetisirte Stahlplatte *M*) in ihrem Innern rotirt und dass die Windungsebenen derselben einen beliebigen Winkel mit einander bilden können. Auf diese Weise lieferte der Apparat zwei Wechselströme, deren Phase beliebig verändert werden kann, wenn man dem Winkel *AMB* andere Werthe giebt.

Ein weiteres wichtiges Hilfsmittel zum Studium elektrischer Schwingungen ist das Telephon[2]). Dasselbe kann allerdings nur bei Nullmethoden angewandt werden, indem es nur gestattet festzustellen, ob in einer Leitung ein Strom vorhanden ist oder nicht, zeichnet sich aber dafür durch grosse Empfindlichkeit gegen schwache Stromschwankungen aus.

Bei einer anderen Reihe von Apparaten werden durch die Einwirkung elektrischer Schwingungen auf Magnete oder auf Eisen periodische Bewegungen hervorgerufen, welche durch besondere Hilfsmittel sichtbar gemacht werden. Wir erwähnen zunächst das »Spiegeloscillometer« und das »Gasflammenoscillometer« von R. COLLEY[3]), von denen das erste zu einer Reihe von Messungen benutzt und später noch vervollkommnet wurde[4]). Dasselbe besteht aus einem sehr leichten, mit einem kleinen Magnetstab versehenen Spiegel im Innern einer Drahtrolle, durch welche die Schwingungen gehen, welchen der Spiegel, wenn auch nur mit kleiner Amplitude, folgt. Vor dem Spiegel rotirt eine Scheibe mit einer feinen Durchbohrung, durch welche Lichtstrahlen auf den Spiegel fallen. Ruht derselbe, so zeigt das Spiegelfeld eine verticale Lichtlinie, bei Schwingung derselben aber eine Sinuscurve. Ferner hat O. FRÖLICH[5]) eine sinnreiche Methode angegeben, elektrische Schwingungen durch photographische Nachbildung zu fixiren. Zu dem Zweck wird ein Spiegel an einer Telephonplatte zwischen Rand und Mitte befestigt. Auf denselben fallen parallele Lichtstrahlen, werden reflektirt und treffen dann einen rotirenden, polygonalen Spiegel und nach der zweiten Reflexion die photographische Platte. Der zu untersuchende Strom geht durch die Windungen des Telephons. Die dadurch erzeugte Schwingungsbewegung des Lichtpunktes combinirt sich mit der hierzu senkrechten durch den rotirenden Spiegel bewirkten Bewegung, so dass eine Curve entsteht, welche den Stromverlauf darstellt.

Unter der Bezeichnung »optisches Telephon« hat M. WIEN[6]) eine Vorrichtung beschrieben, mit welcher man Wechselströme messen resp. ihr Vorhandensein nachweisen kann. Auch hier werden die Schwingungen einer Telephonmembran durch einen mit derselben verbundenen Spiegel sichtbar gemacht. Auf denselben fallen die von einem beleuchteten Spalt kommenden Strahlen, die durch ein Fernrohr beobachtet werden. Bei Schwingungen des Spiegels wird das scharfe Spaltbild zu einem breiteren Lichtband. Der Apparat ist besonders empfindlich für Schwingungen einer bestimmten Periode. Aus diesem Grund werden bei Benutzung desselben die Schwingungen durch

---

[1]) A. OBERBECK, WIED. Ann. 19, pag. 213—226. 1883.

[2]) Ueber die Beschreibung desselben vergl. Art. »Telephon«; Hanb. 3 (2),

[3]) R. COLLEY, WIED. Ann. 26, pag. 432—456. 1888.

[4]) R. COLLEY, WIED. Ann. 28, pag. 1—20. 1886; WIED. Ann. 44, pag. 102—108. 1891.

[5]) O. FRÖLICH, Elektrot. Zeitschr. 10, pag. 65. 1889.

[6]) M. WIEN, WIED. Ann. 42, pag. 593—621; WIED. Ann. 44, pag. 681—688. 1891.

eine besondere Unterbrechungsvorrichtung (eine schwingende Seite) erregt, deren Schwingungszahl mit derjenigen des Spiegelsystems in Uebereinstimmung zu setzen ist. Das optische Telephon hat den Vortheil, dass es nur auf Schwingungen dieser Periode reagirt, so dass es nicht erforderlich ist, als Stromquelle einen Apparat mit einfachen Sinusschwingungen anzuwenden.

In der Technik bedient man sich ferner zur Messung der Wechselströme der Elektrometer und der Calorimeter. Verbindet man zwei Punkte eines Wechselstromkreises mit einem Quadrant-Elektrometer, und zwar das eine Paar gegenüberliegender Quadranten mit dem einen Punkt, das andere Paar und die bewegliche Nadel mit dem anderen Punkt, so ist der Ausschlag dem Mittelwerthe des Quadrats der Spannungsdifferenz der beiden Punkte proportional. Ist der Widerstand zwischen den beiden Punkten inductionsfrei, so lässt sich daraus der Mittelwerth des Quadrats der Stromstärke berechnen. Es ist:

$$(V^2)_m \cdot \frac{1}{w^2} = (J^2)_m. \tag{27}$$

Berechnung von Wechselströmen. Versuche über den Verlauf derselben. Anwendungen von Wechselströmen bei wissenschaftlichen Untersuchungen.

1) Einfacher Stromkreis mit periodischer, elektromotorischer Kraft.

$$w + pJ\frac{dJ}{dt} = E_0 \cos(mt),$$

wo hier wie in der Folge:

$$m = \frac{\pi}{T}$$

gesetzt ist. Man findet:

$$J = \frac{E_0\,[w \cos(mt) + mp \sin(mt)]}{w^2 + m^2 p^2} \tag{29}$$

oder:

$$J = A \cos(mt - \varphi), \tag{30}$$

wo:

$$A = \frac{E_0}{\sqrt{w^2 + m^2 p^2}}, \quad tang\,\varphi = \frac{mp}{w}. \tag{31}$$

Während also nur bei sehr grossem Widerstand des Stromkreises oder bei sehr langsamen Schwingungen die Stromstärke annähernd der elektromotorischen Kraft proportional ist, so wird allgemein durch Mitwirkung der Selbstinduction zweierlei bewirkt:

α) Es findet eine scheinbare Vergrösserung des Widerstandes statt. Man bezeichnet wohl den Ausdruck: $\sqrt{w^2 + m^2 p^2}$ als scheinbaren oder virtuellen Widerstand (englisch: *impedance*).

β) Die Stromschwingung erhält einen Phasenunterschied gegen die elektromotorische Kraft und zwar eine Verzögerung.

Wir schliessen hier noch eine Bemerkung an. Der Mittelwerth der Stromstärke

$$J = A \sin(mt),$$

$$(J)_m = \frac{1}{T}\int_0^T J dt = \frac{2A}{\pi}. \tag{32}$$

Der Mittelwerth des Quadrats derselben:

$$(J^2)_m = \frac{A^2}{2}. \tag{33}$$

Also:

$$(J)_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\sqrt{(J^2)_m}. \tag{34}$$

2) Einfache Leitung mit periodischer Stromquelle. Die Enden der Leitung führen zu einem Condensator von der Capacität c. Der Potentialunterschied der beiden Belegungen ist V. Dann gelten die Gleichungen:

$$\begin{aligned} wJ + p\frac{dJ}{dt} + V &= E_0 \cos(mt), \\ J &= c\frac{dV}{dt}. \end{aligned} \tag{35}$$

Es ist:

$$V = \frac{E_0 \cos(mt - \varphi)}{mc\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{cm} - pm\right)^2}}, \tag{36}$$

$$J = \frac{-E_0 \sin(mt - \varphi)}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{cm} - pm\right)}} \tag{37}$$

oder:

$$J = \frac{E_0 \cos\left(mt + \frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{cm} - pm\right)^2}}$$

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{w}{\frac{1}{cm} - pm}. \tag{38}$$

Man übersieht, dass V und J ihre grössten Werthe erreichen, wenn man die Schwingungszahl so regelt, dass:

$$m^2 = \frac{1}{pc},$$

oder:

$$T = \pi\sqrt{pc}.$$

In diesem Fall ist der Phasenunterschied der elektromotorischen Kraft und des Potentials V: $\frac{\pi}{2}$, derjenige von E und J aber Null. Man kann bei einer derartigen Anordnung von einer »Resonanz« elektrischer Schwingungen sprechen. Wie wir sehen werden, lösen sich elektrische Störungen einer Leitung, deren Enden mit einem Condensator verbunden sind, in Schwingungen auf, deren Dauer (annähernd): $\pi\sqrt{pc}$ beträgt. Demnach erhält man die höchsten Werthe von V und J, wenn die Eigenschwingungen des Leitersystems erregt werden. Diese Resultate wurden experimentell von A. Oberbeck[1]) geprüft, indem die Wechselströme eines Inductoriums durch einen Stromunterbrecher von regulirbarer Schwingungszahl erregt und in eine Leitung mit Condensator gesandt wurden. Die Strommessung erfolgte mit Hilfe eines Elektrodynamometers. Dabei wurden die Capacitäten der Condensatoren und die Selbstinductionscoëfficienten variirt. Jedesmal ergab sich ein Maximum der Ablenkung, wenn die Anzahl der Stromunterbrechungen von kleinen zu grossen Werthen fortschritt.

---

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. 26, pag. 245–253. 1885.

Im Falle dieses Maximums ist:

$$V = \frac{E_0 \sin(mt)}{w} \sqrt{\frac{p}{c}},$$

mit der Bedingung:

$$m^2 = \frac{1}{pc}.$$

Erfüllt man dieselbe, indem man p sehr gross, c sehr klein wählt, so wächst der Potentialunterschied zu einem hohen Werth[1]).

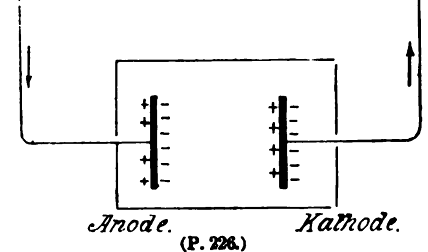
3) Einfacher Stromkreis mit periodischer Stromquelle und einer eingeschalteten Flüssigkeitszelle mit polarisirbaren Elektroden. Die Ermittelung der Einflüsse einer solchen Zelle auf elektrische Schwingungen ist von Werth für die Bestimmung des Widerstandes von Flüssigkeiten mit Hilfe von Wechselströmen. Die ersten Untersuchungen hierüber rühren von F. KOHLRAUSCH[2]) her. Derselbe machte die Annahme, dass in Folge des Durchgangs des Wechselstroms durch die Zelle eine Gegenkraft entsteht, welche der ganzen hindurchgegangenen Elektricitätsmenge proportional ist. Hiernach kann man der Differentialgleichung für die Stromstärke die Form geben:

$$wJ + p\frac{dJ}{dt} + k\int_0^t J dt = E_0 \cos(mt),$$

wo k eine von der Grösse und dem Material der Elektroden, sowie von der Natur der Flüssigkeit abhängige Constante[3]) bedeutet. Diese Gleichung wird identisch mit (35), wenn man

$$k = \frac{1}{c}$$

setzt. Die angeführte Hypothese kann also auch so formulirt werden, dass man die Polarisationszelle als einen Condensator (eigentlich als zwei hintereinander geschaltete Condensatoren, vergl. Fig. 226) von constanter Capacität ansieht.



(F. 226.)

Die Gleichung für die Stromstärke ist daher dieselbe wie bei dem vorigen Problem, wenn man an Stelle von c : $1/k$ setzt.

Eingehende Untersuchungen hierüber sind von A. OBERBECK[4]) und R. FALK[5]) angestellt worden. Dabei wurde der Umstand benutzt, dass durch Einschaltung der Polarisationszelle eine Phasenänderung des Wechselstroms stattfindet[6]). Mit Hilfe des OBERBECK'schen Doppelinductors konnte hierdurch am Elektrodynamometer ein Ausschlag hervorgebracht werden, während der polarisirende Strom allein (ohne Zelle) nach der Methode der elektrodynamischen Interferenzen einen solchen nicht bewirkte.

---

1) PUPIN, Sill. Journ. 45, pag. 325. 1893.

2) F. KOHLRAUSCH, POGG. Ann. 148, pag. 143—154. 1873, und Jubelband, pag. 290 bis 303. 1874.

3) Von F. KOHLRAUSCH als »erste Polarisationsconstante« bezeichnet.

4) A. OBERBECK, WIED. Ann. 19, pag. 213—226, 625—649. 1883; 21, pag. 139—158. 1884.

5) R. FALK, Inauguraldissertation. Beiträge zur galvanischen Polarisation der Wechselströme. Halle 1883.

6) Die Phasenänderung durch Polarisation wurde auch durch A. WINKELMANN (WIED. Ann. 20, pag. 91. 1883) nachgewiesen.

Die Auffassung der Polarisation als Ladung eines Condensators setzt voraus, dass k der Elektrodenfläche umgekehrt proportional ist. Die Versuche zeigten, dass diese Beziehung, sowie überhaupt die ganze, der Theorie zu Grunde liegende Annahme nur annähernd für grosse Elektroden zutrifft. Für solche lassen sich aus den Beobachtungen Zahlenwerthe für die Cpacitäten verschiedener Metalle in Flüssigkeiten ableiten, welche in der folgenden Tabelle[1]) zusammengestellt sind, wo die Zahlen die Capacitäten in Mikrofarads für 1 *qmm* Elektrodenfläche bedeuten.

<table>
<tr><th>Lösung von</th><th>Al</th><th>Ni</th><th>Pt</th><th>Au</th><th>Ag</th></tr>
<tr><td>K_2SO_4 . . .</td><td>0·0106</td><td>0·0091</td><td>0·0487</td><td>0·0714</td><td>0·1015</td></tr>
<tr><td>KCl . . . .</td><td rowspan="3">0·0132</td><td rowspan="3">0·0085</td><td>0·0894</td><td rowspan="3">0·1659</td><td rowspan="2">0·4476</td></tr>
<tr><td>KBr . . . .</td><td>0·1832</td></tr>
<tr><td>KJ . . . .</td><td>0·0487</td><td>0·7917</td></tr>
</table>

4) Vertheilung eines Wechselstroms auf zwei parallel geschaltete Zweige mit Selbstinduction.

In dem Hauptzweig sei eine periodische Stromquelle und die Stromstärke sei dort:

$$J = A\, cos\,(mt).$$

In den beiden parallelen Zweigen sind die Stromstärken J_1 und J_2. Dann gelten die Gleichungen:

$$J = J_1 + J_2$$
$$w_1 J_1 + p_1 \frac{dJ_1}{dt} = w_2 J_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt}.$$

Setzt man:

$$\begin{aligned} J_1 &= A_1\, cos\,(mt - \varphi_1), \\ J_2 &= A_2\, cos\,(mt - \varphi_2). \end{aligned} \tag{40}$$

so ist:

$$\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{\frac{w_2^2 + m^2 p_2^2}{(w_1 + w_2)^2 + m^2(p_1 + p^2)^2}} \cdot A, \\ A_2 &= \sqrt{\frac{w_1^2 + m^2 p_1^2}{(w_1 + w^2)^2 + m^2(p_1 + p_2)^2}} \cdot A. \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned} tang\, \varphi_1 &= \frac{m(w_2 p_1 - w_1 p_2)}{w_2(w_1 + w_2) + m^2 p_2 (p_1 + p_2)} \\ tang\, \varphi_2 &= \frac{m(w_1 p_2 - w_2 p_1)}{w_1(w_2 + w_2) + m^2 p_1 (p_1 + p_2)}. \end{aligned} \tag{42}$$

Die Stromvertheilung der elektrischen Schwingungen auf die beiden Zweige ist also eine wesentlich andere, als bei constanten Strömen. Diese Anordnung wurde mit Verwendung des Elektrodynamometers von J. PULUJ zur Bestimmung von Selbstinductionscoëfficienten benutzt[2]).

5) Zwei Stromkreise wirken durch Induction auf einander. Der eine enthält eine periodische Stromquelle.

$$\begin{aligned} w_1 J_1 + p_1 \frac{dJ_1}{dt} + q \frac{dJ_2}{dt} &= E_0\, cos\,(mt) \\ w_2 J_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} + q \frac{dJ_1}{dt} &= 0. \end{aligned} \tag{43}$$

Setzt man:

$$\begin{aligned} J_1 &= A_1\, cos\,(mt - \varphi_1), \\ J_2 &= A_2\, cos\,(mt - \varphi_2), \end{aligned} \tag{44}$$

und ferner zur Abkürzung:

---

[1]) WIED. Ann. 21, pag. 155. 1884.

[2]) PULUJ, Elektrot. Zeitschr. 12, pag. 346—351. 1891.

$$\begin{aligned} \rho_1 &= w_1 + \frac{m^2 q^2 w_2}{w_2^2 + m^2 p_2^2}, \\ \sigma_1 &= p_1 - \frac{m^2 q^2 p_2}{w_2^2 + m^2 p_2^2}, \end{aligned} \tag{45}$$

so ist:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{E_0}{\sqrt{\rho_1^2 + m^2 \sigma_1^2}}, \\ A_2 &= \frac{-E_0 m q}{\sqrt{(\rho_1^2 + m^2 \sigma_1^2)(w_2^2 + m^2 p_2^2)}}, \end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned} tang\, \varphi_1 &= \frac{m \sigma_1}{\rho_1}, \\ tang\, \varphi_2 &= -\frac{(\rho_1 w_2 - m^2 \sigma_1 p_2)}{m(p_2 \rho_1 + w_2 \sigma_1)}, \end{aligned} \tag{47}$$

$$tang\, (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{w_2}{m p_2}. \tag{48}$$

Vergleicht man die Gleichungen (44—47) mit den Gleichungen (29, 30, 31), so zeigt sich, das die Anwesenheit des secundären Stromkreises eine scheinbare Vergrösserung des Widerstandes des primären Stromkreises und eine scheinbare Verringerung seiner Selbstinduction bewirkt.

Der Phasenunterschied des primären und des secundären Stromes wäre $\frac{\pi}{2}$, wenn der secundäre Widerstand sehr gross ist, durch die Selbstinduction des secundären Kreises wird derselbe kleiner als $\frac{\pi}{2}$.

Die elektrodynamische Wirkung des primären Stromes auf den secundären ist proportional dem Ausdruck:

$$\frac{1}{T}\int_0^T J_1 J_2\, dt = \frac{-m^2 q p_2 \cdot E_0^2}{(\rho_1^2 + m^2 \sigma_1^2)(w_2^2 + m^2 p_2^2)}. \tag{49}$$

Das negative Zeichen zeigt an, dass die beiden Stromkreise sich abstossen.

Eine einfache und mehrfache Uebertragung elektrischer Schwingungen durch Induction von einem Stromkreis zum anderen kommt bei den durch Telephon und Mikrophon erregten Wechselströmen, sowie bei den Transformatoren vor.

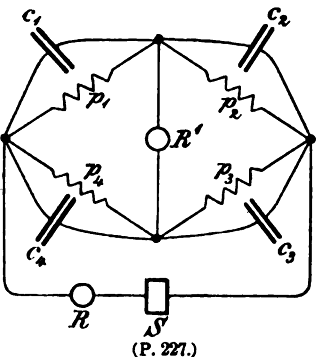
Im ersten Fall ist besonders die Frage von Interesse, in wie weit durch die Uebertragung die Klangfarbe des erregenden Tones verändert wird[1]. Da die elektrischen Schwingungen, welche durch Schall erregt werden, nicht mehr einfache Sinnschwingungen sind, so tritt jetzt an Stelle der einfachen, elektromotorischen Kraft: $E_0 \cos mt$, eine Summe von der Form:

$$\sum_{\alpha=1}^{\alpha=\infty} \alpha m E_\alpha \cos (m \alpha t).$$

Die erregten Ströme J_1 und J_2 bestehen dann aus ähnlichen Summen, welche nach den früheren Formeln leicht zu bilden sind. Man übersieht, dass für grosse Werthe von: αm, also für hohe Töne oder für höhere Obertöne die Veränderung der Einzelamplituden gering ist, grösser dagegen für tiefere Töne. Bei der Klangfarbe der menschlichen Sprache sind aber meist hohe Obertöne von besonderer Bedeutung. Versuche lehren, dass die Aenderung der Klangfarbe bei der Uebertragung eine verhältnissmässig geringe ist.

[1] H. v. HELMHOLTZ, WIED. Ann. 5, pag. 448—460. 1878. Ges. Abh. 2, pag. 463—474. — H. F. WEBER, Vierteljahrsschrift der Züricher Gesellschaft 1. Juli 1878.

6) Verbreitung elektrischer Schwingungen in der WHEATSTONE'schen Brückenverzweigung (Fig. 227)[1]).



(P. 227.)

In dem Hauptzweig sei die Stromstärke:

$$J_0 = \cos mt, \qquad m = \frac{\pi}{T}.$$

Es soll Amplitude und Phase des Stromes im Brückenzweig berechnet werden, wobei noch angenommen werden mag, dass parallel zu den vier Seitenzweigen Condensatoren so angeordnet sind, dass ihre Belegungen mit den vier Ecken durch Leitungen von geringem Widerstand und ohne Selbstinduction verbunden sind. Die Kenntniss beider Grössen ist von Interesse. Bei den meisten Versuchen wird entweder ein Telephon in den Brückenzweig eingeschaltet oder es wird ein Elektrodynamometer angewandt, von welchem zweckmässig die eine Rolle R in den Hauptzweig, die andere R' in den Brückenzweig gebracht wird. Wenn die Anordnung so getroffen ist, dass das Telephon schweigt, so zeigt auch das Elektrodynamometer keine Ablenkung. Der letzte Fall kann aber auch dann eintreten, wenn die beiden Ströme einen Phasenunterschied $\frac{\pi}{2}$ haben, wobei das Telephon tönt. Die Bedingungen für den einen und anderen Fall können ermittelt werden, ohne dass man nöthig hat, die Rechnung vollständig durchzuführen. Setzt man:

$$J_0 = \cos(mt) = \tfrac{1}{2}(e^{\lambda t} + e^{-\lambda t}), \quad \lambda = mi,$$

so braucht man das System der KIRCHHOFF'schen Gleichungen nur für den Fall zu lösen, wo der Hauptstrom: $e^{\lambda t}$ ist.

Findet man dann für den Brückenstrom:

$$Ke^{\lambda t} = (A + iB)e^{\lambda t},$$

so ist der gesuchte Werth des Brückenstroms, der zu J_0 gehört:

$$J = C \cdot \cos(mt - \varphi),$$

wo

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}, \qquad \tang\varphi = -\frac{B}{A}. \tag{50}$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\begin{aligned} a &= w + \lambda p \\ b &= 1 + c\lambda(w + \lambda p) \end{aligned} \tag{51}$$

und unterscheidet die Werthe für die einzelnen Zweige durch die Indices (für den Brückenzweig ohne Index), so ist:

$$K = A + iB = \frac{a_1 a_3 b_2 b_4 - a_2 a_4 b_1 b_3}{(a_1 b_2 + a_2 b_1)(a_3 b_4 + b_3 a_4) + a[b_1 b_2(a_3 b_4 + b_3 a_4) + b_3 b_4(a_1 b_2 + b_1 a_2)]}. \tag{52}$$

Anwendungen.

a) Der Phasenunterschied beträgt $\frac{\pi}{2}$. Dann ist: $A = 0$.

Specielle Fälle:

α) Keine Condensatoren; nur Zweig 1 hat merkliche Selbstinduction. Dann ist:

$$m^2 p_1^2 = \left(w_2 \frac{w_4}{w_3} - w_1\right)\left[w_1 + w_2 + \frac{w(w_3 + w_4)}{w_3 + w_4 + w}\right]. \tag{53}$$

[1]) A. OBERBECK, WIED. Ann. 17, pag. 816—841. 1882. — Lord RAYLEIGH, Proc. Roy. Soc. 49, pag. 203. 1891.

Diese Formel kann zur Bestimmung von Selbstinductionscoëfficienten dienen[1]). Ist p_1 klein, so muss, wie TROJE[2]) gezeigt hat, auch die Selbstinduction. im Brückenzweig berücksichtigt werden.

β) Keine Condensatoren ausser c_1. Dann ist:

$$m^2 c_1^2 = \left(\frac{w_3}{w_2 w_4} - \frac{1}{w_1}\right)\left(\frac{1}{w_2 + w'} + \frac{1}{w_1}\right),$$

wo:

$$w' = \frac{w(w_3 + w_4)}{w_3 + w_4 + w}. \tag{54}$$

b) Der Brückenstrom ist Null. Das Telephon schweigt.

$$A = B = 0.$$

Specielle Fälle.

α) Keine Condensatoren. Zweig 3 und 4 ohne Selbstinduction.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{w_4}{w_3}. \tag{55}$$

β) Keine Selbstinduction; $c_3 = c_4 = 0$.

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{w_3}{w_4}. \tag{56}$$

γ) Alle Inductionscoëfficienten und Capacitäten, mit Ausnahme von c_1 und p_3, Null:

$$p_3 = c_1 w_2 w_4 = c_1 w_1 w_3. \tag{57}$$

Mit Benutzung des optischen Telephons hat M. WIEN[3]) nach diesen Formeln Inductionscoëfficienten und Capacitäten unter sich und mit einander verglichen.

7) Differentialinductoren. Ein zuerst von DOVE[4]) construirter Differentialinductor besteht aus zwei gleichen Inductionsapparaten von der folgenden Form. Auf einen hölzernen Hohlcylinder ist eine Rolle von dickerem Draht und auf diese eine zweite Rolle von dünnerem Draht gewickelt. Die beiden inneren (primären) Rollen werden mit einander und mit einer constanten Kette zu einem Stromkreis verbunden. Ebenso werden die beiden anderen Rollen verbunden, jedoch so, dass bei Unterbrechung des primären Stromes die beiden Inductionsströme entgegengesetzte Richtung haben. Dieselben heben sich dann auf. Wird die Gleichheit der Wirkungen gestört. etwa durch Einführung eines Eisenkerns in den einen Hohlraum, so ist wieder ein Inductionsstrom zu beobachten. Durch Einlegen von dünnen Eisendrähten in die andere Rolle kann man diese Wirkung compensiren. Der Apparat hat mancherlei Anwendungen gefunden z. B. zur Untersuchung schwach eisenhaltiger Substanzen. In der neuesten Zeit wurde derselbe zu Widerstanbsmessungen verwandt[5]).

Nach der Erfindung des Telephons, eines ausserordentlich empfindlichen Apparats zur Wahrnehmung geringer Stromschwankungen, benutzte HUGHES[6]) den Grundgedanken des Differentialinductors zur Herstellung einer »Inductionswage«, der er verschiedene Formen gab. Wir beschreiben hier die einfachste Anordnung. Drei Rollen sind coaxial aufgestellt. Die mittlere steht mit einer constanten Kette und einem Stromunterbrechungsapparat in Verbindung (Fig. 228).

---

1) A. OBERBECK, WIED. Ann. 17, pag. 1040 1882.

2) TROJE, WIED. Ann. 47, pag. 301—312. 1891.

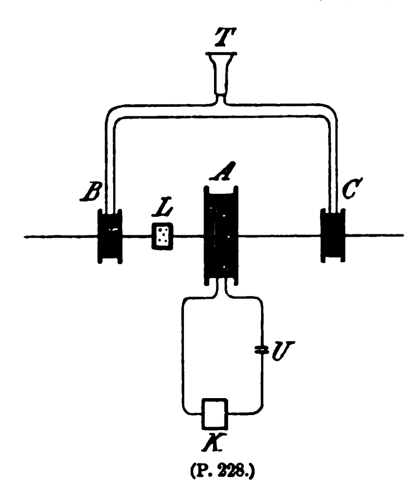
3) M. WIEN, WIED. Ann. 44, pag. 681—712. 1892.

4) A. DOVE, POGG. Ann. 49, pag. 72. 1840.

5) A. ELSASS, WIED. Ann. 35, pag. 828—833. 1888; 42, pag. 165—177. 1891.

6) HUGHES, Phil. Mag. (5) 8, pag. 50. 1879.

Die beiden anderen haben gleiche Form und Windungszahl und sind so mit einander verbunden, dass die durch Unterbrechung des Stroms der mittleren Rolle in ihnen inducirten Ströme die weitere Leitung in entgegengesetztem Sinne durchlaufen. In letztere ist ausserdem ein Telephon eingeschaltet. Dasselbe schweigt, wenn die beiden äusseren Rollen in gleicher Entfernung von der mittleren sich befinden, während der Unterbrecher des primären Stromkreises in Thätigkeit ist. Es tönt, wenn die eine oder die andere Rolle genähert oder entfernt wird.

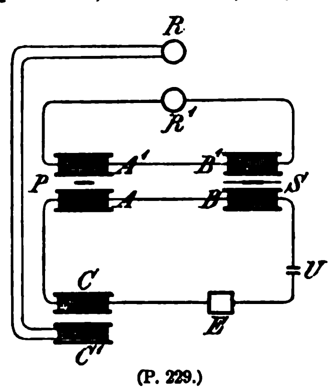


(P. 228.)

Ist Gleichheit der Wirkungen in dem secundären Kreis hergestellt, so wird dieselbe gestört, wenn zwischen A und B ein leitender Körper (L), etwa eine Metallplatte gebracht wird, da jetzt auch in dieser Inductionsströme erregt werden, welche ihrerseits Ströme in B erregen. Durch Verschieben von C gegen A kann das Telephon wieder zum Schweigen gebracht werden. Vergleicht man mehrere Metallkörper von gleicher Form, aber verschiedener Leitungsfähigkeit, so kann die Grösse der Verschiebung von C in einzelnen Fällen als relatives Maass der Leitungsfähigkeit angesehen werden. Derartige Versuche sind aber nicht exakt, da die beiden Inductionsströme, welche sich compensiren sollen, nicht gleiche Phasen haben.

Aus diesem Grunde wurden die Versuche, mit Hilfe der Inductionswage, die Leitungsfähigkeit der Metalle zu bestimmen, später in anderer Form ausgeführt.

A. Oberbeck und J. Bergmann[1]) benutzten (Fig. 229) zwei coaxiale Rollenpaare A, A' und B, B', von denen A und B dem primären, A' und B' dem secundären Stromkreis angehören. Als Stromquelle diente eine Kette E, während ein selbstthätiger Unterbrecher die Oeffnung und Schliessung des primären Stromkreises bewirkte. Die Beobachtung der secundären Ströme erfolgte mit Hilfe des Elektrodynamometers, dessen eine Rolle R' sich in diesem Stromkreis befindet. Zur Erhöhung der Empfindlichkeit ist aber die andere Rolle desselben R in einen besonderen Stromkreis eingeschaltet, in welchem von der Rolle C aus in C' Ströme inducirt werden. Nachdem zunächst durch Regulirung der Entfernungen von $A - A'$ und von $B - B'$ der Strom in dem secundären Kreis auf Null gebracht war, wird dort ein neuer Strom durch Einschieben der Metallplatte P zwischen A und A' erzeugt. Durch Einführung von Staniolblättern zwischen B und B' wird derselbe compensirt. Hieraus kann die Leitungsfähigkeit von P ermittelt werden[2]).



(P. 229.)

[1]) A. Oberbeck und J. Bergmann, Wied. Ann. 31, pag. 792—812. 1887. — A. Oberbeck, zur Theorie der Inductionswaage, Wied. Ann. 31, pag. 812—830. 1887.

[2]) Vergl. Handbuch 3 (1), pag. 269.

Eine »neue Form der Inductionswaage« hat M. WIEN[1]) angegeben. In einer WHEATSTONE'schen Brücke enthalten die Zweige 1) und 2) gleiche Rollen; 3) und 4) sind inductionsfrei. Der Brückenzweig enthält das optische Telephon, der Hauptzweig die dazu gehörende, periodische Stromquelle. Das zu untersuchende Metallstück wird in Rolle 1 gebracht und dadurch der scheinbare Widerstand und der scheinbare Inductionscoëfficient verändert. Durch eine in Rolle 2 gesteckte Hilfsrolle mit veränderlichem Widerstand werden dort die entsprechenden Veränderungen hervorgebracht. Das Stromgleichgewicht wird hierdurch wieder hergestellt.

8) Im Eingang dieses Abschnitts wurde die Anzahl der Stromwechsel, insoweit die Ströme durch Maschinen hervorgebracht werden, als eine mässig grosse bezeichnet. In neuester Zeit hat ein amerikanischer Physiker, NICOLA TESLA[2]), Wechselstrommaschinen construirt, bei welchen mehr als 10000 Stromwechsel in der Secunde erfolgen. Besitzen dieselben ausserdem noch hohe Spannung, so treten bei ihrem Durchgang durch eine Unterbrechungsstelle glänzende Lichterscheinungen auf.

D. Lineare Leiter in Verbindung mit Condensatoren. — Periodische und aperiodische, elektrische Ströme.

Man benutzt gewöhnlich die folgenden beiden Anordnungen.

a) Der einen Belegung eines Condensators wird Elektricität zugeführt. Hierauf wird dieselbe mit der anderen Belegung durch eine Drahtleitung verbunden. Der Entladungsstrom giebt eine Elektricitätsbewegung von der hier zu betrachtenden Art.

b) Eine, die beiden Belegungen des Condensators verbindende Leitung enthält eine Drahtrolle, in deren Nähe eine zweite Drahtrolle aufgestellt ist. Letztere gehört zu dem Stromkreis einer constanten Kette. Wird derselbe geöffnet, so entsteht in der ersten Rolle ein Inductionsstrom, durch welchen der Condensator geladen wird. In beiden Fällen ruft der Entladungsstrom durch Selbstinduction eine Gegenströmung hervor, welche unter Umständen stark genug ist, um den Condensator entgegengesetzt zu laden, worauf sich dieser Vorgang mit schnell abnehmender Stärke fortdauernd wiederholt.

Mit Benutzung derselben Bezeichnungen wie bisher, sind die, diese Erscheinung darstellenden Gleichungen

$$\begin{aligned} wJ + p\frac{dJ}{dt} + V &= 0, \\ J &= c\frac{dV}{dt}, \end{aligned} \tag{58}$$

wo V die Potentialdifferenz der beiden Belegungen des Condensators bedeutet. Hieraus folgt:

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{w}{p}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{pc}V = 0. \tag{59}$$

Setzt man $V = e^{\lambda t}$, so ist:

$$\begin{aligned} \lambda^2 + \frac{w}{p}\lambda + \frac{1}{pc} &= 0, \\ \lambda &= -\frac{w}{2p} \pm \sqrt{\frac{w^2}{4p^2} - \frac{1}{pc}}. \end{aligned} \tag{60}$$

---

[1]) M. WIEN, WIED. Ann. 49, pag. 306—346. 1893.

[2]) Elektrot. Zeitschr. 12, pag. 289, 328. 1891; 13, pag. 181. 1892.

Die Form der Bewegung — ob periodisch oder aperiodisch — hängt von dem Vorzeichen des Ausdrucks unter der Wurzel ab.

α) Derselbe ist positiv. Die Elektricität fliesst in Form von zwei schnell abnehmenden Strömen, welche ihr Vorzeichen nicht wechseln. Dieser Fall tritt ein, wenn der Widerstand sehr gross ist. Die Lösungen sind:

$$V = Ae^{-\lambda_1 t} + B \cdot e^{-\lambda_2 t}$$
$$J = -c(A\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + B\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}). \tag{61}$$

wenn die Wurzeln der Gleichung $-\lambda_1$ und $-\lambda_2$ sind. Die Intergrations-constanten A und B folgen aus den Bedingungen, welche man für den Anfangszustand stellt.

β) Der Ausdruck unter der Wurzel ist negativ. Dann sind die Lösungen, wenn man setzt:

$$\alpha = \frac{w}{2p}, \quad \beta = \frac{1}{pc}\sqrt{1 - \frac{w^2 c}{4p}}, \tag{62}$$

$$V = e^{-\alpha t}(A \cos \beta t + B \sin \beta t)$$
$$J = -ce^{-\alpha t}[(\beta A + \alpha B) \sin \beta t + (\alpha A - \beta B) \cos \beta t). \tag{63}$$

Handelt es sich um die Entladung eines Condensators, so ist für:

$$t = 0, \quad V = A, \quad J = 0.$$

$$V = Ae^{-\alpha t}\left(\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t\right)$$
$$J = -cAe^{-\alpha t}\frac{(\beta^2 + \alpha^2)}{\beta} \sin \beta t. \tag{64}$$

Die Strömung verläuft daher in Form von Oscillationen mit abnehmender Amplitude.

Die Schwingungsdauer T ist, da

$$\beta = \frac{\pi}{T}, \qquad T = \frac{\pi\sqrt{pc}}{\sqrt{1 - \frac{w^2 c}{4p}}}. \tag{65}$$

Zur Abschätzung derselben betrachten wir ein Zahlenbeispiel. Es sei:

$$c = \tfrac{1}{10} \text{ Mikrofarad} = 10^{-16}$$
$$w = 10 \text{ Ohm} = 10^{10}$$
$$p = 10^6$$
$$\frac{w^2 c}{4p} = \frac{1}{400}, \quad \frac{w}{2p} = 5000, \quad pc = 10^{-10}.$$

Mit grosser Annäherung:

$$T = \pi\sqrt{pc} = \frac{\pi}{100000} \text{ Secunde.}$$

Der ganze Entladungsstrom ist:

$$\int_0^\infty J\,dt = -cA. \tag{66}$$

Die gesammte in der Leitung entwickelte Wärmemenge:

$$w\int_0^\infty J^2 dt = \frac{cA^2}{2}. \tag{67}$$

Die ersten, experimentellen Untersuchungen bestanden in der Beobachtung der Entladung von Leydener Flaschen, wobei der Schliessungskreis eine Funkenstrecke enthielt[1]). An dem Verhalten derselben entdeckte FEDDERSEN die beiden Formen des Entladungsstromes.

[1]) Vergl. Handbuch 3 (1), pag. 46—51.

In wie weit die Einschaltung einer Funkenstrecke Abweichungen des Entladungsstromes von der eben besprochenen Theorie bedingt, ist noch nicht vollständig festgestellt. In seinen Entwickelungen findet G. KIRCHHOFF[1]) in qualitativer Beziehung die Resultate FEDDERSEN's durch die Theorie bestätigt. Jedoch fordert die Theorie Werthe für die Schwingungsdauer, welche nur etwa halb so gross sind, wie die Beobachtung sie ergab. Nach einer Bemerkung von LORENZ[2]) liegt dies aber daran, dass KIRCHHOFF bei der Berechnung der Capacität der Leydener Flaschen deshalb zu kleine Werthe erhielt, weil er die Dielektricitätsconstante des Glases zu klein annahm. Hiernach wird der Stromverlauf der Hauptsache nach auch bei Vorhandensein von Funkenstrecken durch die obigen Gleichungen ausgedrückt werden.

Das bei der Entladung von Leydener Flaschen Wechselströme eintreten können und bei Schliessengskreisen von metallischen Leitern sogar gewöhnlich vorkommen, ist durch vielfache weitere Untersuchungen nachgewiesen worden.

PAALZOW[3]) schaltete zu diesem Zweck in die Leitung GEISLER'sche Röhren ein. Aus der in derselben eintretenden Lichterscheinung konnte, besonders bei Einwirkung magnetischer Kräfte auf die Röhre oder mit Hilfe des rotirenden Spiegels der oscillirende Charakter des Entladungsstromes festgestellt werden.

Ferner hat v. OETTINGEN[4]) direkt nachgewiesen, dass bei zunehmender Funkenstrecke die Rückstände der entladenen Leydener Flaschen periodisch ihr Zeichen wechselten, sodass die Entladung entweder mit einem positiven oder mit einem negativen Werthe des Potentials aufgehört hatte. Wir verweisen in dieser Beziehung noch auf weitere Untersuchungen desselben Physikers[5]).

Die Wärmewirkungen der Entladungsströme wurden hauptsächlich von P. RIESS und KNOCHENHAUER mit Hilfe des Luftthermometers[6]) untersucht. Die in der ganzen Leitung erzeugte Wärmemenge ist der Gesammtenergie der entladenen Elektricität proportional. Es hatte sich ergeben:

$$w\int_0^\infty J^2 dt = \tfrac{1}{2} c A.$$

Ist die zur Ladung A erforderliche Elektricitätsmenge E, so ist:

$$E = c\,A,$$

also:

$$w\int J^2 dt = \frac{1}{2} c\,A = \frac{E\cdot A}{2} = \frac{1}{2}\frac{E^2}{c}. \tag{68}$$

Die in diesen Formeln enthaltenen Gesetze stimmen mit den Versuchsresultaten überein. Stets ist die Gesammtwärme, wenn nicht störende Nebenwirkungen eintreten, von der Form der Entladung unabhängig.

Die Wärmewirkungen wurden auch für complicirtere Fälle untersucht, und zwar für die Entladung durch ein verzweigtes Leitersystem [theoretisch behandelt von FEDDERSEN[7])] und für Leitungen, welche ihrerseits auf eine benachbarte Leitung inducirend wirkt. Ist letztere in sich geschlossen (Nebenkreis), so handelt es sich um das Gleichungssystem:

---

[1]) G. KIRCHHOFF, POGG. Ann. 121, pag. 551. 1867.

[2]) LORENZ, WIED. Ann. 7, pag. 183. 1879.

[3]) PAALZOW, POGG. Ann. 112, pag. 567. 1861; 118, pag. 178 und pag. 357. 1863.

[4]) v. OETTINGEN, POGG. Ann. 115, pag. 513. 1862.

[5]) POGG. Ann. 118, pag. 369. 1863; Jubelband, pag. 269. 1874; WIED. Ann. 2, pag. 305. 1877; 34. pag. 570. 1888.

[6]) POGG. Ann. 40, pag. 335. 1837; 43, pag. 36. 1838. — RIESS, Reibungselektricität 1 u. 2.

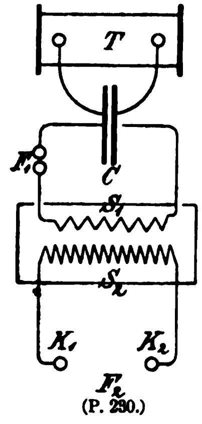
[7]) FEDDERSEN, POGG. Ann. 130, pag. 439. 1863.

$$J_1 w_1 + p_1 \frac{dJ_1}{dt} + q \frac{dJ_2}{dt} + V_1 = 0, \quad J_1 = c_1 \frac{dV_1}{dt},$$
$$J_2 w_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} + q \frac{dJ_1}{dt} = 0. \qquad (69)$$

Enthält die zweite Leitung eine Batterie (Nebenbatterie), so würden die Gleichungen lauten:

$$J_1 w_1 + p_1 \frac{dJ_1}{dt} + q \frac{dJ_2}{dt} + V_1 = 0, \quad J_1 = c_1 \frac{dV_1}{dt},$$
$$J_2 w_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} + q \frac{dJ_1}{dt} + V_2 = 0, \quad J_2 = c_2 \frac{dV_2}{dt}. \qquad (70)$$

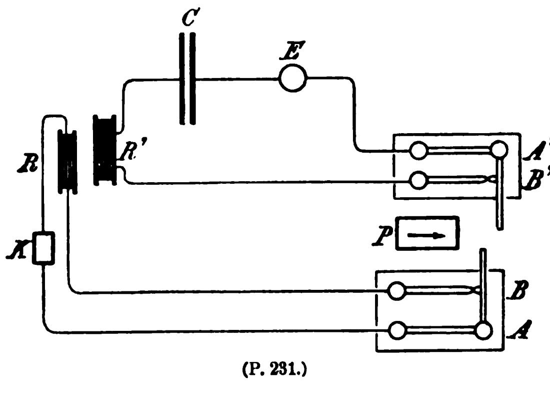
Was die Form des Stromes betrifft, so kann dieselbe im ersten Falle bestehen aus einem periodischen und einem aperiodischen Glied, im zweiten Fall aus zwei periodischen Gliedern von verschiedener Schwingungsdauer. Auch kann hier wieder eine Art von Resonanz eintreten, indem ein grosser Bruchtheil von Energie an den zweiten Kreis übertragen wird.



(F. 230.)

In neuester Zeit sind bemerkenswerte Versuche[1]) nach einer ähnlichen Anordnung angestellt worden. Ein Condensator (Fig. 230) wird durch hochgespannten Wechselstrom eines Transformators oder durch die Inductionsströme eines Inductoriums (T) geladen und entladet sich dann durch die Funkenstrecke F_1, wobei der Entladungsstrom durch eine Rolle von wenigen Windungen dicken Kupferdrahts (S_1) hindurchgeht. Letztere induciren in einer Spirale von einer grösseren Windungszahl S_2 secundäre Ströme, welche bei hinreichender Annäherung der Kugeln K_1 und K_2 einen Funken F_2 geben können. Der Anordnung entsprechend lösen sich beide Ströme in Schwingungen von kurzer Dauer auf.

Hauptbedingung für das Gelingen der weiter zu beschreibenden Versuche ist gute Isolation der Spiralen S_1 und S_2. Dieselben müssen sich deshalb in einem Oelbad befinden. Vortheilhaft ist es ferner, gegen die Funkenstrecke F_1 einen Luftstrom zu richten.



(F. 231.)

Als besonders bemerkenswerthe Wirkungen wollen wir hervorheben:

a) Die Funkenstrecke F_2 kann diejenige von F_1 erheblich übertreffen.

b) Die hochgespannten Wechselströme üben in Folge ihrer grossen Schwingungszahl verhältnissmässig geringe physiologische Wirkungen aus, so dass eine Glühlampe durch den secundären Strom nach Durchgang durch den menschlichen Körper zum Leuchten gebracht werden kann.

---

[1]) Elihn, Thomson, Elektrot. Zeitschr. 13, pag. 304 und 343. 1892. — Nicola Tesla, Elektrot. Zeitschr. 14, pag. 455. 1893. — C. Swinton, Phil. Mag. (5) 35, pag. 142; 36, pag. 300. 1893. — d'Arsonoal, Compt. rend. 116, pag. 630. 1893.

Elektrische Schwingungen in einem rein metallischen Schliessungskreis (ohne Funkenstrecke) mit Condensator wurden zuerst von H. v. HELMHOLTZ[1]) untersucht. Zu dem Zweck war die folgende Anordnung (Fig. 231) getroffen. Eine constante Kette K steht mit einer Rolle R und einem Hebel AB in Verbindung, welcher um A drehbar ist. Erfolgt eine solche Drehung, so wird der Stromkreis bei B unterbrochen. Rolle R inducirt dann einen Strom in der Rolle R', welche mit der einen Belegung des Condensators C und mit einem zweiten Hebel $A'B'$ (um A' drehbar) metallisch verbunden ist. Der Inductionsström geht in elektrische Schwingungen über, wobei C abwechselnd geladen und entladen wird. Die beiden Hebel werden durch ein herabfallendes Pendel P in dem Augenblick unterbrochen, wo dasselbe durch seine Gleichgewichtslage geht. Der Hebel $A'B'$ kann durch eine Mikrometerschraube gegen AB verschoben werden, so dass die Unterbrechung des secundären Stromes etwas später erfolgt, als diejenige des primären. Dann bleibt der Condensator im Allgemeinen (positiv oder negativ) geladen. Nur wenn gerade eine Schwingung der Potentialdifferenz (V) abgelaufen ist, ist derselbe ohne Ladung. Dies wurde anfänglich dadurch nachgewiesen, dass ein Froschschenkel in einer Verbindung der beiden Condensatorbelegungen nicht zuckte. Später wurde ein Quadrantelektrometer E eingeschaltet, dessen Ausschlag die Ladung des Condensators nach Vorzeichen und Stärke erkennen liess.

Nach dieser Methode hat N. SCHILLER[2]) eine Untersuchung ausgeführt, bei welcher nicht allein die Theorie in aller Strenge bestätigt, sondern auch eine Reihe von Messungen ausgeführt werden konnte, welche hauptsächlich Condensatorcapacitäten betrafen. Dabei musste jedoch ein Umstand beachtet werden. Man erhält Schwingungen in dem secundären Kreis auch dann schon, wenn der Condensator C überhaupt nicht vorhanden ist. Dieselben haben dann eine sehr kleine Schwingungsdauer. Hieraus folgt, dass eine enggewundene Rolle als ein Condensator von kleiner Capacität anzusehen ist. Die Formel für die Schwingungsdauer der secundären Leitung ist daher (angenähert):

$$T = \pi\sqrt{p(\gamma + c)},$$

wo γ die Capacität der Rolle, c diejenige des Condensators C ist.

Aehnliche Versuche, jedoch mit Benutzung eines rotirenden Disjunctors, hat MOUTON[3]) ausgeführt.

IV. Induction in körperlichen Leitern.

A. Allgemeine Gesetze.

1. Vorbemerkung.

Während alle bisher behandelten Inductionserscheinungen in drahtförmigen, geschlossenen Leitungen aus dem Satz des veränderlichen Kraftflusses hergeleitet werden konnten, erfordert die Theorie der Induction in räumlich ausgedehnten Leitern eine Kenntniss der allgemeinsten Gesetze der Elektricitätsbewegungen. Da das WEBER'sche Grundgesetz die Gesammtheit aller elektrischen Erscheinungen umfassen sollte, so musste dasselbe diese allgemeinen Gleichungen ergeben. Die hierzu nöthigen Entwickelungen wurden von G. KIRCHHOFF[4]) ausgeführt.

[1]) H. v. HELMHOLTZ, Verhandl. d. naturh. medicinisch. Vereins zu Heidelberg, 5, pag. 27 bis 31; Abhandl. 1, pag. 531.

[2]) N. SCHILLER, POGG. Ann. 152, pag. 535—565. 1874.

[3]) MOUTON, Compt. rend. 82, pag. 84 und 1387. 1876. Annales de l'école norm. (2) 6, pag. 193—265.

[4]) G. KIRCHHOFF, POGG. Ann. 102, pag. 529. 1857.

Doch wandte derselbe seine Theorie der Induction in körperlichen Leitern nur auf die Fortpflanzung der Elektricität in einem langen, dünnen Draht an. Bei der Behandlung der Inductionsströme in einer unter dem Einfluss magnetischer Kräfte rotirenden Scheibe hat ferner JOCHMANN[1]) einen Theil der hier in Betracht kommenden Kräfte vernachlässigt. Dagegen hat LORBERG[2]) für den Fall einer leitenden Kugel das allgemeine System der WEBER-KIRCHHOFF'schen Gleichungen gelöst und verschiedene Anwendungen auf die Entstehung von Inductionsströmen in der Kugel gemacht.

Als H. v. HELMHOLTZ[3]) ähnliche Probleme, von denselben Gleichungen ausgehend, zu lösen versuchte, fand er, dass dabei unter gewissen Umständen unzulässige Folgerungen eintreten, dass nämlich einmal erregte elektrische Strömungen, anstatt nach kurzer Zeit zu erlöschen, zu stetig wachsenden Werthen anschwellen müssten oder dass das Gleichgewicht der Elektricität ein »labiles« wäre. Bei näherer Untersuchung ergab sich, dass diese Consequenz in dem Ausgangspunkt der Theorie — in dem WEBER'schen Gesetz — begründet war.

Die aus dieser Behauptung sich ergebende Discussion, an der sich W. WEBER, C. NEUMANN, J. BERTRAND u. A. betheiligten, können wir hier nicht eingehender besprechen[4]). Wir müssen uns begnügen zu bemerken, dass dieselbe schliesslich zu einer anderen Entwickelungsform der Elektricitätstheorie hinüberleitete, bei welcher an Stelle der unvermittelten Fernewirkung die elektrischen und magnetischen Kräfte durch continuirlich sich fortpflanzende Veränderungen eines Mediums erklärt wurden.

Diese im Anschluss an FARADAY's Vorstellungen mathematisch von CL. MAXWELL ausgearbeitete Theorie wird im Abschnitt VI. näher besprochen und auf verschiedene Probleme angewandt werden[5]).

Zum Verständniss einer grossen Zahl von Inductionserscheinungen in körperlichen Leitern genügt andererseits die Kenntniss einer Reihe einfacher Gesetze, welche sich aus einer naheliegenden Erweiterung der F. NEUMANN'schen Annahmen herleiten lassen.

2. Induction in Leitern, welche in einem magnetischen Kraftfeld bewegt werden.

Nach F. NEUMANN war die elektromotorische Kraft für ein, in einem Kraftfeld bewegtes Drahtelement der negativen Arbeit bei der Bewegung dieses Elements (durchflossen von der Stromeinheit) gleichzusetzen. Dabei war die Richtung der inducirten Kraft durch das Element selbst gegeben, so dass nur noch die Grösse derselben festgestellt werden musste. Für einen Punkt eines bewegten Leiterelementes ist dagegen Richtung und Grösse zu bestimmen.

Zu diesem Zweck denken wir uns durch den Punkt ein Flächenstück gelegt und nehmen an, dass dasselbe von der Stromeinheit in normaler Richtung durchflossen wird. Bei der Bewegung des Leiters im Kraftfeld wird dann in der Zeiteinheit und für die Längeneinheit des Stromes die Arbeit:

$$T = K \cdot \omega \cdot \cos \vartheta$$

[1]) JOCHMANN, BORCHARDT's Journ. 63, pag. 1 u. 158. 1863.

[2]) LORBERG, BORCHARDT's Journ. 71, pag. 53. 1870.

[3]) H. v. HELMHOLTZ, BORCHARDT's Journ. 72, pag. 57—129. 1870; Gesamm. Abhandl. 1, pag. 545—628.

[4]) Die Literatur ist leicht aus den Abhandlungen von H. v. HELMHOLTZ, Gesamm. Abhandl. 1, pag. 636—714, zu ersehen.

[5]) Vergl. auch den Artikel: »Erklärungsversuche der elektrischen Erscheinungen.«

geleistet. Hier ist ω die Geschwindigkeit des bewegten Leiters, K die elektromagnetische Wirkung des Feldes auf den Strom, ϑ der Winkel der beiden Richtungen.

Sind die Componenten von ω:

$$\alpha, \quad \beta, \quad \gamma,$$

diejenigen von K:

$$A, \quad B, \quad C,$$

so ist:

$$T = A\alpha + B\beta + C\gamma. \tag{2}$$

Sind ferner die Componenten der magnetischen Feldintensität:

$$L, \quad M, \quad N$$

und die Cosinus der Richtungswinkel der Strömung:

$$\lambda, \quad \mu, \quad \nu,$$

so ist:

$$A = M\nu - L\mu,$$
$$B = N\lambda - L\nu,$$
$$C = L\mu - M\lambda,$$

also:

$$T = \lambda(N\beta - M\gamma) + \mu(L\gamma - N\alpha) + \nu(M\alpha - L\beta). \tag{3}$$

Dieser Ausdruck ist für eine bestimmte Richtung des Strömes am grössten nämlich dann, wenn:

$$\lambda = \frac{N\beta - M\gamma}{T_m}, \quad \mu = \frac{(L\gamma - N\alpha)}{T_m}, \quad \nu = \frac{M\alpha - L\beta}{T_m}$$

ist, wo T_m das Maximum von T bedeutet.

Wir machen nun die Annahme, dass die inducirte, elektromotorische Kraft in diese Richtung fällt und dem Arbeitsmaximum negativ gleich ist[1]).

Bezeichnet man die Componenten derselben mit X, Y, Z, so ist:

$$X = M\gamma - N\beta$$
$$Y = N\alpha - L\gamma \tag{4}$$
$$Z = L\beta - M\alpha.$$

Die ganze elektromotorische Kraft ist:

$$E = \sqrt{(M\gamma - N\beta)^2 + (N\alpha - L\gamma)^2 + (L\beta - M\alpha)^2} = H \cdot \omega \cdot \sin\varphi, \tag{5}$$

wenn H die Feldintensität, φ der Winkel derselben mit der Bewegungsrichtung ist. Die elektromotorische Kraft steht also senkrecht zur magnetischen Kraft und zu der Richtung der Geschwindigkeit. Ihr Vorzeichen ist stets derart, dass die Wirkung der Feldintensität auf den Inductionsstrom der Bewegung entgegen gerichtet ist.

3. Induction in einem ruhenden Leiterelement bei Veränderung der Feldintensität.

Für die gesammte, in einem geschlossenen Stromkreis inducirte, elektromotorische Kraft bei Veränderung des Kraftfeldes hatte sich früher die Formel ergeben:

$$E = -(P_2 - P_1).$$

Für die Zeiteinheit ist:

$$E_1 = -\frac{\partial P}{\partial t},$$

wo:

$$P = \int \frac{dQ}{dn}\, do,$$

---

[1]) Die NEUMANN'sche Inductionsconstante ist hierbei 1 gesetzt.

Q das Potential des Magnetfeldes und das Integral über eine durch die Strombahn gelegte Fläche zu erstrecken ist.

Wir setzen jetzt fest, dass die Strombahn eben und in der xy-Ebene gelegen ist. Die Componenten des Magnetfeldes seien wie zuvor: L, M, N.

Dann ist:

$$E_1 = -\frac{\partial}{\partial t}\int N dx dy.$$

Sind die Componenten der elektromotorischen Kraft X, Y, Z, so ist andererseits:

$$E_1 = \int (Xx + Ydy).$$

Dieses Linienintegral ist über die ganze Strombahn zu erstrecken.

Da nach einer einfachen Rechnung:

$$\int (Xdx + Ydy) = \iint \left(\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\right) dx dy,$$

so ist:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y},$$

oder allgemein:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z},\\ \frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x},\\ \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial X}{\partial y}.\end{aligned} \tag{6}$$

Ist das Medium magnetisch polarisirbar, so sind die Magnetkräfte mit der Permeabilität $\mu = 1 + 4\pi k$ zu multipliciren. Es ist:

$$\begin{aligned}\mu\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z},\\ \mu\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y},\\ \mu\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}.\end{aligned} \tag{7}$$

Als ein später zu benutzendes Beispiel leiten wir hieraus diejenigen Gleichungen ab, welche die Induction in einem Kraftfeld darstellen, welches von Magneten veränderlicher Intensität herrührt. Es sei

$$\begin{aligned}X &= \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \mathrm{N}}{\partial y} - \frac{\partial \mathrm{M}}{\partial z}\right),\\ Y &= \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial z} - \frac{\partial \mathrm{N}}{\partial x}\right),\\ Z &= \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial x} - \frac{\partial \mathrm{N}}{\partial y}\right),\end{aligned} \tag{8}$$

und:

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{M}}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{N}}{\partial z} = 0.$$

Dann ist nach Gleichungen (7):

$$\Delta \mathrm{L} = -\mu L, \qquad \Delta \mathrm{M} = -\mu M, \qquad \Delta \mathrm{N} = -\mu N.$$

Setzt man:

$$\frac{\mu L}{4\pi} = l, \qquad \frac{\mu M}{4\pi} = m, \qquad \frac{\mu N}{\pi 4} = n,$$

so ist hiernach:

$$\mathrm{L} = \int \frac{l' d\tau'}{r}, \quad \mathrm{M} = \int \frac{m' d\tau'}{r}, \quad \mathrm{N} = \int \frac{n' d\tau'}{r}, \tag{9}$$

Hier sind l', m', n' die Componenten der magnetischen Momente des Punktes x', y', z', L, M, N die betreffenden Potentiale für den Punkt x, y, z. Die oben angegebenen Werthe für X, Y, Z geben also die durch zeitliche Veränderungen eines magnetischen Kraftfeldes inducirte, elektromotorische Kraft und gelten, mag der Punkt innerhalb oder ausserhalb der magnetischen Medien liegen.

Die angeführten Formeln wurden abgeleitet von H. v. HELMHOLTZ[1]) und G. KIRCHHOFF[2]).

Weitere elektromotorische Kräfte treten noch dadurch auf, dass in der Nachbarschaft des Punktes x, y, z, sowie in diesem Punkte selbst der elektrische Strom sich ändert. Die Berechnung dieser in den beiden eben betrachteten Fällen wirksamen Kräfte folgt in Abschnitt VI, wo die allgemeinen Bewegungsgleichungen der Elektricität in leitenden Körpern angegeben werden sollen. Da ferner die Strömung an den Grenzflächen der Leiter gegen Isolatoren niemals andauernd eine Normalcomponente besitzen darf, so wird die an der freien Oberfläche angesammelte Elektricität sehr erheblich die Inductionsströme beeinflussen, insbesondere bewirken, dass dieselben an den Grenzen tangential verlaufen.

Diese Betrachtungen werden vorläufig genügen, um die folgenden Inductionserscheinungen ihrem allgemeinen Verlauf nach zu verstehen.

B. Induction bei Rotation von Scheiben in einem Magnetfeld. Rotationsmagnetismus.

Noch vor der Entdeckung der Induction hatte ARAGO[3]) eine Reihe von Thatsachen beobachtet, für welche zunächst weder er selbst noch andere Physiker, welche seine Versuche wiederholten, eine Erklärung zu geben vermochten, so dass man eine neue Wirkung des Magnetismus auf Metalle annahm, welche man »Rotationsmagnetismus« nannte. Es handelte sich dabei um die folgenden Erscheinungen.

1) Rotirt eine Kupferscheibe unter einer horizontal schwebenden Magnetnadel, deren Mittelpunkt mit demjenigen der Scheibe zusammenfällt, so wird die Nadel im Sinne der Drehung abgelenkt und beginnt nach kurzer Zeit in gleichem Sinne zu rotiren. Auch umgekehrt kann durch einen unter einer Kupferscheibe rotirenden Magnet diese in Rotation versetzt werden.

2) Eine über der Kupferscheibe in Schwingungen versetzte Magnetnadel erfährt eine viel stärkere Dämpfung, als wenn die Scheibe nicht vorhanden ist.

3) Hängt über der Scheibe seitlich ein verticaler Magnet, so wird derselbe bei der Rotation der Scheibe abgestossen.

4) Ein über der Scheibe befindlicher Magnetpol erfährt bei der Rotation derselben auch eine radiale Wirkung. Liegt der Pol der Drehungsaxe nahe, so ist dieselbe nach dem Mittelpunkt hin gerichtet. Liegt er dem Rande der Scheibe nahe, so findet die Einwirkung im entgegengesetzten Sinne statt.

Hiernach übt also eine rotirende Kupferscheibe auf einen in ihrer Nähe befindlichen Pol eine Kraft aus, welche eine tangentiale, eine senkrechte und eine radiale Componente besitzt.

---

[1]) H. v. HELMHOLTZ, BORCHARDT's Journ. 72, pag. 121. 1870. — Gesamm. Abhandl. 1, pag. 619.

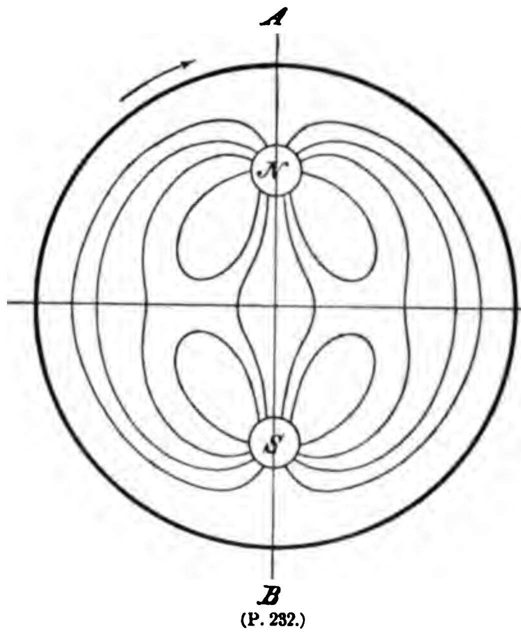
[2]) G. KIRCHHOFF, Vorlesungen über Elektricität und Magnetismus, pag. 218. 1891.

[3]) ARAGO, Ann. de chimie et de phys. 27, pag. 363. 1824; 28, pag. 325. 1825; 32, pag. 217. 1826.

Weitere Versuche über diesen Gegenstand zeigten, dass die besprochenen Wirkungen wesentlich von dem Material der Scheibe abhängen. Bei Isolatoren sind dieselben nicht vorhanden.

Bei Metallen sind sie um so stärker, je besser die Leitungsfähigkeit der Scheibe ist.

Nach Entdeckung der Induction kann man diese Erscheinungen, wie schon FARADAY gezeigt, einfach dadurch erklären, dass bei der Rotation unter dem Einfluss des oder der Magnetpole Inductionsströme entstehen, für welche die elektromotorische Kraft, senkrecht unter den Polen, radial gerichtet ist. Fällt die Mittelebene der Scheibe mit der xy-Ebene zusammen, ihr Mittelpunkt mit dem Anfangspunkt, so sind nach den Gleichungen (4) die Componenten der elektromotorischen Kraft:



(P. 232.)

$$X = \varkappa \frac{\partial \psi}{\partial z} x,$$

$$Y = \varkappa \frac{\partial \psi}{\partial z} y,$$

$$Z = \varkappa \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} x + \frac{\partial \psi}{\partial y} y \right),$$

wenn $\varkappa$ die Winkelgeschwindigkeit und ψ das Potential des Magnetpols im Punkte x, y, z ist.

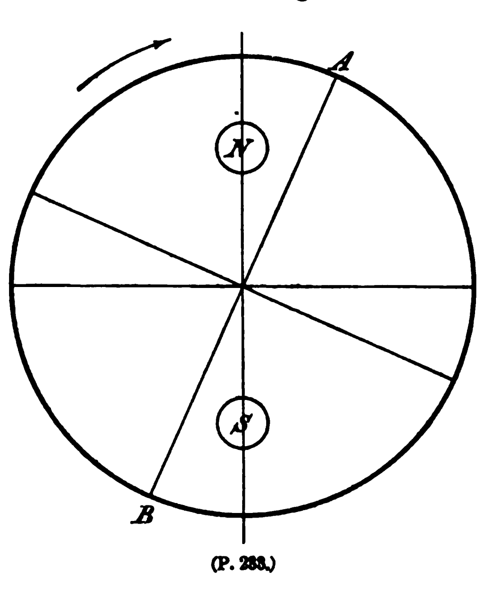
Die Inductionsströme selbst werden aber noch dadurch bedingt, dass eine verticale Strömung nicht zu Stande kommen kann und dass die horizontale Strömung am Rand der Scheibe tangential verlaufen muss. Schliesslich wirkt auch die Induction aller (veränderlichen) Strömungen in der Scheibe auf jeden einzelnen Punkt mit. Bei andauernder Rotation sind die Ströme stationär und bilden ein im Raume festes System. Fig. 232 giebt ein Bild derselben, wenn die Scheibe langsam rotirt.

Die Rückwirkung dieses Stromsystems auf die Magnetpole erklärt nun die Erscheinungen des Rotationsmagnetes vollständig. Insbesondere folgt zunächst, dass auf die Pole eine starke, tangentiale Wirkung ausgeübt wird, in Folge deren die Nadel in gleichem Sinne in Rotation versetzt wird.

Eine vertical abstossende Kraft ist allerdings bei vollkommener Symmetrie des Stromsystems zu der Linie AB, zusammenfallend mit NS, nicht vorhanden. Es hat sich aber ergeben, dass bei schneller Rotation das Stromsystem im Sinne der Rotation verschoben ist. Dies erklärt sich durch die Wechselinduction der sämmtlichen Ströme der Scheibe auf einander, durch welche, wie wir es hier kurz ausdrücken wollen, das Entstehen der Ströme verzögert wird. Dann ist die Mittellinie AB des Stromsystems um einen mehr oder weniger grossen Winkel gegen NS gedreht, wie Fig. 233 zeigt, und es muss eine vertikal abstossende Kraft eintreten.

Die hier besprochenen Inductionsströme lassen sich direkt nachweisen, wenn man eine Feder an der Drehungsaxe schleifen lässt, von dort eine Leitung zu einem Galvanometer führt, und mit dem Ende der zweiten Leitung einen Punkt

der rotirenden Scheibe berührt, oder überhaupt zwei Punkte der rotirenden Scheibe mit dem Galvanometer durch Schleiffedern verbindet. Insbesondere kann man dann Curven aufsuchen, bei welchen die Ableitung zweier Punkte zum Galvanometer keinen Strom liefert (isoelektrische Linien). Doch stehen die Stromcurven nicht senkrecht zu den eben besprochenen Curven, wie die mathematische Theorie des Rotationsmagnetismus zeigt. Dieselbe wurde zuerst von JOCHMANN[1]) entwickelt, allerdings mit Vernachlässigung der Inductionsströme höherer Ordnung. Später hat CL. MAXWELL[2]) eine elegante Lösung dieses Problems gegeben. Der Verlauf der Inductionsströme in einem rotirenden Cylinder wurde von A. OBERBECK[3]) berechnet und dort besonders der Einfluss der Wechselinduction auf die Verschiebung des Stromsystems erörtert. Den Fall einer in einem Magnetfeld rotirenden Kugel hat H. HERTZ[4]) behandelt.



(P. 288.)

C. Dämpfende Wirkungen der Inductionsströme. Wärmeentwickelung durch dieselben.

Wie schon erwähnt, werden die Schwingungen einer Magnetnadel über einer Kupferscheibe[5]) durch die Rückwirkung der hierbei in derselben erregten Inductionsströme schnell zur Ruhe gebracht. Hiervon macht man Gebrauch bei der Construction der neueren Spiegelgalvanometer, indem man das Magnetsystem in dicke Kupfermassen einschliesst. Auch umgekehrt werden Leiter, welche sich in einem Kraftfeld bewegen, in ihrer Bewegung gehemmt. A. v. WALTENHOFEN[6]) hat zur Demonstration dieser Erscheinung einen Vorlesungsapparat construirt. Derselbe besteht aus einem Pendel, welches unten mit einer verticalen Kupferscheibe versehen ist. Letztere durchschneidet bei den Schwingungen des Pendels das Kraftfeld zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagnets. Ist derselbe erregt, so kommt das Pendel ohne weitere Schwingungen zur Ruhe.

Messende Versuche über die Induction in körperlichen Leitern, insbesondere über die dämpfende Wirkung derselben hat F. HIMSTEDT[7]) angestellt. Mit Hilfe der Berechnung dieser Ströme konnte aus den Beobachtungen die Leitungsfähigkeit der hierbei benutzten Kupferkugeln bestimmt werden.

Versetzt man eine Kupferscheibe zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagnets in schnelle Rotation, so ist hierbei eine bedeutende Arbeit aufzuwenden. In Folge dessen werden die Inductionsströme in der Scheibe so

1) JOCHMANN, CRELLE's Journ. 63, pag. 1; POGG. Ann. 122, pag. 214. 1864.
2) MAXWELL, Lehrbuch der Elektricität, deutsch von WEINSTEIN, 2, pag. 310—364.
3) A. OBERBECK, GRUNERT's Archiv 56, pag. 394—406. 1872.
4) H. HERTZ, Inauguraldissertation, Berlin 1880.
5) Ueber die dämpfende Wirkung von Eisenplatten vergl. Handbuch 3 (2), pag. 414.
6) A. v. WALTENHOFEN, WIED. Ann. 19, pag. 928—932. 1883.
7) F. HIMSTEDT, WIED. Ann. 11, pag. 812—832. 1880.

stark, dass sie eine merkliche Erwärmung derselben hervorbringen. Da diese Erscheinung zuerst von FOUCAULT[1]) beobachtet wurde, so werden bisweilen die Inductionsströme in körperlichen Leitern bei der Bewegung derselben in einem Magnetfeld als »FOUCAULT'scher Ströme« bezeichnet.

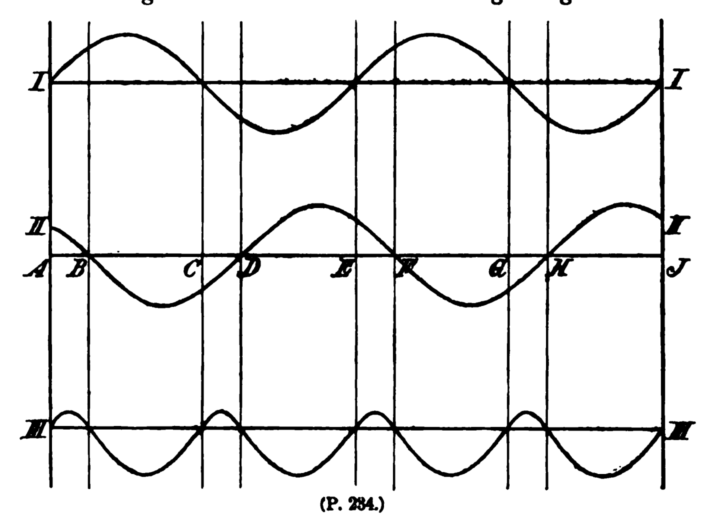
D. Einwirkung eines zeitlich veränderlichen Kraftfeldes auf ruhende Leiter.

Nach den zuvor erörterten Grundsätzen lässt sich in vielen Fällen der Verlauf der bei der Veränderung des Kraftfeldes in einem Leiter entstehenden Inductionsströme übersehen.

Besonders einfach sind die Bahnen dieser Ströme, wenn das Kraftfeld rings um eine Axe symmetrisch ist und wenn der Leiter aus einem Rotationskörper mit derselben Axe besteht. Die Inductionsströme verlaufen dann in Kreisen, deren Mittelpunkte auf der Axe liegen. Beispiele hierfür liefern die Berechnungen der Inductionsströme in Platten und Kugeln von A. OBERBECK[2]) und M. WIEN[3]) bei Gelegenheit von Versuchen mit der Inductionswaage.

Das veränderliche Magnetfeld übt auf die Inductionsströme in dem Leiter ponderomotorische Wirkungen aus. Nimmt die Feldintensität zu, so wird der Leiter in Folge dessen abgestossen. Nimmt sie ab, so wird derselbe angezogen. Sind die Veränderungen periodisch, so findet ebenfalls Abstossung statt.

Bemerkenswerthe Versuche hierüber hat ELIHU THOMSON[4]) angestellt. Durch die Windungen eines verticalen Elektromagnets gehen starke alternirende Ströme. In Folge dessen entsteht über dem oberen Pol ein Magnetfeld, welches sich periodisch ändert. Dasselbe erregt in einer leitenden Scheibe Inductionsströme von gleicher Schwingungszahl. Da aber dieselben auf einander wirken, und auch in jeder Leiterbahn Selbstinduction eintritt, so wird der zwischen der Feldschwingung und der



(P. 234.)

elektrischen Schwingung eines der Stromkreise auftretende Phasenunterschied grösser als $\frac{\pi}{2}$. Nehmen wir an, dass das Magnetfeld von festen Kreisströmen herrührt und betrachten wir einen Kreisstrom der Scheibe, so wird letzterer angezogen, sobald beide Stromsysteme gleiche Richtung haben, im entgegengesetzten Fall aber abgestossen.

Wenn daher (Fig. 234) Curve I, die Feldschwingung, Curve II die Schwingung

---

[1]) FOUCAULT, Compt. rend. 41, pag. 450. 1855.

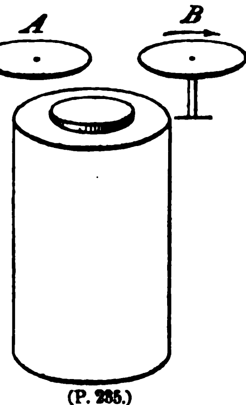
[2]) A. OBERBECK, WIED. Ann. 31, pag. 812. 1887.

[3]) M. WIEN, WIED. Ann. 49, pag. 316. 1893.

[4]) Vergl. A. FLEMING, Elektrotechn. Zeitschr. 11, pag. 287, 399, 435. 1890.

eines der Inductionsströme darstellt, so findet in den Zeitabschnitten *AB*, *CD*, *EF*, *GH* Anziehung in den Abschnitten *BC*, *DE*, *FG*, *HJ* Abstossung statt.

In Curve III sind die Anziehungen als positive, die Abstossungen als negative Ordinate gezeichnet. Der Durchschnittswerth der Abstossung überwiegt hiernach. Die Abstossung kann so stark werden, dass eine Kupferplatte oder ein Kupferring über dem Elektromagnet frei schwebt.



(P. 235.)

Wird das um die Axe symmetrische Magnetfeld durch Einführung einer Kupferscheibe *A* gestört, so kann eine zweite Kupferscheibe *B* durch die Induction in Rotation versetzt werden (Fig. 235).

Bei einer Scheibe von kleinem Durchmesser will THOMSON[1]) Anziehung beobachtet haben.

Weitere experimentelle Untersuchungen dieser Erscheinungen haben BORGMANN[2]) und V. v. LANG[3]) angestellt.

E. Wechselwirkung zwischen veränderlichen Strömen und Eisenmassen.

1) Bei der Einwirkung veränderlicher Ströme auf weiches Eisen folgt der erregte Magnetismus im Allgemeinen den Aenderungen der magnetisirenden Kraft. Da aber hierdurch das Kraftfeld, in welchem der magnetisirende Strom sich befindet, verändert wird, so entstehen gleichzeitig in der Strombahn Inductionsströme. Nimmt die Stromintensität ab, so erregt der abfallende Magnetismus gleichgerichtete Ströme; bei Zunahme der Stromstärke entstehen Ströme von entgegengesetzter Richtung. In beiden Fällen werden also die durch äussere Wirkungen hervorgerufenen Aenderungen der Stromstärke durch die Eisenmassen verlangsamt.

Befindet sich ein Eisenkern in einer Drahtrolle, durch welche ein Strom unter dem Einfluss einer veränderlichen, elektromotorischen Kraft fliesst, so ist die Intensität nach der Gleichung:

$$wJ + p\frac{dJ}{dt} + q\frac{dM}{dt} = E,$$

zu berechnen, wenn M das magnetische Moment des Eisencylinders ist. Dürfen wir annehmen, dass dasselbe der Stromstärke proportional ist, dass also:

$$M = kJ,$$

so entsteht die Gleichung:

$$wJ + (p + kq)\frac{dJ}{dt} = E.$$

Die Anwesenheit des Eisenkerns bewirkt also eine (meist sehr beträchtliche) Vergrösserung der Selbstinduction für die Magnetisirungsspirale.

Die Veränderungen der Stärke eines magnetisirenden Stromes, sowie die entsprechenden Aenderungen des Magnetismus werden aber noch durch die folgenden Nebenumstände modificirt.

a) Bei starken, magnetisirenden Kräften ist der erregte Magnetismus der einwirkenden Kraft nicht mehr, wie oben angenommen, proportional, sondern nähert sich einem oberen Grenzwerth.

---

1) E. THOMSON, Elektrotechn. Zeitschr. 14, pag. 238. 1893.

2) BORGMANN, Compt. rend. 110, pag. 233 u. 849. 1890.

3) V. v. LANG, Wien. Ber. 102 (2), pag. 523—529. 1893; Beibl. 18, pag. 239.

b) Ist die vorhandene, magnetisirende Kraft continuirlich von einem kleineren Anfangswerth aus bis zu ihrer augenblicklichen Stärke angewachsen, so ist der erregte Magnetismus ein anderer, als wenn umgekehrt die Kraft von einem höheren Werth herabgesunken ist. Im ersten Fall ist der Magnetismus schwächer als im zweiten. Diese jetzt als »Hysteresis« bezeichnete Erscheinung wurde zuerst von E. WARBURG[1]) genauer untersucht.

c) In der Eisenmasse selbst, besonders wenn dieselbe aus einem dicken, massiven Cylinder besteht, entstehen bei Veränderung der magnetisirenden Kraft Inductionsströme, welche ihrerseits den Verlauf der ganzen Erscheinung beeinflussen und nach den Regeln der Induction in körperlichen Leitern zu berechnen sind.

Die eben beschriebenen Umstände erschweren eine analytische Behandlung der Veränderungen des Magnetismus erheblich. Im Ganzen kann man übersehen, dass sie noch weiter dazu beitragen, Ab- und Zunahme des Magnetismus zu verzögern.

Bei grossen Elektromagneten mit massiven Eisenkernen steigt der Magnetismus beim Schliessen des magnetisirenden Stromes verhältnissmässig langsam und sinkt beim Oeffnen des Stromes erst nach einiger Zeit auf seinen Endwerth. In besonders auffallender Weise ist dies der Fall, wenn man die Windungen des Elektromagnets unmittelbar nach dem Oeffnen des Stromes durch einen kurzen Draht in sich schliesst. Der grosse Elektromagnet des Greifswalder physikalischen Instituts vermochte bei dieser Anordnung einen Eisenstab von 5 *kg* bis 10 Secunden nach der Umschaltung zu tragen.

Mit Uebergehung älterer, mehr qualitativer Untersuchungen dieses Gegenstandes von MAGNUS, DOVE u. A. seien hier zunächst die Arbeiten von BEETZ[2]) erwähnt. Bei derselben war über eine Magnetisirungsspirale, welche zur Aufnahme verschiedener Eisenkerne dient, noch eine Drahtrolle geschoben, in welcher bei den Veränderungen des Systems Inductionsströme erregt werden. Durch eine besondere Vorrichtung wurde die von dieser Rolle kommende und zu einem Galvanometer führende Leitung kurze Zeit geöffnet oder geschlossen und zwar in einem messbaren Zeitabstand nach Schliessung oder Oeffnung des primären Stromes. Die beobachteten Ausschläge gaben also ein Maass für die noch stattfindenden Veränderungen des Magnetismus und des primären Stromes. Beim Schliessen desselben war das Ansteigen des Magnetismus in verschiedenen Eisenkernen (massiven Cylindern, Bündeln von Stäben und von Drähten) ein ziemlich gleichartiges, so dass dasselbe hauptsächlich von der augenblicklichen Stärke des magnetisirenden Stromes abhing. Beim Oeffnen war der Abfall des Magnetismus dagegen abhängig von der Natur der Kerne, in der Weise, dass hier die inneren Inductionsströme der Kerne eine wesentliche Rolle spielen.

Weitere Versuche über diese Frage wurden angestellt von A. v. ETTINGSHAUSEN[3]) und von FELICI[4]).

2) Die magnetisirende Wirkung von Wechselströmen und die Rückwirkung der veränderlichen Magnete auf dieselben wurde von A. OBERBECK[5]) untersucht. Dabei wurde die Anordnung der WHEATSTONE'schen Brücke benutzt. Als Strom-

[1]) E. WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 141—164. 1881.

[2]) BEETZ, POGG. Ann. 102, pag. 567. 1857; 105, pag. 497, 1858.

[3]) A. v. ETTINGSHAUSEN, POGG. Ann. 159, pag. 51. 1876.

[4]) FELICI, Nuovo Cimento 12, pag. 130. 1874; 13, pag. 236. 1875.

[5]) A. OBERBECK, WIED. Ann. 21, pag. 672—697. 1883.

quelle diente der Sinusinductor. Drei Seiten des Brückenvierecks sind inductionslos; die vierte enthält eine Magnetisirungsspirale. Nach einer früher beschriebenen Methode wird der Selbstinductionscoëfficient derselben bestimmt. Durch Einführung von Eisenkernen nimmt derselbe erheblich grössere Werthe an, welche einen Rückschluss auf das Verhalten des Eisens gestatten. Dabei muss aber noch die Mitwirkung der Inductionsströme in den Eisenkernen selbst berücksichtigt werden, welche eine Phasenverschiebung der secundären, elektrischen Schwingungen bedingen. Dieselbe wurde durch besondere Versuche bestimmt.

Die Eisenkerne bestanden aus Drahtbündeln, dünnen und dickeren Stäben.

Bei dünnen Drähten und Stäben ist die erwähnte Phasenverschiebung klein. Die magnetischen Momente sind nahezu den Stromstärken proportional und wachsen etwas mit der Schwingungszahl.

Bei dicken Stäben ist die Phasenänderung bedeutend. Der Magnetismus nimmt mit wachsender Schwingungszahl ab. Diese Erscheinungen finden, wie eine theoretische Betrachtung zeigt, ihre Erklärung durch die Inductionsströme in den Kernen.

Eine weitere Untersuchung[1]) betraf das Fortschreiten magnetischer Schwingungen in der Längsrichtung cylindrischer Eisenmassen, wenn die periodische, magnetisirende Kraft nur auf einen Theil derselben wirkt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit fällt je nach der Natur der Eisenkerne sehr verschieden aus und hängt hauptsächlich davon ab, in wie weit sich in den Kernen innere Inductionsströme ausbilden können. Bei dünnen Drähten von weichem Eisen war dieselbe grösser als 2000 *m*. Bei einem dicken Stahlstab sank sie bis auf 44 *m*. Eine merkliche Verzögerung der magnetischen Vertheilung gegen die gesammte magnetirende Kraft scheint nicht einzutreten.

3) Auch der Entladungsstrom von Leydener Flaschen wirkt magnetisirend. Stahlnadeln können durch denselben permanent magnetisch werden. Bei einer Untersuchung dieses Gegenstandes fand SAVARY[2]), dass dieselben je nach ihrer Entfernung von einer geradlinigen Strecke des Schliessungskreises einer Leydener Flasche Magnetismus von verschiedenem Vorzeichen annehmen. Diese Erscheinung ist noch nicht vollständig aufgeklärt, hängt aber jedenfalls mit der Auflösung des Entladungsstromes in sehr schnelle Schwingungen zusammen.

Werden die Nadeln in Magnetisirungsspiralen von Kupferdraht durch die Funkenentladung einer Leydener Flasche magnetisirt, so zeigen sie je nach der Schlagweite normalen oder anomalen Magnetismus. Dies hängt davon ab, ob der Strom bei einer positiven oder bei einer negativen Schwingung durch die eingeschaltete Luftstrecke unterbrochen wird[3]).

Anomale Magnetisirung tritt bisweilen bei der plötzlichen Unterbrechung eines constanten Stromes ein. Der angewandte Eisenkern muss dann verhältnissmässig dick sein[4]). Die Erscheinung rührt vermuthlich von der Wirkung der inneren Inductionsströme in Verbindung mit Hysteresis her. Ausführliche Untersuchungen über diese und verwandte Erscheinungen hat FROMME[5]) angestellt, ferner RIGHI[6]) und PEUKERT[7]).

---

[1]) A. OBERBECK, WIED. Ann. 22, pag. 73—84. 1884.

[2]) SAVARY, POGG. Ann. 8, pag. 352. 1826; 9, pag. 443; 10, pag. 73. 1827.

[3]) v. LIPHART, POGG. Ann. 116, pag. 513. 1862.

[4]) A. v. WALTENHOFEN, POGG. Ann. 120, pag. 560. 1863.

[5]) FROMME, WIED. Ann. 5, pag. 345. 1878; 13, pag. 323. 1881; 18, pag. 442. 1883.

[6]) RIGHI, Compt. rend. 90, pag. 688; Beibl. 4, pag. 566. 1880.

[7]) PEUKERT, WIED. Ann. 32, pag. 291. 1887.

4) Benutzt man bei dem ARAGO'schen Versuch anstatt der rotirenden Kupferscheibe eine Eisenplatte, so ist die Einwirkung derselben bei der Rotation trotz ihrer geringeren Leitungsfähigkeit eine grössere. Auch die Dämpfung, welche eine über einer solchen Platte schwingende Magnetnadel erfährt, ist verhältnissmässig gross.

Während man früher diese Erscheinung durch eine Verzögerung beim Entstehen und Verschwinden des Magnetismus erklärte, haben E. WARBURG[1]) und F. HIMSTEDT[2]) gezeigt, dass dieselben von der als »Hysteresis« bezeichneten Eigenschaft des Eisens herrührt.

5) Durch Deformationen der verschiedensten Art (Compression und Dilatation, Torsion) wird der temporäre und permanente Magnetismus von Eisenmassen verändert. Diese Aenderungen können Veranlassung zu Inductionsströmen in einer den Eisenkern einschliessenden Rolle oder in der Eisenmasse selbst geben, aus denen ein Rückschluss auf dieselbe gezogen werden kann.

Als ein Beispiel hierfür führen wir zunächst einen Versuch von E. WARBURG[3]) an. Ein langer Eisenstab ist in der Mitte eingeklemmt; die eine Hälfte desselben steckt in einer Drahtrolle, durch welche der Stab magnetisirt wird. Der Stab wird durch Anreiben in longitudinale Schwingungen versetzt, wobei in der Mitte ein Knotenpunkt entsteht. Dort finden die stärksten Dichtigkeitsänderungen statt. Eine in der Nähe des Knotens auf dem Stab sitzende Rolle ist mit einem Elektrodynamometer verbunden, welches bei dem Anreiben einen Ausschlag giebt. Derselbe rührt davon her, dass der Magnetismus durch die Dichtigkeitsänderungen periodisch ab- und zunimmt und dass in Folge dessen Wechselströme entstehen.

6) Fliesst ein galvanischer Strom durch einen Eisendraht, so wird derselbe circular magnetisirt, d. h. die magnetischen Moleküle bilden geschlossene Kreise, deren Mittelpunkte auf der Axe des Drahtes liegen. Eine Wirkung nach Aussen übt ein solcher Draht nicht aus. Aber bei der Unterbrechung des Stromes wird durch das Verschwinden der magnetischen Vertheilung ein weit stärkerer Inductionsstrom in der Richtung des Drahtes erregt, als in einem magnetisch nicht erregbaren Draht von gleichen Dimensionen. Bei Benutzung der Methoden, nach denen der Coëfficient der Selbstinduction bestimmt wird, findet man, dass durch die magnetische Polarisation der Coëfficient der Selbstinduction erheblich vergrössert worden ist. Die Berechnung dieses Vorganges hat G. KIRCHHOFF[4]) vorgenommen.

7) Ist ein Draht in seiner Längsrichtung magnetisirt und wird dann tordirt, so entsteht eine gleichzeitige circulare Magnetisirung, welche Inductionsströme in der Längsrichtung des Drahtes liefert. Diese in den Abschnitt über Magnetismus gehörenden Erscheinungen sollen hier nur kurz erwähnt werden.

Im Zusammenhang hiermit scheint eine Art von Strömen zu stehen, welche F. BRAUN in Nickeldrähten (schwächere Ströme auch in Eisendrähten) entdeckte. Sie entstehen, wenn eine Drahtspirale gedehnt oder comprimirt wird, und wurden von ihm als »Deformationsströme« bezeichnet. Untersuchungen hierüber wurden ausser von F. BRAUN[5]), auch von L. ZEHNDER[6]) angestellt.

---

1) E. WARBURG, WIED. Ann. 13, pag. 159. 1881.
2) F. HIMSTEDT, WIED. Ann. 14, pag. 483. 1887.
3) E. WARBURG, POGG. Ann. 139, pag. 499. 1870.
4) G. KIRCHHOFF, POGG. Ann. Egbd. 5. 1870; Abhandlungen, pag. 235—237.
5) F. BRAUN, WIED. Ann. 37, pag. 97—107, 107—127; 38, pag. 68—71. 1889; 39, pag. 158. 1890.
6) L. ZEHNDER, WIED. Ann. 38, pag. 68 u. 496. 1889; 41, pag. 210—258. 1890.

V. Elektrische Schwingungen von sehr grosser Schwingungszahl. Ausbreitung der elektrischen Kraft.

Im vorigen Abschnitt wurde darauf hingewiesen, dass zwar ein grosser Theil der Inductionserscheinungen durch die einfachen Principien F. NEUMANN's seine Erklärung findet, dass dieselben aber keinen Aufschluss geben über die Induction in ungeschlossenen Leitungen, über die zeitliche Ausbreitung der Inductionswirkungen, über die Mitwirkung von Isolatoren bei denselben.

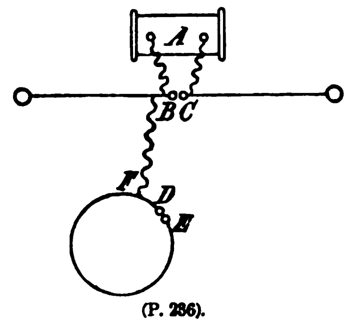
Alle diese Fragen beantwortet die MAXWELL'sche Theorie der Elektricität, welche im Abschnitt VI besprochen werden soll. Jedoch fehlte es derselben bisher an einer definitiven Bestätigung durch das Experiment.

Dieselbe in den wichtigsten Punkten geliefert zu haben, ist das Verdienst des der Wissenschaft zu früh entrissenen Physikers H. HERTZ[1]).

Hier sollen zunächst die grundlegenden Versuche von H. HERTZ[2]), sodann die sich an dieselben anschliessenden experimentellen Arbeiten anderer Physiker besprochen werden.

A. Experimentelle Untersuchungen von H. HERTZ über sehr schnelle elektrische Schwingungen.

1) Die Untersuchungsmethode, welche HERTZ[3]) bei der grossen Mehrzahl seiner Versuche benutzte, beruht auf einer bekannten, ihrem Wesen nach aber früher nicht genügend aufgeklärten Erscheinung[4]). Lässt man die Entladung eines Inductoriums durch zwei Unterbrechungsstellen gehen und bringt an der einen durch einen Draht einen Nebenschluss an, so wird zwar dort die Funkenstrecke sehr klein. Doch gehen in sehr geringer Entfernung auch dann noch Funken über, wenn der Nebenschluss aus einem kurzen, dicken Kupferdraht besteht.



(P. 236).

Die Entladung setzt also so schnell ein, dass während derselben an den Enden des Drahtes erhebliche Potentialdifferenzen auftreten können.

Wird ferner von der einen Seite einer Funkenstrecke eine leitende Verbindung mit einem Drahtkreis hergestellt, welcher an einer Stelle unterbrochen ist, so entstehen dort im allgemeinen kleine »Nebenfunken«. Es sei die durch Fig. 236 dargestellte Anordnung getroffen. Das Inductorium A entladet sich durch die Funkenstrecke BC. Von B geht ein Draht nach dem Nebenkreis mit der Unterbrechungsstelle DE. Die Entfernung, in welcher dort noch Funken übergehen, hängt fast ausschliesslich von der Lage des Punktes F ab.

---

1) H. HERTZ starb in Bonn am 1. Januar 1894.

2) Die dabei in Betracht kommenden Abhandlungen sind von HERTZ selbst gesammelt und als »Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft« (Leipzig 1892) herausgegeben worden. Ausser dem Abdruck der Originalabhandlungen enthält dieses Buch eine Einleitung, in welcher Ursprung und Fortgang der ganzen Untersuchung dargelegt werden.

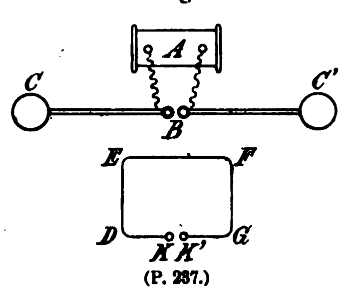
3) H. HERTZ, Ueber sehr schnelle elektrische Schwingungen. WIED. Ann. 31, pag. 421—448. 1887.

4) Eine Abhandlung von BEZOLD's (POGG. Ann. 140, pag. 541. 1870), in welcher ähnliche Versuche beschrieben und durch Entstehen elektrischer Schwingungen erklärt wurden, fand damals nur geringe Beachtung.

Sie wird um so grösser, je ungleicher die Längen der Leitungen FD und FE sind. Sind dieselben einander gleich, so gehen keine Nebenfunken über. Dagegen üben Querschnitt und Material der beiden Leitungen auf die Funkenstrecke nur einen geringen Einfluss aus.

Hiernach liegt der Gedanke nahe, dass F der Ausgangspunkt elektrischer Schwingungen ist, welche in den beiden Zweigen FD und FE entstehen. Sind die beiden Leitungen von gleicher Länge, so haben die periodischen Veränderungen des Potentials in D und E stets dieselbe Phase, so dass dort eine Funkenbildung nicht stattfinden kann.

Sehr bemerkenswerth ist hierbei, dass das Gelingen dieser, sowie der meisten noch zu beschreibenden Versuche von der Beschaffenheit des primären Funkens abhängt. Das Inductorium muss einen kräftigen Entladungsstrom liefern. Die Funken müssen zwischen zwei Kugeln (also nicht zwischen Spitzen oder einer Spitze und einer Platte) übergehen. Die Funkenstrecke muss zwischen $\frac{1}{2}$ und $1\frac{1}{2}$ *cm* liegen. »Die wirksamen Funken sind weissglänzend, schwach gezackt und von scharfem Knall begleitet.«



(F. 237.)

Bei weiteren Versuchen wurde der secundäre Leiter ganz von dem Inductorium getrennt. Hierzu wurde folgende Anordnung (Fig. 237) getroffen. Das Inductorium A liefert in B eine Funkenentladung. Von den Kugeln des Funkenmikrometers gehen nach beiden Seiten geradlinige Kupferdrähte (von je 1·5 *m* Länge) nach zwei grösseren Conductoren C und C' (Cylindern oder Kugeln). Eine, bis auf eine kleine Funkenstrecke geschlossene Leitung $DEFG$ steht dem geradlinigen Leiter in einiger Entfernung gegenüber. Ist das Inductorium in Gang, so gehen in dem secundären Kreis ebenfalls Funken über. Die Entstehung derselben erklärt sich einerseits durch die momentane, statische Ladung von C und C' und die dadurch hervorgebrachte Influenz in EF, andererseits durch die inducirende Wirkung der Leitung CC' auf das benachbarte Rechteck. Erstere Wirkung ist die schwächere. Dies ergiebt sich aus der beträchtlichen Abnahme der secundären Funkenstrecke, wenn man die Kugeln der primären Funkenstrecke soweit entfernt, dass dort keine Funken übergehen, wobei die elektrostatische Wirkung bestehen bleibt, die elektrodynamische aber verhindert wird. Hiernach muss man annehmen, dass der primäre Strom zwischen C und C' nicht allein aus einer Ladung und Entladung besteht, sondern dass durch Vermittelung des Funkens in dem geradlinigen Leiter kurze Zeit alternirende Ströme verlaufen. Eine wichtige Bestätigung dieser Annahme liegt in der Möglichkeit, die secundären Funken dadurch zu verstärken, dass die primäre und die secundäre Leitung in Resonanz gebracht werden. Nach Analogie der früher besprochenen Leitungen, deren Enden mit den Belegungen eines Condensators verbunden sind, wird auch hier den einzelnen Leitungen eine gewisse Eigenschwingung zukommen, welche von Selbstpotential und Capacität derselben abhängt. Sind beide Leitungen so beschaffen, dass sie gleiche Schwingungszeiten haben, so wird die inducirte Elektricitätsbewegung der secundären Leitung ein Maximum zeigen. Dieser Schluss wurde durch eine Reihe vielfach variirter Versuche bestätigt.

Blieb z. B. die Leitung CC' unverändert, während die Rechtecksseiten DE und FG mehr und mehr verlängert werden, so durchlief die secundäre Funkenstrecke ein wohl charakterisirtes Maximum.

Dagegen war auch hier der Durchmesser und das Material der Drähte von geringem Einfluss.

Dass die Elektricitätsbewegung zwischen C und C' in Form gedämpfter Schwingungen verläuft, war nach älteren Untersuchungen (pag. 400) zu erwarten. Auch die dort entwickelte Formel

$$T = \pi\sqrt{pC}$$

wird man zur Abschätzung der Schwingungsdauer benutzen dürfen.

Für die Kugeln C und C' von 15 *cm* Radius ist die Capacität in elektromagnetischem Maass:

$$c = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{v^2} = \frac{15}{18.10^{20}},$$

da $v = 3.10^{10}$ *cm* ist.

Für eine gesammte Drahtlänge von 150 *cm* ist nach der Formel[1]):

$$p = 2l\left(log\frac{4l}{d} - 0{\cdot}75\right),$$

der Coëfficient der Selbstinduction $p = 1902$, wenn der Durchmesser $d = 0{\cdot}5$ *cm* angenommen wird. Hiernach ergiebt sich:

$$T = 1{\cdot}26 \cdot 10^{-8}\ sec.$$

Die Schwingungszahl übertrifft also bedeutend diejenige, welche bei den bisher untersuchten Condensatorentladungen vorkam. Diesem Umstand ist es zuzuschreiben, dass Erscheinungen auftreten, welche man bei langsamer verlaufenden Elektricitätsbewegungen nicht erwarten kann.

2) Bei der Fortsetzung der eben besprochenen Versuche stellte sich heraus, dass in dem secundären Leiter auch noch in verhältnissmässig grossen Entfernungen von der primären Leitung Funken beobachtet werden konnten. Hiernach schien es lohnend, die Einwirkung der letzteren auf die erstere untere den verschiedensten Umständen, insbesondere auch bei Veränderung der Lage der secundären Leitung zu untersuchen[2]).

Zu dem Zweck wurde derselbe primäre Leiter (Fig. 237) benutzt, wie zuvor. Die Kugeln C und C' waren aus Zinkblech und hatten Durchmesser von 30 *cm*. Ihre Mittelpunkte waren 100 *cm* von einander entfernt. Die geradlinige Verbindung mit $\frac{3}{4}$ *cm* Funkenstrecke bestand aus Kupferdraht von 5 *mm* Durchmesser. Als secundärer Leiter diente ein Drahtkreis von 35 *cm* Radius mit einer kurzen, durch eine Mikrometerschraube regulirbaren Funkenstrecke. Dieser Kreis ist an einer Axe befestigt, welche durch seinen Mittelpunkt geht und auf seiner Ebene senkrecht steht, so dass er um dieselbe in seiner Ebene gedreht werden kann.

Der Kreis wurde dann in die verschiedensten Lagen gegen den primären Leiter gebracht, die eben beschriebene Drehung wurde ausgeführt und dabei das Verhalten des secundären Funkens, besonders das Verschwinden desselben beobachtet.

Aus der grossen Mannigfaltigkeit der Beobachtungsresultate wollen wir hier nur den wichtigsten Fall besprechen.

Der Mittelpunkt des secundären Kreises liege in der Horizontalebene des primären Leiters. Die Ebene des ersteren sei vertical. Befindet sich dann die Unterbrechungsstelle in der Horizontalebene, so gehen keine Funken über. Dieselben erreichen ein Maximum, wenn die Funkenstrecke am höchsten oder

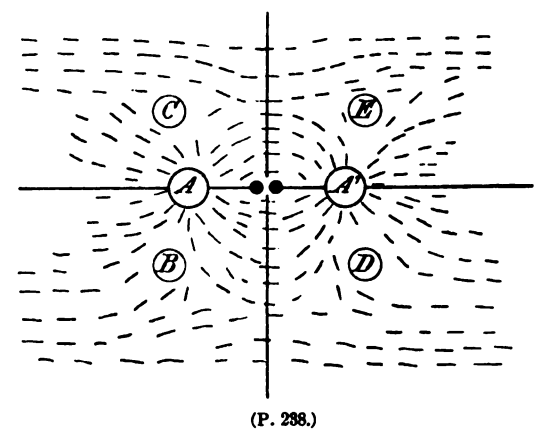
---

1) Handbuch 3 (2), pag. 375.

2) H. HERTZ, WIED. Ann. 34, pag. 155—170. 1888.

tiefsten liegt. Wird dann der Kreis um seinen verticalen Durchmesser gedreht, so findet man eine Stellung, für welche die Funken verschwinden, eine dazu senkrechte, bei welcher die Funkenstrecke am grössten ist. Im ersten Fall liegt die wirksame, elektrische Kraft senkrecht zur Kreisebene, im zweiten fällt sie in dieselbe. Hierdurch ist die Möglichkeit gegeben, die Richtung der elektrischen Kraft in dem ganzen, den Erreger umgebenden Raum festzustellen.

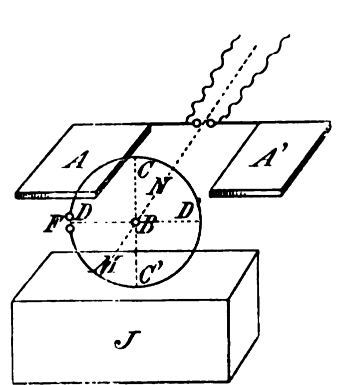
Die Fig. 238 giebt ein Bild der beobachteten Kraftrichtungen. In der Nähe des Erregers AA' stimmen dieselben nahezu mit den elektrostatischen Kraftlinien überein, wobei man sich A und A' durch gleiche Elektricitätsmengen von entgegengesetztem Vorzeichen geladen zu denken hätte.



(P. 238.)

In grösseren Entfernungen von dem Erreger sind die Richtungen demselben parallel. Berücksichtigt man, dass die Wirkungen theils von elektrostatischen, theils von elektrodynamischen Kräften abhängen, dass erstere in grösseren Entfernungen von dem Punktepaare der dritten Potenz, letztere der Entfernung selbst umgekehrt proportional ist, so folgt, dass dort die elektrodynamische Wirkung vorherrscht.

Endlich giebt es zwei Gebiete, in denen die Kraftrichtung schwer zu bestimmen ist. Es sind dies zwei Ringe, deren Durchschnitte mit der Ebene der Zeichnung in B und C, sowie in D und E liegen.



(P. 239.)

Die Hauptresultate der eben besprochenen Experimentaluntersuchung können aus der MAXWELL-schen Theorie der Elektricität abgeleitet werden, wie an einer anderen Stelle gezeigt werden soll[1].

Eine weitere Grundannahme dieser Theorie, das Verhalten der Isolatoren betreffend, lässt sich durch eine der vorigen ähnliche Versuchsanordnung als richtig nachweisen.

3) Der secundäre Leiter sei in eine Lage gebracht, in welcher das Funkenspiel aufgehört hat und die vorhandenen, elektrischen Kräfte symmetrisch zu demselben liegen. Wird dann ein Leiter dem Schwingungserreger genähert, so entstehen in demselben Schwingungen, welche die Symmetrie des Kraftfeldes stören und wieder secundäre Funken erregen. Welchen Einfluss werden dielektrische Körper an Stelle des hinzugefügten Leiters ausüben? H. HERTZ[2]) beantwortete diese Frage durch Versuche nach der folgenden Anordnung (Fig. 239). Der primäre Leiter besteht aus den quadratischen Messingplatten A und A' von

---

[1]) Handbuch 3 (2), Abschnitt VI.

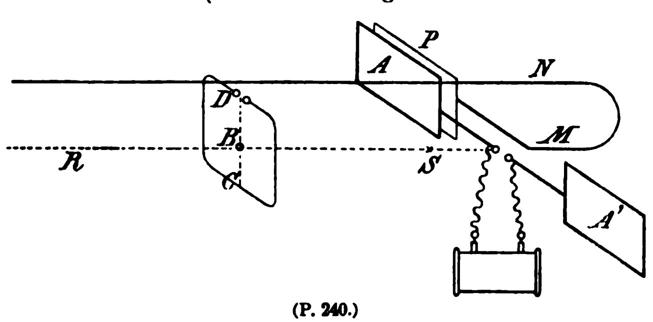
[2]) H. HERTZ, Sitzungsber. d. Berl. Ak. v. 10. Nov. 1887; WIED. Ann. 33, pag. 237 bis 288. 1888.

40 *cm* Seitenlänge, verbunden durch einen 70 *cm* langen Kupferdraht mit Funkenstrecke. Der secundäre Kreis steht demselben vertical gegenüber und kann in seiner Ebene um die Axe *MN* gedreht werden. Fällt die Funkenstrecke in die Horizontalebene von *AA'*, so bleibt dieselbe funkenfrei. Bei einer Drehung um die Axe, durch welche *F* in etne höhere oder tiefere Lage gelangt, treten Funken auf und erreichen ein Maximum an den Enden des verticalen Durchmessers *CC'*. Funken entstehen aber auch in der neutralen Lage (Funkenstrecke in *D*), wenn dem Erreger von oben ein leitendes System genähert wird. Um sie wieder zum Verschwinden zu bringen, muss der Kreis derart um *MN* gedreht werden, dass die Funkenstrecke in den Quadranten *DC* fällt. Wird durch die elektrischen Schwingungen in einem Isolator eine periodisch wechselnde Polarisation erregt, welche ihrerseits elektrodynamische Wirkungen ausübt, so müssen durch Annäherung isolirender Massen bei der neutralen Lage des Kreises wieder Funken entstehen. Sie müssen ferner bei entsprechender Drehung des Kreises wieder zum Verschwinden gebracht werden können.

Als grössere Blöcke (zunächst von Papier, dann von Asphalt), in *J* unmittelbar unter dem secundären Kreis aufgestellt wurden, erschienen die Funken bei *D* und verschwanden oder erreichten wenigstens ein ausgesprochenes Minimum, wenn *F* um 23° in der Richtung *DC'* verlegt wurde. Aehnliche Wirkungen übten verschiedene andere Isolatoren: Pech, Holz, Sandstein, Schwefel, Paraffin, Petroleum aus, so dass hierdurch die elektrodynamische Wirkung schnell wechselnder Polarisationen in dielektrischen Medien nachgewiesen ist.

Durch die Entdeckung dieser Thatsache hat eine der Grundannahmen der FARADAY-MAXWELL'schen Theorie eine Bestätigung erfahren.

4) Diese Theorie führt weiter zu dem Resultat, dass sich die elektrodynamischen Wirkungen im luftleeren Raum (oder sehr wenig davon verschieden in der Luft) mit der Geschwindigkeit des Lichtes ausbreiten.



(P. 240.)

Eine Beantwortung dieser Frage unternahm H. HERTZ[1]) mit Hilfe der folgenden Versuchsanordnung (Fig. 240). Der einen Platte *A* des primären Leiters *AA'* steht eine Platte *P* gegenüber, von welcher aus ein Draht zunächst über *M* und *N*, dann aber horizontal und geradlinig weitergeht. Derselbe führte bei einigen Versuchen zu einer Erdleitung, bei anderen war das entfernte Ende isolirt. Da bei Ladung von *A* Platte *P* entgegengesetzt geladen wird, so entstehen in dem langen Draht während der Thätigkeit des Inductoriums ebenfalls elektrische Schwingungen. An dem fernen Drahtende reflektirt, bilden sich dieselben zu stehenden Wellen aus. Sie üben auf benachbarte Leiter erregende Wirkungen aus. Als secundäre Leitung diente entweder der mehrfach erwähnte Drahtkreis oder ein Quadrat von 60 *cm* Seitenlänge, beide mit kleinen Funkenstrecken versehen. Ihre Mittelpunkte liegen in der Mittellinie *RS*. Gleichzeitig erfahren dieselben eine direkte, durch die Luft sich fortpflanzende Wirkung von Seiten des primären Erregers.

[1]) H. HERTZ, Sitzungsber. d. Berl. Akad. v. 2. Febr. 1888; WIED. Ann. 34, pag. 551—569. 1888.

Man kann nun dem secundären Leiter solche Stellungen geben, bei welchen die erste Einwirkung Null ist und solche, bei denen dies für die zweite Einwirkung der Fall ist.

Die durch den Draht fortgepflanzten Schwingungen sind unwirksam, wenn die Ebene des secundären Leiters senkrecht zu dem Draht liegt. Die zweite Wirkung verschwindet, wenn dieselbe Ebene mit der verticalen Mittelebene zusammenfällt. In beiden Fällen ist vorausgesetzt, dass die Funkenstrecke an der höchsten Stelle des secundären Leiters sich befindet. Wird derselbe dem Draht parallel so verschoben, dass seine Ebene stets RS enthält, so durchlaufen die erregten Funken Maxima und Minima der Intensität. Am freien Ende sind sie sehr schwach, wachsen bei Annäherung an den primären Leiter, sinken dann wieder auf einen sehr kleinen Werth, nehmen wieder zu u. s. w. Die Minimalpunkte entsprechen den Knotenpunkten der stehenden Wellen in dem Draht. Ihre Entfernung, der halben Wellenlänge entsprechend, ergab sich bei einer Versuchsreihe zu 2·8 *m*. Wird die Dauer einer (einfachen) Schwingung zu 10^{-8} *sec* angenommen, so folgt daraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der im Draht fortschreitenden elektrischen Welle zu 280000 *km*[1]). Dieselbe kommt der Lichtgeschwindigkeit im Raum sehr nahe, während die bisher beobachteten Werthe für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität erheblich kleiner sind.

Wird ferner der secundäre Leiter so aufgestellt, dass seine Ebene senkrecht zu RS liegt, so beobachtet man die Funken, welche von der durch die Luft fortgepflanzten Erregung allein abhängen. Der Leiter wird nun mit seinem Mittelpunkt nach S versetzt und durch Regulirung der Entfernung der Platten P und A bewirkt, dass die Funkenstrecke in der einen und in der anderen Lage, die man also durch Drehung des Leiters um 90° um die Linie CD erhält, von gleicher Grösse ist. Bei einer Drehung um einen kleineren Winkel treten beide Wirkungen ein und zwar erfolgt eine Verstärkung des Funkens, wenn die Normale des secundären Leiters nach A' gerichtet ist, eine Schwächung, wenn dieselbe nach A weist.

Wiederholt man diese Beobachtungen, während der Leiter in verschiedene, grössere Entfernungen von S versetzt wird, so beobachtet man an einzelnen Orten dieselbe Erscheinung, an anderen die entgegengesetzte (Verstärkung bei Drehung der Normale gegen A und Schwächung bei Drehung gegen A'); endlich giebt es Orte, an denen die betreffenden Drehungen keinen merklichen Unterschied hervorbringen. Dass es sich hierbei um eine Interferenzerscheinung zweier periodischer, elektrischer Wirkungen handelt, ist nicht zweifelhaft. Das aus der Gesammtheit der Versuche sich ergebende Resultat, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Wellen (in Luft und im Draht) im Verhältniss von 75 : 47 stehen, ist wahrscheinlich durch Nebenumstände (besonders durch die zu geringen Dimensionen des Raumes, in dem die Versuche angestellt wurden), bedingt.

5) Insbesondere hatten sich mehrfach Anzeichen ergeben, dass die Wände des Beobachtungszimmers die Schwingungen zu reflektiren im Stande waren. Da dies von gut leitenden Flächen jedenfalls zu erwarten war, so stellte H. HERTZ[2]) besondere Versuche hierüber an.

---

[1]) H. HERTZ, Ausbreitung der elektrischen Kraft pag. 290, Anmerkung 16.

[2]) H. HERTZ, Ueber elektrodynamische Wellen im Luftraum und deren Reflexion; WIED. Ann. 34, pag. 609—623. 1888.

Zu diesem Zweck wurde an einer Wand des Hörsaals ein 4 *m* hohes und 2 *m* breites Zinkblech angebracht. Demselben gegenüber in einer Entfernung von 13 *m* stand der soeben beschriebene Erreger (Fig. 240). Nur wurde jetzt der lange, die elektrodynamischen Wellen aussendende Draht vertical nach oben geführt. Der secundäre Leiter (der mehrfach zuvor benutzte Drahtkreis) stand stets in der verticalen Mittelebene des Erregers. Er konnte um eine horizontale Axe in sich selbst so gedreht werden, dass seine Funkenstrecke der reflektirenden Wand zu- oder abgekehrt war.

Der secundäre Leiter wurde zunächst nahe an dieselbe herangerückt. Dann waren die Funken kräftiger, wenn die Funkenstrecke der Wand am nächsten lag. In einiger Entfernung von der Wand war umgekehrt der Funkenstrom lebhaft, wenn die Unterbrechungsstelle der Wand abgekehrt war, während bei passender Regulirung keine Funken bei der entgegengesetzten Lage übergingen. In noch weiteren Entfernungen wiederholte sich diese Umkehr der Erscheinung. Dazwischen gab es Orte, bei welchen die Funkenstärke für beide Lagen des Kreises gleich gross war. Da die Erscheinungen aufzufassen sind als herrührend von der Bildung stehender Wellen in Folge Uebereinanderlagerung der direkten und der von der Wand reflektirten Wellen, so sind die neutralen Punkte in dem Sinne als Knotenpunkte aufzufassen, dass die Entfernung je zweier gleichartiger Punkte, insbesondere des ersten und des dritten der halben Wellenlänge, entspricht. Ihre Grösse beträgt 4·8 *m*. Diese Auffassung findet ihre Bestätigung durch weitere Versuche, bei denen die Ebene des secundären Kreises der Wand parallel steht, sowie durch solche, bei denen der secundäre Kreis (in der ersten Lage) in grosser Entfernung von der Wand sich befand, während jetzt der Erreger zwischen beiden verschoben wurde.

6) Bei den soeben beschriebenen Erscheinungen ist die Wellenlänge von derselben Grössenordnung wie diejenige der tieferen Töne. Analogien für die Gesetze der Verbreitung dieser Schwingungen, insbesondere für ihre Reflexion und Beugung würden daher eher bei den akustischen, als bei den optischen Erscheinungen zu suchen sein. Bald stellte es sich aber heraus [1]), dass man noch elektrodynamische Wirkungen von sehr viel schnellerer Dauer beobachten konnte.

Zu diesem Zweck wurde als primärer Leiter ein Messingcylinder von 26 *cm* Länge und 3 *cm* Durchmesser benutzt. Derselbe ist in der Mitte durchschnitten. Die beiden einander zugekehrten Enden sind mit Kugelflächen von 2 *cm* Radius versehen, zwischen denen eine kurze Funkenstrecke (von 3 *mm*) sich befand. Als secundärer Leiter diente ein in der Mitte durchschnittener, geradliniger Draht von 100 *cm* Länge und 5 *mm* Durchmesser. Die beiden Drahttheile sind vertical übereinander so angebracht, dass ihre zugekehrten Enden in 5 *cm* Entfernung sich befinden. Von diesen führen horizontal zwei 15 *cm* lange Drähte zu einer Funkenstrecke, welche aus einer kleinen Messingkugel und aus dem zugespitzten Ende des anderen Drahtes besteht. Eine isolirte Schraube gestattet Spitze und Kugel in sehr kleine Abstände zu bringen. Mit diesen Apparaten gelingt es, secundäre Funken bis zu einer Entfernung von 1—2 *m* nachzuweisen. Die Wellenlänge dieser Schwingungen betrug ungefähr 30 *cm*.

Um die Wirkung nach ganz bestimmten Richtungen zu verstärken, wurde der primäre Leiter mit einem Cylinderspiegel versehen, in dessen Brennlinie

[1]) H. HERTZ, Ueber Strahlen elektrischer Kraft. Sitzber. d. Berl. Akad. vom 13. December 1888; WIED. Ann 36, pag. 769—783. 1888.

er sich befand. Der Spiegel bestand aus Zinkblech von 2 *m* Höhe und 2 *m* Breite, welches so gebogen war, dass die Breite seiner Oeffnung 1·2 *m*, seine Tiefe 0·7 *m* betrug. Das Inductorium befand sich hinter dem Spiegel. Der Strom wurde dem primären Leiter durch zwei Drähte zugeführt, welche isolirt durch den Spiegel hindurchgingen. Bei dieser Anordnung machte sich in der Richtung der optischen Axe des Spiegels die Inductionswirkung in viel grösseren Entfernungen bemerkbar, während sie seitlich derselben schnell an Stärke abnahm. Wird dem secundären Leiter ein gleicher Hohlspiegel hinzugefügt, so konnten bei richtiger Einstellung beider Spiegel secundäre Funken bis auf 16 *m* Entfernung wahrgenommen werden.

Hiernach nähert sich das Verhalten der schnellen, elektrischen Schwingungen (Schwingungszahl ungefähr 10^9) bei ihrer Fortpflanzung demjenigen des Lichtes und lässt die Bezeichnung der in der optischen Axe sich fortpflanzenden Schwingungen als »elektrische Kraftstrahlen« wohlberechtigt erscheinen. An denselben lassen sich die wichtigsten Eigenschaften der Lichtstrahlen nachweisen.

a) Geradlinige Ausbreitung. Da Metallplatten für den elektrischen Strahl undurchlässig sind, so kann man durch dieselben die Inductionswirkung des primären Leiters auf den secundären abblenden, während dieselbe durch isolirende Wände hindurchgeht. Zwei von beiden Seiten der Axe genäherte Metallschirme lassen den Strahl unverändert hindurch, so lange ihre Entfernung grösser als 1·2 *m* ist. Sinkt dagegen die Spaltbreite unter 0·5 *m*, so wird die Strahlwirkung aufgehoben.

b) Polarisation. Steht der eine Spiegel senkrecht, während der andere mit seinem Leiter um den Strahl als Axe gedreht wird, so hören bei senkrechter Stellung die Schwingungen auf. Ein Drahtgitter von 2 *m* Höhe und Breite, aus Kupferdrähten in Entfernungen von 3 *cm* bestehend, lässt elektrische Schwingungen hindurch, welche senkrecht zu der Drahtrichtung erfolgen, während es die parallelen Schwingungen aufhebt. Wird dasselbe also zwischen die beiden verticalen Spiegel mit verticalen Drähten eingeschaltet, so verschwinden die Schwingungen. Wird das Gitter um den horizontalen Strahl gedreht, so treten dieselben wieder hervor. Es seien ferner die beiden Spiegel gekreuzt, so dass keine Funken im secundären Leiter erfolgen. Wird dann zwischen dieselben das Gitter eingeschaltet, während seine Stäbe eine Neigung von 45° gegen die Horizontale haben, so treten wieder Funken ein. Die Schwingungen der elektrischen Kraft sind hiernach als geradlinig polarisirt anzusehen und zwar erfolgen dieselben parallel der Längsrichtung des primären Leiters.

c) Reflexion. Die Hohlspiegel werden so aufgestellt, dass ihre Axen sich in einiger Entfernung schneiden. Der Funkenstrom ist erloschen. Er kommt aber wieder zum Vorschein, wenn man eine Zinkblechplatte so aufstellt, dass dieselbe auch im optischen Sinne als Spiegel dient. Weitere Versuche zeigen, dass die Reflexion eine regelmässige ist. Dieselbe gelingt auch, wenn man die Metallplatte durch das Gitter mit verticalen Stäben ersetzt.

d) Brechung. Dieselbe konnte durch ein Prisma von Hartpech nachgewiesen werden, dessen Grundfläche aus einem gleichschenkeligen Dreieck von 1·2 *m* Schenkellänge und einem Spitzenwinkel von 30° bestand, während die Höhe 1·5 *m* betrug. Durch passende Aufstellung des primären Leiters mit seinem Spiegel wurden die elektrischen Strahlen unter einem Einfallswinkel von 65° auf die Vorderfläche des Prismas geworfen. Es traten dann hinter demselben Funken auf, wenn die secundäre Strahlrichtung um 11° gedreht war. Sie

verschwanden bei 34° und hatten ein Maximum bei 22°. Aus diesen Versuchen würde sich für die benutzte Substanz ein Brechungsexponent 1·69 ergeben, während der optische Brechungsexponent für pechartige Körper zwischen 1·5 und 1·6 liegt.

7) Die beschriebenen experimentellen Untersuchungen von H. HERTZ haben die folgenden Resultate gegeben:

a) Unter gewissen, günstigen Umständen erregen die Funkenentladungen eines Inductoriums in ungeschlossenen Leitern elektrische Schwingungen von sehr hoher Schwingungszahl.

b) Dieselben üben elektromotorische Wirkungen auf benachbarte Leiter aus.

c) Letztere sind am stärksten, wenn dem primären und secundären Leiter gleiche Dauer der Eigenschwingungen zukommt (Resonanz).

d) Mit Hilfe der secundären Leiter lassen sich die Gesetze der Ausbreitung dieser Wirkungen im Raum feststellen.

e) In langen Drähten pflanzen sich elektrische Schwingungen mit Lichtgeschwindigkeit fort.

f) In der Luft kommt denselben eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von derselben Grössenordnung zu.

g) In Isolatoren erregen die Schwingungen periodische Veränderungen von gleicher Schwingungszahl, welche ihrerseits elektromotorische Wirkungen ausüben.

h) Leitende Wände reflektiren die Schwingungen.

i) Bei sehr kleiner Schwingungsdauer kann man mit den elektrischen Schwingungen die wichtigsten Versuche wiederholen, welche für Lichtstrahlen charakteristisch sind: geradlinige Ausbreitung, regelmässige Reflexion, Brechung, Polarisation. Die Schwingungen der elektrischen Kraft sind als geradlinig polarisirt anzusehen. Die Schwingungen der magnetischen Kraft erfolgen senkrecht zu denselben.

Die HERTZ'schen Untersuchungen haben eine ausserordentlich umfangreiche Literatur hervorgerufen. Wir wollen bei Zusammenstellung und Besprechung derselben die folgende Eintheilung zu Grunde legen:

a) Untersuchungen, welche den Nachweis und die Erregung der schnellen elektrischen Schwingungen betreffen,

b) Untersuchungen über Verlauf und Charakter dieser Schwingungen, ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Wellenlänge in Drähten und in der Luft,

c) Verhalten von Isolatoren, leitenden Flüssigkeiten und verdünnten Gasen gegen die Schwingungen.

B. Untersuchungen, welche den Nachweis und die Erregung sehr kurzer elektrischer Schwingungen betreffen.

Die von HERTZ benutzte Methode der secundären Funken eignet sich wenig zu Vorlesungsversuchen, da die schwachen Funken, selbst in verdunkelten Räumen, nur in geringen Entfernungen sichtbar sind[1]).

Ferner giebt sie nur in beschränkter Weise Aufschluss über die Stärke der erregten Schwingungen.

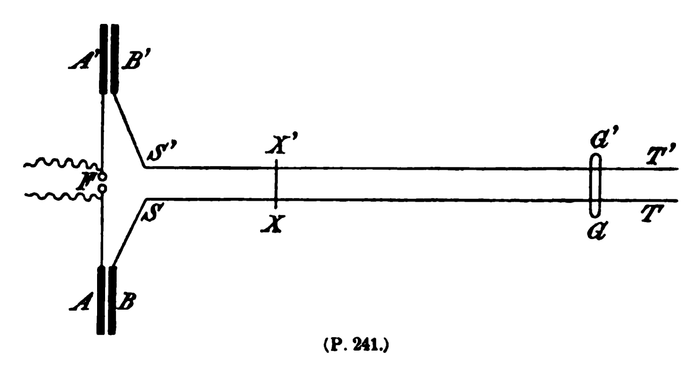
Nach beiden Richtungen hat man daher die Funken durch andere Beobachtungsmittel zu ersetzen gesucht.

---

[1]) W. LUCAS und T. A. GARRET bringen dieselben zur Wahrnehmung, indem sie ein explosibles Gasgemisch in die Funkenstrecke bringen [Phil. Mag. (5) 33, pag. 299—301, 1892].

1) GEISSLER'sche Röhren an Stelle der Funken wurden zuerst von F. J. DRAGOUMIS[1]) benutzt.

Von denselben hat ferner E. LECHER[2]) Gebrauch gemacht und dabei die folgende Versuchsanordnung getroffen, welche seitdem mehrfach angewandt worden ist.

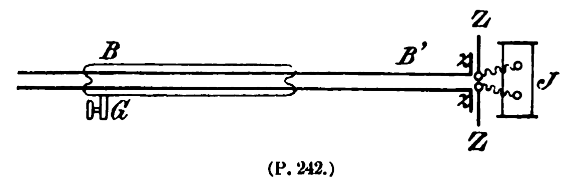


(P. 241.)

Der primäre Leiter mit der Funkenstrecke F (Fig. 241) besteht aus zwei geradlinigen Drähten (von je 50 *cm* Länge) und den quadratischen Platten A und A' (von 40 *cm* Seite) Diesen stehen in einer Entfernung von 4 *cm* zwei gleich grosse Platten B und B' gegenüber, von welchen lange Drähte ST und $S'T'$ ausgehen. In der Nähe der isolirten Enden derselben (T und T') sind sie durch eine ausgepumpte Glasröhre G ohne Elektroden überbrückt.

Bei Erregung der primären Schwingungen zwischen A und A' entstehen durch Influenz Schwingungen zwischen BT und $B'T'$, welche an den Enden T und T' jedenfalls Knoten besitzen. In Folge dessen leuchtet die Röhre G.

Werden jetzt die langen Drähte durch einen Draht XX' leitend verbunden, so hört das Leuchten im allgemeinen auf. Bei Verschiebung des Querleiters in der Längsrichtung der Drähte tritt bei bestimmten, scharf zu beobachtenden Stellen wieder eine Lichterscheinung in G ein. Bei langen Drähten kann man mehrere Ueberbrückungen derselben anbringen, welche man aber an bestimmte Stellen legen muss, wenn trotzdem die GEISSLER'sche Röhre leuchten soll. Diese Anordnung eignet sich zu verschiedenartigen Messungen, welche wir später besprechen werden.



(P. 242.)

Eine in vieler Beziehung ähnliche Anordnung hat L. ARONS[3]) getroffen. Die Erregung und die Uebertragung der Schwingungen ist in der eben beschriebenen Weise angeordnet (Fig. 242). Doch gehen die beiden langen, parallelen Drähte hier der Länge nach durch eine Glasröhre, in welcher die Luft auf 10—20 *mm* Quecksilberdruck verdünnt ist. Die Länge der Röhre beträgt 250 *cm*, ihr Durchmesser 6 *cm*. Sind die Drähte bei B überbrückt, so leuchtet die Röhre in ihrer ganzen Länge. Bei Herstellung einer weiteren, leitenden Verbindung in B' verschwindet das Licht. Es lassen sich jedoch für B' bestimmte Stellen finden, bei denen sich eine eigenthümliche Lichterscheinung in der Röhre zeigte. Und zwar bleibt an den Knotenstellen der Drähte der umgebende Raum dunkel, während an den Bäuchen bläulich-weisses Glimmlicht auftritt.

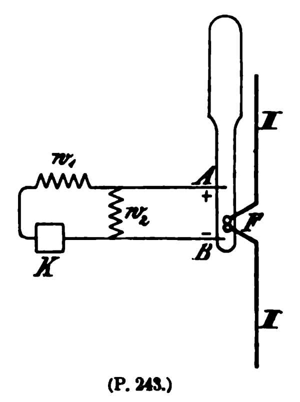
---

[1]) DRAGOUMIS, Nature 39, pag. 548—549; Beibl. 13, pag. 726. 1889.

[2]) E. LECHER, WIED. Ann. 41, pag. 850—870. 1890.

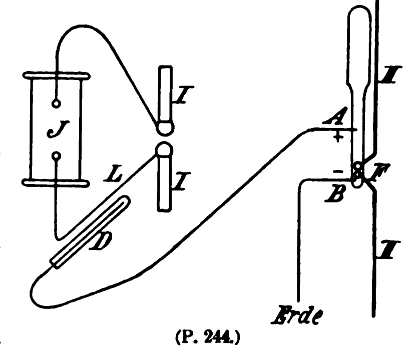
[3]) L. ARONS, WIED. Ann. 42, pag. 553—559. 1891.

Selbst die schwächsten secundären Wirkungen, wie sie bei den Spiegelversuchen auftreten, kann man nach einer Methode von L. ZEHNDER[1]) mit Hilfe GEISSLER'scher Röhren sichtbar machen. Bei derselben wird der secundäre Funken im Innern einer GEISSLER'schen Röhre (Fig. 243) bei *F* erzeugt. Derselbe dient dazu, die Entladung einer Accumulatorenbatterie (*K*) von 600 Elementen zwischen *A* als Anode und *B* als Kathode einzuleiten. Der Empfänger II der elektrischen Schwingungen enthält die Funkenstrecke *F* von ungefähr $\frac{1}{50}$ *mm*. War vorher durch passende Regulirung der Widerstände w_1 und w_2, welche aus einer Lösung von Jodcadmium in Amylalkohol bestanden, die Potentialdifferenz der Accumulatorenbatterie *K* so regulirt worden, dass eben eine freiwillige Entladung zwischen *A* und *B* aufgehört hat, so wird dieselbe in den Fällen wieder in Gang gesetzt, wo secundäre Funken in *F* entstehen.



(P. 243.)

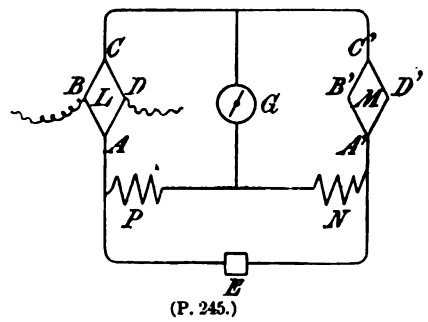
Die Accumulatorenbatterie lässt sich auch durch eine Seitenentladung des Inductoriums ersetzen, nach einer Anordnung, welche Fig. 244 zeigt[2]). Dem einen passend gekrümmten Leitungsdraht *L*, welcher zu der primären Funkenstrecke führt, wird ein Draht *D* genähert, dessen Ende in eine Glasröhre eingeschlossen ist. Die Entfernungen werden so regulirt, dass eben die Entladung zwischen *A* und *B* aufhört sichtbar zu sein. Durch den secundären Funken in *F* wird dieselbe dann wieder eingeleitet.



(P. 244.)

2) Die Wärmewirkungen der elektrischen Schwingungen sind zu ihrem Studium auf zwei verschiedene Arten verwerthet worden und zwar einmal, indem man die Erwärmung dünner Drähte und die dadurch bewirkte Vermehrung ihrer Widerstände beobachtete, zweitens, indem ein empfindliches Thermoelement durch die Schwingungen erwärmt und die Stärke des entstandenen Stromes gemessen wurde.

Die erste (bolometrische) Methode wurde in der folgenden Anordnung[3]) angewandt.



(P. 245.)

In der WHEATSTONE'schen Brücke (Fig. 245), deren vier Seitenwiderstände *L, M, N, P* sind, bestehen die beiden ersten aus zwei parallel geschalteten, dünnen Drähten (z. B. *L* aus: *ABC* und *ADC*). Die vier Einzeldrähte *AB, BC, CD, DA* sind so abgeglichen, dass ihre Widerstände nahezu gleich sind. Dasselbe gilt von dem Drahtviereck *A'B'C'D'*. Wird hiernach in *B* und *D*

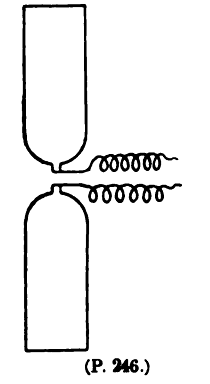
[1]) L. ZEHNDER, WIED. Ann. 47, pag. 77—92. 1892.

[2]) L. ZEHNDER, WIED. Ann. 49, pag. 555.

[3]) PAALZOW und H. RUBENS, Anwendung des bolometrischen Princips auf elektrische Messungen; WIED. Ann. 37, pag. 529—539. 1889. — H. RUBENS und R. RITTER, Ueber das Verhalten von Drahtgittern gegen elektrische Schwingungen; WIED. Ann. 40, pag. 55—74. 1890.

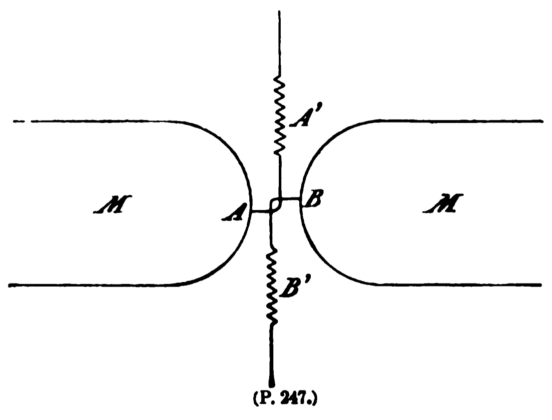
eine weitere Stromquelle angebracht, so geht der Strom derselben nicht durch die ganze Brückencombination, da für denselben *A* und *C* Punkte gleichen Potentials sind. War daher zuvor die Brückenanordnung so regulirt, dass das Galvanometer *G* keinen Strom anzeigt, so wird durch die zweite Stromquelle diese Anordnung nur insofern gestört, als die Drähte *L* erwärmt werden und dadurch ihr Widerstand steigt. Zu den vier möglichst gleichen Widerständen *L*, *M*, *N*, *P* wurde dünner Platindraht oder noch besser Eisendraht (0·07 mm Durchmesser) verwandt.

Nachdem sich herausgestellt hatte, dass durch diese Versuchsanordnung die Intensität langsamerer Wechselströme (Telephonströme), sowie der Entladungsströme von Leydener Flaschen gemessen werden konnte, wurde dieselbe auch für die schnellen elektrischen Schwingungen verwandt. Insbesondere wurde ein Theil der Versuche über Spiegelung und Polarisation der elektrischen Kraft nicht allein wiederholt, sondern auch durch genaue Messungen vervollständigt.



(P. 246.)

Zu diesem Zweck gehen von *B* und *D* dünne Drähte zu dem in der Brennlinie des Hohlspiegels angebrachten secundären Leiter. Derselbe besteht aus zwei Staniolblättern (Fig. 246) von 35 *cm* Länge und 10 *cm* Breite, an deren einander zugekehrten Enden die erwähnten Drähte münden. Die erregten elektrischen Schwingungen erwärmen daher das Drahtviereck *ABCD*, verändern dessen Widerstand und bewirken einen Ausschlag an dem Galvanometer *G*. Die Quadratwurzel aus demselben ist (wenigstens in der ersten Zeit nach Beginn des Versuchs) ein Maass für die Amplitude der elektrischen Schwingungen. Nach dieser Methode wurde die Polarisation der elektrischen Kraft durch ein Drahtgitter näher untersucht.



(P. 247.)

In etwas anderer Form diente die bolometrische Methode[1]) zur Untersuchung stehender Schwingungen in Drähten. Die allgemeine Anordnung ist dabei die von LECHER (pag. 424, Fig. 241) getroffene. Jedoch gehen an zwei einander gegenüberliegenden Stellen die langen Drähte durch Capillarröhren von 5 *cm* Länge, um welche die Enden der zu den Punkten *B* und *D* der Brücke (Fig. 245) führenden Drähte gewunden sind Bei Erregung der Schwingungen wird durch Influenz von Seiten des Hauptdrahts ein Wechselstrom in dem Nebendraht erregt und der demselben entsprechende Galvanometerausschlag gemessen. Bei Verschiebung der beschriebenen Vorrichtung in der Längsrichtung der Drähte geben die Ausschläge für Anfang, Mitte und Ende der Drähte Maxima, für dazwischen liegende Stellen Minima.

---

[1]) H. RUBENS, Ueber stehende elektrische Wellen in Drähten und deren Messung, WIED. Ann. 42, pag. 154—164. 1892.

Sehr regelmässige, stehende Schwingungen erhält man, wenn man die Drähte an passender Stelle durch einen Querleiter verbindet.

Ein Thermoelement verwendet J. KLEMENCIC[1]) zum Nachweis und zur Messung der elektrischen Schwingungen bei Spiegelungsversuchen. Der secundäre Leiter besteht hier aus zwei Messingstreifen *M* (Fig. 247) von 30 *cm* Länge und 5 *cm* Breite. An den einen Streifen ist in *A* ein Platindraht von 0·04 *mm* Durchmesser, an den anderen ein Patentnickeldraht angelöthet.

Dieselben sind um einander geschlungen und führen dann über *A'* resp. *B'* zu feinen Spiralen von Kupferdraht, an welche die Zuleitungen zum Galvanometer ansetzen. Das kleine Thermoelement ist durch Glasplatten und Bewickelung mit Baumwolle gegen äussere Temperatureinflüsse geschützt. Es werden stets zwei derartige Vorrichtungen benutzt, welche hintereinander entweder im gleichen oder im entgegengesetzten Sinn in den Stromkreis eingeschaltet sind. Aus beiden Beobachtungen ergiebt sich das Verhältniss der Erwärmungen.

Mit dieser Anordnung wird zunächst die Kraftstrahlung eines mit einem Hohlspiegel versehenen Primärleiters untersucht. Dieselbe nimmt schnell bei Entfernung von der optischen Axe ab.

Weitere Versuche behandeln die Reflexion von Schwingungen (parallel und senkrecht zur Einfallsebene) an einer Metallplatte und an einer Schwefelplatte. Letztere reflektirt den senkrecht schwingenden Strahl stark, den parallel schwingenden schwach und überhaupt nur dann, wenn die Einfallswinkel unter 60° liegen.

3) Durch physiologische Wirkungen (Zucken eines Froschschenkels) konnte R. RITTER[2]) die secundären Schwingungen bei den Spiegelungsversuchen deutlich sichtbar machen.

4) Zu demselben Zweck benutzte L. BOLZMANN[3]) die Ladung eines Elektroskops in der folgenden Weise. Die secundäre Funkenstrecke besteht aus einer Kugel und einer Spitze. Erstere ist mit einem Elektroskop, letztere mit einer Kette von 200 Trockenelementen verbunden. Geht ein Funke über, so wird eine leitende Verbindung hergestellt und das Elektroskop wird geladen. Eine ähnliche Anordnung hat E. WICHERT[4]) getroffen.

5) Die mechanischen Wirkungen elektrischer Drahtwellen auf Leiter hat H. HERTZ selbst eingehender untersucht[5]). Zur Herstellung des Wellensystems wurde die LECHER'sche Anordnung (vergl. pag. 424, Fig. 241) benutzt, wobei die fernen Enden der Drähte leitend verbunden waren. Der Verbindungsdraht, sowie eine in variabler Entfernung anzubringende Ueberbrückung sind insofern Knoten für die erregten Schwingungen, als dort keine Anhäufung freier Elektricität stattfindet. Zunächst wurde eine Vorrichtung getroffen, um die elektrostatische Wirkung der schnellen Schwingungen zu messen. Zu dem Ende ist eine leichte Rolle von Goldpapier *R* (Fig. 248) in einem Gehäuse von Drahtnetz aufgehängt, welches mit den Knoten verbunden ist. Die Rolle wird durch einen sehr kleinen, an dem System angebrachten Magnet im Gleich-

---

[1]) J. KLEMENCIC, WIED. Ann. 42, pag. 416—424. 1891, und 45, pag. 62—79. 1892.

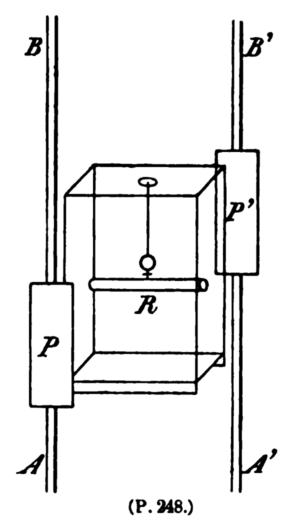
[2]) R. RITTER, WIED. Ann. 40, pag. 53—54. 1890.

[3]) L. BOLTZMANN, WIED. Ann. 40, pag. 399-400. 1890.

[4]) E. WICHERT, WIED. Ann. 40, pag. 640—641. 1890.

[5]) H. HERTZ, WIED. Ann. 42, pag. 407—415. 1891; ferner C. V. BOYS, A. E. BRISCOE and W. WATSON, On the measurement of electromagnetis radiation. Phil. Mag (5) 31, pag. 44—64. 1891.

gewicht gehalten. Die Ablenkung wird vermittelst eines kleinen Spiegels mit Fernrohr und Scala abgelesen. In der Mitte zwischen den Knoten erreicht die Wirkung der beiden Drähte AB und $A'B'$ ihren grössten Werth, wobei dieselbe noch durch zwei Metallplatten P und P' verstärkt wird.



(P. 248.)

Zur Bestimmung der magnetischen Kraft wird an Stelle der Rolle von Goldblatt ein Aluminiumring aufgehängt. Durch die in den benachbarten Drähten vorübergehenden Schwingungen werden in demselben Ströme inducirt, und durch die Rückwirkung der inducirenden auf die inducirten Ströme erfolgt eine Abstossung derselben, welche besonders gross in dem Schwingungsknoten ist. Der Drahtkreis stellt sich dort senkrecht zu der Ebene der parallelen Drähte. Bei Entfernung des kleinen Apparats von dem verbundenen Ende der Drähte tritt neben der magnetischen noch eine elektrische Wirkung ein und überwiegt letztere in der Gegend des Schwingungsbauches, so dass dort eine Einstellung in die Ebene der Drähte erfolgt.

Mechanische Wirkungen von Schwingungen, welche sich in der Luft ausbreiten, gelang es nicht nachzuweisen. Es ist aber leicht zu übersehen, dass dieselben in verwickelter Weise von der Lage und Form des beweglichen Leiters abhängen.

6) Elektrometrische Apparate wurden zur Messung secundärer Schwingungen von V. BJERKNES[1]), A. FRANKE[2]) u. A. verwandt.

Ersterer benutzt dabei die erste Versuchsanordnung von H. HERTZ (pag. 416, Fig. 237), wobei die beiden Kugeln der secundären Unterbrechungsstelle mit den beiden Theilen eines elektromotorischen Apparates verbunden sind. Letzterer bedient sich der RUBENS'schen (pag. 426) Anordnung. Jedoch führen die Drähte der kleinen Leydener Flaschen zu dem einen resp. anderen Quadrantenpaar eines Elektrometers, welch' letzteres ausserdem mit der Nadel verbunden ist.

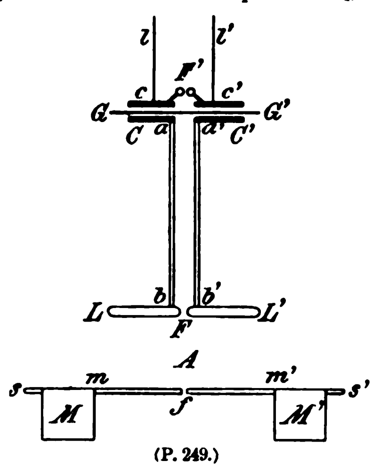
7) Auch das Telephon wurde von KR. BIRKELAND[3]) bei dem Studium der elektrischen Schwingungen verwerthet, hauptsächlich um sehr kleine Funken leichter und bequemer nachweisen zu können. Der genannte Physiker hatte bemerkt, dass ein Telephon in einer secundären, durch eine Funkenstrecke unterbrochenen Leitung zum Schweigen gebracht werden kann, wenn man die Wirkung der langsam verlaufenden Ladungen ausschliesst und wenn kein secundärer Funke übergeht. Sobald dies aber der Fall ist, so zeigt ein Geräusch im Telephon das Uebergehen des Funkens an. Auf Grund dieser Thatsache hat BIRKELAND eine Reihe von Messungen an Drähten nach der LECHER'schen Anordnung vorgenommen. An dem einen langen Draht ist ein Gleitcontakt verschiebbar, von dem aus eine Leitung über ein Funkenmikrometer und ein Telephon zur Erde führt. Die beiden langen Drähte sind ferner an ihrem Anfang durch einen in Schwefelsäure getauchten Docht überbrückt. Hierdurch werden die langsam verlaufenden Ladungen verhindert. Bei passend gewählter Funkenstrecke tritt dann ein Funke auf, dessen Existenz deutlich aus dem Geräusch im

[1]) V. BJERKNER, WIED. Ann. 44, pag. 74—91. 1891.
[2]) A. FRANKE, WIED. Ann. 44, pag. 713—721. 1891.
[3]) KR. BIRKELAND, WIED. Ann. 47, pag. 583—612. 1892.

Telephon zu erkennen ist. Wird der Gleitcontakt vom freien Ende des Drahtes nach dem Condensator zu weitergeschoben, so sind die Funkenstrecken verschieden gross und lassen den Charakter einer stehenden Welle der Potentialschwankungen auf dem Draht erkennen.

KR. BIRKELAND hat mit Hilfe dieser Methode in neuester Zeit noch weitere Untersuchungen angestellt[1]).

8) Während der grösste Theil der Untersuchungen über schnelle, elektrische Schwingungen mit Hilfe des Inductoriums als primärer Elektricitätsquelle angestellt wurde, hat A. TÖPLER[2]) hierzu die Influenzmaschine benutzt. Besonders starke Wirkungen gab die von ihm construirte, zwanzigscheibige Influenzmaschine. Jedoch lassen sich die wichtigsten Versuche auch mit einfachen Influenzmaschinen, ja sogar mit einer WINTERschen Reibungselektrisirmaschine anstellen, wenn man die folgende, durch Fig. 249 dargestellte Anordnung trifft. Eine mit Paraffin überzogene Glasplatte von 1·8 *mm* Dicke GG' trägt einen Doppelcondensator, welcher aus den einander gegenüberliegenden kreis-förmigen Metallplatten (c und C, sowie c' und C') von 18 *cm* Durchmesser besteht. Durch die Leitungen l und l' wird den Scheiben c und c' von



(P. 249.)

den Polen der Influenzmaschine Elektricität zugeführt. Gleichzeitig werden durch Influenz C und C' geladen, während die abgeschiedenen Elektricitäten nach L nud L' fliessen und sich durch die Funkenstrecke F ausgleichen. Ist eine gewisse Elektricitätsmenge auf c und c' angesammelt, so findet eine kräftige Entladung durch die Funkenstrecke F' statt, während gleichzeitig in F ein Funke übergeht. Letzterer ist im Stande, in dem Leitersystem LL' elektrische Schwingungen zu erzeugen. Hierzu ist es zweckmässig, dieselben als Röhren von verhältnissmässig grossem Durchmesser (53 *cm* Länge bei 4 *cm* Dicke) zu nehmen. Der secundäre Leiter ss' besteht aus einem längeren und dünneren Hohlcylinder, auf welchen zwei quadratische Staniolfahnen M und M' (von 40 *cm* Seite) aufgesetzt sind. Durch Verschiebung derselben kann die Resonanz des secundären Leiters verbessert werden. In dem hier beschriebenen Fall musste die Entfernung mm' ungefähr 120 *cm* betragen, wenn die besten Resultate erreicht werden sollten. Die Funkenstrecke F' muss erheblich grösser, wie diejenige in F sein (erstere 8—12, letztere 1—2 *mm*).

Bei fortdauerndem Gang der Elektrisirmaschine wiederholen sich die correspondirenden Funken in F', F und f um so häufiger, je stärker die Elektricitätszufuhr ist, bei Benutzung einer zwanzigscheibigen Maschine mehr als hundert Mal in der Secunde. Auch konnte der secundäre Funke f noch in einer Entfernung von 8 *m* von der primären Funkenstrecke beobachtet werden. Wie schon oben bemerkt, kann bei dieser Anordnung auch eine gewöhnliche Influenzmaschine benutzt werden.

Ist man in der Lage, über eine zwanzigscheibige Maschine zu verfügen, so kann man die Versuchsanordnung noch dadurch vereinfachen, dass man den

[1]) KR. BIRKELAND, Compt. rend. 116, pag. 93, 625 u. 803. 1893.

[2]) A. TÖPLER, WIED. Ann. 46, pag. 306—314; pag. 464—484; pag. 642—665. 1892.

Doppelcondensator fortlässt und die Conductoren der Maschine direkt mit den Leitern L und L' verbindet. Doch ist es dann sehr zweckmässig, die Zuleitung durch Capillarröhren, welche mit Kupfersulfatlösung gefüllt sind, zu bewirken. TÖPLER hat mit dieser Anordnung eine Reihe interessanter Versuche ausgeführt, für welche wir auf die Originalarbeit verweisen.

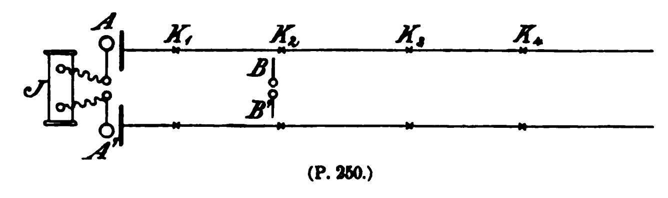
Auch H. EBERT und E. WIEDEMANN[1]) benutzen bei ihren Untersuchungen über den Einfluss elektrischer Schwingungen auf verdünnte Gase die Influenzmaschine, deren Vorzüge im Vergleich zu dem Inductionsapparat sie mehrfach hervorheben. Eine eingehendere Besprechung ihrer Arbeiten wird an einer späteren Stelle erfolgen.

C. Untersuchungen über Fortpflanzung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit sehr kurzer elektrischer Schwingungen in Drähten und in der Luft.

1) Die Folgerungen, welche H. HERTZ aus seinen Versuchen gezogen hat, beruhen auf der Annahme, dass in dem primären Leiter und — wahrscheinlich noch besser ausgebildet — in dem secundären Leiter elektrische Oscillationen von gleicher Schwingungsdauer erfolgen. Als eins der wichtigsten Argumente für diese Auffassung können die Resonanzerscheinungen angesehen werden, d. h. das Anschwellen der Intensität der secundären Schwingungen, wenn zwischen der Beschaffenheit des primären und secundären Leiters gewisse, durch die Theorie geforderte Beziehungen bestehen. Aus diesem Grunde sind zuerst die Resonanzerscheinungen von verschiedenen Seiten untersucht worden.

F. ZICKERMANN[2]) benutzte die erste Versuchsanordnung von HERTZ (pag. 416, Fig. 237) und veränderte die Länge, die angehängten Capacitäten und das Drähtematerial innerhalb weiter Grenzen. Die Angaben von HERTZ wurden in allen wesentlichen Punkten bestätigt. Abweichungen von den Forderungen der einfachen Theorie ergaben sich nur, wenn die Dicke der Drähte der beiden Leitungen wesentlich verschieden war.

Dagegen entdeckten E. SARASIN und L. DE LA RIVE[3]) eine eigenthümliche Erscheinung, welche eine andere Auffassung der Resonanzerscheinungen zu erfordern schien. Sie experimentirten mit der folgenden Versuchsanordnung. Dem primären Leiter AA' (Fig. 50) stehen zwei Metallplatten gegenüber, von denen zwei 10·6 m lange, an ihren entfernten Enden isolirte Drähte ausgehen. Wurde zwischen denselben ein vertikaler Drahtkreis BB', mit der Funkenstelle nach oben, angebracht, und den Drähten parallel verschoben, so durchlief die Funkenintensität deutliche Maxima und Minima. Letztere (die Knotenstellen K) wurden möglichst genau festgestellt und ihre Entfernungen von einander (die halben



(P. 250.)

---

[1]) H. EBERT u. E. WIEDEMANN, WIED. Ann. 48, pag. 548—591; 49, pag. 1—32; 32—50; 50, pag. 1—47; 221—254. 1893.

[2]) F. ZICKERMANN, Ueber elektrische Schwingungen, insbesondere über das Verhalten von Drähten und Conductoren bei der Resonanz sehr schneller elektrischer Schwingungen. Inaugural-Dissertation. Greifswald 1889.

[3]) E. SARASIN und L. DE LA RIVE, Arch. des sciences phys. et nat. (3) 23, pag. 113—160. 1890.

Wellen) gemessen. Dies geschah, während einmal der primäre Leiter *AA'* verändert wurde, der Resonator *BB'* aber unverändert blieb, ferner bei Benutzung von Resonatoren von verschiedenem Durchmesser und Beibehaltung desselben Erregers. Man sollte erwarten, dass die Länge der elektrischen Welle ausschliesslich von dem primären Leiter abhinge und der secundäre Leiter nur insofern in Betracht käme, als die Erscheinung mehr oder weniger ausgeprägt wäre. Die sorgfältigen Versuche gaben unzweideutig das entgegengesetzte Resultat. Den vier secundären Kreisen von 75, 50, 36 und 26 *cm* Durchmesser entsprachen im Mittel[1]) Knotenentfernungen von 296, 198, 147 und 112 *cm*. Hiernach sind letztere ungefähr das Vierfache der Kreisdurchmesser. Diese Resultate wurden durch die Beschaffenheit des primären Leiters resp. durch die derselben entsprechende Dauer der primären Schwingung nicht wesentlich beeinflusst.

Die Verfasser schliessen aus ihren Versuchen, dass die elektrische Bewegung in dem primären Leiter aus einer Summe von Schwingungen besteht, deren Dauer continuirlich und in weiten Grenzen variirt. Die secundären Leiter entnehmen daraus hauptsächlich diejenigen Schwingungen, deren Dauer ihrer Eigenschwingung entspricht. Diese Erscheinung bezeichneten sie als »multiple Resonanz«. Auch bei der Verbreitung der Schwingungen im Raum und bei ihrer Reflexion an einer verticalen Wand finden die beiden Physiker[2]) ein gleiches Resultat. Als nach der Anordnung von H. Hertz (pag. 421) die Knoten der stehenden Wellen aufgesucht und dabei die oben beschriebenen Drahtkreise (hier in horizontaler Lage) benutzt wurden, ergaben sich als Entfernungen der Knotenstellen für jeden einzelnen Resonator dieselben Werthe wie zuvor.

Bei der Wichtigkeit dieser Versuche haben die beiden Physiker[3]) dieselben später in grossartigem Maassstab wiederholt.

Die reflektirende Wand bestand dabei aus einem Holzgestell, welches mit Zinkblech in einer Breite von 16 *m* und einer Höhe von 8 *m* bedeckt war. In einer Höhe von 4 *m* war ein horizontaler Gang errichtet, auf welchem die Resonanzkreise bis zu einer Entfernung von 9 *m* von der festen Wand verschoben werden konnten. Die Entfernung des Erregers von derselben betrug 15 *m*. Die Wirksamkeit der sehr kräftigen primären Funken war dadurch bedeutend erhöht, dass dieselben statt in Luft in Oel übersprangen.

Das Hauptresultat ihrer Versuche sprechen die Verfasser in der folgenden Tabelle und den sich daran knüpfenden Sätzen aus. Dabei sind unter Wellenlängen im Draht die Resultate der früheren Versuche (s. oben), unter Wellenlängen in Luft diejenigen der letzten Untersuchung zu verstehen. Die Zahlen bedeuten Meter.

Durchmesser D des secundären Kreises	1	0·75	0·50	0·35	0·25
$\frac{1}{4}\lambda$ in Luft	2	1·50	1·00	0·75	0·55
$\frac{1}{4}\lambda$ im Draht	1 92	1·48	0·98	0·73	0·56
$2D$	2	1·50	1·00	0·70	0·50

[1]) l. c., pag. 143.

[2]) E. Sarasin und L. de la Rive, Arch. des sciences phys. et nat. (3) 23, pag. 557—559. 1890; Compt. rend. 112, pag. 658—661. 1891.

[3]) E. Sarasin und L. de la Rive, Compt. rend. 115, pag. 439—440, 1277—1280. 1892; Arch. des sciences phys. et nat. (3) 29, pag. 358—441.

Schlussfolgerungen:

a) Der kreisförmige Resonator hat eine bestimmte Wellenlänge, welches auch die Dimensionen des Erregers sind; nur die Intensität der secundären Funken hängt von denselben ab, indem sie für eine bestimmte Länge des Erregers ein Maximum erreicht.

b) Der vierte Theil der Wellenlänge eines kreisförmigen Resonators ist doppelt so gross als der Durchmesser desselben.

c) Im Fall der normalen Reflexion an einer metallischen Wand liegt der erste Knoten in der Wand selbst.

d) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen ist dieselbe in Luft und längs eines drahtförmigen Leiters.

Ueber die »multiple Resonanz« hat auch K. WAITZ[2]) Untersuchungen angestellt. Indem wir dabei auf die Originalabhandlung verweisen, führen wir das von WAITZ erhaltene Resultat an, welches derselbe in dem Satze ausspricht:

»Eine bestimmte, durch die Art des Funkens erkennbare Art der Entladung eines Conductors erzeugt elektrische Schwingungen der verschiedensten Wellenlängen, die sich über ein Intervall von vielen Octaven erstrecken.«

Es entstand nun die Frage, ob diese Auffassung, nach welcher die schnellen, elektrischen Schwingungen sich wesentlich anders verhalten würden als langsamere, die allein zulässige ist, oder ob die »multiple Resonanz« noch auf andere Weise erklärt werden kann. Nimmt man an, dass die primäre Schwingung stark im Vergleich zu der secundären gedämpft wird, so würde erstere zunächst nur dazu dienen, letztere mit der ihr eigenthümlichen Schwingungsdauer in Gang zu setzen. Erfolgt eine weitere Einwirkung von Seiten einer reflektirten Welle, so addirt sich deren Schwingung zu der ersten und wird dieselbe an gewissen Stellen verstärken, an anderen schwächen. Es ist zu übersehen, dass die Knotenstellen dann so ausfallen müssen, als ob die primäre Welle die Schwingungsdauer des Resonators gehabt hätte. Hiernach handelte es sich zunächst um die experimentelle Untersuchung der Dämpfung der primären Schwingungen. Dieselbe hat V. BJERKNES[3]) nach einer von H. HERTZ angegebenen Methode in folgender Weise bestimmt. Die Anordnung des primären und secundären Leiters war der Hauptsache nach[4]) die oben (pag. 416, Fig. 237) beschriebene. Letzterer besteht aus einem Quadrat von 60 *cm* Länge, von welchem eine Seite (EE) durch längere, dann zum Theil aufgerollte Drähte ersetzt werden kann. Die Intensität der secundären Schwingung wird durch ein Elektrometer gemessen, welches mit K und K' verbunden ist. Dasselbe ist ein Quadrantelektrometer. Doch wurden nur zwei diametral gegenüberliegende Quadranten benutzt, von denen der eine mit K, der andere mit K' verbunden, also der eine in einem bestimmten Augenblick positiv, der andere negativ war. Die Nadel wird durch die Elektricität der Quadranten influencirt und demnach abgelenkt. Zunächst wird nun zwischen einer Reihe von secundären und primären Leitern (durch Veränderung der Länge C C') Resonanz hergestellt. Hierauf werden durch Messung der Länge von Drahtwellen die relativen Werthe der Schwingungszeiten für die zusammengehörigen Combinationen des primären und secundären Leiters bestimmt. Bezogen auf eine mittlere Combination als Einheit mögen dieselben mit x bezeichnet werden. Schliesslich wird die elektrometrische Messung an dem secun-

1) K. WAITZ, WIED. Ann. 41, pag. 435—447. 1890.

2) V. BJERKNES, WIED. Ann. 44, pag. 74—91 und 92—101. 1891.

3) An Stelle der Kugeln C und C' wurden kreisförmige Scheiben benutzt.

dären Leiter ($x = 1$) vorgenommen, während die primären Leiter so verändert werden, dass ihre Schwingungszeiten die Werthe von x durchlaufen. Die auf den Mittelwerth als Einheit bezogenen Ablenkungen mögen mit y bezeichnet werden. Dann ergab sich die folgende Reihe zusammengehöriger Werthe von x und y.

x	0·873	0·904	0·936	0·968	1	1·032	1·064	1·096	1·128
y	0·116	0·186	0·306	0·583	1	0·60	0·224	0·128	0·062

Die primäre Funkenstrecke, welche auf die Dämpfung jedenfalls von Einfluss ist, betrug bei dieser Reihe nur 1—2 *mm*. Bei Vergrösserung derselben ergaben sich ähnliche, aber nach beiden Seiten hin weniger schroff abfallende Curven.

Die Bewegung der Elektricität in dem secundären Leiter soll nun durch Rechnung verfolgt werden. Zu dem Zweck wird angenommen, dass dieselbe von einer veränderlichen Grösse φ abhängt, und dass für dieselbe die gleichen Gesetze gelten, wie für ein einfaches Pendel, auf welches noch eine dämpfende Kraft und eine äussere periodische, aber schnell gedämpfte Kraft einwirken. Die Differentialgleichung zur Berechnung von φ lautet dann:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta\frac{d\varphi}{dt} + (b^2 + \beta^2)\varphi = \mathfrak{A}\cdot e^{-\alpha t}\cos(at).$$

Bezeichnet man die Schwingungsdauer der primären Bewegung mit T und das logarithmische Decrement derselben mit γ, so ist:

$$a = \frac{2\pi}{T}, \qquad \alpha = \frac{\gamma}{T}.$$

Wird in gleicher Weise Schwingungsdauer und Decrement einer ohne äussere Einwirkung ablaufenden Bewegung in dem secundären Leiter mit T' und γ' bezeichnet, so ist:

$$b = \frac{2\pi}{T'}, \qquad \beta = \frac{\gamma'}{T'}.$$

Es sei ferner für:

$$t = 0, \quad \text{auch:} \quad \varphi = 0, \quad \frac{d\varphi}{dt} = 0.$$

Das Integral der obigen Differentialgleichung ist:

$$\varphi = A\cdot e^{-\alpha t}\cdot\sin(at + a') + B\cdot e^{-\beta t}\sin(bt + b').$$

Die Bewegung besteht also aus der Summe zweier gedämpfter Schwingungen, von denen die eine mit der primären gleiche Schwingungsdauer hat, während die andere der Eigenschwingung des secundären Systems entspricht.

Die Constanten A, B, a' und b' werden aus der Differentialgleichung und aus den Anfangsbedingungen bestimmt. Macht man von der später durch die Versuche bestätigten Annahme Gebrauch, dass das erste Glied von φ gegen das zweite vernachlässigt werden kann, dass also α gross ist im Vergleich zu β, so ist:

$$\varphi = B\cdot e^{-\beta t}\sin(bt + b'),$$

$$B = \frac{\mathfrak{A}\sqrt{b^2 + \alpha^2}}{b\sqrt{(b^2 + \alpha^2 - a^2)^2 + 4a^2\alpha^2}}$$

oder mit Vernachlässigung von α^4 und von a^2 im Vergleich zu b^2:

$$B = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{(b^2 - a^2)^2 + 2\alpha^2(a^2 + b^2)}}.$$

Die Ablenkung des Elektrometers ist proportional mit:

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \frac{\mathfrak{A}}{4\beta[(b^2 - a^2)^2 + 2\alpha^2(a^2 + b^2)]}.$$

Bei Uebereinstimmung der Eigenschwingungen beider Systeme: $T = T'$, und $a = b$, sei der Werth von $J:Jm$. Dann ist:

$$\frac{J}{J_m} = \frac{4a^2\alpha^2}{(b^2 - a^2)^2 + 2\alpha^2(b^2 + a^2)}.$$

Dieses Verhältniss entspricht den durch die Beobachtung erhaltenen Zahlenwerthen y. Führt man hier noch ein:

$$x = \frac{T'}{T} = \frac{a}{b}, \quad \mathfrak{h} = \frac{\alpha}{T} = \frac{2\pi\alpha}{a},$$

so ist:

$$y = \frac{2\gamma^2 x^2}{2\pi^2(1 - x^2)^2 + \gamma^2(1 + x^2)x^2}.$$

Hieraus kann umgekehrt γ berechnet werden. Es ist:

$$\gamma^2 = \frac{2\pi^2(1 - x^2)^2 y}{2x^4 - (1 + x^2)x^2 \cdot y}.$$

Aus der oben angeführten Zahlentabelle ergeben sich Werthe von γ, welche mit ansteigendem x von 0·36—0·18 abfallen und im Mittel 0·26 betragen. Noch grössere Werthe erhält man für weitere Strecken des primären Funkens.

Die Dämpfung der secundären Schwingung kann nur geschätzt werden. Jedenfalls ist sie viel kleiner als diejenige der primären Bewegung. Mit Benutzung dieses Resultats kann man nun die Bewegung in dem secundären Leiter berechnen. Dieselbe sei hervorgerufen durch die direkte Einwirkung der primären Schwingung und durch die Wirkung der etwas später eintreffenden, von der leitenden Wand reflektirten Welle.

Bezeichnet man die Entfernung des secundären Leiters von der festen Wand mit x, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit v und setzt:

$$a_1 = \frac{2\pi}{\lambda},$$

während alle übrigen Buchstaben dieselbe Bedeutung haben, wie zuvor, so ist diesmal φ als Summe zweier Veränderlichen zu nehmen, so dass:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

wo:

$$\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + 2\beta\frac{d\varphi_1}{dt} + (b^2 + \beta^2)\varphi_1 = \mathfrak{A} \cdot e^{-\alpha t - \alpha_1 x} \sin(at + a_1 x),$$

mit der Bedingung:

$$t = -\frac{x}{v}, \quad \varphi_1 = 0, \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = 0,$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + 2\beta\frac{d\varphi_2}{dt} + (b^2 + \beta^2)\varphi_2 = \mathfrak{A} \cdot e^{-\alpha t + \alpha_1 x} \sin(at - a_1 x),$$

mit der Bedingung:

$$t = \frac{x}{v}, \quad \varphi_2 = 0, \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = 0.$$

Die Ausrechnung giebt auch hier zwei periodische Grössen mit der Schwingungsdauer der primären und secundären Schwingung. Bei Vernachlässigung der ersten gegen die zweite Bewegung, sowie bei weiteren Vereinfachungen, für deren Berechtigung wir auf die Originalabhandlung verweisen, erhält man schliesslich:

$$\varphi = 2B \sin(b_1 x) \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(bt + b').$$

Hierin ist:

$$b = \frac{2\pi}{T'}, \quad b_1 = \frac{2\pi}{\lambda'},$$

wo T' und λ' Schwingungsdauer und entsprechende Wellenlänge der secundären Leitung bedeuten.

Da der Werth von φ verschwindet, wenn:

$$x = m\frac{\lambda'}{2},$$

so findet man Minima der secundären Bewegung — Knotenstellen — in Inter vallen von einer halben Wellenlänge, wobei letztere der Schwingungszahl des secundären Leiters entspricht.

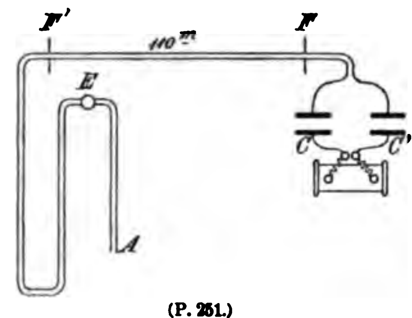
Dies ist aber diejenige Erscheinung, welche SARASIN und DE LA RIVE als »multiple Resonanz« bezeichnet haben.

Dieselbe Folgerung lässt sich auch für lange Drähte ableiten. Jedoch ist dabei zu berücksichtigen[1]), dass in diesem Fall die primären Wellen mehrfache Reflexion an beiden Enden erfahren.

2) Da die eben entwickelte Erklärung der multiplen Resonanz auf der Annahme beruht, dass die Dämpfung der primären Schwingungen gross ist, und dass die elektrische Bewegung durch eine einfache Function:

$$F(t) = Ae^{-at}\sin(at + a')$$

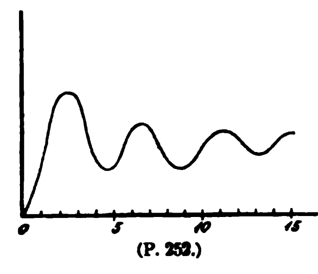
dargestellt werden kann, so hat V. BJERKNES[2]) diese Thatsachen noch in anderer Weise festzustellen gesucht.



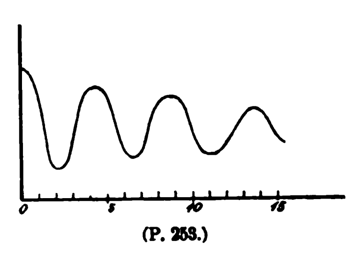
(F. 251.)

Zu diesem Zweck wurde die folgende Anordnung getroffen.

Die elektrischen Schwingungen zwischen den Platten CC' (Fig. 251) werden durch ein zweites Paar auf einen Doppeldraht von 130 *m* Länge übertragen. Derselbe geht zunächst durch ein Fenster F in einen Garten und verläuft zum grössten Theil in demselben. Hierauf kehrt er durch ein anderes Fenster F' in den Beobachtungsraum zurück. Die Intensität der Schwingungen wird wieder an einem Elektrometer E gemessen, welches in verschiedenen Entfernungen x von dem Ende A mit zwei benachbarten Punkten der Drähte verbunden ist. Die beobachteten Ausschläge (Mittel aus einer grösseren Anzahl von Beobachtungsreihen) sind in den Fig. 252 u. 253 als Curven dargestellt. Die erste derselben entspricht dem Fall, dass die Drahtenden A leitend verbunden sind. Bei der zweiten Curve sind dieselben isolirt.



(F. 252.)



(F. 253.)

Die Berechnung dieser Versuche zeigt, dass sich für die elektrometrische Wirkung der Wellen ein Ausdruck von der Form:

$$J = K_1 \pm Ke^{-2a_1x} \cdot \cos(2a_1x - k),$$

ableiten lässt, wo

$$K_1 = K\cos k, \qquad k = arc\, tang\frac{a_1}{a_1} \text{ ist.}$$

1) L. DE LA RIVE, Arch. des sciences phys. et nat. (3) 23, pag. 391—401. 1890.
2) V. BJERKNES, WIED. Ann. 44, pag. 513—526. 1891.

Ist die Dämpfung nicht allzu gross, so kann man demselben die einfachere Form geben:

$$J = K[1 \pm e^{-2a_1 x} \cos(2a_1 x)]$$

ergiebt, wo:

$$\frac{\alpha}{\alpha_1} = \frac{a}{a_1} = v,$$

ist.

Das positive Zeichen gilt, wenn die Drahtenden in A isolirt, das negative, wenn dieselben dort verbunden sind. Die Form der beobachteten Curven stimmt mit den berechneten Ausdrücken überein. Man ist also zu der Annahme berechtigt, dass der Verlauf der primären Schwingung durch die zuvor angegebene einfache Zeitfunction (und nicht durch eine Summe solcher Glieder) dargestellt werden kann.

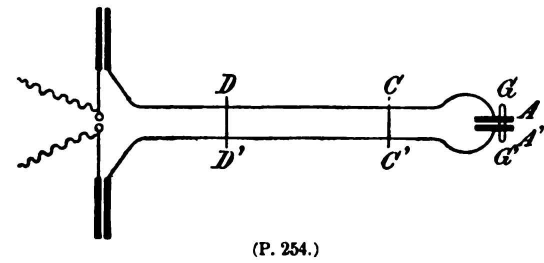
Aus den beiden Versuchsreihen ergeben sich die Wellenlängen zu 4·6 und 4·5 *m*, die logarithmischen Decremente zu 0·5 und 0·4, also noch grösser als nach der zuvor beschriebenen Versuchsanordnung.

Hiernach dürfte die von BJERKNES gegebene Erklärung der sogen. »multiplen Resonanz« als wohlbegründet anzusehen sein.

Eine ähnliche Ableitung dieser Erscheinung giebt auch H. POINCARÉ[1]).

3) Aus den zuvor besprochenen Versuchen von DE LA RIVE und SARASIN ging hervor, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit schneller elektrischer Schwingungen in Luft und in Drähten denselben Werth hat. Der wirkliche Zahlenwerth derselben liess sich nicht ableiten, da hierzu ausser der Wellenlänge auch die Schwingungszahl genau festgestellt werden müsste.

Von weiteren Versuchen hierüber sind zunächst diejenigen von E. LECHER[2]) zu erwähnen. An der früher (pag. 424) beschriebenen Anordnung wird insofern eine Veränderung vorgenommen, als an die freien Enden der Drähte A und A' (Fig. 254) die Platten eines Condensators angesetzt werden, über welchen die Proberöhre GG' gelegt wird. Ferner werden die Drähte an zwei Stellen, CC' und DD', überbrückt, welche so zu wählen sind, dass die Röhre leuchtet. Die beiden Stromkreise $ACC'A'$ und $DCC'D'$ sind dann in Resonanz. Für den ersten Stromkreis kann man die Schwingungsdauer nach der Formel:



(P. 254.)

$$T = \pi \sqrt{pC}$$

berechnen. Die Gesammtlänge des zweiten Stromkreises giebt die Wellenlänge λ. Aus der Beziehung:

$$\lambda = Tv$$

kann man hieraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v der Elektricität im Draht berechnen. LECHER fand einen Werth, welcher der Lichtgeschwindigkeit nahe liegt.

Eine eingehendere Untersuchung dieser Erscheinung durch E. COHN und F. HEERWAGEN[3]) zeigt indess, dass die angewandte Methode nicht einwurfsfrei ist.

---

[1]) H. POINCARÉ, Arch. des sciences phys. et nat. (3) 25, pag. 609–627. 1891. — Vergl. auch A. PEROT, Compt rend. 114. pag. 165—168. 1891.

[2]) E. LECHER, WIED. Ann. 41, pag. 865—867. 1890.

[3]) E. COHN und F. HEERWAGEN, WIED. Ann. 43, pag. 343—370. 1891.

Die genannten Physiker haben nach der LECHER'schen Anordnung vielfach variirte Messungen angestellt und gleichzeitig die Theorie derselben entwickelt. Dies ist in anderer Form auch von A. ELSASS[1]) im Anschluss an G. KIRCHHOFF[2]) geschehen.

Es handelt sich dabei um die Berechnung der Knotenstellen auf den parallelen Drähten, d. h. derjenigen Stellen, an welchen die Schwankungen des Potentials für eine der möglichen Schwingungen des Systems verschwinden. Dabei soll von der Voraussetzung ausgegangen werden, dass die primären Schwingungen hauptsächlich nur dazu dienen, um in dem secundären System Schwingungen anzuregen, welche den Eigenschwingungen des Systems entsprechen.

(F. 255.)

Dann kann man von der folgenden vereinfachten Vorstellung ausgehen[3]). Zwei Condenatoren I und II sind durch zwei lange parallele Drähte (Fig. 255) verbunden Die beiden Condensatoren sind anfänglich mit gleichen Elektricitätsmengen geladen. Die Ausgleichung derselben erfolgt in Form von gedämpften Schwingungen. In einem bestimmten Augenblick sei in P die Stromstärke i. Dort sei ferner die Menge freier Elektricität auf der Längeneinheit e. Rechnen wir die Entfernung des Punktes P vom Condensator I an und bezeichnen sie mit s, so gilt zunächst die Gleichung der Continuität:

$$\frac{\partial i}{\partial s} = -\frac{\partial e}{\partial t}. \tag{1}$$

Ist ferner w der Widerstand der Längeneinheit des Drahts, V das Potential der freien Elektricität, p der Inductionscoëfficient der Längeneinheit (auf elektrostatisches Maass bezogen: $\frac{p}{v^2}$, wo v die Lichtgeschwindigkeit ist), so ist:

$$iw = -\left(\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{p}{v^2}\frac{\partial i}{\partial t}\right) \tag{2}$$

die aus dem OHM'schen Gesetz folgende Gleichung.

Zwischen e und V besteht die Beziehung:

$$V = \gamma e, \tag{3}$$

wo γ der reciproke Werth der Capacität der Längeneinheit ist. Da die Leitung aus zwei langen, einander nahen, parallelen Drähten besteht, in welchen stets an zwei benachbarten Punkten (z. B in P und P') die Stromintensitäten entgegengesetzte Vorzeichen haben, so ist[4]):

$$p = \gamma = 2 \log \frac{b}{a}, \tag{4}$$

wo b die Entfernung der Drähte, a ihr Radius ist.

Hiernach erhält man:

$$iw = -\gamma\left(\frac{\partial e}{\partial s} + \frac{1}{v^2}\frac{\partial i}{\partial t}\right)$$

oder mit Rücksicht auf (1):

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + \frac{wv^2}{\gamma}\frac{\partial i}{\partial t} = v^2\frac{\partial^2 i}{\partial s^2}. \tag{5}$$

---

[1]) A. ELSASS, WIED. Ann. 49, pag. 487—508. 1893.

[2]) G. KIRCHHOFF, Ges. Abhandl., pag. 131 und besonders pag. 177—182, wo ein ganz ähnliches Problem behandelt wird.

[3]) WIED. Ann. 43, pag. 368.

[4]) Handbuch 3 (2), pag. 375.

Setzt man:

$$2h = \frac{wv^2}{\gamma}, \quad \mu = \sqrt{n^2v^2 - h^2}, \tag{6}$$

so ist eine Lösung von (5):

$$i = e^{-ht} \cos \mu t (A \cos ns + B \sin ns),$$

in welcher A, B und n durch die Grenzbedingungen zu bestimmen sind. Und zwar muss am Anfang der Drähte, also für $s = 0$, sein:

$$i = -\frac{\partial Q}{\partial t},$$

wenn Q die Ladung des ersten Condensators ist. Ist ferner der Werth des Potentials auf den Belegungen $\pm V$, die Capacität des Condensators β, so gelten die Gleichungen für $s = 0$,

$$Q = 2\beta V, \quad V = \gamma e,$$

also nach (1):

$$i = 2\beta\gamma \frac{di}{ds}.$$

Ebenso für den anderen Condensator mit der Capacität β':

$$s = l, \quad i = -2\beta'\gamma \frac{di}{ds}.$$

Gleichung (7) giebt dann bei Erfüllung der Grenzgleichungen:

$$\operatorname{tang} nl = \frac{2\gamma n(\beta + \beta')}{4\beta\beta'\gamma^2 n^2 - 1} \tag{9}$$

$$i = Ae^{-ht} \cos(\mu t) \left[\cos(ns) + \frac{1}{2\beta\gamma n} \sin(ns)\right]. \tag{10}$$

Die erste, transcendente Gleichung dient zur Berechnung der Schwingungsdauer, da die Constanten:

$$n = \frac{\pi}{\lambda}, \quad \mu = \frac{\pi}{T} = \sqrt{n^2 v^2 - h^2} \tag{11}$$

gesetzt werden können. Man übersieht, dass es eine unendlich grosse Anzahl nicht zu einander harmonischer Schwingungen in dem Drahtsystem geben kann.

Berechnet man aus (10) mit Hilfe von (1) und (3) das Potential V, so erhält man bei Einführung neuer Constanten C und C':

$$V = e^{-ht}(C \cos \mu t + C' \sin \mu t) \left[\sin(ns) - \frac{1}{2\beta\gamma n} \cos(ns)\right].$$

Die Knotenstellen erhält man für $V = 0$,

$$\operatorname{tang}(ns) = \frac{1}{2\beta\gamma n}. \tag{12}$$

Zählt man von dem anderen Condensator an, so ist ebenso:

$$\operatorname{tang}(ns') = \frac{1}{2\beta'\gamma n}. \tag{13}$$

Besondere Fälle:

a) Ist in (9) β' sehr gross oder ist dort eine kurze, leitende Verbindung zwischen den Drahtenden, so ist:

$$\operatorname{tang} nl = \frac{1}{2\beta\gamma n}$$

oder:

$$\operatorname{tang} \frac{\pi l}{\lambda} = \frac{\lambda}{2\beta\gamma\pi}.$$

Ist die Drahtlänge klein im Vergleich zu den Wellenlängen, so kann man schreiben:

$$\frac{\pi l}{\lambda} = \frac{\lambda}{2\beta\gamma\pi}.$$

Hieraus folgt:

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{v^2}{2\beta\gamma l} - h^2}}$$

oder in erster Annäherung:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2\gamma l}{v^2}\beta}.$$

Der erste Faktor ist der Selbstinductionscoëfficient des Doppeldrahtes. Die grösste der möglichen Schwingungszeiten ist dieselbe, welche die KIRCHHOFF'sche Formel (pag. 400) giebt.

b) Ist $\beta' = 0$, fehlt also der Endcondensator, so ist:

$$tg\, n l = -2\beta\gamma n.$$

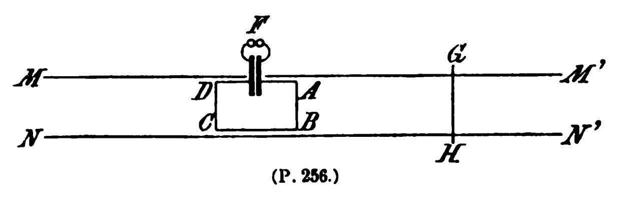
Ist die Wellenlänge klein im Vergleich zur Drahtlänge, so ist $2\beta\gamma n$ gross, und aus (12) folgt, dass die Knoten nahezu den Werthen:

$$s = m\lambda$$

entsprechen.

Bei den mehrfach variirten Beobachtungen von E. COHN und F. HEERWAGEN war weder der eine noch der andere Grenzfall erfüllt. Gemessen wurden daher die Knotenstellen für die verschiedenen Ordnungen der Schwingungen. Die Beobachtungsresultate wurden mit Gleichung (13) in der Weise verglichen, dass schliesslich die Capacität β' berechnet wurde. Dieselbe war ausserdem durch Beobachtung der Ladungsströme mit Hilfe eines Galvanometers direkt gemessen und nach einer Formel von G. KIRCHHOFF berechnet worden. Da hierbei die Grösse v als Lichtgeschwindigkeit angenommen war, so kann die Uebereinstimmung der Capacitäten nach den verschiedenen Methoden als Beweis für die Zulässigkeit dieser Annahme angesehen werden.

Eine Reihe von Zahlenwerthen für diese Grösse hat R. BLONDLOT[1]) geliefert. Gebrauch machend von dem Hauptresultat von DE LA RIVE und SARASIN, dass die mit Hilfe eines Resonators an langen Drähten gemessene Wellenlänge genau der Zahl der Eigenschwingungen des Resonators entspricht, benutzt derselbe eine secundäre Leitung, für welche diese Zahl ausgerechnet werden kann.



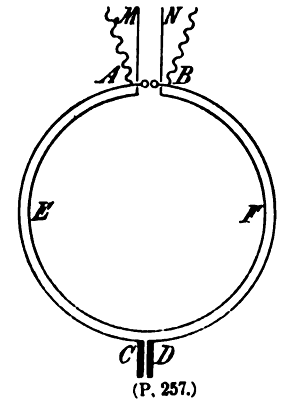
(P. 256.)

Dieselbe besteht (Fig. 256) aus einem rechteckigen Draht $ABCD$ ($AB = 10\,cm$, $BC = 20\,cm$), in dessen Seite AD ein Condensator F mit kleiner, regulirbarer Funkenstrecke eingeschaltet ist. Die elektrischen Wellen kommen von MN. Bei Ueberbrückung des Drahts in GH erhält man in F je nach der Lage von GH starke Funken oder Funkenlosigkeit. Wird GH für den letzteren Fall zuerst in der Nähe des Resonators, dann in einiger Entfernung eingestellt, so ist die doppelte Entfernung der beiden Lagen der Brücke die zu der Schwingungsdauer des Resonators gehörende halbe Welle. Durch Veränderung der Condensatorcapacität kann die Schwingungsdauer in weiten Grenzen verändert werden. Als Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergaben sich nahezu übereinstimmende Werthe, während die Wellenlänge von 9—35 *m* zunahm. Das Mittel aller Beobachtungen betrug: **297600 *km/sec*.**

---

[1]) R. BLONDLOT, Compt. rend. 113, pag. 628—631; Journ. de phys. (2) 10, pag. 549. 1891.

Bei diesen und bei weiteren Untersuchungen benutzte **Blondlot** [1]) einen sehr wirksamen Erreger für elektrische Schwingungen in Drähten. Derselbe besteht aus zwei Halbkreisen von Kupferdraht (Fig. 257), AC und BD, welche bei A und B die Zuleitungen vom Inductorium und die primäre Funkenstrecke haben. Bei CD befindet sich ein kleiner Condensator. Ein zweiter, gut isolirter Drahtkreis EF ist mit dem ersten concentrisch. Bei M und N ist der Ausgangspunkt der zuvor erwähnten langen parallelen Drähte.



(P. 257.)

An weiteren Untersuchungen über die Fortpflanzung von Schwingungen in Drähten führen wir noch an: R. Birkeland, Elektrische Schwingungen in Drähten; direkte Messung der fortschreitenden Welle [2]). R. Blondlot et M. Dufour, Sur l'influence exercée sur les phénomènes de résonance électromagnétique, par la dissymétrie du circuit, lelong duquel se propagent les ondes [3]). Josef Ritter v. Geitler, Ueber Reflexion elektrischer Drahtwellen [4]).

4. In seiner ersten Abhandlung über elektrische Schwingungen (vergl. pag. 415) hatte H. Hertz festgestellt, dass bei den Resonanzerscheinungen Querschnitt, Leitungsfähigkeit und Magnetisirbarkeit der Drähte keine wesentliche Rolle spielen. Ein eingehenderes Studium des Verlaufs schnell wechselnder Ströme in Drähten führt zu dem Resultat, dass hierbei die Elektricitätsbewegung nicht mehr durch den ganzen Querschnitt von gleicher Stärke ist, sondern sich hauptsächlich auf die Oberflächenschichten beschränkt. In diesem Sinne kann man auch sagen, dass sehr schnelle Schwingungen nicht durch den Querschnitt des Drahtes gehen, sondern gewissermaassen an seiner Oberfläche entlang gleiten. Die Bedeutung dieser Thatsache für die richtige Auffassung des Verlaufs elektrischer Schwingungen in Drähten veranlasste Hertz [5]), besondere Versuche hierüber anzustellen. Dieselben haben hauptsächlich den Zweck festzustellen, dass Stücke des Drahts, welche von einer leitenden Hülle umgeben sind, durch dieselben gegen den Durchgang elektrischer Schwingungen mehr oder weniger vollständig beschirmt werden. Es mag genügen, hier denjenigen Versuch zu erwähnen, welchen Hertz »als elektrodynamisches Analogon zu dem elektrostatischen Versuch, welcher unter dem Namen des elektrischen Vogelbauers bekannt ist«, bezeichnet. Ein Theil einer langen Drahtleitung, in welcher schnelle, elektrische Schwingungen verlaufen, besteht aus einem 1·5 *m* langen Kupferdraht mit einer Funkenstrecke in der Mitte. Der Draht trägt senkrecht zu seiner Längsrichtung zwei Messingscheiben. Trotz der Anwesenheit derselben wird das Funkenspiel nicht beeinträchtigt. Werden dann aber von einer Messingscheibe zur anderen dem Hauptdrahte parallele Drähte eingesetzt, so nimmt die Funkenlänge ab und bei einer grösseren Anzahl von Drähten, welche den Hauptdraht von allen Seiten umgeben, verschwinden die Funken vollständig.

---

[1]) R. Blondlot, Compt. rend. 114, pag. 347—349. 1891.

[2]) R. Birkeland, Wied. Ann. 47, pag. 583—612. 1892.

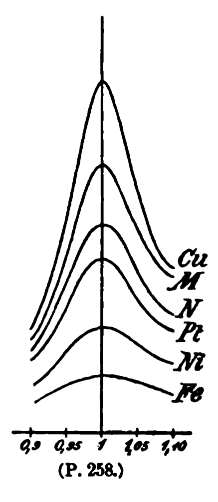
[3]) R. Blondlot und M. Dufour, Compt. rend. 114. pag. 347—349. 1892.

[4]) Josef Ritter v. Geitler, Wied. Ann. 49, pag. 184—195. 1893. (Nach einer Junaugural-Dissertation. Bonn).

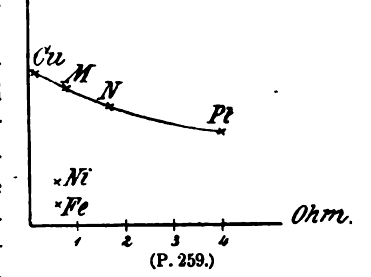
[5]) H. Hertz, Wied. Ann. 37, pag. 395 408. 1889.

Die Schirmwirkung von Metallmassen gegen schnelle, elektrische Schwingungen hat ferner J. STEFAN [1]) theoretisch und experimentell behandelt. Wenn hiernach die elektrischen Wellen jedenfalls nur bis zu einer geringen Tiefe in den Draht eindringen, so ist dadurch noch nicht ausgeschlossen, dass das Material des Drahts Einfluss auf dieselben ausübt. Vielmehr ist anzunehmen, dass dasselbe die Intensität der Schwingungen, insbesondere ihre Dämpfung beeinflusst.

5. V. BJERKNES [2]) hat dies durch eine Reihe von Versuchen nachgewiesen. Bei denselben wurden durch einen primären Leiter der gewöhnlichen Form — Funkenstrecke mit geraden Drähten und daran hängenden Metallplatten — Schwingungen in secundären Leitern hervorgebracht. Letztere bestehen aus Drahtkreisen mit einer Unterbrechungsstelle, welche mit dem Elektrometer in Verbindung steht. Die einzelnen Kreise haben gleiche Längen und gleiche Durchmesser, bestehen aber aus den Metallen: Kupfer, Messing, (*M*), Neusilber (*N*), Platin, Nickel, Eisen. Bei der mit jedem Kreis angestellten Versuchsreihe wird die Länge der primären Leitung derart verlängert, dass die Dauer der Eigenschwingung zunächst kleiner, dann gleich und schliesslich grösser ist, als diejenige des secundären Leiters. Die entsprechenden Elektrometerausschläge werden dann für jedes einzelne Metall beobachtet. Die hierbei erhaltenen Resultate lassen sich am besten aus den Curven (Fig. 258) übersehen, in welchen die Abscissen die relativen Schwingungszeiten, die Ordinaten die entsprechenden Elektrometerausschläge sind. Da letztere die Gesammtwirkung einer grösseren Anzahl gedämpfter Schwingungen repräsentiren, welche sämmtlich durch dieselben primären Wirkungen hervorgerufen werden, so muss man aus der verschiedenen Höhe der Curven schliessen, dass die Dämpfung bei den einzelnen Metallen von sehr verschiedener Stärke ist. Die Curven ordnen sich entsprechend der verschiedenen Leitungsfähigkeit. Nur die verhältnissmässig besser leitenden, aber stark magnetisirbaren Metalle (Fe und Ni) haben Curven von der geringsten Höhe. Sehr anschaulich ergiebt dies die Fig. 259. In derselben sind die Abscissen die Leitungswiderstände der einzelnen Drähte in Ohm, während die Ordinaten die grössten Elektrometerausschläge für jedes einzelne Metall wiedergeben. Die nicht magnetisirbaren Metalle bilden hierbei eine mit dem specifischen Leitungswiderstand continuirlich abfallende Curve, während die beiden magnetischen Metalle, bei ungefähr gleichem Leitungswiderstand mit Messing, tief unter der Curve liegen. Hieraus folgt also, dass die Dämpfung der Schwingungen von dem Widerstand abhängt, und dass der Magnetismus nicht allein den elektrischen Schwingungen folgt, sondern auch einen sehr bedeutenden Einfluss auf die Dämpfung ausübt.



(F. 258.)



(F. 259.)

Zu demselben Resultat gelangen ferner:

A. PEROT. Sur l'affaiblissement des oscillations électromagnétiques avec leur propagation et leur amortissement. Compt. rend. 115, pag. 1284—1286. 1892.

---

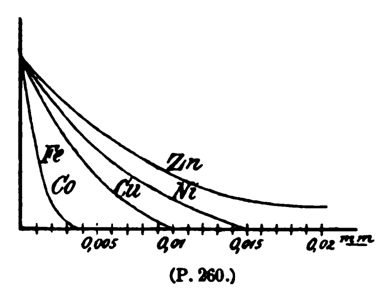
[1]) J. STEFAN, WIED. Ann. 41, pag. 400—420. 1890.

[2]) V. BJERKNESS, WIED. Ann. 47, pag. 69—76. 1892.

J. TROWBRIDGE. Damping of electrical oscillations on iron wires. Phil. Mag. (5) 32, pag. 504—512. 1892.

V. BJERKNES[1]) hat dann noch weiter untersucht, bis zu welcher Tiefe elektrische Schwingungen (von 420 *cm* Wellenlänge und 14.10^{-9} *sec* Schwingungsdauer) von der Oberfläche aus in das Innere der Drähte eindringen.

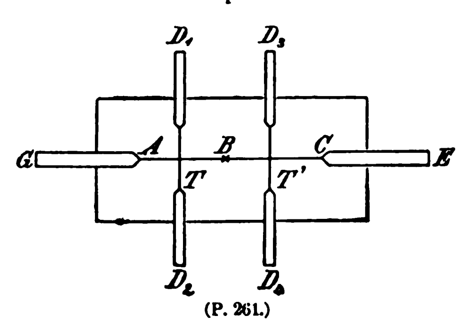
Zu diesem Zweck werden bei den soeben beschriebenen Versuchen als secundäre Leiter Drähte benutzt, welche aus verschiedenen Metallen bestehen, ausserdem aber noch galvanische Ueberzuge anderer Metalle von verschiedener Dicke besitzen. Der primäre Leiter ist in Resonanz mit dem secundären. Es werden die entsprechenden Elektrometerausschläge bestimmt. Dieselben nähern sich mit zunehmender Dicke des Ueberzuges einem Grenzwerth, bei welchem die Ablenkung nur noch von der Natur des Ueberzuges abhängt. Der Verlauf dieser Curven, sowie die Grenzdicken, hängen sowohl von der Leitungsfähigkeit als auch von der Magnetisirbarkeit der Oberflächenschicht ab. Die beistehende Fig. 260 giebt ein deutliches Bild dieses Verhaltens. In derselben sind die Abscissen die Dicken der Ueberzüge, die Ordinaten geben die Intensität der Schwingungen, welche noch durch den Drahtkern gehen, wobei diese Grösse für die Dicke 0 in allen Fällen als Einheit genommen wurde.



(P. 260.)

Die Abnahme der Ordinaten ist daher ein Maass für das Extinctionsvermögen der Oberflächenschicht. Dasselbe nimmt mit dem Leitungsvermögen und mit der Magnetisirbarkeit zu.

6) In nahem Zusammenhang hiermit stehen Untersuchungen von J. KLEMENCIC[2]) über »die Absorption und Verzweigung elektrischer Schwingungen«. Letztere werden in der gewöhnlichen Weise durch ein Inductorium erregt, von dessen Funkenstrecke geradlinige Drähte mit daran befestigten Metallplatten ausgehen. Diesen gegenüber steht ein zweites Plattenpaar, welches durch einen geradlinigen Draht verbunden ist, als secundärer Leiter. In der Mitte ist dieser Draht aber unterbrochen. Dort sind die zu untersuchenden Drähte eingefügt. Fig. 261 stellt diesen mittleren Theil dar, welcher von G nach E zu und umgekehrt von den Schwingungen durchlaufen wird.



(P. 261.)

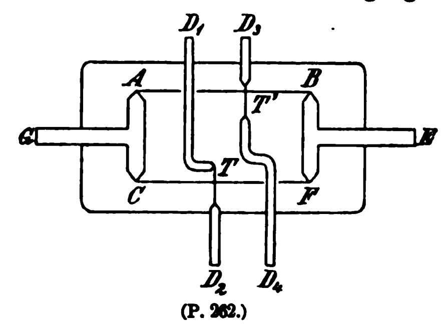
Die dicken Kupferdrähte GA und CE sind durch zwei dünne Drähte AB und BC von 6 *cm* Länge, gleichem Durchmesser, aber verschiedenem Material verbunden. Während der Schwingungen werden dieselben erwärmt. Ihre Temperaturerhöhung wird durch zwei Thermoelemente T und T^1 (bestehend aus dünnen Drähten von Eisen und Constantan) bestimmt, deren Löthstellen den Drähten sehr nahe liegen. Von D_1D_2 und D_3D_4 führen Leitungen zu empfindlichen Galvanometern. Zunächst wird ein constanter Strom durch die

[1]) V. BJERKNES, WIED. Ann. 48, pag. 592—606. 1893.

[2]) WIED. Ann. 50, pag. 456—475. 1893.

Drähte geleitet und dabei ihre Erwärmung gemessen. Dann folgt der Durchgang der Schwingungen durch das System. Im ersten Fall ist das Verhältniss der Temperaturerhöhung der Drähe nahezu dem Verhältniss ihrer Widerstände gleich. Im zweiten Fall stehen die Erwärmungen der Drähte von: Eisen, Neusilber, Messing und Kupfer im Verhältniss der Zahlen: 10·5, 1·75, 1, 1, in Uebereinstimmung mit den Formeln von RAYLEIGH und STEFAN[1]) für die Widerstände von Drähten gegen sehr schnelle Schwingungen.

Zur Untersuchung der Verzweigung war die durch Fig. 262 dargestellte Anordnung getroffen. Das Mittelstück des secundären Leiters besteht hier aus den Zufuhrstellen G und E. Doch gehen in diesem Fall die Schwingungen durch die parallel geschalteten, dünnen Drähte AB und CF. Die Erwärmung wird auch hier durch die Thermoelemente T und T' untersucht.

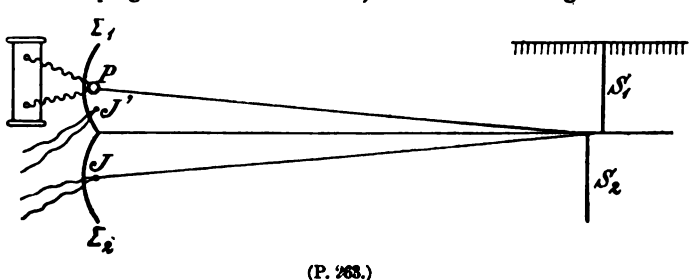


(F. 262.)

Auch hier findet die Theorie schneller Schwingungen ihre Bestätigung, wenn man berücksichtigt, dass die Verzweigung in diesem Fall von dem Widerstand unabhängig wird und nur von den Inductionscoëfficienten der Drähte abhängt.

7) Wir schliessen diesen Abschnitt mit der Besprechung einer Arbeit, welche in sehr anschaulicher Weise den Charakter der sich in der Luft mit constanter Geschwindigkeit ausbreitenden Wellenbewegung der elektrischen Schwingungen darthut.

Es handelt sich dabei um Versuche, welche eine grosse Analogie mit den berühmten FRESNEL'schen Spiegelversuchen haben[2]). Die Anordnung derselben ist die folgende (Fig. 263). In P befindet sich ein Erreger, wie HERTZ dieselben zu seinen Spiegelungsversuchen benutzt hat, versehen mit einem Zinkspiegel



(F. 263.)

Σ_1 zur Concentration der elektrischen Schwingungen. Dieselben treffen auf zwei Planspiegel von Metall, S_1 und S_2, und werden von denselben, wenn ihre Ebenen zusammenfallen, auf einen zweiten Spiegel Σ_2 geworfen, durch welchen sie zu einem KLEMENCIC'schen Resonator (pag. 426) J gelangen. Wie früher beschrieben, wird die dort vorhandene Intensität der Schwingungen mit Hilfe eines Thermoelementes und eines empfindlichen Galvanometers abgelesen.

Ein gleicher Resonator ist in J' angebracht, um fortdauernd die Intensitäten der Schwingungen des Erregers vergleichen zu können. Als Spiegel S_1 und S_2 wurden benutzt:

a) zwei mit Staniol überzogene Glasplatten von 1·3 *m* Höhe und 0·7 *m* Breite,

b) zwei Platten von dünnem Zinkblech von je 2 *m* Höhe und 1 *m* Breite.

---

[1]) Handbuch 3 (2), Induction Abschnitt VI.

[2]) J. KLEMENCIC und P. CZERMAK, WIED. Ann. 50, pag. 174—189. 1893.

Fallen die Ebenen der beiden Spiegel zusammen, so ist die Intensität der elektrischen Schwingungen in J im Maximum. Bei einer Verschiebung des einen Spiegels gegen den anderen, wobei aber ihre Ebenen parallel bleiben, nimmt die Intensität in J ab, erreicht ein Maximum, wächst bei fortgesetzter Verschiebung in demselben Sinne u. s. w.

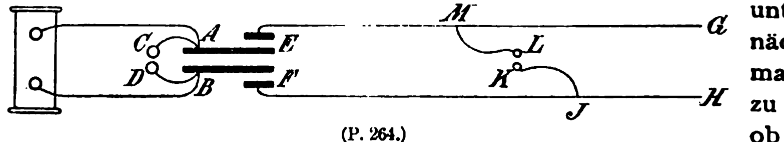
Die Verschiebung bewirkt einen Phasenunterschied der einen reflektirten Schwingungsbewegung gegen die andere. Dementsprechend müssen sich die Schwingungen — wie die Verfasser durch Rechnung eingehender untersuchen — je nach der Grösse des Gangunterschieds verstärken oder schwächen.

Die Berechnung der Schwingungsintensität wird im Vergleich zu dem entsprechenden Vorgang bei der Interferenz zweier Lichschwingungen dadurch complicirter, dass man die elektrischen Schwingungen als stark gedämpft ansehen muss. Nichtsdestoweniger gestatten diese Versuche eine Berechnung der Wellenlängen und der Dämpfung der Schwingungen. Als der Schwingungserreger 27 *cm*, der Resonator, welcher die stärkste Wirkung gab, 14 *cm* lang war, betrug die Wellenlänge (die doppelte Entfernung der ersten Minima) zu beiden Seiten des Hauptmaximums 51·2 *cm*.

Die Dämpfung der Schwingungen war bedeutend und nahm mit der Länge des primären Funkens zu. Diese Versuche eignen sich besonders gut zu Demonstrationsversuchen bei Benutzung der Anordnung von L. ZEHNDER (vergl. pag. 425, Fig. 243 und 244)[1]).

D. Verhalten von Isolatoren, leitenden Flüssigkeiten und verdünnten Gasen gegen elektrische Schwingungen.

1) Nachdem durch HERTZ die elektrodynamischen Wirkungen sehr schneller, periodischer Veränderungen der Isolatoren nachgewiesen und überhaupt neue Methoden, mit sehr schnellen Schwingungen zu experimentiren, entdeckt worden waren, wurde das Verhalten dielektrischer Substanzen gegen dieselben vielfach untersucht. Zunächst suchte man die Frage zu entscheiden, ob die für Gleichgewichtszustände oder langsame Veränderungen gültigen dielektrischen Constanten auch bei den schnellen Schwingungen denselben Werth besitzen. Die ersten Versuche hierüber wurden von J. J. THOMSON[2]) angestellt. Zu dem Zweck wird der Condensator AB (Fig. 264) durch das Inductorium geladen. Derselbe entladet sich sodann durch die Funkenstrecke CD in Form schneller Schwingungen. Zwei kleinere Metallplatten E und F senden gleichzeitig Schwingungen in die 2 *m* langen Drähte EG und FH. Die Wellenlänge derselben wird gemessen, indem eine durch eine Funkenstrecke unterbrochene Leitung $JKLM$ zwischen den beiden Drähten angebracht wird. Durch Verschiebung der Contakte J und M werden diejenigen Stellen ermittelt, bei welchen der Funkenstrom am schwächsten ist. Die Entfernung zweier correspondirender Punkte auf demselben Draht ist dann die gesuchte Wellenlänge. Nachdem dies für einen Luftcondensator ausgeführt worden war, wird zwischen die Platten AB die zu untersuchende Substanz (Glas, Schwefel, Hartgummi) eingeführt. Hierdurch wird



(P. 264.)

---

[1]) L. ZEHNDER, WIED. Ann. 49, pag. 550. 1893.

[2]) J. J. THOMSON, Proc. Roy Soc. 46, pag. 1—13, 292—295. 1889.

die Wellenlänge geändert. Man kann zunächst die veränderte Schwingungsdauer, daraus die entsprechende Condensatorcapacität und die dielektrische Constante berechnen. Schliesslich werden dieselben Condensatorcapacitäten mit langsam verlaufenden Ladungsströmen gemessen. Bei schnellen Schwingungen waren die dielektrischen Constanten für Hartgummi 1·9, für Schwefel 2·4, für Glas 2·7, bei langsameren Ladungsströmen entsprechend: 2·1 2·27, für Glas 9—11.

In den beiden ersten Fällen ist also die Dielektricitätsconstante von der Schwingungszahl unabhängig.

E. LECHER[1]) fand für eine Reihe von dielektrischen Substanzen abweichende Werthe, wenn die Bestimmung mit schnellen Schwingungen von mittlerer Dauer und mit statischen Ladungen ausgeführt wurden. Für erstere bediente er sich einer früher beschriebenen Anordnung (pag. 436, Fig. 254). Die zu untersuchenden Substanzen werden in den Condensator AA' eingeführt. Dann wird ihre Entfernung so lange geändert, bis die, zunächst verschwundene Lichterscheinung, in der GEISLER'schen Röhre wieder sichtbar wird. Hieraus kann die dielektrische Constante berechnet werden. Eine weitere Bestimmung erfolgte mit Hilfe der, langsamere Schwingungen liefernden Ströme eines Inductoriums, durch welche ein Condensator geladen wird. Die Schwingungszahl betrug hier etwa 2000. Endlich wurden statische Ladungserscheinungen benutzt.

Bei festen Isolatoren: Spiegelglas, Solinglas, Hartgummi steigen die Werthe der Constanten mit zunehmender Schwingungszahl. Bei Petroleum versagte die statische Methode. Bei Anwendung von Wasser sind alle drei Methoden unbrauchbar.

R. BLONDLOT[2]) findet für Glas bei schnellen Schwingungen einen ähnlichen Werth wie J. J. THOMSON.

Man kann noch eine andere Methode anwenden, um dielektrische Constanten mit Hilfe sehr schneller Schwingungen zu bestimmen. Ist ein Draht, an welchem derartige elektrische Oscillationen verlaufen, anstatt von Luft von einem anderen Isolator umgeben, so wird dadurch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwingungen verändert. Dies haben zuerst J. J. THOMSON[3]) und K. WAITZ[4]) nachgewiesen. Eine zu exakten Messungen geeignete Versuchsanordnung haben L. ARONS und H. RUBENS[5]) hierauf gegründet. Die dielektrischen Constanten, welche dieselben für Ricinusöl, Olivenöl, Petroleum und Xylol erhalten haben, stimmen mit den von anderen Beobachtern gefundenen Werthen überein. Die Quadratwurzeln aus denselben sind bei Xylol, Petroleum und Paraffin den optischen Brechungsexponenten nahezu gleich, bei Glas, Ricinusöl und Olivenöl erheblich grösser als letztere.

2) Eine dritte Methode, dielektrische Constanten zu bestimmen, schliesst sich ganz an die optische Methode, Brechungsexponenten mit Hilfe eines Prismas zu ermitteln, an. ELLINGER[6]) experimentirte mit einem grossen Hohlprisma von Holz und fand (ähnlich wie H. HERTZ für verschiedene Isolatoren) die Brechungsexponenten elektrischer Schwingungen: für Wasser 9, für Alkohol von 95§ 4·9.

[1]) E. LECHER, WIED. Ann. 42, pag. 142—153. 1891.

[2]) R. BLONDLOT, Journ. de phys. (2) 10, pag. 197. 1891; Compt. rend. 112, pag. 1058 bis 1060.

[3]) J. J. THOMSON, Phil. Mag. (5) 30, pag. 129—131. 1890.

[4]) K. WAITZ, WIED. Ann. 41, pag. 444—447. 1890.

[5]) L. ARONS u. H. RUBENS, WIED. Ann. 42, pag. 581—592 u. 44, pag. 266—213. 1891. — Vergl. auch WIED. Ann. 44, pag. 527—532 u. 45, pag. 381—383. 1892.

[6]) ELLINGER, WIED. Ann. 46, pag. 513. 1892; 48, pag. 108. 1893.

Hieran schliessen wir die Bemerkung, dass man auch schon mit Erfolg versucht hat, elektrische Schwingungen duich Cylinderlinsen zu concentriren[1]. Dieselben waren einerseits von einer hyperbolischen Fläche, andererseits von einer Ebene begrenzt. Letztere war 85 *cm* hoch, 90 *cm* breit. Die Linsen waren 21 *cm* dick, bestanden aus Erdpech und waren im Stande, elektrische Strahlen in ihren Brennlinien zu concentriren.

3) Auch für besser leitende Flüssigkeiten kann man mit Hilfe der kurzen, elektrischen Schwingungen die dielektrischen Constanten derselben bestimmen. So fand E. COHN[2] für Wasser die Zahl 73·6. Durch Zusatz löslicher Salze zu demselben, durch welche die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit sehr erhöht wird, wurde diese Zahl nur wenig vergrössert. Eine weitere Untersuchung über das Verhalten leitender Flüssigkeiten gegen sehr schnelle Schwingungen hat G. UDNY YULE[3] angestellt. Derselbe benutzte die Versuchsanordnung von BJERKNES (pag. 435, Fig. 251.) Von dem üblichen Erreger geht eine Doppelleitung von 100 *m* Länge aus. In der Entfernung von $\frac{1}{4}\lambda$ von den Enden der beiden Drähte ist als Messinstrument das Elektrometer angebracht. In ihrer Mitte gehen die beiden langen Drähte durch ein cylindrisches Gefäss, welches mit Flüssigkeitsschichten von verschiedener Höhe gefüllt werden kann. Hierdurch wird der Ausschlag am Elektrometer verringert. Doch wächst diese Verringerung nicht gleichmässig mit der Dicke der Flüssigkeitsschicht, welche die Schwingungen zu durchlaufen haben, sondern zeigt dabei abwechselnd Maxima und Minima. Hiernach erfahren die an den leitenden Drähten entlang gleitenden, elektrischen Schwingungen in der Flüssigkeit, in welcher ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit sehr erheblich von derjenigen in der Luft verschieden ist, Einwirkungen, wie sie bei dem Durchgang des Lichtes durch »dünne Schichten« vorkommen und demnach zu Interferenzerscheinungen führen müssen.

Benützt wurde: Wasser, sehr verdünnte Lösungen von Zinkvitriol, Alkohol von 95 %, und ein Gemisch von Wasser und diesem Alkohol.

Wurde die Flüssigkeitssäule, durch welche die Schwingungen hindurchgingen, vergrössert, bis wieder ein Maximum der Schwingungsintensität eintrat, so wurde diese Strecke als Wellenlänge der Schwingung in der Flüssigkeit (λ') angesehen.

Die Wellenlänge für Luft (λ) betrug 900 *cm*. Dann ist $\frac{\lambda}{\lambda'} = n$ der Brechungsexponent der elektrischen Schwingungen und $k = n^2$ die dielektrische Constante der Flüssigkeit.

Die Resultate der Untersuchung sind in der folgenden Tabelle[4] zusammengestellt.

	λ' *cm*	n	k
Wasser	108	8·33	69·5
1. $ZnSO_4$ Lösung	106	8·49	72·0
2. $ZnSO_4$ Lösung	104	8·65	74·9
99 proc. Alkohol	174	5·17	26·7
3 Vol. Alkohol 1 Vol. Alkohol	154	5·84	34·1

[1]) O. LODGE u. J. HOWARD, Beibl. 14, pag. 140. 1890.

[2]) E. COHN, WIED. Ann. 45, pag. 370—376. 1892.

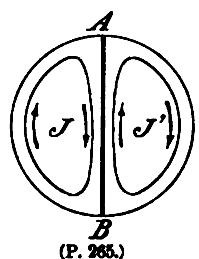
[3]) G. UDNY YULE, WIED. Ann. 50, pag. 742—751. 1893.

[4]) WIED. Ann. 50, pag. 748.

4) Bei den bisher besprochenen Untersuchungen über elektrische Schwingungen wurde häufig das Aufleuchten GEISSLER'scher Röhren als wichtiges Hilfsmittel für den Nachweis derselben angeführt. Die Bedingungen, unter denen dasselbe (besonders bei Benutzung von Röhren ohne Elektroden) erfolgt, Aussehen und Charakter der Lichterscheinungen, mit anderen Worten das Verhalten stark verdünnter Gase gegen schnelle, elektrische Schwingungen ist mehrfach untersucht worden.

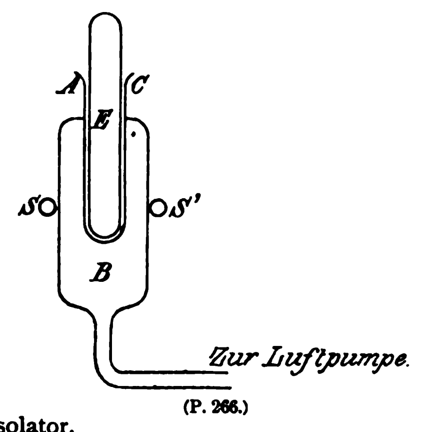
J. J. THOMSON[1]) knüpft an ältere Versuche von HITTORF[2]) an.

Die elektrischen Schwingungen werden erzeugt durch Entladung einer Leydener Flasche. Geladen wird dieselbe durch eine WIMSHURST'sche Elektrisirmaschine oder durch ein Inductorium. Die Entladung erfolgt durch eine Funkenstrecke. Der Schliessungsbogen enthält eine Spirale von einer kleinen Anzahl von Windungen, in welche Glasgefässe von Kugelform eingeführt werden oder eine Reihe quadratischer Windungen, welche sich an eine ebenfalls quadratische in sich zurücklaufende Glasröhre anlegt. Um statische Ladungen zu vermeiden, ist die Spirale zur Erde abgeleitet. Die Glasgefässe stehen mit einer Quecksilberluftpumpe in Verbindung. Bei Verdünnung der Luft bis auf etwa 1 *mm* treten in den Gefässen Lichterscheinungen auf. Sie erreichen bei geringerem Druck ihren höchsten Glanz und verlöschen, wenn der Druck noch erheblich verkleinert wird. Die Lichterscheinung bildet zuerst ein schmales, röthliches Band in der Nachbarschaft der primären Spirale. Bei weiter abnehmendem Druck wird dasselbe breiter und füllt schliesslich den ganzen Raum mit weissem, glänzenden Licht aus.



(P. 265.)

Die Lichterscheinungen sind als secundäre Inductionsströme zu den primären Schwingungen in der Spirale anzusehen. Für ihr Zustandekommen ist es nothwendig, dass sie geschlossene Bahnen bilden können. Wird die Bahn an einer Stelle durch einen Isolator unterbrochen, so tritt kein Leuchten ein. Sehr bemerkenswerth ist es, dass aber auch ein guter Leiter eine solche Unterbrechung der Strombahn bewirken kann. Als eine Glaskugel durch eine Kupferscheibe *AB* (Fig. 265) in zwei Halbkugeln zerlegt worden war, verlief die Entladung in den Bahnen *J* und *J'*, während sie ohne die Zwischenplatte die ganze Kreisperipherie durchlaufen hätte. Den schnellen Schwingungen in dem verdünnten Gas gegenüber verhält sich also das Metall wie ein Isolator.



(P. 266.)

Umgekehrt verhalten sich die Gase, während des Durchgangs einer leuchtenden Entladung, insofern ähnlich wie gute Leiter, als sie eine Schirmwirkung ausüben[3]). Wir führen das folgende Beispiel an.

Das Glasgefäss eines BUNSEN'schen Eiscalorimeters ist (Fig. 266) mit der Luftpumpe verbunden. Dasselbe ist von einer Drahtspirale *SS'* umgeben. In dem Hohl-

[1]) J. J. THOMSON, Phil. Mag. (5) 32, pag. 321—326, 445—461. 1891.

[2]) Handbuch 3 (1), pag. 330.

[3]) Vergl. auch J. MOSER, Compt. rend. 110, pag. 397. 1890.

raum AC befindet sich eine elektrodenlose Röhre E, mit verdünnter Luft gefüllt. Ist in B Luft von gewöhnlichem Druck, so leuchtet E. Bei genügender Verdünnung der Luft hört das Leuchten in E auf und beginnt in B. Bei sehr grosser Verdünnung in B hört dort wieder das Leuchten auf und die Röhre E wird wieder hell. Endlich kann man es für einen gewissen Druck in B dahin bringen, dass weder E noch B leuchtet.

Werden in das Rohr AC anstatt E Leiter eingeführt, so üben dieselben in ihrer Nähe rings herum Schirmwirkungen aus und B bleibt dunkel. Hierzu kann entweder ein Metallcylinder oder auch ein Reagensglas mit concentrirter Salzlösung dienen.

Ist der Hohlraum B sehr empfindlich gemacht, d. h. der Druck der Luft so abgemessen, dass eben noch ein Leuchten entsteht, während dasselbe bei wenig höherem Druck aufhört, so können sogar Isolatoren in AC (eine Glasstange, Stücken Schwefel) eine Schirmwirkung ausüben.

Die Erklärung dieser Erscheinungen liegt wohl darin, dass durch Theilnahme einzelner Räume an den Schwingungen, an den benachbarten Orten, die die Schwingung erregenden elektromotorischen Kräfte verringert werden, oder dass bei Energieabgabe von dem primären Kreis an secundäre Strombahnen für einzelne derselben die zur Erregung des Leuchtens notwendige Energie nicht mehr hinreicht. Dies kann auch dadurch nachgewiesen werden, dass man in die Entladungsbahn der Leydener Flasche ausser der ersten Spirale, welche das elektrodenlose Glasgefäss enthält, noch eine zweite Spirale einschaltet, in welche verschiedene Körper eingeführt werden. Je nach der Natur derselben wird das Leuchten der ersten Röhre verstärkt oder aufgehoben. Verstärkt wird dasselbe durch einen Messingstab, aufgehoben durch einen Eisenstab und durch eine andere dort leuchtende Röhre; geschwächt durch einen concentrirten Elektrolyt.

Sehr ausführliche Untersuchungen über diesen Gegenstand haben H. Ebert und E. Wiedemann[1]) angestellt. Zur Erregung der Schwingungen von passend zu verändernder Stärke und Schwingungszahl benutzten dieselben die Lecher'sche Anordnung mit Endcondensator. Als primäre Elektricitätsquelle diente stets eine grosse Influenzmaschine. Die Platten des Condensators bringen elektrodenlose Röhren zum Leuchten.

Zunächst wurden die Drähte nach Vorgang von Lecher, und von Cohn und Heerwagen an passenden Stellen überbrückt und die verschiedenen Knotensysteme aufgesucht. Die früher besprochene Theorie wurde in ihren Grundzügen bestätigt.

Die Verfasser haben dann weiter untersucht: die zweckmässigsten Anordnungen dieser und ähnlicher Versuche, die Schirmwirkung von Metallplatten auf das Aufleuchten der Röhren, die verschiedenen Umstände, unter denen leuchtende Röhren selbst Schirmwirkungen ausüben, sowie den Charakter und das Aussehen der Leuchterscheinungen unter den verschiedensten Verhältnissen.

Weitere Literatur.

Ausser den in diesem Abschnitt besprochenen Untersuchungan sind noch andere Abhandlungen auf diesem Gebiet veröffentlicht worden, von denen ein Theil dem Verfasser im Original nicht zugänglich war, ein anderer Theil demselben erst nach Abschluss des Textes bekannt wurde.

Es mögen hier wenigstens die Titel dieser Abhandlungen angeführt werden.

---

[1]) H. Ebert u. E. Wiedemann, Wied. Ann. 48, pag. 548—591; 49, pag. 1—32, 32—50; 50, pag. 1—47, 221—254. 1893.

C. P. GRIMALDI, Untersuchungen über die elektrischen Schwingungen von HERTZ. Rend. Lincei 7, II. Sem, pag. 125—132. — Beibl. 16, pag. 382. 1891.

F. T. TROUTON, Einfluss der Grösse des Reflektors bei den Versuchen von HERTZ, Phil. Mag. (5) 32, pag. 80—90. 1891; Beibl. 16, pag. 383.

W. THORP, Ueber die Fortpflanzung elektromagnetischer Wellen in Drähten. Brit. Assoc. Cardiff. pag. 562—563. 1891; Beibl. 17, pag. 850.

D. E. JONES, Ueber die Messung stehender HERTZ'scher Schwingungen in Drähten und die Dämpfung elektrischer Wellen. Brit. Assoc. Cardiff. pag. 561—562. 1891; Beibl. 17, pag. 851.

A. RIGHI, Ueber einige Versuchsanordnungen zur Demonstration und zum Studium der HERTZ'schen elektrischen Schwingungen. Rendic. R. Acc. dei Lincei (5) 2; I Sem., pag. 333 bis 337. pag. 505—518. 1893; Beibl. 18, pag. 134.

(Herstellung elektrischer Schwingungen, deren Wellenlänge nur 7·5 *cm* beträgt.)

H. BAUERNBERGER, Ueber die Stärke elektrischer Wellen, wenn der Primärfunke in Oel überspringt. Sitzungsber. d. Wien. Acad. 102, Abth. II, pag. 782—792. 1893; Beibl. 18, pag. 136.

VOLLER, Methode zur Demonstration und Untersuchung elektrischer Wellen. Ber. üb. d. Verhandlungen d. intern. Elektrotechniker-Congresses zu Frankfurt a. M. vom 7—12. Sept. 2. Hälfte, pag. 21—32. 1892; Beibl. 18, pag. 382.

KR. BIRKELAND u. ED. SARASIN, Ueber die Natur der Reflexion elektrischer Wellen am Ende eines leitenden Fadens. Compt. rend. 117, pag. 618—622. 1892. — H. POINCARÉ, Bemerkungen hierzu, Compt. rend. 117, pag. 622—624; Beibl. 18, pag. 384.

A. RIGHI, Welches ist die Polarisationsebene der HERTZ'schen Schwingungen? Rend. R. Acc. dei Lincei (5) 2, II. Sem. pag. 73—78. 1893. — Ueber die Polarisationsebene der HERTZ-schen Schwingungen. Ibid. pag. 157—162; Beibl. 18, pag. 385.

A. GARBASSO, Ueber die Erscheinung der multiplen Resonanz. Atti R. Acc. delle Science Torino 28, pag. 246—251. 1892—93; Beibl. 18, pag. 387.

D. MAZZOTTO, Ueber die Knotensysteme der nach LECHER's Methode erhaltenen elektrischen Wellen. Atti R. Acc. delle Science Torino 8, pag. 417—433. 1892—93; Beibl. 18, pag. 475.

E. SALVIONI, Untersuchungen über stationäre elektrische Wellen, 36 pp., Perugia 1893; Beibl. 18, pag. 477.

VI. Die MAXWELL'sche Theorie der Elektricität und des Magnetismus. Neuere Untersuchungen über dieselbe. Anwendungen auf specielle Probleme.

A. Allgemeine Gleichungen für ruhende Körper.

1. Einleitung.

Ueber die mannigfachen Versuche, eine allgemeine Theorie der Elektricität zu begründen, wird in einem besonderen Artikel[1]) dieses Werkes berichtet. Ein in jeder Beziehung einwurfsfreies Resultat hat sich bis jetzt nicht ergeben. Man kann aber wohl behaupten, dass die Grundgedanken und die Hauptsätze der von CL. MAXWELL aufgestellten Theorie zur Zeit am besten geeignet sind, alle bisher bekannten Erscheinungen systematisch zu erklären. Insbesondere ist es die Gesammtheit der in dem Abschnitt V beschriebenen Thatsachen, welche als Bestätigungen und Consequenzen der MAXWELL'schen Theorie angeführt werden können.

Ausser in seinen Originalabhandlungen hat Cl. MAXWELL seine Theorie hauptsächlich in seinem »Treatise of electricity and magnetism«, Oxford 1873, auseinander gesetzt. Die MAXWELL'sche Theorie folgt auch aus der HELMHOLTZ-chen[2]) Potentialtheorie, wenn man die dort eingeführte Constante $k = 0$ setzt.

[1]) »Erklärungsversuche der elektrischen Erscheinungen.«

[2]) H. von HELMHOLTZ, BORCHARDT, Journ. 72, pag. 57—129. 1870; Abhandl. I, pag. 545.

In neuester Zeit sind ferner besondere Schriften über diese Theorie erschienen: L. BOLTZNANN, Vorlesungen über MAXWELL's Theorie der Elektricität, Leipzig 1. 1890. 2. 1893. POINCARÉ, Electricité et Optique. I. Les Théories de MAXWELL 1890. A. FÖPPL, Einführung in die MAXWELL'sche Theorie der Elektricität, Leipzig 1894. Endlich haben O. HEAVISIDE[1]), H. HERTZ[2]) und E. COHN[3]) Untersuchungen veröffentlicht, welche eine in systematischer Beziehung möglichst vollkommene Darstellung dieser Theorie und ihrer Anwendungen auf die verschiedensten Probleme der Elektricitätslehre zu geben bezwecken.

Da in dem oben erwähnten Artikel die verschiedenen Wege besprochen wurden, auf denen man zu den MAXWELL'schen Resultaten gelangt, so sollen an dieser Stelle dieselben nur nochmals kurz zusammengefasst werden, theils um von ihnen ausgehend eine neue Entwickelungsphase der Elektricitätstheorie zu besprechen, theils um zu einer tiefer begründeten Theorie der Induction zu gelangen und mit ihrer Hilfe eine Reihe von speciellen Problemen zu behandeln, deren Lösung zuvor nicht in Angriff genommen werden konnte.

Für die in der Elektricitätstheorie auftretenden Grössen habe ich möglichst dieselben Bezeichnungen gewählt, welche von den hervorragendsten deutschen Physikern (H. von HELMHOLTZ, G. KIRCHHOFF, H. HERTZ) benutzt worden sind. Um die HERTZ'schen Gleichungen in der Originalform wiederzugeben, wurde das »GAUSS'sche« absolute Maassystem[4]) zu Grunde gelegt. Es erfordert dies an gewissen Stellen die Einführung der Constanten »A«, welche mit grosser Annäherung als der umgekehrte Werth der Lichtgeschwindigkeit (v) angesehen werden kann.

2. Uebersicht der Hauptsätze der MAXWELL'schen Theorie.

Die Erscheinungen der Elektricität und des Magnetismus schreiben wir gewissen Veränderungen des Aethers und der ponderabeln Materie zu, zu deren Erklärung wir die Wirkung magnetischer und elektrischer Kräfte annehmen. Für den Punkt x, y, z bezeichnen wir die Componenten der ersteren mit: L, M, N, diejenigen der elektrischen Kraft mit: X, Y, Z.

Die Störungen, welche andauernde Wirkungen der magnetischen Kräfte hervorbringen, bestehen in veränderten Gleichgewichtszuständen. Wir bezeichnen dieselben als magnetische Polarisation und benutzen die Zeichen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ für ihre Componenten. In isotropen Körpern sind dieselben den Kraftcomponenten proportional[5]) also:

$$\mathfrak{L} = \mu L, \quad \mathfrak{M} = \mu M, \quad \mathfrak{N} = \mu N, \tag{1}$$

wo μ die magnetische Constante des Mediums ist.

In anisotropen Medien sind die Polarisationscomponenten lineare Functionen der Kraftcomponenten, also:

$$\begin{aligned} \mathfrak{L} &= \mu_{11} L + \mu_{12} M + \mu_{13} N, \\ \mathfrak{M} &= \mu_{12} L + \mu_{22} M + \mu_{23} N \\ \mathfrak{N} &= \mu_{13} L + \mu_{23} M + \mu_{33} N. \end{aligned} \tag{2}$$

Bei andauernder Wirkung elektrischer Kräfte können zweierlei Arten von Störungen eintreten:

1) O. HEAVISIDE, Phil. Mag. (5) 27, pag. 29. 1889.

2) H. HERTZ, WIED. Ann. 40, pag. 577; Abhandl. pag. 208. — WIED. Ann. 41, pag. 369; Abhandl. pag. 256. 1890.

3) E. COHN, WIED. Ann. 40, pag. 625. 1890.

4) Vergl. Handbuch 3 (2), Artikel: Absolutes Maass, pag. 477.

5) Dieser Satz ist für stark magnetisirbare Substanzen nicht mehr zutreffend.

α) veränderte Gleichgewichtszustände, dielektrische Polarisation. Ihre Componenten seien: $\frac{\mathfrak{X}}{4\pi}, \frac{\mathfrak{Y}}{4\pi}, \frac{\mathfrak{Z}}{4\pi}$. In isotropen Medien ist dann:

$$\mathfrak{X} = \varepsilon X, \quad \mathfrak{Y} = \varepsilon Y, \quad \mathfrak{Z} = \varepsilon Z, \tag{3}$$

wo ε die dielektrische Constante des Mediums ist; in anisotropen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{X} &= \varepsilon_{11} X + \varepsilon_{12} Y + \varepsilon_{13} Z, \\ \mathfrak{Y} &= \varepsilon_{12} X + \varepsilon_{22} Y + \varepsilon_{23} Z, \\ \mathfrak{Z} &= \varepsilon_{13} X + \varepsilon_{23} Y + \varepsilon_{33} Z. \end{aligned} \tag{4}$$

β) Strömungen oder Bewegungserscheinungen, durch welche fortdauernd Wärme producirt wird. Die Stromcomponenten seien u_1, v_1, w_1. Dieselben sind ebenfalls den elektrischen Kräften proportional. Es ist also:

$$u_1 = \lambda X, \quad v_1 = \lambda Y, \quad w_1 = \lambda Z, \tag{5}$$

wo λ die Leitungsfähigkeit des Mediums ist.

Für anisotrope Medien sind die Stromcomponenten lineare Functionen der Kraftcomponenten.

Die dielektrische Polarisation tritt in ihren Wirkungen bei den Isolatoren in den Vordergrund, die Strömung dagegen bei den guten Leitern. Es giebt aber Medien, in welchen beide Erscheinungen nachweislich[1]) nebeneinander bestehen. Man wird daher annehmen dürfen, dass dies in allen Substanzen der Fall ist. Eine Verschiebung von Elektricität im Sinne einer Strömung tritt bei einer Veränderung der dielektrischen Polarisation ein. MAXWELL unterscheidet daher den Gesammtstrom (Componenten u, v, w) von der Strömung im gewöhnlichen Sinne und setzt:

$$u = u_1 + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t}, \quad v = v_1 + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t}, \quad w = w_1 + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}. \tag{6}$$

Dass diesen Gesammtströmen elektrodynamische Wirkungen zukommen, und dass umgekehrt durch elektrische Kräfte beliebigen Ursprungs stets in gleicher Weise Gesammtströme, also in Isolatoren vorwiegend Polarisation hervorgerufen wird, ist eine der Grundannahmen seiner Theorie. Gemäss den Gleichungen (3) und (5) setzen wir noch die betreffenden Werthe ein und erhalten für isotrope Medien:

$$\begin{aligned} u &= \lambda X + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial X}{\partial t}, \\ v &= \lambda Y + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial Y}{\partial t}, \\ w &= \lambda Z + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial Z}{\partial t}. \end{aligned} \tag{7}$$

Rühren die magnetischen Kräfte von Magneten her, so haben sie ein Potential und man kann setzen, wenn man dasselbe mit ψ bezeichnet:

$$L = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad M = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad N = -\frac{\partial \psi}{\partial z}. \tag{8}$$

Um die elektromagnetische Wirkung elektrischer Ströme zu berechnen, gehen wir auf die Fundamentalformel zurück für die Kraftwirkung eines Stromelements $(i'ds')$ auf einen Einheitspol:

$$R = A\frac{i'ds'}{r^2}\sin(r\,ds').$$

Diese Kraft steht senkrecht auf der Ebene von r (Verbindungslinie des Pols mit ds') und ds'. Die x-Componente ist dann:

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 446.

$$R_z = A i' \left(\frac{\partial \frac{dy'}{r}}{\partial z} - \frac{\partial \frac{dz'}{r}}{\partial y} \right).$$

Handelt es sich um Ströme in räumlich ausgedehnten Medien, deren Componenten u', v', w' seien, so tritt an Stelle von

$$i' dy' : v' dx' dy' dz' \quad \text{oder} \quad v' d\tau'.$$

Man erhält die gesammte, magnetische Kraft, indem man die Summe R_x über alle Raumelemente nimmt. Also:

$$\begin{aligned} L &= A \left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial y} \right), \\ M &= A \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial z} \right), \\ N &= A \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right), \end{aligned} \tag{9}$$

wo:

$$U = \int \frac{u' d\tau'}{r}, \quad V = \int \frac{v' d\tau'}{r}, \quad W = \int \frac{w' d\tau'}{r}. \tag{10}$$

Die drei Potentiale U, V, W (gewöhnlich als Componenten des Vectorpotentials bezeichnet) müssen bei den Annahmen der MAXWELL'schen Theorie[1]) der Bedingung genügen:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0. \tag{11}$$

Da ausserdem nach der Potentialtheorie:

$$\Delta U = -4\pi u, \quad \Delta V = -4\pi v, \quad \Delta W = -4\pi w,$$

so erhält man aus den Gleichungen (9) das neue System:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} &= 4\pi A u, \\ \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} &= 4\pi A v, \\ \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} &= 4\pi A w. \end{aligned} \tag{12}$$

Multiplicirt man auf beiden Seiten mit μ, so ist nach Gleichung (1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial y} &= 4\pi A \mu u. \\ \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial z} &= 4\pi A \mu v, \\ \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x} &= 4\pi A \mu w \text{[2])}. \end{aligned} \tag{13}$$

Die elektrischen Kräfte können zunächst auch so beschaffen sein, dass sie ein Potential (φ) besitzen, dass also:

$$X = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}. \tag{14}$$

Rühren dieselben von der Induction her bei Veränderung des Kraftfeldes, so ist dies nicht der Fall. Bei einer früheren Gelegenheit[3]) wurde dann eine

---

[1]) H. HELMHOLTZ's Abhandl. 1, pag. 572.

[2]) Vergl. G. KIRCHHOFF, Abhandl. pag. 233.

[3]) Handbuch 3 (2), pag. 406.

Beziehung derselben zu der Veränderung der magnetischen Kraft abgeleitet. Es war:

$$A\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z},\quad A\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x},\quad A\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}. \tag{15}$$

Für ein isotropes, magnetisirbares Medium lauten dieselben:

$$A\mu\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z},\quad A\mu\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x},\quad A\mu\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}, \tag{16}$$

Rühren die magnetischen Kräfte von elektrischen Strömen her, welche das Medium durchfliessen, so kann man für L, M, N die Formeln (9), (10), (11) benutzen. Dann ist:

$$X = -A^2\mu\frac{\partial U}{\partial t},\quad Y = -A^2\mu\frac{\partial V}{\partial t},\quad Z = -A^2\mu\frac{\partial W}{\partial t}. \tag{17}$$

Setzt man in die Gleichungen (12) die Werthe für u, v, w nach (7) ein, so erhält man für ein isotropes Medium:

$$A\varepsilon\frac{\partial X}{\partial t} + 4\pi\lambda AX = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y},\quad A\varepsilon\frac{\partial Y}{\partial t} + 4\pi\lambda AY = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z},\quad A\varepsilon\frac{\partial Z}{\partial t} + 4\pi\lambda AZ = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}, \tag{18}$$

Es sei ferner das Medium dielektrisch, anisotrop, nicht leitend und magnetisch nicht polarisirbar, dann gelten nach (4), (6) und (12) die Gleichungen:

$$\begin{aligned} A\left(\varepsilon_{11}\frac{\partial X}{\partial t} + \varepsilon_{12}\frac{\partial Y}{\partial t} + \varepsilon_{13}\frac{\partial Z}{\partial t}\right) &= \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y},\\ A\left(\varepsilon_{12}\frac{\partial X}{\partial t} + \varepsilon_{22}\frac{\partial Y}{\partial t} + \varepsilon_{23}\frac{\partial Z}{\partial t}\right) &= \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z},\\ A\left(\varepsilon_{13}\frac{\partial X}{\partial t} + \varepsilon_{23}\frac{\partial Y}{\partial t} + \varepsilon_{33}\frac{\partial Z}{\partial t}\right) &= \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}, \end{aligned} \tag{19}$$

welche zusammen mit den Gleichungen (15) die Grundbeziehungen für die Krystalloptik bilden[1]).

3. Allgemeine Bewegungsgleichungen der Elektricität in ruhenden Leitern[2]).

Dieselben sollen hier in der HELMHOLTZ'schen Formulirung aufgestellt werden, wobei die dort auftretende Constante $k = 0$ gesetzt werden muss, wenn man Uebereinstimmung mit MAXWELL's Formeln erhalten will. Von der dielektrischen und magnetischen Polarisation des Mediums wird dabei abgesehen. Dann fallen die Componenten u, v, w mit u_1, v_1, w_1 zusammen.

[1]) Handbuch 2. pag. 669.

[2]) H. HELMHOLTZ's Abhandl. 1, pag. 572—577.

Man hat dabei zu unterscheiden:

a) Theile des Raumes (S), in welchen nur elektrostatische und inducirte Kräfte wirksam sind,

b) Andere Theile (S'), in welchen die Strömungen durch andere wirksame Kräfte (z. B. durch galvanische Ketten) vorgeschrieben sind.

Für S gelten dann nach den bisherigen Ausführungen die Gleichungen:

$$\begin{aligned} u &= -\lambda\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + A^2\frac{\partial U}{\partial t}\right), \\ v &= -\lambda\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + A^2\frac{\partial V}{\partial t}\right), \\ w &= -\lambda\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} + A^2\frac{\partial W}{\partial t}\right). \end{aligned} \tag{20}$$

Hierzu kommt die Continuitätsgleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial\eta}{\partial t}, \tag{21}$$

wenn η die Raumdichtigkeit in dem Punkte x, y, z ist.

An der Grenze zweier, verschiedener Medien nimmt dieselbe die Form an:

$$(u - u')\cos(n, x) + (v - v')\cos(n, y) + (w - w')\cos(n, z) = -\frac{\partial e}{\partial t}, \tag{22}$$

wo e die Flächendichtigkeit in dem betreffenden Grenzpunkte ist.

Das Potential φ ist dann von der Form:

$$\varphi = \int\frac{\eta' d\tau'}{r} + \int\frac{e' d\omega'}{r}, \tag{23}$$

wobei das erste Integral ein Raumintegral, das zweite ein Flächenintegral ist.

Nach der HELMHOLTZ'schen Ableitung der Functionen U, V, W werden dieselben anstatt der Gleichungen (9) durch die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial x} + \int\frac{u' d\tau'}{r} \\ V &= \frac{1}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial y} + \int\frac{v' d\tau'}{r} \\ W &= \frac{1}{2}\frac{\partial\Psi}{\partial z} + \int\frac{w' d\tau'}{r} \end{aligned} \tag{24}$$

definirt, wo:

$$\Psi = -\frac{1}{2\pi}\int\frac{\partial\varphi}{\partial t}\frac{d\tau'}{r} \tag{25}$$

Hiernach kann man an Stelle der Gleichungen (20) auch schreiben für den Raum S:

$$\begin{aligned} \Delta U - \frac{\partial\varphi}{\partial x\partial t} &= 4\pi\lambda\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + A^2\frac{\partial U}{\partial t}\right) \\ \Delta V - \frac{\partial\varphi}{\partial x\partial t} &= 4\pi\lambda\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + A^2\frac{\partial V}{\partial t}\right) \\ \Delta W - \frac{\partial\varphi}{\partial x\partial t} &= 4\pi\lambda\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} + A^2\frac{\partial W}{\partial t}\right) \end{aligned} \tag{26}$$

mit der Bedingung:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0. \tag{27}$$

Für den Raum S' gelten nach der früher gestellten Bedingung die folgenden Gleichungen; wobei die hier auftretenden Grössen durch Striche von den *früheren* Werthen unterschieden werden:

$$\Delta U' - \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x \partial t} = -4\pi u',$$
$$\Delta V' - \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y \partial t} = -4\pi v', \tag{28}$$
$$\Delta W' - \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z \partial t} = -4\pi w'.$$

Ferner ist:

$$\frac{\partial U'}{\partial x} + \frac{\partial V'}{\partial y} + \frac{\partial W'}{\partial z} = 0. \tag{29}$$

An den Grenzen gelten die Beziehungen:

$$U - U' = V = V' = W - W' = \varphi - \varphi' = 0. \tag{30}$$
$$\frac{dU}{dn} - \frac{dU'}{dn} = \frac{dV}{dn} - \frac{dV'}{dn} = \frac{dW}{dn} - \frac{dW'}{dn} = 0.$$

Dann wird das erste Gleichungssystem (20—23) vollständig durch die Gleichungen (26—30) ersetzt.

4. Allgemeine Gleichungen der Elektricitat und des Magnetismus für ruhende Medien nach H. HERTZ[1]).

Die Gleichungen (16) und (18) des MAXWELL'schen Formelsystems zeichnen sich dadurch aus, dass in ihnen ausser Constanten nur die Componenten der elektrischen und magnetischen Kraft für einen Punkt des Mediums vorkommen. Dieselben sind zunächst noch für den Fall zu vervollständigen, dass an der Grenze zweier verschiedener Medien elektrische Kräfte auftreten, welche andauernde, elektrische Störungen resp. Strömungen zu bewirken im Stande sind, wie sie z. B. bei galvanischen Elementen vorkommen. Bezeichnet man die Componenten derselben mit X', Y', Z' und berücksichtigt, dass sie von der Zeit unabhängig sind, so lautet das jetzt näher zu betrachtende Gleichungssystem:

$$A\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z},$$
$$A\mu \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \tag{31}$$
$$A\mu \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y},$$

$$A\varepsilon \frac{\partial X}{\partial t} + 4\pi\lambda A(X - X') = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y},$$
$$A\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} + 4\pi\lambda A(Y - Y') = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z}, \tag{32}$$
$$A\varepsilon \frac{\partial Z}{\partial t} + 4\pi\lambda A(Z - Z') = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Diese Gleichungen, welche für jeden Punkt eines homogenen Mediums[2]) gelten, sollen auch dann ihre Bedeutung nicht verlieren, wenn derselbe an die Grenze des Mediums gerückt, resp. in ein anderes angrenzendes Medium übergeführt wird. Sie nehmen dann aber eine eigentümliche Form an, welche wir unter der Voraussetzung aufsuchen, dass der Uebergang aus dem einen in das andere Medium in einer Schicht von geringer, aber nicht unendlich kleiner Dicke sich vollzieht, dass in derselben also die Werthe der Constanten λ_1, μ_1, ε_1 des ersten Mediums continuirlich in diejenigen des zweiten λ_2, μ_2, ε_2 übergehen.

---

[1]) H. HERTZ, WIED. Ann. 40. pag. 577 — 624. 1890.

[2]) Dasselbe soll in der Folge auch als isotrop angesehen werden.

Wir führen ein Coordinatensystem ein, bei welchem ein Element der Grenzfläche in die x, y-Ebene fällt, die z-Axe also Normale derselben ist.

Die erste Gleichung des Systems (31) wird dann mit dz multiplicirt und über eine kurze Strecke integrirt und zwar von einem Punkt an, welcher im ersten Medium liegt, bis zu einem Punkt des zweiten Mediums. Von den auftretenden Integralen ist zunächst $\int L dz$ sehr klein. Dagegen hat $\int Z dz$ in Folge der dort auftretenden, elektromotorischen Kraft einen Werth von endlicher Grösse. Wir bezeichnen denselben mit φ_{12}. Dann ist:

$$Y_2 - Y_1 = \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial y}.$$

Ebenso ergiebt sich aus der zweiten Gleichung (31):

$$X_2 - X_1 = \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial x}.$$

Schreibt man die dritte Gleichung für zwei der Grenze nahe Punkte in beiden Medien hin und zieht die beiden Gleichungen von einander ab, so erhält man mit Benutzung der eben gefundenen beiden Gleichungen:

$$\mu_1 \frac{\partial N_1}{\partial t} = \mu_2 \frac{\partial N_2}{\partial t}.$$

In ähnlicher Weise erhalten wir aus dem System (32):

$$M_2 = M_1,$$
$$L_2 = L_1,$$
$$\varepsilon_2 \frac{\partial Z_2}{\partial t} + 4\pi\lambda_2 Z_2 = \varepsilon_1 \frac{\partial Z_1}{\partial t} + 4\pi\lambda_1 Z_1.$$

Das ganze System der 6 Grenzgleichungen bezeichnen wir als (33).

Specielle Fälle der Gleichungen (31), (32), (33) erhalten wir:

a) für Isolatoren, indem man $\lambda = 0$ setzt,

b) für den Aether, indem man ausserdem noch $\mu = \varepsilon = 1$ setzt.

Die Gleichungssysteme (31), (32), (33) bilden die Grundlage einer allgemeinen Theorie der Elektricität und des Magnetismus. Anstatt dieselben aus der MAXWELL'schen Theorie abzuleiten, kann man sie auch — ohne vorhergehende Begründung — als zutreffend ansehen und dann nachträglich ihre Berechtigung dadurch erweisen, dass sich alle, bis jetzt auf diesem Gebiet bekannten Thatsachen einwurfsfrei aus ihnen ableiten lassen.

Dies ist der von H. HERTZ vertretene Standpunkt.

Indem wir nun dazu übergehen, Consequenzen aus den Gleichungssystemen zu ziehen, schreiben wir sie zunächst in der folgenden, nach den früheren Feststellungen leicht verständlichen Form:

$$A\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z},$$
$$A\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \qquad (34)$$
$$A\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}.$$

$$A\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} - 4\pi A u,$$
$$A\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} - 4\pi A v, \qquad (35)$$
$$A\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} - 4\pi A w,$$

Durch Differentiation der drei letzten Gleichungen nach x, y, z und Addition erhält man:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x}+\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y}+\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}\right)=-4\pi\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right).$$

Diese Gleichung wird mit dem Raumelement $d\tau$ multiplicirt und über einen Raum integrirt, welcher beliebige Medien enthalten kann, die aber allseitig von Aether umgeben sind, so dass die Grenzfläche ausschliesslich in diesem verläuft.

Da die rechte Seite der Gleichung Null wird, so erhält man:

$$\int\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x}+\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y}+\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}\right)d\tau=\int[\mathfrak{X}\cos(nx)+\mathfrak{Y}\cos(ny)+\mathfrak{Z}\cos(nz)]d\omega=4\pi e. \quad (36)$$

Die rechte Seite ist jetzt eine von der Zeit unabhängige Constante. Welcher Art also auch die im Innern sich abspielenden Processe sein mögen, die beiden Integrale behalten immer ihren Anfangswerth, der übrigens positiv, negativ oder auch Null sein kann. Hiernach kann man im Anschluss an die bisherige Darstellungsweise e als die dem System anfänglich mitgetheilte Elektricitätsmenge ansehen. Ueber die Vertheilung derselben in dem betrachteten Raum lässt sich ein weiterer Schluss nicht ziehen. HERTZ schlägt deshalb vor, die Ausdrücke

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x}+\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y}+\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}\right)$$

als wahre Raumdichte,

$$\frac{1}{4\pi}[(\mathfrak{X}_2-\mathfrak{X}_1)\cos(nx)+(\mathfrak{Y}_2-\mathfrak{Y}_1)\cos(ny)+(\mathfrak{Z}_2-\mathfrak{Z}_1)\cos nz)]$$

als wahre Flächendichte der Elektricität zu bezeichnen.

Da anderseits auch:

$$4\pi e=\int[X\cos(nx)+Y\cos(ny)+Z\cos(nz)]dw=\int\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial z}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)d\tau \quad (37)$$

ist, weil im Aether:

$$\mathfrak{X}=X, \text{ etc.},$$

so kann man auch die Ausdrücke:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)$$

und

$$\frac{1}{4\pi}[(X_2-X_1)\cos(nx)+(Y_2-Y_1)\cos(ny)+(Z_2-Z_1)\cos(nz)]$$

als anders vertheilte Elektricität ansehen

H. HERTZ bezeichnet erstere als Raumdichte, letztere als Flächendichte der freien Elektricität.

Die »elektrischen Fluida« spielen hiernach in der modernen Elektricitätstheorie eine ähnliche Rolle, wie etwa die Belegungen einer magnetischen Doppelfläche zur Erklärung der Wirkungen eines geschlossenen elektrischen Stromes.

Für den Magnetismus lassen sich ganz ähnliche Betrachtungen durchführen. Wir müssen es uns versagen, hierauf näher einzugehen und bemerken nur noch, dass sich aus den zu Grunde liegenden Annahmen als Folgerungen weiter ergeben: das COULOMB'sche Gesetz, die Formeln für constante Strömung, das BIOT-SAVART'sche Gesetz, das NEUMANN'sche Inductionsgesetz für geschlossene Ströme. Auch die Ausbreitung elektrischer und magnetischer Störungen in isotropen und anisotropen Medien folgen aus denselben.

B. Allgemeine Gleichungen der Elektricität und des Magnetismus für bewegte Medien.

An einer früheren Stelle[1]) wurde die Inductionskraft berechnet, welche bei der Bewegung eines Leiters in einem magnetischen Kraftfeld entsteht. Die Ableitung jener Kraft beruhte auf einer Hypothese, welche ihre Rechtfertigung darin fand, dass in vielen, dem Experiment leichter zugänglichen Fällen die berechneten Werthe mit der Erfahrung übereinstimmen.

Wir lassen hier eine allgemeinere Behandlung dieses Gegenstandes im Anschluss an H. Hertz[2]) folgen.

Zu dem Zweck bemerken wir zunächst, dass in den Gleichungen (34) und (35) die auf der rechten Seite stehenden elektrischen und magnetischen Kräfte in einem bestimmten Augenblick als gegeben anzusehen sind, während auf der linken Seite die zu berechnenden Polarisationen stehen. Dieselben werden anders ausfallen, wenn wir das Medium nicht mehr als ruhend, sondern als bewegt ansehen. Zu ihrer Berechnung wird die Annahme gemacht, dass sie resp. die Kraftlinien an dem bewegten Medium haften und mit demselben mit bewegt werden.

Fassen wir ein kleines Flächenelement (die Flächeneinheit) senkrecht zur x-Axe ins Auge. Die zu demselben senkrechte, magnetische Polarisation $\mathfrak{L}$ verändert sich dann in der Zeiteinheit nicht mehr, wie bei ruhendem Medium, um $\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t}$ sondern allgemeiner um den Betrag:

$$\frac{d\mathfrak{L}}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x}\alpha + \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial y}\beta + \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial z}\gamma, \tag{a}$$

wenn α, β, γ, die Geschwindigkeitscomponenten sind und das Element sich stets parallel bleibt. Erfährt das Flächenelement ferner Drehungen um die y- resp. die z-Axe, deren Winkelgeschwindigkeiten $\frac{\partial \alpha}{\partial z}$ uud $\frac{\partial \alpha}{\partial y}$ sind, so durchsetzen das Element jetzt Componenten der Polarisation nach den beiden andern Axen. Der Gesammtbetrag dieser Aenderung ist:

$$-\left(\mathfrak{M}\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \mathfrak{N}\frac{\partial \alpha}{\partial z}\right). \tag{b}$$

Ist endlich mit der Veränderung des Mediums eine Dehnung des Flächenelementes verbunden, so treten neue Kraftlinien in das Element. Der entsprechende Ausdruck ist:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial z}\right). \tag{c}$$

Die Summe von (a), (b) und (c) bildet dann die Gesamtveränderung. Man giebt derselben eine zweckmässige Form, wenn man noch $\pm\,\alpha\left[\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial z}\right]$ hinzufügt. Die rechte Seite der Gleichung sollte nach der oben gemachten Annahme unverändert bleiben. Indem wir gleiche Betrachtungen für die elektrische Polarisation anstellen, erhalten wir das Gleichungssystem:

$$A\left[\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\gamma\mathfrak{L} - \alpha\mathfrak{M}) - \frac{\partial}{\partial z}(\alpha\mathfrak{N} - \gamma\mathfrak{L}) + \alpha\left(\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial z}\right)\right] = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{Y}{\partial z}. \tag{38}$$

und zwei analoge Gleichungen. Ferner ist das zweite System:

---

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 404—405.

[2]) H. Hertz. Wied. Ann. 41. pag. 369–399. 1.90.

$$A\left[\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\beta \mathfrak{X} - \gamma \mathfrak{Y}) - \frac{\partial}{\partial z}(\alpha \mathfrak{Z} - \gamma \mathfrak{X}) + \alpha\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}\right)\right] = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} - 4\pi A u, \tag{39}$$

mit zwei weiteren entsprechenden Gleichungen, welche man leicht durch cyklische Vertauschung ableitet.

Nach der bisher üblichen Auffassung der Inductionsvorgänge, würde man die **linke** Seite als gegeben ansehen und daraus die inducirten Kräfte X, Y, Z resp. die magnetischen Kräfte L, M, N zu berechnen haben, während HERTZ umgekehrt die magnetischen und elektrischen Kräfte als gegeben ansieht und die Gleichungen als Lösungen der Aufgabe ansieht, die elektrische und magnetische Polarisation in ihrem weiteren Verlauf zu bestimmen. Um die Uebereinstimmung mit früheren, partiell gültigen Formeln nachzuweisen, setzt man im Sinne der ersten Auffassung:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 \text{ etc.}$$
$$L = L_1 + L_2 + L_3 \text{ etc.}$$

Sondern wir zunächst die Glieder ab:

$$\begin{aligned} X_1 &= A(\gamma \mathfrak{M} - \beta \mathfrak{N}), \\ Y_1 &= A(\alpha \mathfrak{N} - \gamma \mathfrak{L}), \\ Z_1 &= A(\beta \mathfrak{L} - \alpha \mathfrak{M}, \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned} L_1 &= A(\gamma \mathfrak{Y} - \beta \mathfrak{Z}, \\ M_1 &= A(\alpha \mathfrak{Z} - \gamma \mathfrak{X}, \\ N_1 &= A(\beta \mathfrak{X} - \alpha \mathfrak{Y}). \end{aligned} \tag{41}$$

Die drei ersten Kraftcomponenten sind dieselben, welche früher für die Induction in einem bewegten Leiterelement abgeleitet wurden, wobei hier das Medium als magnetisch polarisirbar angesehen wird. Wäre dies nicht der Fall, so tritt an Stelle von $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$: L, M, N.

Die drei anderen Gleichungen geben magnetische Wirkungen eines bewegten elektrisch polarisirten Isolators, deren Vorhandensein bisher noch nicht nachgewiesen worden ist.

Bestimmt man die X_2, Y_2, Z_2, L_2, M_2, N_2 so, dass sie den partiellen Aenderungen: $A \dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t}$ etc. entsprechen, so erhalten wir das frühere Gleichungssystem (34) und (35) für ruhende Medien.

Es bleibt dann übrig:

$$A\alpha\left(\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial z}\right) = \frac{\partial Z_3}{\partial y} - \frac{\partial Y_3}{\partial z}, \text{ etc.} \tag{42}$$

und

$$4\pi A u + A\alpha\left(\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}\right) = \frac{\partial N_3}{\partial y} - \frac{\partial M_3}{\partial z}, \text{ etc.} \tag{43}$$

Das erste System repräsentirt die Induction von bewegtem Magnetismus und kann zur Erklärung gewisser Erscheinungen der unipolaren Induction herangezogen werden. Das letzte System bildet eine Erweiterung der Gleichungen (12), zeigt aber, dass die convective Bewegung wahrer Elektricität der elektromagnetischen Wirkung der entsprechenden Stromcomponente äquivalent ist. Versuche von ROWLAND[1]) haben das Vorhandensein magnetischer Wirkungen derselben dargethan.

---

[1]) H. v. HELMHOLTZ, Bericht betreffend Versuche über die elektromagnetische Wirkung elektrischer Convection, ausgeführt von H. A. ROWLAND, POGG. Ann. 148, pag. 487. 1876. — HELMHOLTZ, Abhandl. 1, pag. 791.

Hiernach liefern die aufgestellten Gleichungen alle diejenigen magnetischen und elektromotorischen Wirkungen, welche bis jetzt experimentell festgestellt worden sind.

C. Die elektromagnetische Energie und ihre Veränderungen.

Wenn innerhalb eines Raumes, welcher theils mit Aether, theils mit ponderabeln (isotropen) Medien erfüllt ist, elektrische und magnetische Störungen stattfinden, so enthält derselbe eine gewisse Energiemenge, welche aus der Summe der elektrischen und der magnetischen Energie besteht. Von diesen ist erstere dem Quadrate der elektrischen, letztere dem Quadrate der magnetischen Kraft proportional. Die Einheiten dieser Kräfte sind so gewählt, dass für die Volumeneinheit des Aethers die Energie durch den Ausdruck:

$$\frac{1}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)+\frac{1}{8\pi}(L^2+M^2+N^2)$$

dargestellt wird.

Die Gesammtenergie innerhalb des betreffenden Raumes ist dann:

$$S=\frac{1}{8\pi}\iiint d\tau[\mu(L^2+M^2+N^2)+\varepsilon(X^2+Y^2+Z^2)], \tag{44}$$

wobei die Integration über den ganzen Raum zu erstrecken ist und ε und μ die dielektrischen Constanten und die Permeabilitäten der betreffenden Medien bedeuten.

Das System befinde sich zunächst im Ruhezustand. Es soll die Aenderung der Energie berechnet werden. Zu dem Zweck werden die Gleichungen (31) und (32) mit $\frac{d\tau}{4\pi A}$, ferner einzeln der Reihe nach mit L, M, N, X, Y, Z multiplicirt und dann addirt Schliesslich wird das Integral über den ganzen Raum gebildet. Auf der rechten Seite der Gleichung werden partielle Integrationen ausgeführt. Man erhält dann:

$$\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{1}{4\pi A}\int[(NY-MZ)\cos(n,x)+(LZ-NX)\cos(ny)+(MX-LY)\cos(n,z)]d\omega$$
$$-\int d\tau(uX+vY+wZ), \tag{45}$$

wobei die Stromcomponenten u, v, w durch die Gleichungen:

$$u=\lambda(X-X'),\qquad v=\lambda(Y-Y'),\qquad w=\lambda(Z-Z')$$

eingeführt worden sind.

Die Aenderung der Energie besteht daher aus zwei Theilen. Der erste enthält nur Grössen, welche sich auf die Grenzfläche des ganzen Raumes beziehen.

Man kann dieses Glied auffassen als einströmende resp. ausströmende Energiemenge. Setzt man:

$$\begin{aligned}\mathfrak{u}&=\frac{1}{4\pi A}(NY-MZ),\\ \mathfrak{v}&=\frac{1}{4\pi A}(LZ-NX),\\ \mathfrak{w}&=\frac{1}{4\pi A}(MX-LY),\end{aligned} \tag{46}$$

so ist derselbe:

$$\iint d\omega[\mathfrak{u}\cos(nx)+\mathfrak{v}\cos(ny)+\mathfrak{w}\cos(nz)].$$

und man kann[1] $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{w}$ als »Componenten der strömenden Energie« bezeichnen.

---

[1]) W. WIEN, Ueber den Begriff der Lokalisirung der Energie; WIED. Ann. 45, pag. 685—728. 1892.

Aus den letzten Gleichungen ergiebt sich:

a) Die Energie bewegt sich senkrecht zur Richtung der elektrischen und magnetischen Kraft.

b) An Orten, wo entweder die elektrische oder die magnetische Kraft Null ist, findet keine Strömung der Energie statt.

Der zweite Theil repräsentirt zunächst den Energieverlust im Innern homogener Leiter, wo X', Y', Z' verschwinden. In Uebereinstimmung mit der Erfahrung ergiebt sich, dass dort die Energie in Wärme verwandelt wird.

An den Grenzflächen verschiedener Leiter, wo X' Y' Z' von Null verschieden sind, repräsentirt dieses Glied die Arbeit der elektromotorischen Kräfte, welche dort ihren Sitz haben.

Wir gehen nun zu dem allgemeineren Fall über, dass die in Betracht kommenden Medien räumliche Veränderungen erfahren. Um die Energieänderung zu berechnen, setzen wir in den Gleichungen (38) und (39):

$$\mathfrak{X} = \varepsilon X, \text{ etc. ferner } \mathfrak{L} = \mu L \text{ etc.},$$

multipliciren das ganze System, wie zuvor, mit $\frac{d\tau}{4\pi A}$, ferner die einzelnen Gleichungen der Reihe nach mit L, M, N, X, Y, Z, addiren die 6 Gleichungen und integriren über den ganzen Raum.

Bei Ausführung der Rechnung wollen wir uns auf Isolatoren beschränken. Ferner soll zur Abkürzung:

$$R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2,$$
$$H^2 = L^2 + M^2 + N^2$$

gesetzt werden. Dann ist:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{1}{4\pi A}\int d\omega[(NY - MZ)\cos(nx) + (LZ - NX)\cos(ny) + (MX - LY)\cos(nz)] \\ - \frac{1}{8\pi}\int d\tau\left[\mu\left[\frac{\partial}{\partial x}(\alpha H^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta H^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\gamma H^2)\right]\right. \\ \left. + \varepsilon\left[\frac{\partial}{\partial x}(\alpha R^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta R^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\gamma R^2)\right]\right] + J_\mu + J_\varepsilon. \end{aligned} \tag{47}$$

Unter J_μ und J_ε sind zwei Integrale zu verstehen, auf welche wir nachher noch eingehen werden. Wird bei dem mittleren Integral die partielle Integration ausgeführt, so erhält man:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \int d\omega[\mathfrak{u}\cos(nx) + \mathfrak{v}\cos(ny) + \mathfrak{w}\cos(nz)] + J_\mu + J_\varepsilon, \tag{48}$$

wo gesetzt ist[1]):

$$\begin{aligned} \mathfrak{u} &= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{A}(NY - MZ) - \frac{\alpha}{2}(\mu H^2 + \varepsilon R^2)\right], \\ \mathfrak{v} &= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{A}(LZ - NX) - \frac{\beta}{2}(\mu H^2 + \varepsilon R^2)\right], \\ \mathfrak{w} &= \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{A}(MX - LY) - \frac{\gamma}{2}(\mu H^2 + \varepsilon R^2)\right]. \end{aligned} \tag{49}$$

Hiernach besteht die durch die Grenzfläche des Raumes einströmende Energie aus zwei Theilen, von denen der letzte durch die ein- oder austretenden Medien mitgeführt wird.

Es erübrigt noch, die beiden Ausdrücke J_μ und J_ε näher zu betrachten.

Die Rechnung ergiebt zunächst:

[1]) W. Wien, Ueber die Bewegung der Kraftlinien im elektromagnetischen Felde. Wied. Ann. 47, pag. 326—344. 1893.

$$J_\mu = \frac{\mu}{8\pi}\int d\tau \left[\frac{\partial\alpha}{\partial x}(M^2 + N^2 - L^2) + \frac{\partial\beta}{\partial y}(N^2 + L^2 - M^2) + \frac{\partial\gamma}{\partial z}(L^2 + M^2 - N^2) - 2LM\left(\frac{\partial\alpha}{\partial y} + \frac{\partial\beta}{\partial x}\right) - 2LN\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} + \frac{\partial\gamma}{\partial x}\right) - 2MN\left(\frac{\partial\beta}{\partial z} + \frac{\partial\gamma}{\partial y}\right)\right]. \tag{50}$$

Für J_ε folgt ein analoger Ausdruck, wenn man die magnetischen mit den elektrischen Kräften vertauscht. J_μ repräsentirt die Arbeit elastischer Kräfte, welche durch die magnetischen Kräfte in dem Medium hervorgerufen werden.

Führt man die gebräuchlichen Bezeichnungen der Elasticitätstheorie[1]) ein, so ist:

$$\begin{aligned} X_x &= \frac{\mu}{8\pi}(M^2 + N^2 - L^2) \\ Y_y &= \frac{\mu}{8\pi}(N^2 + L^2 - M^2) \\ Z_z &= \frac{\mu}{8\pi}(M^2 + L^2 - N^2) \end{aligned} \tag{51}$$

$$X_y = Y_x = -\frac{\mu}{4\pi}LM, \quad X_z = Z_x = -\frac{\mu}{\pi 4}LM, \quad Y_z = Z_y = -\frac{\mu}{4\pi}MN.$$

Es sind dies dieselben Ausdrücke, welche CL. MAXWELL[2]) gefunden hat und welche die ponderomotorischen Wirkungen zwischen Magneten und Strömen durch einen Zwangszustand des Mediums, also mit Ausschluss der Fernwirkungen, erklären.

Nimmt man noch darauf Rücksicht, dass durch die Wirkung der elektromagnetischen Druckkräfte Deformationen des Mediums und dadurch Veränderungen von μ (bei festen Körpern ein Uebergang in den anisotropen Zustand) eintreten, so erhält man ein complicirteres System der magnetischen resp. der elektrischen Druckkräfte[3]).

D. Untersuchungen über Begründung und Erweiterung der MAXWELL-HERTZ'schen Elektricitätstheorie.

Wie schon früher erwähnt, hat H. HERTZ selbst auf eine Ableitung seiner Grundgleichungen verzichtet. Er sagt im Anschluss an das Gleichungssystem für den Aether[4]):

»Nachdem diese Gleichungen einmal gefunden sind, ist es nicht mehr zweckmässig, dieselben aus Vermuthungen über die elektrische und magnetische Constitution des Aethers und das Wesen der wirkenden Kräfte, als wären dies bekanntere Dinge, herzuleiten. Vielmehr ist es zweckmässig, an diese Gleichungen die weiteren Vermuthungen über den Aether anzuknüpfen.«

In diesem Sinne sind in letzter Zeit mehrfach beachtenswerthe Versuche gemacht worden, die magnetischen und elektrischen Kräfte durch Deformationen und Bewegungen des Aethers zu erklären.

Dabei hat sich herausgestellt, dass sich eine Reihe verschiedener Möglichkeiten darbieten. Insbesondere kann man entweder die elektrische Kraft einer

---

[1]) Handbuch 1, pag. 230.

[2]) CL. MAXWELL, Lehrbuch der Elektricität 2, pag. 330—339.

[3]) Vergl. H. v. HELMHOLTZ, WIED. Ann. 13, pag. 384—406. 1881. — H. HERTZ, WIED. Ann. 41, pag. 389—399. 1890.

[4]) H. HERTZ, WIED. Ann. 40, pag. 583. 1890.

Drehung oder einer Winkelgeschwindigkeit um die Kraft als Axe gleichsetzen, während die magnetische Kraft einer Verschiebung oder einer Geschwindigkeit in ihrer Richtung proportional ist, oder man kann entgegengesetzt verfahren Ferner kann man dem Aether mehr den Charakter eines elastischen oder eines flüssigen Mediums zuertheilen.

Fasst man denselben als homogenes, continuirlich verbreitetes Medium auf, so gelten allgemein die folgenden Gleichungen für einen Punkt x, y, z desselben, wobei u, v, w entweder als Verschiebungs- oder als Geschwindigkeitscomponenten anzusehen sind:

$$\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right), \quad \eta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right), \quad \zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right). \tag{52}$$

Ferner ist:

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{2}\left(\Delta u - \frac{\partial \sigma}{\partial x}\right), \tag{53}$$

wo:

$$\sigma = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \tag{54}$$

gesetzt wurde.

Den Aether als elastisches Medium auffassend, setzt zunächst A. SOMMERFELD[1]) in den HERTZ'schen Gleichungen.

$$\begin{aligned} X &= c_1 \xi, & Y &= c_1 \eta, & Z &= c_1 \zeta, \\ L &= c_2 \frac{\partial u}{\partial t}, & M &= c_2 \frac{\partial v}{\partial t}, & N &= c_2 \frac{\partial w}{\partial t}. \end{aligned} \tag{55}$$

Bei passender Bestimmung der Constanten c_1 und c_2 erhält man dann zwei Systeme von Differentialgleichungen, welche ausdrücken, dass die Drehung eines Volumenelements eine Kraft erfordert, welche in Isolatoren dem Drehungswinkel, in Leitern der Rotationsgeschwindigkeit proportional ist.

Die HERTZ'schen Gleichungen werden von G. HELM[2]) auf die Bewegung eines elastischen Mediums zurückgeführt, indem er setzt:

$$\begin{aligned} L &= \frac{2\xi}{A\mu}, & M &= \frac{2\eta}{A\mu}, & N &= \frac{2\zeta}{A\mu}. \\ X &= \frac{\partial u}{\partial t}, & Y &= \frac{\partial v}{\partial t}, & Z &= \frac{\partial w}{\partial t}. \end{aligned} \tag{56}$$

Das Gleichungssystem:

$$A\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \text{ etc.}$$

wird dann nach den früheren Gleichungen (52) erfüllt.

Das zweite System giebt:

$$\frac{\partial u^2}{\partial t^2} = \frac{1}{A^2 \mu \varepsilon}\left(\Delta u - \frac{\partial \sigma}{\partial x}\right) - \frac{4\pi\lambda}{\varepsilon}\frac{\partial u}{\partial t}.$$

Setzt man noch $\sigma = 0$, so repräsentiren diese Gleichungen die gewöhnlichen Elasticitätsgleichungen, für ein incompressibles Medium, in welchem aber eine der Geschwindigkeit proportionale Reibungskraft wirksam ist.

---

[1]) A. SOMMERFELD, WIED. Ann. 46, pag. 139—151. 1892. Um die dortigen Bezeichnungen in die hier gebrauchten zu verwandeln, muss man ersetzen: U durch ξ, ξ durch u, u durch $\frac{\partial u}{\partial t}$.

[2]) G. HELM, WIED. Ann. 47, pag. 743—751. 1893. — Die Annahmen von HELM sind etwas complicirter, als im Text angegeben, da derselbe auch die elektromotorischen Kräfte an Grenzflächen X', Y', Z' mit berücksichtigt.

Von weiteren Untersuchungen sind noch zu erwähnen diejenigen von: L. BOLTZMANN[1]) und H. EBERT[2]). Letzterer setzt:

$$L = k\frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad M = k\frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad N = k\frac{\partial \zeta}{\partial t},$$

und zunächst für Isolatoren, (57)

$$X = \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right), \quad Y = \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}\right), \quad Z = \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\right),$$

wo $\frac{k}{l} = A$ ist, und dehnt seine Untersuchung auch auf den Fall bewegter Medien aus.

Endlich hat H. v. HELMHOLTZ[3]) die HERTZ'schen Gleichungen aus dem Princip der kleinsten Wirkung abgeleitet.

Die MAXWELL-HERTZ'sche Theorie erfordert, wenn dieselbe gleichzeitig die Theorie des Lichtes umfassen soll, eine Erweiterung, welche die Dispersion und Absorption des Lichtes zu erklären geeignet ist. Die hierauf bezüglichen Untersuchungen sind bereits an einem anderen Ort (Handbuch 2, pag. 683—686) angegeben und besprochen worden.

E. Anwendungen der allgemeinen Gleichungen auf specielle Probleme.

1) Durchgang eines zeitlich veränderlichen Stromes durch einen dicken Draht[4]).

Die Behandlung dieser Aufgabe ist deshalb von Interesse, weil die Elektricitätsbewegungen in linearen Leitern immer nur als Grenzfälle von Bewegungen in cylindrischen Leitern anzusehen sind, bei welchen die Durchmesser klein im Vergleich zur Länge angenommen werden dürfen.

Die Strömung möge durch eine elektromotorische Kraft verursacht werden, welche innerhalb des ganzen Querschnitts denselben Werth hat, aber zeitlich veränderlich ist. In diesem Fall ist aber die Stromdichtigkeit nicht mehr dieselbe innerhalb des ganzen Querschnitts. Bezeichnet man mit ρ die Entfernung eines Punktes des leitenden Cylinders von der Axe desselben, so ist die Strömung in der Längsrichtung eine Function von t und ρ.

In den allgemeinen Gleichungen (20) können wir setzen, wenn man jetzt das absolute, elektromagnetische Maasssystem benutzt ($A = 1$), das Medium aber als magnetisch polarisirbar angesehen wird,

$$u = -\lambda\mu\frac{\partial U}{\partial t}, \quad v = w = 0,$$

oder nach Gleichung (26):

$$\Delta U = +4\pi\lambda\mu\frac{\partial U}{\partial t};$$

also:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial U}{\partial \rho} = 4\pi\lambda\mu\frac{\partial U}{\partial t}.$$

---

[1]) L. BOLTZMANN, Ueber ein Medium, dessen mechanische Eigenschaften auf die von MAXWELL für den Elektromagnetismus aufgestellten Gleichungen führen. WIED. Ann. 48, pag. 78—99. 1893.

[2]) H. EBERT, WIED. Ann. 51, pag. 268—301. 1894.

[3]) H. v. HELMHOLTZ, WIED. Ann. 47, pag. 1—27. 1893.

[4]) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 21, pag. 381—394. 1886. — J. STEFAN, Wien. Ber. (2) 95, pag. 917—934. 1887. — WIED. Ann. 41, pag. 401—420. 1890. — O. HEAVISIDE, Phil. Mag. (5) 22, pag. 118, 237, 332, 419; 23, pag. 10, 173; 24, pag. 68

Da die Strömung überall der Grenzfläche parallel gerichtet ist, so konnte $\varphi = 0$ gesetzt werden. Bezeichnet man die Gesammtströmung mit J, so ist:

$$J = 2\pi \int_0^a u \rho \, d\rho,$$

wenn a der Radius des Drahtes ist. Nach der oben gemachten Voraussetzung besitzt die ursprüngliche elektromotorische Kraft über den ganzen Querschnitt denselben, aber zeitlich veränderlichen Werth. Sieht man denselben als ein erstes Glied von U an, so kann man auch schreiben:

$$u = \lambda \left(E_0 e^{\alpha t} - \mu \frac{\partial U}{\partial t} \right),$$

wenn man die Abhängigkeit von der Zeit durch eine Exponentialfunction ausdrückt.

Wenn man andererseits die Gesammtströmung, wie früher, betrachtet, so kann man dafür die Gleichung:

$$w' J + p' \frac{dJ}{dt} = l E_0 e^{\alpha t},$$

setzen, in welcher w' und p' Coëfficienten sind, die für einen dünnen Draht mit dem Widerstand und dem Inductionscoëfficienten zusammenfallen. Schliesslich ist noch zu berücksichtigen, dass, für einen ausserhalb des Drahtes gelegenen Punkt, U nur von dem Gesammtstrom abhängt, oder dass für:

$$\rho \geqq a,$$

$U = const\, J$ ist.

Auf Grund dieser Gleichungen lässt sich das Problem für den Fall lösen, dass von einer an dem einen Ende befindlichen periodischen Stromquelle aus elektrische Schwingungen in dem Draht erzeugt werden, dass also α von der Form $2\pi i n$ ist, wo n die Schwingungszahl bedeutet.

Setzen wir noch:

$$w = \frac{l}{\pi a^2 \lambda}, \quad p = 2l \left(\log \frac{2l}{a} - 1 + \frac{\mu}{4} \right),$$

wo w der Widerstand für constanten Strom, p der Inductionscoëfficient des sehr dünnen Drahts[1]) ist, so erhält man für w' den »wirksamen« (effektiven) Widerstand und für p' den »wirksamen« Inductionscoëfficienten die folgenden Werthe.

a) Bei langsamen Schwingungen (n klein) ist:

$$\begin{aligned} w' &= w \left(1 + \frac{\pi^2 n^2 l^2 \mu^2}{w^2} - \dots \right) \\ p' &= p - \frac{\pi^2 n^2 l^2 \mu^2}{12 w^2} + \dots \end{aligned} \tag{58}$$

Bei beiden Formeln haben wir uns auf die beiden ersten Glieder der convergirenden Reihen beschränkt.

b) Bei schnellen Schwingungen ist:

$$\begin{aligned} w' &= \sqrt{w l \pi n \mu} \\ p' &= p + \frac{l}{2} \sqrt{\frac{\mu w}{\pi l n}}. \end{aligned} \tag{59}$$

Hiernach nimmt w' mit der Schwingungszahl zu und wird mit n unendlich gross. Dagegen nähert sich p' für grosse n dem Grenzwerth eines sehr dünnen Drahtes. Diese Resultate erklären sich dadurch, dass mit wachsender Schwingungszahl die Stromvertheilung im Querschnitt immer ungleichmässiger wird, indem

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 375.

die Stromdichtigkeit in der Nähe der Axe abnimmt und schliesslich die Strömung fast ausschliesslich in einer dünnen Schicht in der Nähe des Cylindermantels verläuft. In besonders hohem Maasse findet dies statt, wenn das Medium stark magnetisch polarisirbar ist[1]).

2) Die Kräfte elektrischer Schwingungen im Raum[2]).

Die Behandlung dieses Problems hat ein besonderes Interesse, weil dasselbe eine zutreffende Erklärung früher besprochener experimenteller Untersuchungen von H. Hertz[3]) liefert.

Als Erreger der elektrischen Schwingungen nehmen wir zuerst die folgende Vorrichtung an. Zwei Kugeln seien durch einen geradlinigen Draht verbunden. In einem bestimmten Augenblick sei die eine Kugel mit der Elektricitätsmenge $+E$, die andere mit $-E$ geladen. Hierdurch entsteht ein Strom, der sich in eine Folge sehr schneller Schwingungen auflöst. Wir denken uns, dass dieselben fortdauernd in Gang erhalten werden, so dass die Ladungen der Kugeln durch die Formel $\pm E \sin(nt)$ ausgedrückt werden können.

Es sollen die hierdurch an einer Stelle des Raumes hervorgerufenen elektrischen und magnetischen Kräfte berechnet werden. Der Anfangspunkt des Coordinatensystems falle in den Mittelpunkt der Verbindungslinie der Kugeln. Die Richtung derselben sei die z-Axe.

Setzt man

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \qquad \rho^2 = x^2 + y^2,$$
$$z = r \cos\vartheta, \qquad \rho = r \sin\vartheta,$$

so kann man das allgemeine System der Gleichungen (16) und (18), in denen $\lambda = 0$, $\mu = \varepsilon = 1$, gesetzt worden ist, durch die folgenden Werthe befriedigen.

$$\begin{aligned} X &= -\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial z}, \quad L = A \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial t}, \\ Y &= -\frac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial z}, \quad M = -A \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial t}, \\ Z &= \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2}, \quad N = 0, \end{aligned} \tag{60}$$

wenn Π der Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} = A^2 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2} \tag{61}$$

genügt.

Berücksichtigt man, dass Π nur von t, z und ρ abhängt, so kann man die elektrischen Kräfte X und Y in eine Kraft senkrecht zur Z-Axe: R, die magnetischen Kräfte L und M in eine Kraft senkrecht zur Meridianebene oder zur ρ, z-Ebene: P zusammenfassen.

Es ist:

$$\begin{aligned} R &= X \frac{x}{\rho} + Y \frac{y}{\rho} = -\frac{\partial^2 \Pi}{\partial \rho \partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial Q}{\partial z}, \\ P &= L \frac{y}{\rho} - M \frac{x}{\rho} = A \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \rho \partial t} = \frac{A}{\rho} \frac{\partial Q}{\partial t}, \\ Z &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial Q}{\partial \rho}, \end{aligned} \tag{62}$$

[1]) Vergl. Handbuch 3 (2), pag. 440—441.

[2]) H. Hertz, Wied. Ann. 36, pag. 1. 1888.

[3]) Handbuch 3 (2), pag. 416—418.

wenn:

$$Q = \rho \frac{\partial \Pi}{\rho}. \tag{63}$$

gesetzt wird.

Um den Bedingungen des Problems zu genügen, nimmt man für Π den folgenden Ausdruck:

$$\Pi = \frac{El \sin(mr - nt)}{r}, \tag{64}$$

welcher der Differentialgleichung für Π genügt, wenn:

$$\frac{m}{n} = A$$

gesetzt wird.

Die Function Π stellt dann Kugelwellen dar, welche sich nach Art der Schallschwingungen mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{A}$ (der Lichtgeschwindigkeit) ausbreiten.

Hieraus folgt:

$$Q = Elm \left[\cos(mr - nt) - \frac{\sin(mr - nt)}{mr} \right] \sin^2 \vartheta. \qquad (6$$

a) Für kleine Werthe von r, also für Orte, welche dem Centrum des Erregers nahe liegen, folgt:

$$\Pi = -\frac{El \sin nt}{r},$$

ferner:

$$R = -\frac{\partial \varphi}{\partial \rho}, \quad Z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

wenn:

$$\varphi = -El \sin(nt) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}$$

gesetzt wird.

Hier herrscht also im Sinne der bisherigen Vorstellungen die elektrostatische Kraft vor, herrührend von einem periodisch wechselnden Paar zweier elektrischer Mengen. Die magnetische Kraft ist:

$$P = \frac{A \cdot E \cdot ln \cos(nt) \sin \vartheta}{r^2}.$$

Sie entspricht der Wirkung eines Stromelementes nach dem Biot-Savart-schen Gesetz, wenn in dem Leiter l ein Strom En periodisch hin- und herfliessend gedacht wird.

b) In sehr grossen Entfernungen von dem Erreger haben die Kräfte die Werthe:

$$P = \frac{n}{m} F, \quad R = F \cos \vartheta, \quad Z = -F \sin \vartheta,$$

wenn:

$$F = \frac{Elm^2 \sin(mt - nr) \sin \vartheta}{r}$$

gesetzt wird.

Da $R \sin \vartheta + Z \cos \vartheta = 0$, so steht die elektrische Kraft senkrecht zur Verbindungslinie nach dem Centrum. In grossen Entfernungen sind also die elektrischen und die magnetischen Kräfte reine, zu einander senkrechte Transversalschwingungen.

c) Für mittlere Entfernungen nehmen die Werthe eine complicirtere Form an. Man gewinnt eine anschauliche Uebersicht durch Discussion der Rotationsflächen

$$Q = const.$$

Insbesondere ergeben sich zwei Kreise, deren Mittelpunkte auf der z-Axe liegen, in Ebenen senkrecht zu derselben, in welchen die elektrischen Kräfte im

Laufe einer Schwingung bei gleichbleibender Grösse sich gleichmässig drehen, so dass hier keine bestimmte Richtung der elektrischen Kraft durch die Resonatoren nachgewiesen werden kann.

Wir lassen noch die Berechnung der elektrischen und magnetischen Kräfte im Raum für eine andere Form des Trägers der elektrischen Schwingungen folgen.

Derselbe bestehe aus einem langen, geradlinigen Draht (in der z-Axe), welcher andauernd von elektrischen Schwingungen durchlaufen wird. Man kann dann für die elektrischen und magnetischen Kräfte die zuvor entwickelten Formeln benutzen, hat aber für Π den Ausdruck:

$$\Pi = \sin(mz - nt) \cdot f(\rho) \tag{66}$$

zu wählen. Gemäss der partiellen Differentialgleichung (61) gilt dann für f die Gleichung:

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{df}{d\rho} - p^2 f = 0,$$

wo:

$$p^2 = m^2 - A^2 n^2$$

gesetzt wurde.

Nach den Gleichungen (62) ist dann:

$$\begin{aligned} R &= -m\cos(mz - nt)\frac{df}{d\rho}, \\ Z &= \sin(mz - nt)\left(\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{df}{d\rho}\right), \\ P &= -An\cos(mz - nt)\frac{df}{d\rho}. \end{aligned} \tag{67}$$

Für $f(\rho)$ ist diejenige Lösung der Differentialgleichung zu wählen, für welche R, Z, P verschwinden, wenn $\rho = \infty$ wird[1]).

Bei einer an dem Draht mit der Geschwindigkeit v fortgleitenden Welle von der Schwingungsdauer T ist:

$$m = \frac{\pi}{vT}, \quad n = \frac{\pi}{T}.$$

Also:

$$p^2 = \frac{\pi^2}{T^2}\left(\frac{1}{v^2} - A^2\right). \tag{68}$$

Wenn daher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in dem Draht der Lichtgeschwindigkeit $\left(\frac{1}{A}\right)$ gleich ist, so ist:

$$p = 0.$$

In diesem Fall ist aber — abgesehen von einem constanten Faktor —

$$f(\rho) = \log \rho.$$

Dem entsprechen die Werthe der Kräfte:

$$R = -\frac{m}{\rho}\cos(mz - nt), \tag{69}$$

$$Z = 0,$$

$$P = -\frac{An}{\rho}\cos(mz - nt). \tag{70}$$

Die elektrische Kraft hat also überall eine zu dem Draht senkrechte Richtung. Sie stimmt überein mit der elektrostatischen Wirkung, welche eine periodisch fortschreitende Belegung des Drahts mit Elektricität ausüben würde.

---

[1]) Ueber die allgemeinen Lösungen dieser Differentialgleichung vergl. G. KIRCHHOFF, Ges. Abh. pag. 197.

Die magnetische Kraft entspricht der Wirkung eines Stromes von der Stärke

$$-\frac{n}{2}\cos(mz - nt)$$

in dem Draht.

Wäre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von derjenigen des Lichts verschieden, so würde noch eine elektrische Kraft (Z) dem Draht parallel auftreten.

3. Fortpflanzung elektrischer und magnetischer Schwingungen in einem unbegrenzten, homogenen Medium.

Eliminirt man aus den Gleichungen (16) und (18) das eine Mal die Grössen L, M, N, sodann X, Y, Z, so erhält man die neuen Systeme:

$$\begin{aligned} \Delta X - \frac{\partial F}{\partial x} &= A^2\mu\left(4\pi\lambda\frac{\partial X}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}\right),\\ \Delta Y - \frac{\partial F}{\partial y} &= A^2\mu\left(4\pi\lambda\frac{\partial Y}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}\right),\\ \Delta Z - \frac{\partial F}{\partial z} &= A^2\mu\left(4\pi\lambda\frac{\partial Z}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}\right), \end{aligned} \tag{71}$$

wo:

$$F = \frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

ist.

Ferner:

$$\begin{aligned} \Delta L - \frac{\partial G}{\partial x} &= A^2\mu\left(4\pi\lambda\frac{\partial L}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial^2 L}{\partial t^2}\right),\\ \Delta M - \frac{\partial G}{\partial y} &= A^2\mu\left(4\pi\lambda\frac{\partial M}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial^2 M}{\partial t^2}\right),\\ \Delta N - \frac{\partial G}{\partial z} &= A^2\mu\left(4\pi\lambda\frac{\partial N}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial^2 N}{\partial t^2}\right), \end{aligned} \tag{72}$$

wo:

$$G = \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z}$$

ist.

Differenzirt man die drei ersten Gleichungen nach resp. x, y, z und addirt, so ergiebt sich:

$$4\pi\lambda\frac{\partial F}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0.$$

Also:

$$F = c_1 + c_2 e^{-\frac{4\pi\lambda}{\varepsilon}t}.$$

Ein derartiger Ausdruck ist ohne Einfluss auf eine andauernde Schwingungsbewegung. Man kann daher in den Gleichungen (71)

$$F = 0$$

und aus demselben Grunde in den Gleichungen (72)

$$G = 0$$

setzen.

Wir wenden jetzt die allgemeinen Gleichungen auf die Fortpflanzung einer ebenen elektrischen Welle an. Die Wellenebene sei senkrecht zur z-Axe. Dann werden die Gleichungen (71) und (72), sowie (16) und (18) erfüllt, wenn man

$$Y = Z = L = N = 0$$

setzt und berücksichtigt, dass X und M nur noch Functionen von z und t sind

Es gelten dann die Gleichungen:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial z^2} = A^2 \mu \left(4\pi\lambda \frac{\partial X}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}\right),$$
$$\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = A^2 \mu \left(4\pi\lambda \frac{\partial M}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^2 M}{\partial t^2}\right), \tag{73}$$

wobei zwischen X und M noch die Beziehung:

$$A\mu \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} \tag{74}$$

besteht. Hieraus folgt:

a) Ebene, elektrische Schwingungen können sich nur gleichzeitig mit magnetischen Schwingungen fortpflanzen.

b) Beide Schwingungen sind transversal, d. h. sie fallen in die Wellenebene und stehen senkrecht zu einander.

Um die oben stehenden Differentialgleichungen zu lösen, setzen wir

$$X = e^{-pz} \cos(nt - qz),$$

wo:

$$n = \frac{2\pi}{T}, \quad q = \frac{2\pi}{l} = \frac{2\pi}{\omega T} \tag{75}$$

ist, und T die Schwingungsdauer, l die Wellenlänge, ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeuten.

Man erhält:

$$p = An\sqrt{-\frac{\mu\varepsilon}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu\varepsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\lambda\mu}{n}\right)^2}},$$
$$q = An\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu\varepsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\lambda\mu}{n}\right)^2}}, \tag{76}$$
$$\omega = \frac{1}{A\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu\varepsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\lambda\mu}{n}\right)^2}}}.$$

Specielle Fälle.

a) das Medium ist ein vollkommener Isolator ($\lambda = 0$). Es ist:

$$p = 0,$$
$$q = An\sqrt{\mu\varepsilon}, \tag{77}$$
$$\omega = \frac{1}{A\sqrt{\mu\varepsilon}}.$$

Die Schwingungen pflanzen sich ohne Dämpfung fort. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist der Lichtgeschwindigkeit gleich, dividirt durch die Quadratwurzel aus der magnetischen Permeabilität und der dielektrischen Constante.

b) Gut leitendes Medium (λ sehr gross im Vergleich zu ε). Es ist:

$$p = q = A\sqrt{2\pi\lambda\mu n} = 2\pi A\sqrt{\frac{\lambda\mu}{T}} \tag{78}$$
$$\omega = \frac{1}{A\sqrt{\mu\lambda T}}.$$

Macht man die Vereinfachungen (a) und (b) bereits in den Differentialgleichungen, so ist:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \frac{1}{A^2\mu\varepsilon} \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}, \tag{a}$$
$$\frac{\partial X}{t} = \frac{4\pi\lambda}{A^2\mu} \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}. \tag{b}$$

Diese speciellen Formeln zeigen, dass die Schwingungen sich im ersten Fall so fortpflanzen, als ob das Medium ein vollkommen elastisches wäre, dass für dieselben im zweiten Fall das Gesetz der Wärmeleitung gilt.

Die zu X gehörende magnetische Schwingung ist nach Gleichung (74) von der Form:

$$M = -\frac{e^{-pz}}{A\mu n}[q\cos(nt - qz) + p\sin(nt - qz)]. \tag{79}$$

Wir schliessen hieran noch die Behandlung eines Problems, welches die Erklärung wichtiger Versuche von H. Hertz und von Anderen enthält.

4) Reflexion ebener, elektrischer Wellen an einer der Wellenebene parallelen Metallwand[1]).

Das Medium bestehe auf der Seite der negativen z aus Luft, auf der Seite der positiven z aus einem guten Leiter. Ebene Wellen, welche in der Luft in Richtung der z-Axe fortschreiten, werden an der Metallfläche zum Theil reflektirt, zum Theil dringen dieselben in das leitende Medium ein.

Nach den bisherigen Entwickelungen können wir dann setzen:

a) Für negative Werthe von z.

$$X = a\cos(nt - qz) + b\sin(nt - qz) + c\cos(nt + qz) + d\sin(nt + qz), \tag{80}$$

wo die beiden ersten Glieder der einfallenden, die beiden letzten der reflektirten elektrischen Welle entsprechen. Gleichzeitig ist dann:

$$M = \frac{q}{A\mu n}[-a\cos(nt - qz) - b\sin(nt - qz) + c\cos(nt + qz) + d\sin(nt + qz)]. \tag{81}$$

b) Für positive Werthe von z, also für das gut leitende Medium sollen alle dort auftretenden Grössen mit dem Index 1 versehen werden.

Man kann dort setzen:

$$X_1 = g_1 e^{-p_1 z}\cos(nt - q_1 z), \tag{82}$$

$$M_1 = -\frac{g_1}{An\mu}e^{-p_1 z}[q_1\cos(nt - q_1 z) + p_1\sin(nt - q_1 z)]. \tag{83}$$

Nach den Grenzbedingungen [Gleichungen (33)], ist für $z = 0$:

$$X = X_1, \quad M = M_1.$$

Die hieraus entstehenden Gleichungen sollen benutzt werden, um das Verhältniss der Intensität der in das leitende Medium eintretenden Schwingung zu der Intensität der einfallenden Welle zu berechnen.

Die Intensität der einfallenden Welle ist:

$$J = a^2 + b^2,$$

diejenige der reflectirten Welle:

$$J' = c^2 + d^2.$$

Das gesuchte Verhältniss ist dann:

$$\frac{J - J'}{J}.$$

Aus den Grenzgleichungen folgt:

$$a = \frac{g_1}{2}(1 + \alpha),$$

$$c = \frac{g_1}{2}(1 - \alpha),$$

$$b = -d = \frac{g_1}{2}\beta, \quad \text{wo:}$$

---

[1]) Vergl. L. Boltzmann, Ueber das den Newton'schen Farbenringen analoge Phänomen bei Durchgang Hertz'scher elektrischer Planwellen durch planparallele Metallplatten. Wied. Ann. 48, pag. 63—77. 1893.

$$\alpha = \frac{q_1 \mu}{q \mu_1}, \quad \beta = \frac{p_1}{q \mu_1}$$

gesetzt wurde.

Dann ist:

$$\frac{J - J'}{J} = \frac{4\alpha}{(1 + \alpha)^2 + \beta^2}$$

oder, da für ein gut leitendes Medium $p_1 = q_1$, also: $\alpha = \beta$,

$$\frac{J - J'}{J} = \frac{4\alpha}{(1 + \alpha)^2 + \alpha^2}. \tag{84}$$

Sieht man von der magnetischen Permeabilität ab, setzt also:

$$\mu = \mu_1 = 1, \quad \text{ebenso für Luft:} \quad \varepsilon = 1,$$

so ist nach (75), (77), (78):

$$\alpha = \sqrt{\lambda T}. \tag{85}$$

Da hier die Leitungsfähigkeit nach absolutem, elektrostatischem Maass zu rechnen ist, so ist für Quecksilber:

$$\lambda = 9{\cdot}56 \cdot 10^{15},$$

für ein anderes Metall

$$\lambda = 9{\cdot}56 \cdot 10^{15}\, \lambda',$$

wo λ' die relative Leitungsfähigkeit des Metalls in Bezug auf Quecksilber ist.

Hiernach ist, selbst für recht kurze Schwingungen, α gross gegen 1 und daher angenähert:

$$\frac{J - J'}{J} = \frac{2}{\sqrt{\lambda T}}. \tag{86}$$

Nimmt man für $T = \frac{1}{5 \cdot 10^8}$ [1]), so ist für Quecksilber:

$$\frac{J - J'}{J} = 0{\cdot}00044,$$

für ein anderes Metall:

$$\frac{J - J'}{J} = \frac{0{\cdot}00044}{\sqrt{\lambda'}}.$$

Hiernach dringt selbst bei sehr schnellen Schwingungen nur ein kleiner Bruchtheil in das Metall ein. Der bei weitem grösste Theil der Wellenintensität wird reflektirt. Es erklärt sich hieraus die vorzügliche Schirmwirkung der Metalle, sowie ihre Fähigkeit, als sehr vollkommene Spiegel auf elektrische Schwingungen zu wirken.

Für das Verhalten der in das Metall eindringenden Schwingungen, sowie für die Reflexionswirkung ausserordentlich dünner Metallwände verweisen wir auf die Abhandlung von L. BOLTZMANN.

Die Anwendung dieser Entwickelungen auf die Absorption des Lichtes in Metallen, stösst, wie E. COHN[2]) bemerkt hat, auf Schwierigkeiten, deren Hebung die Berücksichtigung der Eigenschwingungen der Metallmoleküle zu erfordern scheint.

A. OBERBECK.

---

[1]) Vergl. L. BOLTZMANN, l. c.

[2]) E. COHN, WIED. Ann. 45, pag. 55—61. 1892.

Absolutes Maass bei magnetischen und elektrischen Grössen.

I. Die absoluten Maasssysteme. Dimensionen der magnetischen und elektrischen Grössen nach denselben.

Magnetische Mengen und Kräfte wurden zuerst von F. GAUSS[1]), elektrische Grössen von W. WEBER[2]) auf absolutes Maas zurückgeführt.

Da magnetische und elektrische Kräfte sich gegenseitig beeinflussen, so kann man bei Benutzung der Grundgesetze des Elektromagnetismus, von den nach absolutem Maass gemessenen magnetischen Kräften zu den elektrischen Grössen übergehen, diese auf jene zurückführen. Man kann aber auch zuerst für Elektricitätsmengen durch Benutzung ihrer elektrostatischen Wechselwirkungen eine absolute Einheit festsetzen, daraus die übrigen elektrischen Grössen und schliesslich die magnetischen Grössen herleiten. Die Dimensionen derselben sowie die einzelnen Einheiten sind in beiden Fällen verschieden. Wir haben es daher mit zwei verschiedenen absoluten Maassystemen zu thun, welche man als das elektromagnetische und das elektrostatische (mechanische) System bezeichnet.

Wir gehen zuerst zur Ableitung der Dimensionen der einzelnen Grössen über, wobei wir es zunächst noch offen lassen, welches System angewandt werden soll.

A. Magnetische Grössen.

1) Die magnetischen Kraftwirkungen lassen sich am einfachsten durch die Annahme ausdrücken, dass sie von einem messbaren (positiven oder negativen) Agens ausgehen. Man bezeichnet dasselbe als freien Magnetismus. Ist die in Betracht kommende Menge in einem Punkt concentrirt, so bezeichnen wir dieselbe als Stärke des Magnetpols oder kurz als Magnetismusmenge (μ). Nach dem COULOMB'schen, durch Versuche hinreichend bestätigten Grundgesetz ist die Kraftwirkung eines Pols auf einen anderen dem Produkt der Magnetismusmengen direkt, dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional, oder wenn wir eine, von den Einheiten abhängige Constante α einführen, so ist:

$$R = \alpha \frac{\mu\mu'}{r^2} \text{ [3]}). \quad \text{(I)}$$

2) Als magnetische Intensität oder Stärke eines magnetichen Kraftfeldes (H) bezeichnen wir die auf die Einheit des freien Magnetismus wirkende mechanische Kraft. Also ist das Produkt der Intensität mit einer beliebigen Magnetismusmenge von der Dimension einer Kraft.

$$[R] = [\mu H].$$

3) Als Anzahl der Kraftlinien (N), welche durch eine Fläche gehen, bezeichnen wir die Summe der magnetischen Feldstärken senkrecht zu der

[1]) Handbuch 1, pag. 23 und 3 (2) pag. 63.

[2]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbest. 2. 1852, 4. 1857 — WEBER's Werke 3, pag. 301 —400; pag. 591—674.

[3]) Unter R ist, wie früher (Handbuch 1, pag. 28) eine mechanische Kraft, unter L eine Arbeit zu verstehen. Dimensionsgleichungen sind, wie früher durch Einklammerung der Grössen [ ] bezeichnet.

Fläche. Ihre Anzahl für die Flächeneinheit ist 1, wenn die magnetische Intensität 1 ist. Die Anzahl aller von einem Einheitspol ausgehenden Kraftlinien ist hiernach: $4\pi\alpha$. Die Dimension der Kraftlinienzahl ist:

$$[N] = [Hl^2]$$

4) Das magnetische Potential ist die Arbeit bei der Verschiebung eines Einheitspols aus einem Kraftfeld in unendliche Entfernung. Also ist:

$$[L] = [Rl] = [\mu U]$$

5) Magnetisches Moment M eines Polpaares ist das Produkt der Stärke des einen Pols mit der Entfernung von dem anderen.

$$[M] = [\mu l].$$

6) Ist ein magnetisirbarer Körper der Wirkung magnetischer Kräfte ausgesetzt, so wird derselbe polarisirt. Das Moment der Volumeneinheit ist der Intensität der magnetischen Kraft an dem betreffenden Ort proportional[4]). Die Magnetisirungsconstante ($\varkappa$) (magnetische Susceptibilität) des Mediums ist dann das Moment der Volumeneinheit bei Wirkung der Einheit der magnetischen Kraft.

$$[M] = [\varkappa H l^3].$$

Von derselben Dimension ist die magnetische Permeabilität: $(1 + 4\pi\varkappa)$.

B. Elektrische Grössen.

7) Zur Erklärung der elektrostatischen Kraftwirkungen macht man die Annahme, dass die betreffenden Körper mit freien Elektricitätsmengen (e) bedeckt sind. Ihre Wechselwirkung erfolgt ebenfalls nach dem COULOMB'schen Gesetz. Wenn daher β eine neue Constante bedeutet, so ist:

$$R = \frac{\beta e e'}{r^2}. \qquad \text{(II)}$$

8) Die Stärke eines elektrischen Kraftfeldes (F) ist die mechanische Kraftwirkung auf die Einheit der Elektricitätsmenge.

$$[R] = [eF].$$

9) Die Anzahl der elektrischen Kraftlinien (N') definirt man analog der Definition der magnetischen Kraftlinien.

$$[N'] = [Fl^2]$$

10) Moment eines elektrischen Punktepaares (M'), wenn in dem einen die Menge $+e$, im anderen $-e$ enthalten ist, ist:

$$[M'] = [el].$$

11) Für dielektrisch polarisirbare Medien führen wir die Dielektricitätsconstante η durch die Gleichung ein:

$$[M'] = [\eta F l^3]$$

12) Das elektrostatische Potential (V) ist die Arbeit bei der Verschiebung der Elektricitätsmenge 1 aus dem elektrischen Kraftfeld in unendlich grosse Entfernung. Also:

$$[L] = [eV].$$

13) Bei den constanten Strömen der Hydro- und Thermoketten besteht die elektromotorische Kraft (E) aus Potentialdifferenzen an gewissen Stellen der Stromkreises. Da andere, elektromotorische Kräfte, z. B. diejenigen der Induction, sich ihrem Wesen nach in keiner Weise von ersteren unterscheiden, so setzen wir allgemein fest, dass die elektromotorische Kraft und das elektrostatische Potential dieselbe Dimension haben,

[4]) Bei stark magnetisirbaren Medien ist der Zusammenhang beider Grössen verwickelter.

$$[E] = [V].$$

14) Die Stromstärke (i) ist die in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt des Stromkreises fliessende Elektricitätsmenge. Also:

$$[e] = [it].$$

15) Die Capacität eines isolirten Leiters ist die zur Ladung desselben auf das Potential 1. erforderliche Elektricitätsmenge,

$$[e] = [cV].$$

16) Zur Definition des Widerstandes dient das OHM'sche Gesetz:

$$[E] = [iw].$$

17) Die Definition des Inductionscoëfficienten einer Leitung (Rolle) auf sich selbst (p) oder des Inductionscoëfficienten einer Leitung in Bezug auf eine andere (q) behalten wir uns im Augenblick noch vor.

Man übersieht aus dieser Zusammenstellung sofort, dass die Dimensionen aller magnetischen Grössen ausser von der Masse, Länge und Zeit nur noch von der Dimension von μ abhängen. In gleicher Weise hängen alle elektrischen Grössen nur von der Dimension der Elektricitätsmenge ab.

Ferner zeigt eine einfache Umrechnung, dass:

$$\left[\alpha\right] = \left[\frac{1}{\varkappa}\right],$$

$$\left[\beta\right] = \left[\frac{1}{\eta}\right].$$

Wenn daher, wie später geschehen wird, α oder β gleich 1 gesetzt wird, so ist die Magnetisirungsconstante resp. die Dielektricitätsconstante eine dimensionslose Zahl.

C. Beziehungen zwischen magnetischen und elektrischen Grössen.

Die hier in Betracht kommenden Thatsachen bestehen aus zwei Hauptgruppen:

a) der ponderomotorischen Wechselwirkung zwischen Magneten und elektrischen Strömen,

b) der elektromotorischen Wirkung in einem Leiter bei Bewegung desselben in einem Magnetfeld oder bei Aenderung der Stärke desselben. Die für diese beiden Fälle aufzustellenden Formeln enthalten magnetische und elektrische Grössen. Bei Festlegung der Einheiten der einen Art werden daher durch dieselben diejenigen der anderen Art mit bestimmt. Um dies zu vermeiden, werden wir in beide Formeln Constanten einführen, welche uns gestatten, zunächst noch keine bestimmte Wahl zu treffen.

Eine längere Discussion dieses Gegenstandes[1]) hat gezeigt, dass eine Reihe verschiedener Maassysteme möglich ist, von denen sich einzelne durch grössere Einfachheit und Zweckmässigkeit auszeichnen. Von diesem Gesichtspunkt ausgehend werden wir später den, bei den einzelnen Grundgesetzen eingeführten Constanten specielle Werthe geben.

a) Von einer geschlossenen, von einem Strom i durchflossenen Leitung sei ein geradliniges Stück l beweglich. Befindet sich dasselbe in einem Kraftfeld H dessen Kraftrichtung senkrecht zu l sei, so wird das bewegliche Stück von einer Kraft R angegriffen und es ist:

---

[1]) R. CLAUSIUS, WIED. Ann. 16, pag. 529—551. — H. von HELMHOLTZ, WIED. Ann. 17, pag. 42—54. — R. CLAUSIUS, WIED. Ann. 17, pag. 713—719. 1882. — H. HERTZ, WIED. Ann. 24, pag. 114—118. 1885.

$$R = \gamma l H i,$$

worin γ die oben besprochene Constante ist.

b) Von einer geschlossenen Drahtleitung sei ein geradliniges Stück l beweglich. Wird dasselbe in einem Kraftfeld von der Stärke H mit der Geschwindigkeit ω, senkrecht zu l und H verschoben, so wird in demselben die elektromotorische Kraft E inducirt und es ist:

$$E = -\varepsilon l H \omega.$$

Hierin ist ε ebenfalls eine von den Einheiten abhängige Constante (F. NEUMANN's Inductionsconstante)[1]. Mit Rücksicht auf die Dimensionen erhalten wir die Gleichungen:

$$[R] = [\gamma H l i] \qquad \text{III.}$$

$$[E] = [\varepsilon H l^2 t^{-1}] \qquad \text{IV.}$$

Wir schalten hier noch eine Bemerkung ein.

In einer geschlossenen Leitung wird auch dann ein Strom induzirt, wenn in einem benachbarten Stromkreis die Stromstärke sich ändert, und es ist[2]:

$$E = -\varepsilon q \frac{di}{dt},$$

oder den Dimensionen nach:

$$[E] = [\varepsilon q i t^{-1}]$$

Hieraus ist die Dimension des Inductionscoëfficienten q (sowie des Coëfficienten p) zu entnehmen.

D. Ableitung der verschiedenen Maasssysteme.

Um zu sehen, welche Maasssysteme überhaupt möglich sind, berechnen wir die Dimensionen von E, i, H aus den früheren Angaben. Wir erhalten:

$$[H] = \left[\frac{\sqrt{R\alpha}}{l}\right],$$

$$[E] = [\sqrt{R\beta}],$$

$$[i] = \left[\frac{l}{t}\sqrt{\frac{R}{\beta}}\right],$$

und setzen diese Werthe in III und IV ein. Dann ist:

$$\left[\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\right] = \left[\gamma \frac{l}{t}\right] = \left[\varepsilon \frac{l}{t}\right].$$

Es folgt zunächst:

$$[\gamma] = [\varepsilon]$$

Bezeichnet man ferner mit v eine Geschwindigkeit, so ist:

$$\left[\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\right] = [\gamma v].$$

Wir sind also noch in der Lage, zwei der eingeführten Constanten bestimmen zu können. Hierbei wird man selbstverständlich möglichst einfache Werthe wählen.

Maasssysteme, in denen $\alpha = 1$ ist, bezeichnen wir als **elektromagnetische**. Es ist:

$$\alpha = 1, \quad \beta = v^2, \quad \gamma = \varepsilon = 1 \qquad (a)$$

$$\alpha = 1, \quad \beta = \frac{1}{v^2}, \quad \gamma = \varepsilon = \frac{1}{v^2}, \qquad (a')$$

---

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 361.

[2]) Handbuch 3 (2), pag. 365.

Solche, in denen $\beta = 1$ gesetzt ist, bezeichnen wir als elektrostatische Maasssysteme.

$$\alpha = \frac{1}{v^2}, \quad \beta = 1, \quad \gamma = \varepsilon = 1 \tag{b}$$

$$\alpha = v^2, \quad \beta = 1, \quad \gamma = \varepsilon = \frac{1}{v^2}. \tag{b'}$$

Endlich kann man setzen:

$$\alpha = 1, \quad \beta = 1, \quad \gamma = \varepsilon = \frac{1}{v}. \tag{c}$$

Dieses von H. von HELMHOLTZ und Anderen benutzte System wird häufig als GAUSS'sches Maasssystem bezeichnet.

System (*a*) ist das übliche, elektromagnetische System.

Bei dem System (*b*) erhalten wir

$$[\mu] = [m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{5}{2}} t^{-2}].$$

Bei (b') ist:

$$[\mu] = [m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}}].$$

Hiernach entspricht (*b*) der Formulirung des elektrostatischen Systems von R. CLAUSIUS, (*b'*) derjenigen von CL. MAXWELL[1]). Ueber die Ableitung der verschiedenen Maasssysteme vergl. auch Untersuchungen von MERCADIER[2])

E. Absolute Einheiten und Dimensionen der einzelnen Grössen nach den beiden Hauptsystemen.

Als solche nehmen wir, dem allgemeinen Gebrauch entsprechend, die Systeme (*a*) und (*b'*), Man übersieht leicht, dass die Dimensionen der elektrischen Grössen bei (*c*) mit denjenigen von (*b*) oder (*b'*) übereinstimmen, diejenigen der magnetischen Grössen mit den Dimensionen nach (*a*).

In dem elektromagnetischen System sind die Einheiten der Hauptgrössen die folgenden:

1) Einheit des freien Magnetismus ist diejenige Menge, welche auf die gleiche Menge in der Einheit der Entfernung die Einheit der Kraftwirkung ausübt.

2a) Die Einheit der Stromstärke besitzt ein elektrischer Strom, wenn ein von demselben durchflossener, geradliniger Leiter von der Längeneinheit durch die Einheit der magnetischen Intensität die Einheit der Kraftwirkung erfährt, wobei angenommen wird, dass die magnetischen Kraftlinien senkrecht zu dem Leiter liegen.

2b) Die Einheit der Stromstärke wird meist in etwas anderer Weise definirt. In dem Art. Elektromagnetismus wird gezeigt[3]), dass ein Kreisstrom mit Radius r auf einen Magnetpol in seinem Mittelpunkt die Kraftwirkung:

$$R = \gamma \cdot \frac{i\mu \cdot 2\pi r}{r^2}$$

ausübt. Hier ist $\gamma = 1$. Also besitzt derjenige Strom die Einheit der Stromstärke, welcher bei Durchgang durch einen Kreisstrom vom Radius 1, auf einen Einheitspol im Kreismittelpunkt mit 2π mechanischen Krafteinheiten wirkt.

3) Aus $\varepsilon = 1$, folgt:

Die Einheit der elektromotorischen Kraft wird in einem Draht von der Längeneinheit inducirt, wenn derselbe mit der Einheit der Geschwindigkeit durch ein Kraftfeld von der Stärke 1 senkrecht zu den Kraftlinien bewegt wird.

---

1) Vergl. R. CLAUSIUS, WIED. Ann. 16 pag. 535—536. 1882.

2) E. MERCADIER, Compt. rend. 116, pag. 800—803, 872—875; 974—977. 1893.

3) Handbuch 3 (2), pag. 303.

4) Einheit des Widerstandes ist der Widerstand eines Stromkreises, in welchem die Einheit der elektromotorischen Kraft die Einheit der Stromstärke hervorruf.t

In dem **elektrostatischen System** gelten folgende Einheiten:

1) Einheit der Elektricitätsmenge ist diejenige Elektricitätsmenge, welche auf die gleiche Menge in der Einheit der Entfernung die Einheit der Kraftwirkung ausübt.

2) Die Einheit der Stromstärke besitzt derjenige Strom, bei welchem durch den Querschnitt in der Zeiteinheit die Einheit der Elektricitätsmenge fliesst.

3) Aus No. 7 und No- 12 folgt für $\beta = 1$:

$$V = \frac{e}{l}.$$

Das elektrostatische Potential hat den Werth 1 in einem Punkt, welcher von der Elektricitätseinheit sich in einer Entfernung befindet, welche der Längeneinheit gleich ist. Nach No. 13 ist daher in einem Stromkreis die Einheit der elektromotorischen Kraft vorhanden, wenn bei einem vollständigen Durchgang durch den Kreis die Summe aller Potentialdifferenzen der Einheit gleich ist.

4) Die Widerstandseinheit folgt dann aus den Einheiten der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke, wie bei dem elektromagnetischen System.

Auf Grund der oben gegebenen Definitionen der magnetischen und elektrischen Grössen, sowie der besonderen Werthe der Constanten α, β, γ, ε für das elektromagnetische und elektrostatische System, wird die Ableitung der Dimensionen der einzelnen Grössen keine Schwierigkeiten bieten. Wir stellen dieselben in der folgenden Tabelle zusammen, wobei die Spalten Dm und De Dimensionen nach dem elektromagnetischen und elektrostatischen System bedeuten. Die letzte Spalte giebt die Quotienten $\frac{D_m}{D_e}$.

		D_m	D_e	$\frac{D_m}{D_e}$
Magnetische Menge . . .	μ	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}$	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}}$	v
Magnetische Intensität . .	H	$m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}$	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-2}$	v^{-1}
Magnetisches Potential . .	U	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}$	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}$	v^{-1}
Elektricitätsmenge	e	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}}$	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}$	v^{-1}
Elektrische Intensität . . .	F	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-2}$	$m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}$	v
Elektrisches Potential . . . / Elektromotorische Kraft . .	V, E	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}$	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}$	v
Stromstärke	i	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}$	$m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}$	v^{-1}
Capacität	c	$l^{-1} t^{2}$	l	v^{-2}
Widerstand	w	$l t^{-1}$	$l^{-1} t$	v^{2}
Inductionscoëfficient . . .	p, q	l	$l^{-1} l^{2}$	v^{2}

Hiernach ist also das Verhältniss der Dimensionen magnetischer und elektrischer Grössen nach den beiden Maasssystemen gewissen Potenzen einer Geschwindigkeit gleich. Dasselbe gilt auch von den Einheiten der verschiedenen Grössenarten nach den beiden Maasssystemen. Ist daher diese Geschwindigkeit bestimmt, so kann man alle Grössen, welche auf Einheiten des einen Systems bezogen sind, sofort nach Einheiten des anderen Systems wiedergeben. Ist z. B. die Maasszahl für eine Stromstärke elektromagnetisch i_m, elektrostatisch i_e, so ist:

$$i_e = v \cdot i_m,$$

Für eine Capacität und für einen Widerstand gelten die Gleichungen:

$$c_e = v^2 c_m,$$

$$w_e = \frac{w_m}{v^2}.$$

II. Das internationale, absolute Maasssystem.

Da bei formaler Gleichberechtigung der beiden Systeme, experimentelle, absolute Messungen nach dem elektromagnetischen System erheblich leichter auszuführen waren, so hat man die Methode absoluter Messungen nach diesem System bevorzugt. Setzt man die magnetische Feldkraft eines Ortes — gewöhnlich die Horizontalintensität des Erdmagnetismus — als bekannt voraus, so ist die Messung einer Stromstärke mit Hilfe einer Tangentenbussole nach absolutem Maass leicht auszuführen. Wäre der Widerstand des Stromkreises dann auch in absolutem Maass bekannt, so ergäbe sich die elektromotorische Kraft in demselben Maass durch einfache Rechnung — und umgekehrt. Von diesem Gesichtspunkt aus hat W. WEBER[1]) eine Reihe von Methoden entwickelt, bestimmte Widerstände nach absolutem, elektromagnetischem Maass zu messen. Auch die gleichzeitige »Bestimmung der Constanten, von welcher die Intensität inducirter elektrischer Ströme abhängt«, ausgeführt von G. KIRCHHOFF,[2]) kann man als absolute Widerstandsmessung bezeichnen.

Da sich Widerstände leicht vergleichen lassen, so braucht eigentlich nur für einen bestimmten Widerstand die Messung nach absolutem Maass vorgenommen zu werden. Copieen eines solchen Normalwiderstandes, welche zu demselben in einem bekannten Verhältniss stehen, würden dann ebenfalls gestatten, nach absolutem Maass zu messen. Noch zweckmässiger ist es indess, eine überall reproducirbare Widerstandseinheit anzunehmen und diese nach absolutem Maass zu messen. Als eine solche hat sich am besten die von W. SIEMENS[3]) vorgeschlagene Einheit — Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 *m* Länge und 1 *qmm* Querschnitt — bewährt.

Schon die ersten absoluten Widerstandsbestimmungen W. WEBER's zeigten, dass die, auf die üblichen Einheiten der Länge (1 *cm*)[4]) und der Zeit (1 *sec*) bezogene Widerstandseinheit einen sehr kleinen Werth besitzt, so dass also mässig grosse Widerstände wie z. B. die Quecksilbereinheit, durch sehr grosse Zahlen nach absolutem Maass auszudrücken sind. Dies wurde die Veranlassung, dass man ein grosses Vielfaches (10^9) der absoluten Widerstandseinheit unter dem Namen »Ohm« als neue, in die Praxis einzuführende Einheit vorschlug.

Aus dem oben angeführten Grunde wurde auch eine neue Einheit für die elektromotorische Kraft, das »Volt« = 10^8 absolute Einheiten, in Aussicht genommen.

Widerstände von der Grösse eines Ohm wurden von einem Commitee der British Association in den Jahren 1863—64 in Form von Drähten hergestellt, und als B. A. U. (British-Association-Units) benutzt. Sie erwiesen sich aber um mehr als 1 % zu klein.

---

[1]) W. WEBER, Elektrodynamische Maassbestimmungen, 2. 1852.

[2]) G. KIRCHHOFF, POGG. Ann. 76, pag. 412. 1849; Gesamm. Abh. pag. 118—131.

[3]) W. SIEMENS, POGG. Ann. 110, pag. 18. 1860.

[4]) W. WEBER selbst benutzte das *mm* als Längeneinheit.

Schliesslich wurde die ganze Frage im Zusammenhang mit der Bezeichnung einer Anzahl neuer Einheiten durch den elektrischen Congress zu Paris im Jahre 1881 geregelt.

Die dort gefassten Beschlüsse lauten[1]):

1) Als Grundeinheiten der elektrischen Maasse gelten das Centimeter, die Masse des Gramms und die Secunde.

2) Die bis jetzt angewandten Einheiten das Ohm und Volt behalten ihre gegenwärtigen Bedeutungen: 10^9 für ersteres, 10^8 für letzteres.

3) Die Widerstandseinheit Ohm wird dargestellt durch eine Quecksilbersäule von 1 *qmm* Querschnitt bei 0° C.

4) Eine internationale Commision soll beauftragt werden, durch neue Versuche die Länge der Quecksilbersäule zu bestimmen, welche den Werth Ohm repräsentirt.

5) Man nennt Ampère die Stromintensität, welche ein Volt in einem Ohm hervorruft.

6) Man bezeichnet als Coulomb die Elektricitätsmenge, welche durch ein Ampère in einer Secunde geliefert wird.

7) Man definirt als Farad die Capacität, welche durch die Bedingung charakterisirt ist, dass ein Coulomb in einem Farad ein Volt giebt.

Bei einem späteren Congress (1889) wurden noch eine Reihe von weiteren Definitionen hinzugefügt[2]), von denen wir die folgenden beiden mittheilen:

1) 1 Joule ist die praktische Arbeitseinheit. Es ist gleich 10^7 C.-G.-S. Einheiten, die Energie, welche der durch 1 Ampère in 1 Ohm in einer Secunde erzeugten Wärme äquivalent ist.

2) 1 Watt ist die praktische Einheit der Arbeitsleistung (*puissance*), d. h. die Arbeitsleistung eines Joule in einer Secunde. Ein Watt ist gleich 1 Joule per Secunde gleich 10^7 C.-G.-S. Einheiten.

3) Für die Praxis wird die Leistung von Maschinen in Kilowatts, statt in Pferdekräften ausgedrückt.

4) 1 Quadrant ist die praktische Einheit der Selbstinduction; sie ist eine Länge von 10^9 *cm*.

Die übrigen Beschlüsse beziehen sich hauptsächlich auf die Definitionen von Bezeichnungen, welche Wechselströme betreffen. —

Gemäss den Beschlüssen 3 und 4 des Congresses von 1881 sind zahlreiche absolute Widerstandsbestimmungen ausgeführt worden, zu deren Besprechung wir jetzt übergehen.

III. Ohmbestimmungen.

Nach den Beschlüssen des Pariser Congresses von 1881 kam es darauf an:

a) Normalwiderstände herzustellen, welche aus Quecksilbersäulen von genau festzustellender Länge und 1 *qmm* Querschnitt bestehen,

b) den Widerstand derselben bei 0° C. nach absolutem, elektromagnetischem Maass zu bestimmen oder mit anderen, auf dieses Maass bezogenen Widerständen zu vergleichen.

Indem wir für die erste Aufgabe auf verschiedene Specialuntersuchungen[3])

---

[1]) WIED. Ann. 14, pag. 708. 1881.

[2]) MASCART, Compt. rend. 109, pag. 393. 1889; Beibl. 13, pag. 974. 1889.

[3]) K. STRECKER, WIED. Ann. 25, pag. 253 und pag. 456. 1885. — H. FEUSSNER, WIED. Ann. 40, pag. 139. — H. PASSAVANT, WIED. Ann. 40, pag. 505. 1890.

verweisen, wenden wir uns zu den wichtigsten Methoden der absoluten Widerstandsbestimmung und den dabei erhaltenen Resultaten. Jedoch soll hier nur ganz kurz der Grundgedanke der einzelnen Methoden auseinandergesetzt werden, während wir für die anzubringenden Correctionen; die Berücksichtigung störender Umstände u. s. w. auf die Originalarbeiten, verweisen müssen. Zum leichteren Verständniss der eingeführten Bezeichnungen schicken wir noch eine Bemerkung voraus. Die Differentialgleichung für die Bewegung eines kurzen Magnetstabes, auf welchen ausser dem Erdmagnetismus ein durch die Windungen eines Multiplikators fliessender Strom wirkt, lautet für sehr kleine Ablenkungen:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\varkappa}{\vartheta}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{MH}{\vartheta}\varphi = \frac{MGi}{\vartheta}.$$

In derselben ist:

M das magnetische Moment des Stabes,

H die Horizontalcomponente,

ϑ das Trägheitsmoment des schwingenden Systems,

$\varkappa$ der Dämpfungsfaktor,

G das Drehungsmoment der Stromeinheit auf einen Stab vom Moment 1.

Die Schwingungsbewegung des Stabes ohne Stromwirkung ist durch die Gleichung ausgedrückt:

$$\varphi = e^{-\frac{\lambda t}{T}}\left(A\cos\frac{\pi t}{T} + B\sin\frac{\pi t}{T}\right).$$

Die beiden, der Beobachtung zugänglichen Grössen: die Schwingungsdauer T und das logarithmische Decrement λ erfüllen die Gleichungen:

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{\varkappa}{2\vartheta}, \qquad \frac{\pi^2 + \lambda^2}{T^2} = \frac{MH}{\vartheta}.$$

Die durch einen constanten Strom i bewirkte Ablenkung ist:

$$\varphi_0 = \frac{G}{H}i.$$

Geht durch den Multiplikator ein Strom von so geringer Dauer, dass der Magnet in der betreffenden Zeit seine Gleichgewichtslage noch nicht verlassen hat, so erfolgt ein Ausschlag φ', für welchen die Gleichung gilt:

$$\varphi' = \frac{G\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}\, e^{-\frac{\lambda a}{\pi}}}{H \cdot T} J,$$

worin J die Gesammtstärke des Momentanstromes ist und:

$$a = arctg\,\frac{\pi}{\lambda}$$

gesetzt wurde[3]).

Wir gehen hiernach zur Besprechung der einzelnen Methoden über.

1) W. Weber's Methode des Erdinductors.

Ein verticaler Multiplikator, dessen Gesammtfläche F ist, wird um eine verticale Axe um einen Winkel von 180° gedreht. Die hierbei inducirte, elektromotorische Kraft ist:

$$E = 2FH.$$

Ist der Widerstand des ganzen Stromkreises, von welchem der Inductor ein Theil ist, w, so ist die Gesammtstärke des Inductionsstromes:

$$J = \frac{2FH}{w},$$

[3]) Handbuch 3 (1), pag. 225 und 236.

Wird derselbe durch ein Galvanometer geleitet, wo die Horizontalcomponente H' ist, und ist der erste Ausschlag φ', so ist:

$$w = \frac{2F \cdot GH\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{e^{\frac{\lambda a}{\pi}} T \cdot H' \varphi'}$$

Die Constanten F und G sind aus den Dimensionen des Multiplikators und des Inductors zu berechnen. Die übrigen Grössen werden beobachtet. Dann ergiebt sich w in absolutem Maass. In dieser einfachen Form lassen sich die Beobachtungen nicht ausführen. Um erhebliche Ausschläge zu erhalten, wird die Multiplikationsmethode angewandt. Ferner ist darauf Rücksicht zu nehmen, dass die Drehung des Inductors nicht in verschwindend kleiner Zahl ausgeführt werden kann. Die Berechnung für diesen Fall hat E. DORN [1]) ausgeführt.

Beobachtungen nach dieser Methode wurden von W. WEBER und ZÖLLNER [2]), ferner mit theilweiser Benutzung derselben Apparate von G. WIEDEMANN [3]) ausgeführt.

Als Endresultat ergab sich:

$$1 \text{ Ohm} = 106{\cdot}265 \; cm.$$

Nach einer Bemerkung von E. DORN [4]) soll die Berechnung des Beobachtungsmaterials nochmals vorgenommen werden.

Die beschriebene Methode wurde ferner angewandt von MASCART, DE NERVILLE und BENOIT [5]).

2) W. WEBER's Methode des Rotationsinductors.

Eine Drahtrolle von grossen Dimensionen wird um ihren verticalen Durchmesser in gleichmässige Rotation versetzt. In Folge dessen wird durch die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus eine periodisch wechselnde, elektromotorische Kraft erregt. Bei geschlossener Rolle cirkulirt in derselben ein periodischer Strom. Eine im Centrum des Multiplikatorkreises befindliche Magnetnadel erfährt aber durch diesen Strom eine dauernde Ablenkung, deren Grösse beobachtet wird.

Ist φ der Winkel, welcher die Ebene der Multiplikatorwindungen zur Zeit t mit dem magnetischen Meridian bildet, so ist die inducirte, elektromotorische Kraft:

$$E = F \cdot H \cdot cos\, \varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

In derselben Zeit ist der Inductionsstrom: $i = \frac{E}{w}$, und die Rückwirkung desselben auf die Magnetnadel:

$$MG\, cos(\varphi - \alpha) i,$$

wenn α die Ablenkung des Stabes und M, F, G, H dieselbe Bedeutung haben, wie bei 1. Das Drehungsmoment des rotirenden Multiplikators bei n Umdrehungen in der Zeiteinheit ist hiernach:

---

1) E. DORN, WIED. Ann. 17, pag. 654—672. 1882.

2) W. WEBER und ZÖLLNER, Berichte d. sächs. Ges. d. Wissensch. 1880.

3) G. WIEDEMANN, Abhandl. d. Berl. Ak. 1884 und WIED. Ann. 42, pag. 227—256; pag. 425—449. 1891.

4) Vorschläge zu gesetzlicher Bestimmung über elektrische Maasseinheiten, entworfen durch das Curatorium der phys.-tech. Reichsanstalt nebst kritischem Bericht von E. DORN. Berlin J. SPRINGER. 1893, pag. 47.

5) MASCART, DE NERVILLE und BENOIT, Ann. d. chim. et d. phys. (6) 6, pag. 5—36. 1884.

$$n\int_0^{2\pi} FG \cdot MH \cos(\varphi - \alpha) \cos\varphi \, d\varphi.$$

Demselben ist das Drehungsmoment des Erdmagnetismus $MH \sin\alpha$ gleich. Also:

$$tang\,\alpha = \frac{2\pi n}{2} \frac{FG}{w},$$

oder:

$$w = \frac{F \cdot G \cdot \psi}{2\,tang\,\alpha},$$

wenn ψ die Winkelgeschwindigkeit des Multiplikators ist.

Bei dieser Entwickelung ist indess von der Selbstinduction des Stromkreises abgesehen, durch welche der Inductionsstrom verzögert und dadurch seine Wirkung auf den Magnetstab verändert wird. Auch übt der ruhende Magnetstab auf den rotirenden Multiplikator eine inducirende Wirkung aus. Angewandt wurde diese Methode von dem Committee der British-Association, später von Lord RAYLEIGH und A. SCHUSTER[1]), von Lord RAYLEIGH[2]) und von H. WEBER[3]). Letzterer liess den Inductor um eine horizontale Axe rotiren und zwar um die magnetische Axe der abgelenkten Nadel. Zu diesem Zweck musste der Rotationsapparat, der Ablenkung der Nadel folgend, um eine verticale Axe gedreht werden.

3) W. WEBER's Dämpfungsmethode.

Ein Magnetstab wird innerhalb eines Multiplikators in Schwingungen versetzt. Ist letzterer geschlossen, so werden in ihm Inductionsströme erregt, welche ausser dem Luftwiderstand eine besondere, dämpfende Wirkung auf die Nadelschwingungen ausüben. Die beiden Einflüsse lassen sich trennen, indem man das logarithmische Decrement bei offenem und bei geschlossenem Multiplikator beobachtet. Wir sehen daher in der weiteren Besprechung dieser Methode von der Luftdämpfung ab.

Die zur Zeit t inducirte, elektromotorische Kraft ist:

$$E = MG \frac{d\varphi}{dt},$$

die Stromstärke:

$$i = \frac{MG}{w} \frac{d\varphi}{dt},$$

und die Rückwirkung auf die Nadelschwingungen:

$$-MGi = -\frac{M^2 \cdot G^2}{w} \cdot \frac{d\varphi}{dt}.$$

Nach den früheren Entwicklungen[4]) ist also:

$$\varkappa = \frac{M^2 \cdot G^2}{w}$$

$$\frac{2\lambda}{T} = \frac{M^2 G^2}{\vartheta \cdot w}.$$

Bezeichnet man die Schwingungsdauer des Magnetstabes ohne Dämpfung mit T_0, so ist:

$$T_0 = \pi \sqrt{\frac{\vartheta}{MH}} \qquad \text{und:} \qquad T = \frac{T_0\sqrt{\lambda^2 + \pi^2}}{\pi}.$$

---

[1]) Lord RAYLEIGH und A. SCHUSTER, Proc. Roy. Soc. 32, pag. 104—141. 1881.

[2]) Lord RAYLEIGH, Phil. Trans. Vol. 173 (II), pag. 661—697. 1882.

[3]) H. WEBER, Der Rotationsinductor. Braunschweig 1882.

[4]) Handbuch 3 (2), pag. 481.

Also:

$$w = \frac{MG^2\pi\sqrt{\lambda^2 + \pi^2}}{2\lambda H \cdot T^0}.$$

Sind M/H und G nach absolutem Maass bestimmt, die übrigen Grössen direkt beobachtet, so ergiebt sich auch w in absolutem Maass.

Die Galvanometerconstante G kann ausgerechnet oder zweckmässiger direkt beobachtet werden, indem man den Zweigstrom eines absolut gemessenen Stromes durch die Windungen leitet. Sind die Schwingungen nicht mehr unendlich klein, so ist G keine Constante, und es muss auf die Veränderungen dieser Grösse Rücksicht genommen werden[1]. Bestimmungen nach dieser Methode wurden ausgeführt von H. WILD[2], von F. KOHLRAUSCH[3] (zum Theil in Verbindung mit Methode 1) und von E. DORN[4].

4) Methode der Volta-Induction (KIRCHHOFF'sche Methode)[5].

Zwei Drahtrollen stehen axial neben einander. Durch die eine Rolle wird ein constanter Strom geleitet, während die andere mit einem Galvanometer verbunden ist. Bei Oeffnung oder Schliessung des Stromes i entsteht ein Inductionsstrom, dessen Gesammtintensität J an dem Galvanometer gemessen wird. Dann ist:

$$J = \pm \frac{qi}{w}.$$

Sind i und J nach absolutem Maass bestimmt, so bedarf es noch der Berechnung des wechselseitigen Inductionsceëfficienten der beiden Rollen auf einander.

Anstatt nur einen Inductionsstoss zu benutzen, kann man mit Hilfe eines Disjunctors den primären Strom in schneller Folge öffnen und schliessen und entweder nur die Oeffnungs- oder nur die Schliessungsströme zum Galvanometer leiten, welches hierdurch eine constante Wirkung erfährt. Bezeichnet man dieselbe mit φ_1, diejenige durch einen bekannten Bruchtheil des primären Stromes ($\varkappa i$) mit φ_2 und mit n die Anzahl der Unterbrechungen, so ist:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{qn}{\varkappa w}.$$

Weitere zweckmässige Modifikationen dieser Methode haben ROITI und HIMSTEDT benutzt.

Die Methode wurde angewandt von: ROWLAND[6], Fr. WEBER[7], GLAZEBROOK, DODDS und SARGANT[8], MASCART DE NERVILLE und BENOIT[9], ROITI[10] und HIMSTEDT[11].

---

1) Vergl. K. SCHERING, WIED. Ann. 9, pag. 287 u. 452. 1879.

2) H. WILD, WIED. Ann. 23, pag. 665—677. 1884.

3) F. KOHLRAUSCH, POGG. Ann. Egbd. 6, pag. 1—35. 1873; Abh. d. Bair. Ak. 16. 1888.

4) E. DORN, WIED. Ann. 17, pag. 773—816. 1882. — WIED. Ann. 36, pag. 22—72, 398—447. 1889.

5) G. KIRCHHOFF, POGG. Ann. 76, pag. 412. 1849.

6) ROWLAND, Sillim. J. (3) pag. 281, 325, 430. 1878.

7) Fr. WEBER, Der absolute Werth der SIEMENS'schen Quecksilbereinheit in der Grösse des Ohms als Quecksilbersäule. Zürich 1884.

8) GLAZEBROOK, DODDS und SARGANT, Phil. Trans. Vol. 174, pag. 223—268. 1883.

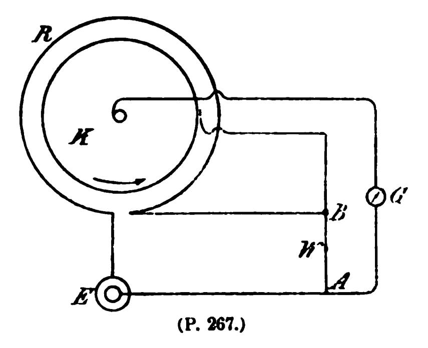
9) MASCART DE NERVILLE und BENOIT, Ann. de chim. et de phys. (6) 6, pag. 5—36. 1884.

10) ROITI, Nuovo Cimento (3) 12, pag. 60—64. 1882; 15, pag. 97—114. 1884.

11) HIMSTEDT, WIED. Ann. 22, pag. 281—286. 1884; 26, pag. 547—575; 28, pag. 338—354. 1888.

5) Methode der rotirenden Platte von LORENZ[1]).

Eine kreisförmige Metallplatte K (Fig. 267) wird um ihre Axe in Rotation versetzt. Dabei befindet sich dieselbe im Innern einer Drahtrolle (R) mit derselben Axe, durch welche ein constanter Strom geleitet wird. Hierdurch wird in der rotirenden Scheibe eine elektromotorische Kraft inducirt, welche in radialer Richtung wirkt. An der Axe und an dem Umfang der Scheibe schleifen Contacte. Von denselben führen Drähte zu den beiden Punkten A und B des Stromkreises, zwischen welchen der absolut zu messende Widerstand w sich befindet. Bei einer bestimmten Umdrehungszahl n der Scheibe sei die Potentialdifferenz zwischen A und B in Folge des Durchgangs des constanten Stromes i gleich der inducirten, elektromotorischen Kraft in der Scheibe. Bezeichnet man dieselbe bei einer Umdrehung in der Zeiteinheit und bei Einheit der Stromstärke mit E_1, so ist:



(P. 267.)

$$nE_1 i = wi$$

oder:

$$nE_1 = w.$$

Die Gleichheit der Potentialdifferenz und der inducirten elektromotorischen Kraft wird mit Hilfe eines in die betreffende Leitung eingeschalteten, empfindlichen Galvanometers festgestellt.

Es handelt sich hierbei also um die Berechnung von E_1 aus den Dimensionen der Rolle und der Scheibe und aus der Bestimmung der Umdrehungszahl.

Benutzt wurde diese Methode von Lord RAYLEIGH und Mrs. SIDGWICK[2]), von LORENZ[3]), von ROWLAND, KIMBALL und DUNCAN[4]), von DUNCAN, WILKES und HUTCHINSON[5]) und von JONES[6]).

Endlich hat noch G. LIPPMANN[7]) verschiedene Methoden der Ohmbestimmung angegeben, von welchen wir die letzte als Methode 6 bezeichnen wollen. Nach derselben rotirt eine kleinere Rolle im Innern einer grösseren, durch welche ein constanter Strom geleitet wird. Die erste Rolle, in welcher eine periodisch wechselnde, elektromotorische Kraft inducirt wird, wird aber nur dann auf kurze Zeit durch eine äussere Leitung geschlossen, wenn die elektromotorische Kraft ihren grössten Werth besitzt. Diese Leitung führt zu einem Galvanometer und dann zu zwei Punkten der primären Leitung. Bei einer bestimmten Rotationsgeschwindigkeit heben sich die Wirkungen auf das Galvanometer auf. Dann ergiebt sich der Widerstand zwischen den beiden Verzweigungspunkten in gleicher Weise wie bei Methode 5 nach absolutem Maass.

Eine Ohmbestimmung nach dieser Methode wurde von WUILLEUMIER[8]) ausgeführt.

---

[1]) LORENZ, POGG. Ann. 149, pag. 251—269. 1873.

[2]) RAYLEIGH und SIDGWICK, Phil. Trans. Vol. 174, pag. 295—322. 1883.

[3]) LORENZ, WIED. Ann. 25, pag. 1—31. 1885.

[4]) ROWLAND, KIMBALL und DUNCAN, Elektrot. Zeitschr. 6, pag. 441. 1885.

[5]) DUNCAN, WILKES und HUTCHINSON, Phil. Mag. (5) 28, pag. 98—106. 1889.

[6]) JONES, Electrician 1890, Beibl. 15, pag. 134. 1891.

[7]) G. LIPPMANN, Compt. rend. 93, pag. 713—716. 1881; Compt. rend. 95, pag. 1154—1155 und 1348—1350. 1882.

[8]) WUILLEUMIER, Journ. de Phys. (2) 9, pag. 220—231. 1890.

Eine kritische Vergleichung der einzelnen Methoden haben vorgenommen Lord RAYLEIGH[1]) und G. WIEDEMANN[2]), der erhaltenen Zahlenwerthe E. DORN[3]), dessen Zusammenstellung wir hier folgen lassen. DORN hat einem Theil der beobachteten Werthe nur ein geringeres Gewicht zuerkannt, als den übrigen. Demnach folgen in Tabelle I die Beobachtungen mit halbem Gewicht, in Tabelle II diejenigen mit ganzem Gewicht, wobei in unentschiedenen Fällen die kleineren und die grösseren Zahlen einzeln aufgeführt sind. Die römischen Ziffern verweisen auf die Nummern der Methoden in der obigen Zusammenstellung.

Tabelle I.

WILD	III	1·06192
DUNCAN, WILKES, HUTCHINSON	V	1·06352
MASCART, DE NERVILLE, BENOÎT	IV	1·06293
KIMBALL 1883	IV	1·06250
Mittel		1·06272

Tabelle II.

		Kleinster	Grösster Werth
KOHLRAUCH	III	1·06264	1·06310
DORN	III	1·06235	1.06235
RAYLEIGH und SIDGWICK	V	1·06255	1·06288
ROWLAND, KIMBALL, DUNCAN	V	1·06290	1·05290
ROWLAND 1887	V	1·06320	1·06320
JONES	V	1·06281	1·06307
GLAZEBROOK, DODDS, SARGANT	IV	1·06265	1.06299
HIMSTEDT	IV	1-06257	1·06257
ROWLAND und KIMBALL	IV	1·06310	1·06310
RAYLEIGH	II	1·06280	1·06312
WUILLEUMIER	VI	1·06267	1·06285
Mittel		1·06275	1.06292

»Unter Hinzunahme der Beobachtungen mit halbem Gewicht folgt das Hauptmittel:

$$1{\cdot}06289 \pm 0{\cdot}00024.$$

Man wird einstweilen

$$1{\cdot}0628$$

als dem wahren Werthe sehr nahe kommend ansehen dürfen, und, wenn es sich um die Wahl zwischen 1·062 und 1·063 handelt, jedenfalls

$$1{\cdot}063$$

vorziehen[4]).«

Nachdem hiernach eine Genauigkeit der Ohmbestimmung erreicht worden ist, welche jedenfalls für die Technik hinreichend ist, kann an eine Regelung der gesetzlichen Bestimmungen über elektrische Maasseinheiten gedacht werden.

Wir lassen hier aus dem Entwurf des Curatoriums der physikalisch-technischen Reichsanstalt[5]), welcher Aussicht hat in allen Kulturländern angenommen zu werden, die beiden wichtigsten Bestimmungen folgen.

---

[1]) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. (5) 14, pag. 329. 1882.

[2]) G. WIEDEMANN, Elektrot. Zeitschr. 3, pag. 260—269. 1882.

[3]) E. DORN, Kritischer Bericht über den wahrscheinlichen Werth des Ohm. Berlin 1893. pag. 82—85.

[4]) E. DORN l. c., pag. 84.

[5]) Berlin, J. SPRINGER 1893.

Als **Ohm** gilt der elektrische Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem Querschnitt 106·3 *cm* und deren Masse 14·452 *gr* beträgt, was einem Quadratmillimeter Querschnitt der Säule gleich geachtet werden darf (§ 2).

Ein unveränderlicher Strom hat die Stärke von 1 **Ampère**, wenn der Strom bei dem Durchgang durch eine Lösung von salpetersaurem Silber unter Einhaltung der für die Abscheidung günstigsten Bedingungen 0·001118 *gr* Silber in einer Secunde mittlerer Sonnenzeit niederschlägt (§ 4).

Wir bemerken hierzu zunächst, dass über die Strommessung nach chemischem Maass resp. über die Bestimmung des elektrochemischen Aequivalents des Silbers bereits früher[1]) berichtet wurde. Das »Volt« (sowie alle übrigen Einheiten) würde hiernach mit Hilfe der beiden genannten Zahlenwerthe und auf Grund der Festsetzung, dass 1 Volt diejenige elektromotorische Kraft ist, welche in einem Stromkreis von 1 Ohm Widerstand einen Strom von 1 Ampère hervorbringt, zu bestimmen sein. Auf diese Einheit sind demnach in Zukunft die Angaben über die elektromotorischen Kräfte von Normalelementen, besonders des CLARK-Elements[2]) zu beziehen.

Als Einheit für die Arbeit des elektrischen Stromes, das »Watt«, gilt dann das Produkt: Volt-Ampère. Dasselbe ist nach absolutem Maass:

$$10^7 \; (cm^2 \, gr \, sec^{-3}).$$

Wird die in der Technik übliche Einheit der Pferdekraft zu 75 Kilogramm-Meter in der Secunde angenommen, so beträgt dieselbe:

$$75000 \cdot 100 \cdot 980{\cdot}6 \text{ absolute Einheiten,}$$

oder ist gleich:

$$736 \text{ Watt.}$$

IV. Bestimmung der Constante, von welcher die Verhältnisse der elektromagnetischen zu den elektrostatischen Einheiten abhängen.

Diese Constante ist eine Geschwindigkeit und wird gewöhnlich mit v bezeichnet.

Ihre Messung erfolgt in der Weise, dass man eine der elektrischen Grössen nach dem einen und nach dem andern Maasssystem absolut bestimmt. Benutzt wurden hierbei:

a) Elektricitätsmengen,

b) Elektromotorische Kräfte,

c) Condensatorcapacitäten.

Die Vergleichung von Elektricitätsmengen wurde von W. WEBER und R. KOHLRAUSCH[3]) vorgenommen. Zu diesem Zweck wurde eine Leydener Flasche geladen und durch Verbindung der inneren Belegung mit einem Sinuselektrometer die dort herrschende Spannung festgestellt. Durch Berührung mit einer isolirten Messingkugel wird ein Bruchtheil der Ladung abgenommen. Von der auf der Kugel befindlichen Menge wird wiederum ein bekannter Bruchteil an die Standkugel einer COULOMB'schen Drehwaage abgegeben und dort elektrostatisch gemessen. Aus der Abnahme der Elektrometerablenkung bei der besprochenen Verminderung der Elektricitätsmenge kann auf die in der Flasche

---

[1]) Handbuch 3 (1), pag. 247.

[2]) Handbuch 3 (1), pag. 156.

[3]) W. WEBER und R. KOHLRAUSCH, elektrodyn. Maassbestimmungen IV. 1856. Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maass. — W. WEBER's Werke III, pag. 609—674.

vorhandene Menge geschlossen werden. Die Flasche wird nun durch ein Galvanometer entladen und hierdurch die entladene Menge elektromagnetisch bestimmt. Schliesslich wird noch die in der Flasche zurückgebliebene Menge beberücksichtigt. Es ergab sich:

$$v = 3\cdot111 \cdot 10^{10} \ cm/sec.$$

Die nächste Bestimmung wurde von CL. MAXWELL[1]) ausgeführt. Derselbe bewirkte die Compensation der Anziehung zweier geladener Platten durch die elektrodynamische Abstossung zwischen zwei Rollen, welche von einem constanten Strom durchflossen wurden, während die Platten mit den Polen einer constanten Kette in Verbindung waren.

Als Resultat ergab sich:

$$v = 2\cdot88 \cdot 10^{10}.$$

Mehrere weitere Bestimmungen wurden nach einer Methode von Sir W. THOMSON ausgeführt. Der Strom einer constanten Kette wird elektromagnetisch (mit Benutzung eines Elektrodynamometers) gemessen. In den Stromkreis ist ein grosser Widerstand eingeschaltet. Die Potentialdifferenz zwischen den Endpunkten dieses Widerstandes wird elektrostatisch mit Hilfe des THOMSON'schen absoluten Elektrometers gemessen.

Resultate nach dieser Methode:

Sir W. THOMSON[2]): $v = 2\cdot82 \cdot 10^{10}$
M'KICHAN[3]): $v = 2\cdot93 \cdot 10^{10}$
SHIDA[4]): $v = 2\cdot995 \cdot 10^{10}$

Nach der dritten Methode wird die Capacität eines Condensators elektrostatisch aus seinen Dimensionen berechnet. Hierauf wird derselbe durch Verbindung seiner Belegungen mit den Polen einer constanten Kette geladen. Endlich wird der Entladungsstrom nach Trennung der Belegungen von der Kette und Herstellung einer leitenden Verbindung derselben elektromagnetisch durch den ersten Ausschlag der Nadel eines Galvanometers bestimmt.

Die Gesammtstärke J desselben ist:

$$J = \frac{Ec}{v^2},$$

wenn die elektromotische Kraft der Kette E, und c die elektrostatische Capacität des Condensators bedeuten.

Ferner wird der Strom derselben Kette durch dasselbe Galvanometer geleitet. Erfolgt hierbei die Ablenkung φ_0, wenn der Gesammtwiderstand des Stromkreises w beträgt, und ist der Ausschlag des Entladungsstromes φ', so ist:

$$\frac{c}{v^2} = \frac{e^{\frac{\lambda a}{\pi}} \cdot T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2} \cdot w} \cdot \frac{\varphi'}{\varphi_0}$$

Auf die, gewöhnlich erforderliche Verzweigung des constanten Stromes bei seinem Durchgang durch das Galvanometer soll hier nicht näher eingegangen werden.

Noch einfacher gestaltet sich diese Methode, wenn in schneller Folge durch eine selbsthätige Wippe der Condensator geladen und dann durch das Galvano-

---

1) CL. MAXWELL, Philos. Trans. 1868 (II), pag. 643—657. — CL. MAXWELL, Lehrbuch der Elektricität. Deutsch von WEINSTEIN 2, pag. 522.

2) Sir WILLIAM THOMSON, Rep. of Brit. Assoc. 1869, pag. 434.

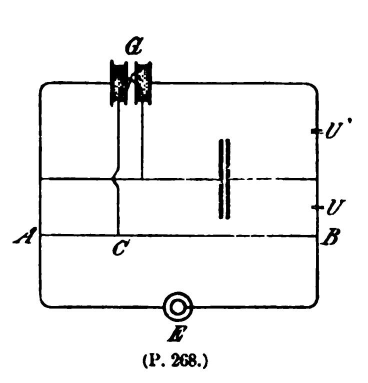
3) M'KICHAN, Phil. Mag. (4) 47, pag. 218. 1874.

4) SHIDA, Phil. Mag. (5) 10, pag. 431—436. 1880. — Vergl. auch die Discussion: Phil. Mag. (5) 11, pag. 473; 12, pag. 76, 154, 224, 300. 1881.

meter entladen wird. Ist die hierbei entstehende, constante Ablenkung desselben φ_1 und n die Anzahl der Ladungsströme in der Zeiteinheit, so ist:

$$\frac{nc}{v^2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_0 \cdot w},$$

$$v = \sqrt{\frac{ncw \cdot \varphi_0}{\varphi_1}}.$$



(F. 268.)

Endlich kann man (HIMSTEDT) ein Differentialgalvanometer benutzen, bei welchem die Wirkung der Entladungsströme derjenigen des constanten Stromes resp. eines Bruchtheils desselben gleich ist. Wird die in der Fig. 268 dargestellte Anordnung benutzt, wobei die Wippe abwechselnd in U und U' Schliessung bewirkt, so ist:

$$v = \sqrt{\frac{nc \cdot W(R+W)}{w}},$$

wenn der Widerstand $AC = w$, $AB = W$ und $AGC = R$ ist.

Mit Hilfe von Condensatorladungeu ergab sich bei der Messung von:

AYRTON und PERRY[1]):	$v = 2{\cdot}98 \cdot 10^{10}$
STOLETOW[2]):	$v = 2{\cdot}98 - 3{\cdot}00 \cdot 10^{10}$.
J. J. THOMSON[3]):	$v = 2{\cdot}963 \cdot 10^{10}$.
J. KLEMENČIČ[4]):	$v = 3{\cdot}0188 \cdot 10^{10}$.
F. HIMSTEDT[5]):	$v = 3{\cdot}0093 \cdot 10^{10}$ (Gesammtmittel).
H. ABRAHAM[6]):	$v = 2{\cdot}992 \cdot 10^{10}$.

Zu diesen Resultaten mag noch bemerkt werden, dass die drei ersten Beobachter einen Schutzringcondensator benutzten (ebenso auch ABRAHAM), während KLEMENCIC und HIMSTEDT einen aus zwei kreisförmigen Platten bestehenden Condensator anwandten, dessen Capacität nach einer Formel von G. KIRCHHOFF[7]) berechnet wurde, deren Richtigkeit noch besonders geprüft worden war. In seiner letzten Untersuchung benutzte HIMSTEDT ebenfalls einen Schutzringcondensator.

Die Geschwindigkeit v stimmt sehr nahe mit derjenigen des Lichtes überein, für welche F. HIMSTEDT[8]) als Mittel aus fünf neueren Untersuchungen den Werth:

$$3{\cdot}002 \cdot 10^{10} \; cm/sec$$

angiebt.

Nehmen wir für v den Werth: $3 \cdot 10^{10}$, so erhalten wir für die internationalen Einheiten die folgenden Werthe:

---

1) AYRTON und PERRY, Phil. Mag. (5) 7, pag. 222—289. 1879.

2) STOLETOW, Journ. d. Phys. 10, pag. 468. 1881.

3) J. J. THOMSON, Proc. Roy. Soc. 35, pag. 346—347. 1883; Trans. Roy. Soc. 1883 (3), pag. 707—720.

4) J. KLEMENCIC, Sitzungsber. Wien. Ak. 89, pag. 298—328; Rep. d. Phys. 20, pag. 462—489. 1884.

5) F. HIMSTEDT, WIED. Ann. 29, pag. 560—579. 1886; 33, pag. 1—12; 35, pag. 126—136. 1888.

6) H. ABRAHAM, Compt. rend. 114, pag. 654—657; 1355—1356. 1892.

7) Handbuch 3 (1), pag. 38.

8) F. HIMSTEDT, WIED. Ann. 35, pag. 136. 1888.

	Elektromagnetisch	Elektrostatisch
1 Volt	10^8	$1/300$
1 Ohm	10^9	$1/9 \cdot 10^{-11}$
1 Ampère	10^{-1}	$3 \cdot 10^9$
1 Coulomb	10^{-1}	$3 \cdot 10^9$
1 Farad	10^{-9}	$9 \cdot 10^{11}$

A. OBERBECK.

Technische Anwendungen der Induction.

I. Dynamoelektrische Maschinen. Kraftübertragung.

A. Historisches. Uebergang von den magnetelektrischen zu den dynamoelektrischen Maschinen.

Als man die früher[1]) beschriebenen magnetelektrischen Maschinen in grösseren Dimensionen ausführte und mit Benutzung stärkerer Triebkräfte aus ihnen Ströme entnahm, welche zu praktischen Zwecken, besonders zur Erzeugung von elektrischem Licht dienen konnten, stellte sich als ein Hauptmangel dieser Maschinen heraus, dass die Stahlmagnete ein verhältnissmässig schwaches Magnetfeld gaben und mit der Zeit einen grossen Theil ihres Magnetismus verloren. Man versuchte daher die Stahlmagnete durch Elektromagnete zu ersetzen, wobei letztere durch den Strom einer besonderen Stromquelle erregt wurden, bis schliesslich die geniale Entdeckung gemacht wurde, dass man den Maschinenstrom selbst zur Magnetisirung der Elektomagnete verwenden konnte.

Die Verwerthung dieses Gedankens eröffnete eine neue Aera in der Herstellung starker, elektrischer Ströme und in der Ausnutzung derselben für praktische Zwecke und bildet den Ausgangspunkt der modernen Elektrotechnik.

Dieselbe unterscheidet sich von den früheren technischen Anwendungen des elektrischen Stromes dadurch, dass:

a) die benutzten Ströme hauptsächlich Inductionsströme sind und durch Aufwand von Arbeit erzeugt werden,

b) dass dieselben von viel grösserer Intensität und mit erheblich geringeren Unkosten hergestellt werden können,

c) dass das Gebiet der Anwendungen der elektrischen Ströme eine kaum geahnte Erweiterung erfährt und dass elektrische Centralen errichtet werden, welche an weite Kreise elektrische Ströme zu Beleuchtungszwecken und zum Betrieb von Motoren und Maschinen abgeben.

Unsere Aufgabe wird es daher sein, hier eine Uebersicht über die Vorrichtungen zur Erzeugung starker Ströme durch Aufwand von Arbeit zu geben und, da von der elektrischen Beleuchtung bereits früher die Rede war[2]), den Betrieb von Maschinen durch elektrischen Strom, — die Kraftübertragung — zu besprechen.

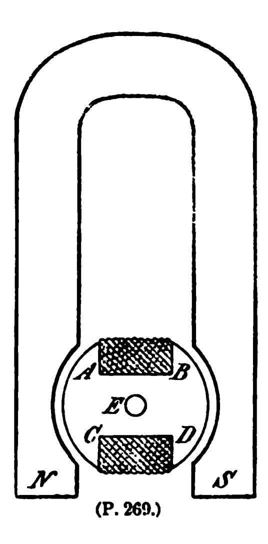
---

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 355.

[2]) Handbuch 3 (1), pag. 410—417.

Wir beginnen mit einem Ueberblick über die Weiterentwickelung der magnetelektrischen Maschinen.

Einen wesentlichen Fortschritt erfuhr die Construction derselben durch eine von WERNER SIEMENS im Jahre 1857 hergestellte Maschine, bei welcher eine neue Form des Inductors benutzt wurde. Derselbe wird als »Cylinderinductor« oder »Doppel-*T*-Inductor« bezeichnet. Die beistehende Fig. 269 giebt eine Vorstellung von demselben. Aus einem Eisencylinder *E* sind zwei Stücke in der Längsrichtung herausgeschnitten, deren Querschnitte *AB* und *CD* sind. Diese Ausschnitte sind mit Drähten ausgefüllt, welche in der Längsrichtung des Cylinders verlaufen und Windungen um letzteren bilden. Der Cylinderinductor rotirt zwischen den Polen *N* und *S* einer Reihe parallel gestellter Stahlmagnete. Der Vortheil dieser Anordnung liegt darin, dass die Induction elektromotorischer Kraft in den Drähten sich über einen grösseren Theil der Drehung erstreckt, als bei den älteren Maschinen. Allerdings findet auch hier ein Wechsel in der Richtung der inducirten elektromotorischen Kraft bei jeder halben Umdrehung statt. Doch kann durch einen geeigneten Commutator dem Strom in der äusseren Leitung stets dieselbe Richtung gegeben werden. Die SIEMENS'sche Maschine wurde anfänglich benutzt, um Läutewerke zu erregen, und fand eine grosse Verbreitung.



(F. 269.)

Im Jahre 1866 construirte H. WILDE eine Maschine von grosser Wirksamkeit, welche als eine Combination zweier SIEMENS'scher Maschinen bezeichnet werden kann. Jedoch besitzt die erste Maschine Stahlmagnete, die zweite Elektromagnete. Jene dient nur dazu, den zu der Erregung der Elektromagnete erforderlichen Strom zu liefern. Diese Maschine gab bereits recht starke Ströme. Immerhin war die Wirkungsweise derselben noch so complicirt, dass es als eine Entdeckung ersten Ranges bezeichnet werden muss, als es gelang, die Functionen der beiden Maschinen in einer einzigen zu vereinen. Wir verdanken dieselbe in erster Linie dem deutschen Fabrikanten und Gelehrten WERNER VON SIEMENS in Berlin. Im Januar des Jahres 1867 wurde die Abhandlung desselben: »Ueber die Umwandlung von Arbeitskraft in elektrischen Strom ohne Anwendung permanenter Magnete« durch G. MAGNUS der Akademie der Wissenschaften vorgelegt. In derselben geht SIEMENS[1]) von dem Gedanken aus, dass ein elektromagnetischer Motor, welcher aus einem festen und einem drehbaren Elektromagnet besteht und durch eine galvanische Kette getrieben wird, bei einer Drehung des beweglichen Theils durch eine äussere Kraft in demselben Sinne den Batteriestrom verstärkt und dadurch die feststehenden Elektromagnete stärker magnetisirt. Man kann nun die Kette ganz fortlassen. Der in den Elektromagneten nach einmaliger Wirkung der Kette zurückgebliebene Rest von Magnetismus genügt um zunächst schwache Inductionsströme in dem rotirenden Inductor zu erregen, Bei dem Durchgang derselben durch die Windungen des Elektromagnets wird der Magnetismus verstärkt. In Folge dessen nimmt die Intensität der Inductionsströme zu, allerdings auch die zu der Drehung aufzuwendende Arbeit. Schliesslich giebt die Maschine einen Strom von erheblicher Stärke.

---

[1]) W. SIEMENS, Berl. Monatsber. 1867, pag. 55—58; POGG. Ann. 130, pag. 332—335.

Die Abhandlung schliesst mit den Worten:

»Der Technik sind gegenwärtig die Mittel gegeben, elektrische Ströme von unbegrenzter Stärke auf billige und bequeme Weise überall da zu erzeugen, wo Arbeitskraft disponibel ist.«

Die erste nach diesem Princip stromliefernde Maschine war von der zuvor beschriebenen SIEMENS'schen Construction. Doch waren die Stahlmagnete durch Elektromagnete ersetzt, deren Windungen ebenfalls in den Stromkreis des Inductors eingeschaltet waren. Dieselbe befand sich auf der Weltausstellung in Paris im Jahre 1867. Die Drehung wurde mit der Hand ausgeführt. Die Maschine war zur Zündung von Minen bestimmt.

Die Abhandlung von WERNER SIEMENS wurde von seinem Bruder WILLIAM SIEMENS in der Sitzung der Royal-Society am 14. Februar 1867 vorgetragen. In derselben Sitzung hielt auch CHARLES WHEATSTONE[1]) einen Vortrag: »*On the augmentation of the power of a magnet by the reaction thereon of currents induced by the magnet itself*«, in welchem eine Maschine von ähnlicher Construction beschrieben, und ihre Wirksamkeit auf gleiche Weise wie von SIEMENS erklärt wird.

Hiernach hat also WERNER SIEMENS unzweifelhaft das Verdienst, den Grundgedanken für die Construction der neuen Maschinen, den man häufig als das »dynamoelektrische Princip« bezeichnet, zuerst ausgesprochen zu haben. — Die weitere Entwickelung der dynamoelektrischen Maschinen bestand hauptsächlich in der zweckmässigen Gestaltung der einzelnen Theile derselben, besonders in der Herstellung der Formen des rotirenden Inductors, sowie der Vorrichtungen, mit deren Hilfe die inducirten Ströme aus den Windungen des Inductors in die weitere Leitung übergeführt werden.

Je nach der Beschaffenheit dieser Vorrichtung gehen in die Leitung gleichgerichtete Ströme oder Wechselströme. Dem entsprechend unterscheiden wir: Gleichstrommaschinen und Wechselstrommaschinen.

Bevor ich zu einer kurzen Beschreibung dieser Maschinen übergehe, bemerke ich, dass hier nur die Hauptpunkte hervorgehoben werden können, während ich für alle technischen Einzelheiten auf die folgenden Specialwerke verweise:

H. SCHELLEN. Die magnet- und dynamoelektrischen Maschinen, ihre Entwicklung, Construction und praktische Anwendung. Köln 1879.

SYLVANUS THOMPSON. Dynamo-Electric Machinery. London 1884, deutsch von GRAWINKEL. Halle a. S. 1890.

O. FRÖLICH. Die dynamoelektrische Maschine. Berlin 1886.

E. KITTLER. Handbuch der Elektrotechnik. Erste Auflage. Stuttgart. Band 1 1886. Band 2 (erste Hälfte) 1890.

GUSTAV GLASER DE CEW. Die Construction der magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen (fünfte Auflage, bearbeitet von F. AUERBACH). A. HARTLEBEN's Verlag 1887.

F. AUERBACH. Die Wirkungsweise der dynamoelektrischen Maschinen. A. HARTLEBEN's Verlag. 1887.

E. KITTLER. Handbuch der Elektrotechnik. (Zweite Aufl.) Bd. 1, Stuttgart 1892.

B. Gleichstrommaschinen. Construction und Wirkungsweise derselben.

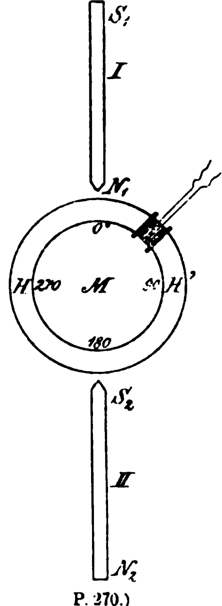
Trotz weitgehender Verschiedenheiten in den Einzelheiten der Construction dieser Maschinen beruht die Erzeugung des elektrischen Stromes durch dieselben auf gleichen Grundprincipien.

---

[1]) CH. WHEATSTONE, Proc. Roy. Soc. 15, pag. 369—372. 1867.

Wir wollen dieselben hier im Anschluss an das Beispiel einer GRAMME'schen Maschine auseinander setzen.

Der »Inductor« dieser Maschine, auch »Armatur« oder »Anker« genannt, besteht ans einem Eisenring oder vielmehr aus einem eisernen Hohlcylinder. Derselbe ist gleichmässig von Drahtwindungen umschlungen und wird zwischen zwei entgegengesetzten Magnetpolen um die Cylinderaxe in Rotation versetzt. In jeder einzelnen Windung werden dann bei der Drehung Ströme inducirt, welche in jedem Augenblick von der relativen Bewegung der Windung gegen die Pole und von der Magnetisirung der Eisenmasse des Ringes abhängen.



(F. 270.)

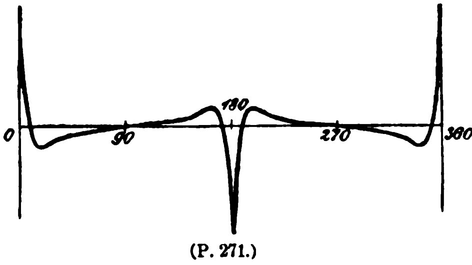
Die Grundidee dieser Anordnung war bereits im Jahre 1860 von PACINOTTI[1]) angegeben worden. Die Beschreibung der GRAMME'schen Maschine wurde der Pariser Akademie im Jahre 1871[2]) vorgelegt. Der Inductor wird gewöhnlich als PACINOTTI-GRAMME'scher Ring bezeichnet.

Zum Verständniss der Induction in einer Windung bei den verschiedenen Lagen, welche dieselbe bei einer ganzen Umdrehung durchläuft, wollen wir hier kurz die Resultate einer Untersuchung von A. ISENBECK[3]) über die Induction in einer Reihe einfacherer Fälle mittheilen. Es war dabei die folgende Anordnung getroffen. Eine Drahtrolle R (Fig. 270) kann auf einem Ring HH' aus einer beliebigen Anfangslage um eine kleine, sich aber stets gleichbleibende Strecke verschoben werden. Die Drahtenden sind mit einem Galvanometer verbunden. Erfolgt die Verschiebung in einem magnetischen Kraftfeld, so wird ein Inductionsstrom erzeugt, dessen Stärke ein Maass für die Aenderung des Kraftflusses durch die Rolle ist.

Die Anfangslage der Rolle wird durch eine an dem Ringe angebrachte Kreistheilung von 0—360° bestimmt. An derselben wird die Rolle von 5 zu 5 Graden weiter verschoben und dann jedesmal die oben besprochene kleine Drehung vorgenommen.

Zur Erzeugung des Magnetfeldes dienten hauptsächlich die folgenden Anordnungen.

a) Zwei Magnetstäbe N_1S_1 und N_2S_2 (Fig. 270) liegen einander diametral so gegenüber, so dass die Pole N_1 und S_2 den Punkten 0° und 180° der Kreistheilung entsprechen. Das Magnetfeld rührt hauptsächlich von der Wirkung dieser beiden Pole her.



(F. 271.)

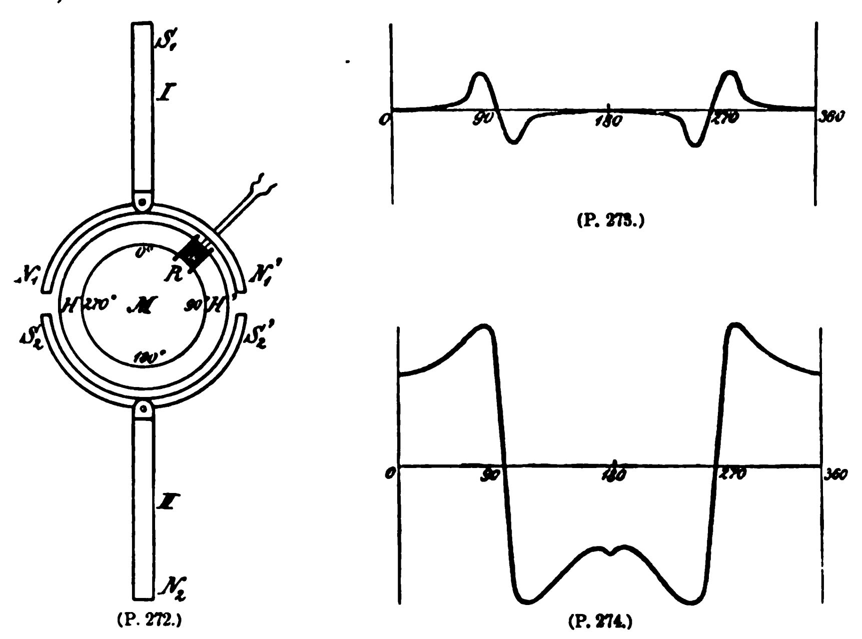
Die inducirten elektromotorischen Kräfte für die verschiedenen Anfangslagen der Rolle sind durch die Curve der Fig. 271 dargestellt. Dieselbe zeigt zwei Hauptmaxima für 0° und 180°, Zeichenwechsel bei 90° und 270°, ausserdem aber noch in jedem Quadranten einen weiteren Wechsel des Vorzeichens.

[1]) PACINOTTI, Nuovo Cimento 19. 1863.

[2]) GRAMME, Compt. rend. 73, pag. 175—178; vergl. auch PACINOTTI, Compt. rend. 73, pag. 543—544. 1871.

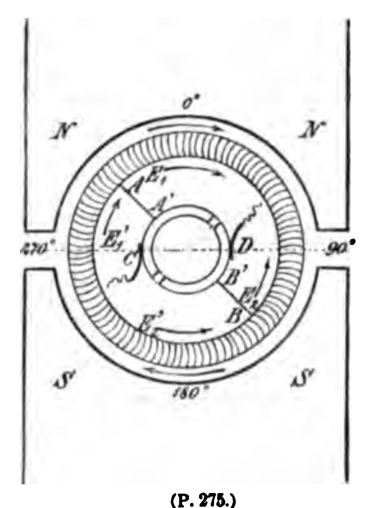
[3]) A. ISENBECK, Elektrot. Zeitschr. 4, pag. 237—342; pag. 362—366. 1883.

b) Die beiden Magnetstäbe sind mit halbkreisförmigen Polschuhen versehen (Fig. 272), so dass jetzt die Hauptwirkung von den Punkten N_1, N'_1, S_2, S'_2 ausgeht. Die elektromotorischen Kräfte sind in der Curve der Fig. 273 dargestellt. Es sind jetzt fast nur noch Inductionswirkungen (von entgegengesetztem Zeichen) bei 90 und 270° vorhanden.



(F. 272.) (F. 273.) (F. 274.)

c) Dieselbe Anordnung wie zuvor; doch ist jetzt der Holzring, auf welchem die Rolle R verschoben wird, durch einen Ring von weichem Eisen ersetzt. Die Inductionswirkungen (Fig. 274) sind dadurch überall erheblich stärker geworden. Sie erstrecken sich über alle Lagen der Rolle und erfahren bei 90° und 270° einen schroffen Wechsel des Vorzeichens.



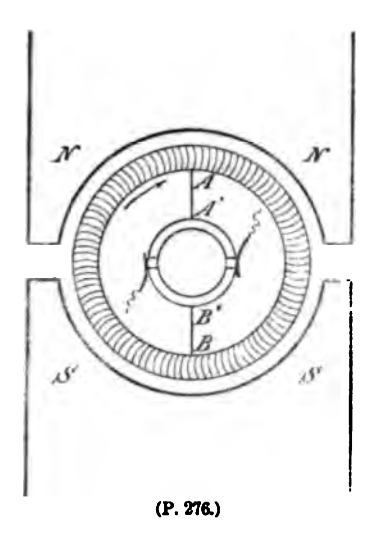
(F. 275.)

Diese Anordnung entspricht im Allgemeinen dem Vorgang bei den dynamoelektrischen Maschinen.

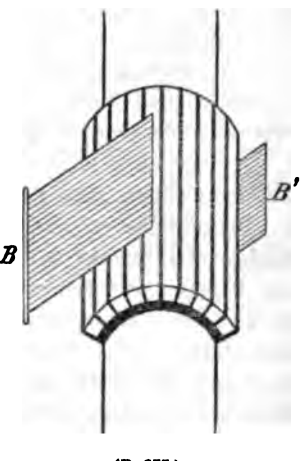
Nehmen wir an, der gleichmässig mit Windungen bedeckte GRAMME'sche Eisenring erfahre in dem Magnetfeld zweier mit Polschuhen versehener Elektromagnete eine kleine Drehung. Alle zwischen 90° und 270° gelegenen Windungen enthalten gleichgerichtete elektromotorische Kräfte. In allen übrigen Windungen haben dieselben auch gleiche, aber der vorigen Kraft entgegengesetzte Richtung.

Verbindet man zwei diametral gegenüberliegende Punkte der Windungen A und B mit einem auf der Drehungsaxe aufsitzenden Commutator, welcher aus zwei isolirten Halbringen A' und B' besteht, so überwiegt bei der in Fig. 275 dargestellten Lage des Ringes in der einen Ringhälfte die elektromotorische Kraft E_1 über E_2, in der anderen E'_2 über E'_1, so dass von

den Schleiffedern C und D ein elektrischer Strom in eine Leitung getrieben wird, welche C mit D verbindet. Bei weiterer Drehung des Ringes wird aber dieSpannungsdifferenz von CD kleiner, bis dieselbe bei der Stel lung der Fig. 276 verschwindet. Hierbei geht die Schleiffeder C von A' auf B' und D von B' auf A' über.



(P. 276.)



(P. 277.)

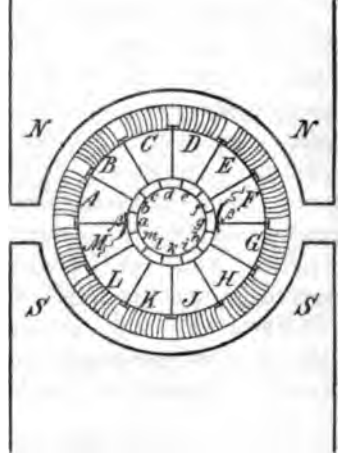
Wird die Drehung stets in demselben Sinne fortgesetzt, so wächst die elektromotorische Kraft wieder, während der Strom in der äusseren Leitung dieselbe Richtung annimmt wie zuvor.

Auf diese Weise werden zwar in der Drahtverbindung CD stets Ströme derselben Richtung fliessen. Da aber die elektromotorische Kraft bei jeder Umdrehung zweimal auf Null sinkt und dazwischen zwei Maxima liegen, so erfahren die Ströme erhebliche Schwankungen ihrer Intensität.

Um diesen Uebelstand zu vermeiden, werden die Windungen des Inductors in eine grössere Anzahl einzelner Spulen zerlegt. Von jeder Verbindung zweier auf einander folgender Spulen führt ein Draht zu einer besonderen, für die dynamoelektrischen Maschinen charakteristischen Vorrichtung, welche als »Collector« oder »Commutator« bezeichnet wird.

Derselbe besteht (Fig. 277) aus einem auf der Drehungsaxe aufsitzenden, isolirenden Hohlcylinder, welcher mit Kupferstreifen bedeckt ist, die ebenfalls von einander isolirt sind. Auf dem Cylinder schleifen die »Bürsten« BB', welche gewöhnlich aus einer Anzahl paralleler Kupferdrähte oder aus Drahtgeweben bestehen.

Die Wirksamkeit des Collectors ist am besten aus Fig. 278 zu erkennen. Hier ist angenommen, dass die ganze Wickelung aus den Einzelspulen A bis M besteht. Von der Verbindungsstelle je zweier aufeinander folgender Spulen führt ein Draht nach einem Streifen des Collectors (a bis m). Die Bürsten sind durch β und β' dargestellt.

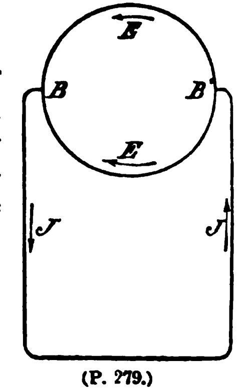


(P. 278.)

Bei der augenblicklichen Stellung des Ringes geben A bis F gleichgerichtete Kräfte, ebenso G bis M. Die Bürsten führen den Strom durch Vermittlung der Streifen a und g des Collectors in die Leitung. Bei fortgesetzter Drehung tritt jedesmal die folgende Windung an Stelle der vorangehenden, ebenso der nächste Streifen an Stelle des benachbarten, so dass die Wirkung unverändert bleibt. Nur bei dem Uebergang der Bürste β von a auf m resp. der Bürste β' von f

auf g tritt ein Augenblick ein, wo die Streifen a mit m und f mit g leitend verbunden sind. Dadurch sind die Spulen M und G in dieser Zeit in sich kurz geschlossen. Sie sind also in dieser Zeit elektromotorisch für den äusseren Stromkreis unwirksam. Hierdurch wird eine Stromschwankung bedingt, welche um so geringer ausfällt, je grösser die Anzahl der Spulen ist, in welche die ganze Wickelung zerfällt.

Sehen wir hiervon ab, so kann man also die Inductionswirkung in dem Ring so auffassen, als ob in jeder Hälfte desselben (Fig. 279) dieselbe constante elektromotorische Kraft E ihren Sitz hat und beide Ringhälften nebeneinander geschaltet sind.



(F. 279.)

Bei der Berechnung der Stromstärke in der weiteren Leitung BB' würde daher die elektromotorische Kraft E dem Produkt aus der Stromstärke (J) und dem Widerstand der äusseren Leitung W, vermehrt um das Produkt aus der Stromstärke (i) in der einen Ringhälfte und dem Widerstand $w/2$ derselben nach den Regeln für constante Ströme gleichzusetzen sein. Also:

$$E = J \cdot W + i \frac{w}{2} \cdot$$

Da ausserdem:

$$J = 2i,$$

so ist:

$$E = J\left(W + \frac{w}{4}\right) \cdot$$

Man kann daher weitere Rechnungen auch so ausführen, dass man den vierten Theil des Widerstandes der Ankerwindungen einführt. Der von den Bürsten ausgehende Strom durchläuft dann zunächst die Windungen der Elektromagnete und dann die ausserhalb der Maschine liegende Leitung.

Wie früher auseinandergesetzt, besitzt das Eisen der Elektromagnete einen Rest von Magnetismus. Durch die Induction in den Ankerwindungen entsteht daher zunächst ein schwacher Strom, der den Magnetismus vermehrt. Bei gleichmässiger Drehung des Inductors wachsen daher Magnetismus und Inductionsstrom gleichzeitig. Man nennt diesen, in kurzer Zeit sich abspielenden Vorgang das »Angehen« der Maschine. Bald erreichen Magnetismus und Stromstärke einen gewissen Grenzzustand. Derselbe hängt von der Rotationsgeschwindigkeit des Ankers, von der Construction desselben, sowie der Elektromagnete, von den Widerständen der Ankerwindungen, der Elektromagnetwindungen und der weiteren Leitung ab.

Bevor wir auf die Berechnung dieses Grenzzustandes eingehen, sollen kurz die verschiedenen Constructionen der Haupttheile der gebräuchlichsten Maschinen besprochen werden.

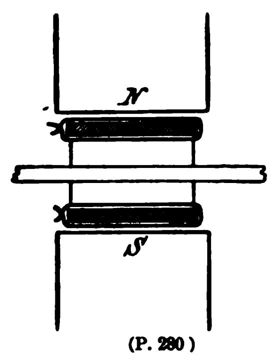
C. Gleichstrommaschinen. Hauptbestandtheile derselben. Eintheilung der Gleichstrommaschinen nach den verschiedenen Schaltungsweisen.

Die Haupttheile der Gleichstrommaschinen sind: der Inductor (Armatur oder Anker) und die Elektromagnete. Als Inductoren sind hauptsächlich im Gebrauch:

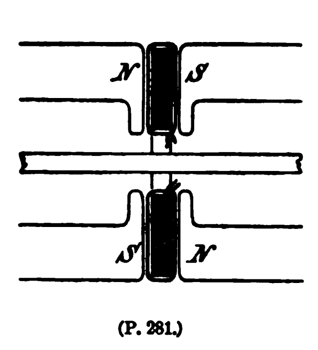
der Ringinductor, der Trommelinductor, der Scheibeninductor.

a) Von dem Ringinductor war bereits die Rede. Je nach der Form der ringförmigen Eisenmassen unterscheidet man: den PACINOTTI-GRAMME'schen Ring und den Flachring.

Der GRAMME'sche Ring (Fig. 280) besteht aus einem eisernen Hohlcylinder von grösserer Höhe und geringerer Wanddicke. Bei demselben findet während der Rotation die Hauptinductionswirkung nur in denjenigen Strecken der Umwindung statt, welche den Elektromagneten zugekehrt sind, während für die inneren Theile der Ring selbst als Schirm wirkt. In Folge dessen gab SCHUCKERT (1876) dem Ring eine andere Form, welche Fig. 281 zeigt. Hier wirkt die Induction auf beiden Seiten der Wickelung gleichmässig.

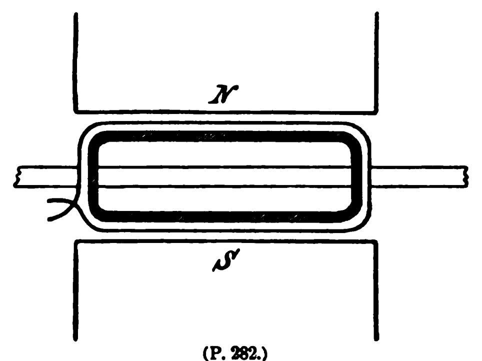


(F. 280)



(F. 281.)

b) Der Trommelanker wurde 1872 von v. HEFNER-ALTENECK angegeben und zuerst hauptsächlich von SIEMENS und HALSKE angewandt. Derselbe besteht (Fig. 282) aus einem eisernen, oben und unten geschlossenen Hohlcylinder, um welchen die Drahtwindungen aussen herumgelegt sind. Um die Windungen gleichmässig über die Seitenfläche zu vertheilen, ihre Anhäufung an den beiden Endflächen aber zu vermeiden, ist es nöthig, der Wickelung eine besondere Anordnung zu geben, die wir aber hier nicht näher beschreiben können.



(F. 282.)

c) Der seltener benutzte Scheibenanker schliesst sich an die Inductoren der älteren magnet-elektrischen Maschinen an. Ein flacher Cylinder ist mit Windungen um seinen Mantel versehen. Die Induction erfolgt, indem derselbe an den Magnetpolen vorüber oder zwischen denselben so hindurchgeführt wird, dass die Kraftlinien der Axe parallel verlaufen.

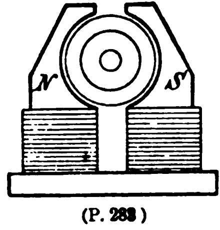
Nach der Form und Construction der Elektromagnete kann man die Gleichstrommaschinen in die folgenden Klassen eintheilen[1]):

1) Zweipolige Maschinen:
   a) Einfaches Hufeisen.
   b) Doppelmagnet mit Folgepolen.
   c) Eisenrückschlusstypus.
2) Mehrpolige Maschinen.
   α) Aussenpolmaschinen.
      a) Folgepoltypus.
      b) Eisenrückschlusstypus.
      c) Typus mit gesonderten Hufeisen.
   β) Innenpolmaschinen.

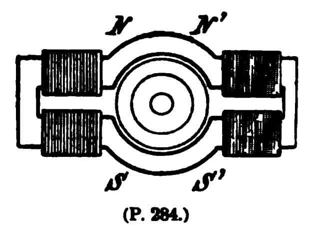
Wir müssen uns hier begnügen einzelne Beispiele anzuführen. Fig. 283 giebt die Form des Elektromagnets einer Maschine von SIEMENS und HALSKE. Der-

[1]) Nach E. KITTLER, Handbuch der Elektrotechnik (2. Auflage), Band 1, pag. 618.

selbe besteht aus einem aufrechtstehenden Hufeisen. Zwischen den abgeschrägten Polschuhen bewegt sich der Anker (1a). Fig. 284 zeigt einen Doppelmagnet mit Folgepunkten, von denen die Inductionswirkung auf den rotirenden Anker ausgeht (1 b).

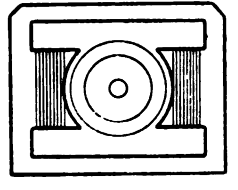


(P. 283)



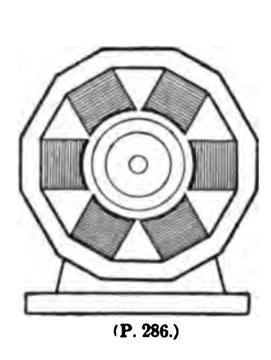
(P. 284.)

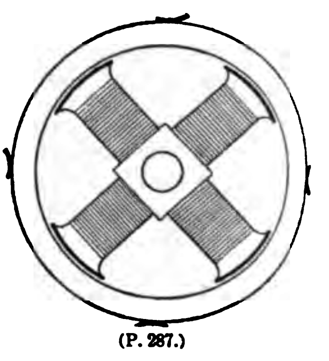
Bei der fortschreitenden Entwickelung der dynamoelektrischen Maschinen wurde, je länger, je mehr Rücksicht auf die Vermeidung der Streuung der magnetischen Kraftlinien genommen. Dem entsprechend wurde besonders für eine möglichst vollkommene, magnetische Leitung Sorge getragen. Fig. 285 giebt die Anordnung bei einer Maschine von Lahmeier, bei welcher die Elektromagnete oben und unten durch Eisenmassen verbunden sind (1 c).


(P. 285.)

Bei den bisher beschriebenen Maschinen waren stets nur zwei Pole von entgegengesetztem Vorzeichen wirksam. Soll eine Maschine besonders starke Ströme geben, so kann man den Inductionsvorgang bei einer Umdrehung vervielfältigen, indem man eine grössere Anzahl von Polen mit abwechselnden Vorzeichen auf den rotirenden Anker wirken lässt. Derartige Maschinen werden als mehrpolige bezeichnet.

Man kann dann entweder durch entsprechende Vervielfältigung der Bürsten an dem Collector, welche jedesmal die Spulen beim Durchgang durch die neutrale Zone ableitend berühren und durch Verbindung der Bürsten mit gleichem Vorzeichen die Stromstärke proportional der Anzahl der Polpaare vervielfältigen. Man bezeichnet diese Anordnung als mehrpolige Maschinen mit Parallelschaltung. Oder man kann durch passende Verbindung derjenigen Spulen, in welchen gleichgerichtete Ströme inducirt werden, die elektromotorische Kraft entsprechend vermehren. In diesem Fall sind nur zwei Bürsten an dem Collector vorhanden. Diese Maschinen heissen mehrpolige Maschinen mit Reihenschaltung.

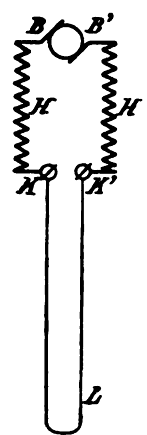

(P. 286.)


(P. 287.)

Rotirt der Anker im Innern des Polkreises, so dass also die Pole ausserhalb desselben liegen, so bezeichnet man die Maschinen als Aussenpolmaschinen. Fig. 286 giebt ein Beispiel dieser Anordnung nach einer Maschine der Maschinenfabrik Oerlikon. Die 6 Elektromagnete haben Pole von abwechselnden Zeichen und sind durch einen Eisenkranz verbunden. Wird umgekehrt ein sehr grosser Ring benutzt, in dessen Innern die Pole angebracht sind, so erhält man eine Innenpolmaschine. Fig. 287 zeigt eine solche Maschine, wie sie von Siemens und Halske ausgeführt wird. Bei derselben fällt der Collector ganz fort. Die Wickelung des Ankerringes ist so eingerichtet, dass die Bürsten von der Aussenseite derselben unmittelbar den Strom ent-

nehmen können. Diese Maschinen eignen sich besonders für Centralen resp. für Ausführung in sehr grossen Dimensionen.

Bei den ersten, dynamoelektrischen Maschinen ging der Strom von den Bürsten des Ankers durch die Windungen der Elektromagnete und durch die äussere Leitung. Da hiernach die Stärke desselben von dem Gesammtwiderstand dieser drei Theile des Stromkreises abhing, von dem Strom aber gleichzeitig die Stärke des Magnetfeldes und von dieser wieder die elektromotorische Kraft bedingt wurde, so ist zu übersehen, dass bei grösseren Widerständen der äusseren Leitung die Wirksamkeit der Maschine nur eine geringe sein konnte. Dem entsprechend wurde später der Stromverlauf in verschiedenartiger Weise verändert resp. verzweigt.



(P. 288.)

(P. 289.)

Man kann in dieser Beziehung die folgenden Klassen von Maschinen unterscheiden:

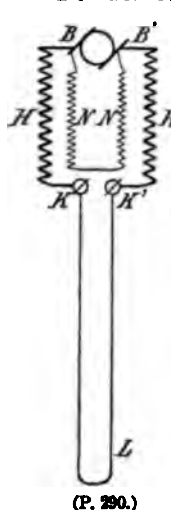
1) Hauptstrommaschinen, Reihenmaschinen, Serienmaschinen, Maschinen mit direkter Wickelung.

2) Nebenschlussmaschinen.

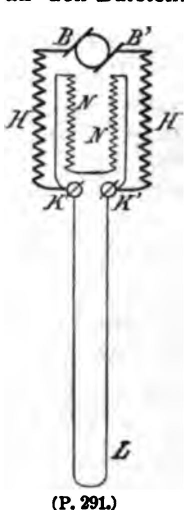
3) Maschinen mit gemischter Wickelung, Compound- oder Verbundmaschinen.

Bei der ersten Klasse (Fig. 288) fliesst der Strom von der Bürste *B* des Ankers durch die Windungen *H* des Elektromagnets nach dem Anfangspunkt (Polklemme) *K* der äusseren Leitung *L* und über dieselbe durch die andere Polklemme *K'* nach der Bürste *B'*.

Bei der zweiten Klasse (Fig. 289) verzweigt sich der Strom an den Bürsten. Der eine Zweigstrom geht durch die Windungen (*N*) des Elektromagnets, der andere durch die äussere Leitung.



(P. 290.)



(P. 291.)

Bei der dritten Klasse sind die Elektromagnete mit zwei Lagen von Windungen versehen. Die eine Lage — die Hauptwickelung oder die direkte Wickelung (*H*) — besteht aus einer kleinen Anzahl von Windungen eines dickeren Drahts; die andere, — die Nebenwickelung (*N*) — aus einer grösseren Anzahl von Windungen von dünnerem Draht.

Es sind nun die folgenden beiden Anordnungen im Gebrauch.

a) Der Strom verzweigt sich an den Bürsten *B*, *B'* (Fig. 290).

Der eine Zweig besteht aus der Hauptwickelung und aus der äusseren Leitung, der andere aus der Nebenwickelung (Nebenschluss parallel zum Anker).

b) Der Strom durchläuft die Hauptwickelung und verzweigt sich dann an den Polklemmen *K K'* (Fig. 291), so dass der eine Zweig aus der Nebenwickelung besteht. (Nebenschluss parallel zur Leitung.)

Während die Anwendung der Hauptschlussschaltung nur bei geringem äusseren Widerstand vortheilhaft sein kann, ist umgekehrt die Nebenschlussschaltung bei grossem äussern Widerstand zweckmässig. Die dritte Anordnung vereinigt die Vorteile beider Anordnungen. Gewöhnlich ist bei derselben in den Zweig des

Nebenschlusses noch ein veränderlicher Widerstand eingeschaltet, mit dessen Hilfe man die Spannung an den Polklemmen auf einer constanten Höhe erhalten kann, wenn auch in der äusseren Leitung die Widerstände und damit die Stromstärke variirt werden.

Die dabei vorkommenden Verhältnisse, wie überhaupt die Stromstärke der Maschine in ihrer Abhängigkeit von den in Betracht kommenden Faktoren liefert uns die Theorie der Gleichstrommaschinen.

D. Theorie der Gleichstrommaschinen.

Wird der Anker einer dynamoelektrischen Maschine in gleichmässige Rotation versetzt und gleichzeitig eine leitende Verbindung zwischen den beiden Bürsten hergestellt, so wird anfänglich nur ein schwacher Strom inducirt, welcher dem permanenten Magnetismus der Elektromagnete entspricht. Dann aber wachsen Magnetismus und Stromstärke, indem sie sich gegenseitig verstärken, bis sie einen Grenzwerth erreichen.

Dieser Vorgang — die Selbsterregung oder das Angehen der Maschinen — ist mehrfach[1]) untersucht worden. Insbesondere fand F. Auerbach, dass bei jedem remanenten Magnetfeld die Rotationsgeschwindigkeit des Ankers einen gewissen Grenzwerth übersteigen muss, wenn überhaupt ein Ansteigen des Magnetismus und der Stromstärke stattfinden soll. Dieser kritische Werth der Rotationsgeschwindigkeit nimmt mit der Stärke des remanenten Magnetfeldes ab.

Die Zeit des veränderlichen Zustandes hängt von mannigfaltigen Umständen ab. Dieselbe betrug bei einer Siemens'schen Hauptschlussmaschine nach Versuchen von O. Fröhlich, bei welchen die Stärke des Stromes durch einen schnell laufenden Russschreiber aufgezeichnet wurde, je nach der Grösse des eingeschalteten Widerstandes: 1·5—5 *sec*.

Haben Magnetismus und Sromstärke ihre Grenzwerthe erreicht, so ist das »dynamoelektrische Gleichgewicht« eingetreten. Dasselbe erhält sich so lange, als die Bedingungen, unter denen der Vorgang verläuft, unverändert bleiben. Wir haben es dann also nicht mehr mit veränderlichen, sondern mit constanten Grössen, insbesondere auch mit constanten Strömen zu thun.

Es ist nun die Aufgabe der Theorie, den gesetzmässigen Zusammenhang zwischen den hier in Betracht kommenden Grössen: der Tourenzahl (Anzahl der Drehungen in der Minute) der elektromotorischen Kraft, den Widerständen und den Stromintensitäten zu ermitteln.

Wie bei einer magnet-elektrischen Maschine hängt auch bei der dynamoelektrischen Maschine die inducirte elektromotorische Kraft ab:

a) von der Tourenzahl,

b) von der Stärke des Magnetfeldes, in welchem der Anker rotirt.

Während bei den älteren magnet-elektrischen Maschinen die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Tourenzahl durch eine complicirtere Function auszudrücken ist[2]), ist dieselbe bei den dynamoelektrischen Maschinen der Tourenzahl nahezu proportional, wenn das Magnetfeld durch einen besonderen Strom, welcher durch die Windungen der Elektromagnete geleitet wird, constant erhalten wird.

---

[1]) H. Herwig, Wied. Ann. 7, pag. 193—206. 1879. — F. Auerbach, Wied. Ann. 34, pag. 172—180. 1888. — O. Fröhlich, die dynamoelektrische Maschine, pag. 172—183. 1886.

[2]) Vergl. Handbuch 3 (2), pag. 357.

Bezeichnet man daher die elektromotorische Kraft mit E, die Tourenzahl mit v, so kann man von der Fundamentalgleichung ausgehen:

$$E = f \cdot v \cdot M. \tag{1}$$

In derselben ist f eine Constante, (die Anker-Constante), welche von der Beschaffenheit des Ankers insbesondere der Anzahl der Windungen desselben abhängt, während M eine Function der Stromstärke ist und die Stärke des Magnetfeldes repräsentirt.

Ist der Gesammtwiderstand der Leitung W, die Stromstärke J, so ist nach dem OHM'schen Gesetz:

$$E = JW. \tag{2}$$

Also:

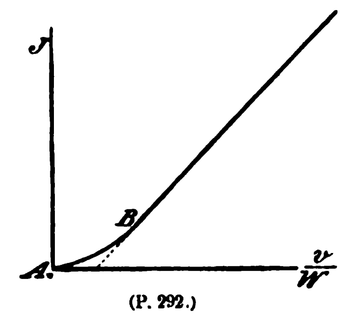
$$J = fM\frac{v}{W}. \tag{3}$$

Bei einer Maschine mit constantem Magnetfeld (Stahlmagneten) ist daher die Stromstärke dem Quotienten aus Tourenzahl und Widerstand proportional. Ferner ist die elektromotorische Kraft von der Stromstärke unabhängig. Diese Sätze sind indess nicht streng richtig, da bei stärkeren Strömen der Magnetismus des Ankers eine Schwächung des Magnetfeldes bewirkt.

Sehen wir von diesem Umstand, der sich auch bei der dynamoelektrischen Maschine geltend macht, ab, so kann man bei derselben M als eine Function der Stromstärke ansehen. Daraus folgt, dass letztere in erster Annäherung als eine Function des Quocienten $\frac{v}{W}$ zu betrachten ist.

Es ist also:

$$J = F\left(\frac{v}{W}\right). \tag{4}$$



(P. 292.)

Zur Ermittelung dieser unbekannten Function mussten geeignete Versuche angestellt werden. Bei denselben wurde die Stromstärke und der Widerland des Stromkreises gemessen, während die Tourenzahl bei constantem Widerstand oder der Widerstand bei constanter Tourenzahl verändert wurde. Als Resultate derselben[1]) ergab sich, dass die betreffende Function, wenigstens für grössere Werthe der Veränderlichen, als eine gerade Linie anzusehen ist, welche die positive Seite der Abscissenaxe (vergl. Fig. 292) schneidet.

Da J für $\frac{v}{W} = 0$, verschwinden muss, so entspricht der untere Theil der Geraden nicht den wirklichen Verhältnissen, sondern ist durch das Stück AB zu ersetzen.

Da es sich aber bei einer für die Praxis ausreichenden Theorie der Gleichstrommaschinen hauptsächlich um den Fall handelt, wo dieselben stärkere Ströme geben, so ist dieselbe so zu formuliren, dass die Stromstärke als Function von $\frac{v}{W}$ durch eine Gerade dargestellt wird. Zu dem Zweck ist die Stärke des Magnetfeldes M, der »wirksame Magetismus«, durch eine geeignete Function der Stromstärke auszudrücken. Hierbei ist das Verhalten von Eisenkernen bei

[1]) O. E. MEYER und F. AUERBACH, WIED. Ann. 8, pag. 494—514. 1879. — O. FRÖLICH, Elektrot. Zeitschr. 2, pag. 134—140, 170. 1881. — Vergl. auch O. E. MEYER und F. AUERBACH, Elektrot. Zeitschr., pag. 240. 1886, und O. FRÖLICH, Elektrot. Zeitschr. 7, pag. 161. 1887.

starken, magnetisirenden Kräften zu berücksichtigen. Während der Magnetismus bei schwächeren Kräften der magnetisirenden Kraft proportional ist, wächst derselbe bei stärkeren Kräften langsamer und nähert sich einem oberen Grenzwerth. O. FRÖLICH, dessen Theorie der Gleichstrommaschinen wir hier wiedergeben, hat dementsprechend M als Function der magnetisirenden Kraft X durch die einfache Formel

$$M = \frac{\mu X}{1 + \mu X} \tag{5}$$

ausgedrückt. In derselben ist der obere Grenzwerth von M (für $X = \infty$) als Einheit angenommen.

Die magnetisirende Kraft X ist der Anzahl der Windungen auf dem Elektromagnet (m) und der Stromstärke proportional. Hiernach kann man setzen:

$$X = mJ$$

und:

$$M = \frac{\mu m J}{1 + \mu m J}. \tag{7}$$

Setzt man diesen Werth in (3) ein, so ist:

$$J = \frac{f \mu m J v}{W(1 + \mu m J)} \tag{8}$$

oder:

$$J = \frac{fv}{W} - \frac{1}{\mu m}. \tag{9}$$

Die Stromcurve zeigt also denselben Verlauf, welcher aus den besprochenen Versuchen folgt und rechtfertigt daher die Wahl der Gleichungen (4) und (5) für den Magnetismus als Function der magnetisirenden Kraft.

Werden diese Gleichungen als allgemein gültig angenommen, so kann daraus die Theorie der Gleichstrommaschinen für die verschiedenen Schaltungen abgeleitet werden.

Bevor wir hierzu übergehen, führen wir noch eine Reihe von neuen Grössen ein.

Ausser der Stromstärke in dem äusseren Stromkreis ist der Beobachtung leicht zugänglich die Potentialdifferenz an den Enden der äusseren Leitung, die Polspannung oder Klemmenspannung P. Ist J die Stromstärke in der äusseren Leitung, u der Widerstand derselben, so ist

$$P = uJ. \tag{10}$$

Als Nutzeffekt (l) der Maschine bezeichnet man die elektrische Arbeit des äusseren Stromkreises. Es ist also:

$$l = P \cdot J. \tag{11}$$

Der Gesammteffekt (L) ist die Stromarbeit im Anker. Wird die Stromstärke in demselben durch J_a bezeichnet, so ist:

$$L = E \cdot J_a. \tag{12}$$

Güteverhältniss oder Wirkungsgrad der Maschine (λ) ist das Verhältniss des Nutzeffektes zu dem Gesammteffekt. Es ist also

$$\lambda = \frac{l}{L} = \frac{P \cdot J}{E \cdot J_a}. \tag{13}$$

Hiernach gehen wir zu den einzelnen Schaltungen der Gleichstrommaschinen über.

1) Hauptstrommaschinen.

Fundamentalgleichungen:

$$E = \frac{fv \mu m J}{1 + \mu m J} = W \cdot J. \tag{14}$$

Aus denselben folgt:

$$J = \frac{fv}{W} - \frac{1}{m\mu}, \tag{15}$$

$$E = fv - \frac{W}{\mu m}, \tag{16}$$

$$P = \frac{fvu}{W} - \frac{u}{\mu m}, \tag{17}$$

$$\lambda = \frac{u}{W}.$$

Der Gesammtwiderstand besteht aus dem Widerstand des Ankers (a), dem Widerstand der Windungen der Elektromagnete (b) und dem Widerstand der äusseren Leitung. Es ist also:

$$W = a + b + u.$$

Fassen wir die berechneten Grössen als Functionen des äusseren Widerstandes u auf, so folgt:

a) Die Stromstärke nimmt mit wachsendem Widerstand erst schnell, dann langsamer ab und erreicht für eine endliche Grösse von u den Werth Null.

b) Die elektromotorische Kraft wird durch eine gerade Linie dargestellt. Sie nimmt mit wachsendem u ab und wird ebenfalls 0.

c) Die Polspannung ist Null für $u = 0$, durchläuft ein Maximum und wird für einen grösseren Werth von u wiederum Null.

Dass die Werthe von J, E und P für einen grossen Werth von u verschwinden, entspricht nicht der Wirklichkeit. Jedenfalls zeigen aber die Formeln, dass alle diese Grössen für grössere Widerstände der äusseren Leitung sehr klein werden. Gerade um diesem Nachtheil abzuhelfen, wurden die anderen Schaltungen der Maschinen eingeführt.

2) Nebenschlussmaschinen.

Entsprechend der früher beschriebenen, bei diesen Maschinen eintretenden Stromverzweigung bezeichnen wir den Widerstand des Ankers mit a, den Widerstand der Windungen der Elektromagnete mit n, die entsprechenden Stromstärken mit J_a und J_n, für die äussere Leitung wie zuvor mit J.

Dann sind die Hauptgleichungen dieser Anordnung:

$$J_a = J_n + J, \tag{19}$$

$$n J_n = u J = P, \tag{20}$$

$$E = a J_a + n J_n = \frac{fv\mu m J_n}{1 + \mu m J_n}. \tag{21}$$

Es ist zweckmässig, die einzelnen Grössen durch die Polspannung P auszudrücken. Für dieselbe findet man:

$$P = \frac{fvnu}{an + au + un} - \frac{n}{\mu m}, \quad = \frac{fvw}{a + w} - \frac{n}{\mu m}, \tag{22}$$

wenn:

$$w = \frac{un}{u + n}$$

gesetzt wird.

Ferner ist:

$$J_a = \frac{P}{w}, \quad J_n = \frac{P}{n}, \quad J = \frac{P}{u}, \tag{23}$$

$$E = \frac{P(a+w)}{w}, \tag{24}$$

$$\lambda = \frac{w^2}{u(a+w)}. \tag{25}$$

Für kleine Werthe von u würde P einen negativen Werth besitzen. Dies ist selbstverständlich nicht zulässig. Die Polspannung ist in Wirklichkeit 0 für $u = 0$, bleibt zunächst klein, wächst dann aber und nähert sich für sehr grosse Werthe einem endlichen Grenzwerth. Sieht man P als eine Function der Veränderlichen $\frac{vw}{a+w}$ an, so folgt P dem Gesetz einer Geraden, welche die Abscissenaxe vor dem Nullpunkt schneidet. Die Polspannung verändert sich hiernach bei der Nebenschlussmaschine in entgegengesetzter Weise, wie diejenige der Hauptschlussmaschine, wenn man den Widerstand der äusseren Leitung von kleinen zu grossen Werthen übergehen lässt. Da bei der praktischen Anwendung der Maschinen, z. B. zur Erzeugung von elektrischem Licht, häufig grosse Schwankungen des Widerstandes der äusseren Leitung vorkommen, dabei aber grössere Schwankungen der Polspannung sehr nachtheilig sind, so hat man Schaltungen ersonnen, welche als Combination der Anordnungen bei Haupt- und Nebenschlussmaschinen anzusehen sind.

3) Maschinen mit gemischter Wickelung.

Bei denselben besitzen die Elektromagnete zwei verschiedene Wickelungen. Für die erste, die direkte Wickelung, bezeichnen wir die Windungszahl mit m_b. Ihr Widerstand sei b. Die andere, die Nebenwickelung, bestehe aus m_n-Windungen. Ihr Widerstand ist n. Die Stromstärken in denselben seien J_b und J_n. Die magnetisirende Kraft besteht aus der Summe der Wirkungen der beiden Wickelungen. Dieselben werden bei der verschiedenen Lage der Windungen nicht genau gleichartig sein. Es wäre daher zwischen den Werthen der Constanten μ zu unterscheiden. In erster Annäherung wird man dieselben aber als gleich ansehen dürfen. Es ist daher zu setzen:

$$M = \frac{\mu(m_b J_b + m_n J_n)}{1 + \mu(m_b J_b + m_n J_n)}. \tag{26}$$

Bei der Aufstellung der weiteren Gleichungen ist zwischen den beiden Fällen zu unterscheiden, wo die Nebenwickelung parallel zum Anker und wo dieselbe parallel zur äusseren Leitung liegt.

Wir beschränken uns hier auf den ersten Fall. Dann ist der Strom in der direkten Wickelung und in der äusseren Leitung derselbe. Also

$$J_a = J_b.$$

Die weiteren Gleichungen sind dann die folgenden:

$$J_a = J + J_n, \tag{27}$$

$$J(b+u) = nJ_n, \tag{28}$$

$$E = aJ_a + nJ_n = \frac{f \cdot v \cdot \mu(mJ_b + m_n J_n)}{1 + \mu(mJ_b + m_n J_n)}. \tag{29}$$

Die Ausdrücke für die Stromstärke in der äusseren Leitung und die Polspannung sind:

$$J = \frac{A}{u+\alpha} - \frac{B}{u+\beta}, \quad P = \frac{Au}{u+\alpha} - \frac{Bu}{u+\beta}. \tag{30}$$

Hierin ist gesetzt:

$$A = \frac{fvn}{a+n}, \quad B = \frac{n}{\mu m_n}, \tag{31}$$

$$\alpha = \frac{ab+an+nb}{a+n}, \quad \beta = b + n\frac{m_b}{m_n}. \tag{32}$$

Der Ausdruck für die Polspannung zeigt, dass dieselbe für $u = 0$ Null ist und für $u = \infty$ den Grenzwerth $A - B$ annimmt. Jedoch kann dieselbe dazwischen ein Maximum besitzen. Dies ist der Fall, wenn die Gleichung:

$$\frac{dP}{du} = 0.$$

oder:

$$(A\alpha - B\beta)u^2 + 2u\alpha\beta(A - B) + \alpha\beta(A\beta - B\alpha) = 0$$

eine positive Wurzel für u liefert. Dann muss:

$$A\alpha < B\beta$$

sein. Ist dies der Fall, so nähert sich die Maschine in ihrem Verhalten demjenigen der Maschine mit direkter Wickelung. Ist umgekehrt:

$$A\alpha > B\beta,$$

so verhält sich dieselbe ähnlich wie eine Nebenschlussmaschine. Ist endlich:

$$A\alpha = B\beta,$$

so vollzieht sich die Annäherung an den Grenzwerth $A - B$ bei wachsendem u sehr langsam. Die Aenderungen für grössere Werthe von u sind nur gering. Man kann dann die Maschine als Maschine mit constanter Polspannung bezeichnen.

Die hier entwickelte Theorie der Gleichstrommaschinen von O. FRÖLICH[1]) hat nur Gültigkeit für den Bereich einer im Gang befindlichen Maschine, bei welchem Stromstärke und Magnetismus gewisse, mittlere Werthe besitzen, welche allerdings gerade diejenigen sind, die bei dem praktischen Betrieb der Maschinen in Betracht kommen. Eine umfassendere Theorie hat R. CLAUSIUS[2]) gegeben. Bei derselben wird noch Rücksicht genommen auf die Induction, welche von Seiten des Ankerringes, dessen Magnetismus man sich im Raum als unbeweglich denken kann, auf die rotirende Wickelung ausübt. Bei der Berechnung des Stromes findet CLAUSIUS für die elektromotorische Kraft einen Ausdruck:

$$E = i \cdot F(i, v),$$

wobei dieselbe nicht mehr der Tourenzahl proportional ist. Die früher erwähnten Versuche von O. E. MEYER und F. AUERBACH werden durch diese Theorie besser dargestellt, als durch die Formeln von FRÖLICH. Dagegen scheint es, dass die FRÖLICH'sche Theorie gerade dann vollständig ausreicht, wenn — wie bei den neueren Gleichstrommaschinen — die Elektromagnete aus grossen Eisenmassen bestehen und dafür der Anker mit verhältnissmässig wenig Windungen versehen ist[3]).

E. Wechselstrommaschinen.

Während in dem ersten Entwickelungsstadium der dynamoelektrischen Maschinen die Gleichstrommaschinen bevorzugt und fast ausschliesslich in der Praxis angewandt wurden, stellte sich nach und nach heraus, dass die Wechsel-

---

[1]) O. FRÖLICH, Elektrotechn. Zeitschr. 2, pag. 134, 170. 1881; 3, pag. 69, 113. 1882.

[2]) R. CLAUSIUS, WIED. Ann. 20, pag. 353, 390. 1883. — Elektrotechn. Zeitschr. 5, pag. 119, 153, 304. 1884; 6, pag. 414, 515. 1885.

[3]) Vergl. W. KOHLRAUSCH, Centralblatt f. Elektrotechnik 1887, pag. 411. — O. FRÖLICH, Elektrotechn. Zeitschr. 8, pag. 161 u. 217. 1887.

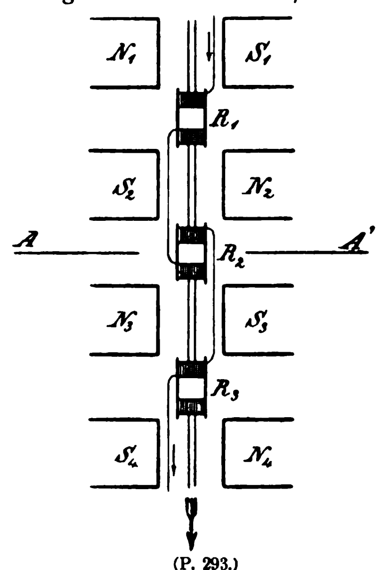
strommaschinen bei manchen Anwendungen wichtige Vorzüge vor den Gleichstrommaschinen besitzen. Dem entsprechend wurden dieselben soweit vervollkommnet, dass schon jetzt bei der Anlage der Centralen der Betrieb derselben mit Wechselströmen in Concurrenz tritt mit dem Gleichstrombetrieb. Im Princip ist die Wechselstrommaschine einfacher als die Gleichstrommaschine. Jede magnetelektrische Maschine wirkt als Wechselstrommaschine, wenn der Commutator fortgelassen wird und die Enden der Inductionsrolle mit zwei isolirten, auf der Axe sitzenden Ringen verbunden werden, auf welchen zwei Federn oder Bürsten schleifen. In ähnlicher Weise kann jede dynamoelektrische Maschine bei Unterdrückung des Collektors als Wechselstrommaschine benutzt werden. Allerdings müssen in diesem Fall die Elektromagnete durch einen besonderen, stets gleichgerichteten Strom erregt werden. Man kann indess auch die Anordnung treffen, dass die von der Maschine selbst erzeugten Wechselströme durch einen besonderen Commutator durch die Elektromagnetentwickelungen stets gleich gerichtet fliessen (selbsterregende Wechselstrommaschinen).

Die Wechselstrommaschinen sind gewöhnlich multipolar, so dass bei einer ganzen Umdrehung des Ankers in jeder Spule eine grössere Anzahl von Wechseln der elektromotorischen Kraft erfolgt.

Je nach der Construction des Ankers kann man unterscheiden:

Wechselstrommaschinen mit Scheibenarmatur, mit Trommelarmatur, mit Ringarmatur.

Bei der ersten Klasse sitzen die Inductionsrollen R_1, R_2, R_3 etc. kranzförmig auf einer Scheibe, welche um eine Axe AA' Fig. 293) rotirt. Bei dem Uebergang von R_1 aus dem Magnetfeld N_1S_1 in das Feld N_2S_2 wird ein Strom inducirt, dessen elektromotorische Kraft bei dem Durchgang durch N_2S_2 auf Null sinkt und hiernach ein Maximum von entgegengesetztem Vorzeichen erreicht. Sind die einzelnen Spulen so mit einander verbunden, dass ihre elektromotorischen Kräfte in der ganzen Reihe gleiche Richtung haben, so addiren sie sich. Die gesammte elektromotorische Kraft ist dann der Spulenzahl proportional.



(P. 293.)

Wechselstrommaschinen mit Ringarmatur brauchen wir nicht näher zu besprechen. Dieselben sind ähnlich construirt, wie die entsprechenden Gleichstrommaschinen. Doch treten an Stelle des Collectors Ringe mit Schleiffedern.

Für die Wechselstrommaschinen mit Trommelanker wollen wir die Construction von SIEMENS und HALSKE als Beispiel nehmen. Bei derselben sitzen die Armaturspulen auf der Innenseite eines festen Holzrades und sind auf Holzkerne gewickelt. Die Elektromagnete sind dagegen radial im Innern auf der Axe befestigt und rotiren mit derselben.

Die Wechselstrommaschinen gestatten in Folge ihrer einfacheren Construction die Erzeugung von Strömen sehr hoher Spannung. Da der Collector fehlt, so ist eine Zerstörung desselben durch Funken nicht zu befürchten. Besonders vortheilhaft ist in dieser Beziehung die zuletzt erwähnte ruhende Trommelarmatur, bei

welcher die Wechselströme durch einfache Klemmen in die äussere Leitung geführt werden können. Ein weiterer Vorzug der Wechselströme liegt ferner darin, dass dieselben durch Vorrichtungen einfacher Art (Transformatoren), welche noch besprochen werden sollen, aus Strömen hoher Spannung in Ströme niedriger Spannung und umgekehrt verwandelt werden können.

Dagegen sind die Gleichströme den Wechselströmen dadurch überlegen, dass sie sich besser zur Erzeugung von Licht, besonders bei Benutzung von Bogenlampen eignen und dass die Anwendung von Wechselströmen zum Betrieb von Motoren bisher Schwierigkeiten bereitete, welche erst in neuester Zeit überwunden zu sein scheinen.

Für die Berechnung des Verlaufes von Wechselströmen können wir auf frühere Entwickelungen[1]) verweisen. Die elektromotorischen Kräfte der Wechselstrommaschinen lassen sich annähernd durch eine Sinusfunction der Zeit wiedergeben. Dann wird auch die Stromstärke durch eine gleiche Function dargestellt. Doch ist die Phase der Schwingung bei derselben gegen die elektromotorische Kraft in Folge der Selbstinduction verzögert. Hierbei wurde allerdings vorausgesetzt, dass der Selbstinductionscoëfficient des Stromkreises constant ist. Dies ist nicht mehr der Fall, wenn derselbe Rollen mit starken Eisenkernen enthält, da der, durch die Wechselströme erzeugte Magnetismus nicht mehr in jedem Augenblick der Stromstärke proportional ist. In diesem Fall treten bei den Wechselströmen Abweichungen von dem einfachen Sinusgesetz ein, deren Berechnung sich nicht allgemein durchführen lässt.

F. Transformatoren.

1) Wechselstromtransformatoren. Secundärgeneratoren.

Handelt es sich um Leitungen mit grossem Widerstand, durch welche die Ströme von Maschinen hindurchgehen müssen, um die ihnen obliegenden Functionen zu erfüllen, so ist es nothwendig, denselben eine hohe Spannung zu geben. Umgekehrt dürfen die Ströme, welche etwa zur Beleuchtung dienen oder Motoren treiben sollen, gewöhnlich nur eine mässige Spannung besitzen. Die Erhöhung oder Herabsetzung der Spannung wird durch eine besondere Klasse von Apparaten bewirkt, welche man als Transformatoren bezeichnet.

Handelt es sich um Wechselströme, so sind dieselben nach dem Princip der gewöhnlichen Inductionsapparate construirt, bestehen also aus einem Eisenkern, mit zwei Wickelungen, deren Windungszahlen verschieden sind.

Bei den in den physikalischen Laboratorien gebräuchlichen Funkeninductoren von cylindrischer Form tritt ein bedeutender Verlust durch Streuung der magnetischen Kraftlinien ein. Die in der Technik angewandten Transformatoren haben daher eine etwas andere Form. Man unterscheidet: Kerntransformatoren und Manteltransformatoren.

Erstere bestehen aus einem Eisenring, welcher aus dünnen Drähten gebildet, und mit den primären und secundären Windungen entweder gleichmässig oder derart bedeckt ist, dass in gleichen Intervallen auf dem Ring Lagen von primären und secundären Wickelungen abwechseln.

Bei den Manteltransformatoren werden zwei eng aneinandergrenzende Ringe von den primären und secundären Wickelungen gebildet, welche vollständig in Eisenmassen eingeschlossen, also etwa mit Eisendrähten umwickelt sind.

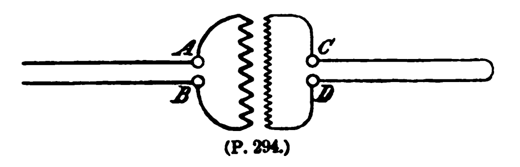
---

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 387—392.

Eine dem gewöhnlichen Inductionsapparat sich mehr anschliessende Form hat der **Igeltransformator** von SWINBURNE[1]).

Die beiden Wickelungen sind immer in der Weise verschieden, dass die eine aus dünneren Drähten in erheblich grösserer Windungszahl, die andere aus dicken Drähten von geringerer Windungszahl besteht.

Die Wirkungsweise der Transformatoren ergiebt sich aus den folgenden Betrachtungen, wobei wir zunächst annehmen, dass der Magnetismus des Eisens der Einwirkung der magnetisirenden Kraft ohne Hysteresis und ohne Wirbelströme folgt[2]).



(P. 294.)

Die Klemmspannung des primären Wechselstromes in AB (Fig. 294) sei E_1, der Widerstand der primären Wickelung w_1, ihr Selbstinductionscoëfficient p_1. Für den secundären Stromkreis sei w_2 der Gesammtwiderstand, p_2 der Coëfficient der Selbstinduction. Endlich sei q der Coëfficient der Induction der primären auf die secundären Windungen mit Einschluss der Mitwirkung der Eisenmassen.

Dann gelten die früher[3]) aufgestellten Gleichungen:

$$w_1 J_1 + p_1 \frac{dJ_1}{dt} + q \frac{dJ_2}{dt} = E_1,$$

$$w_2 J_2 + p_2 \frac{dJ_2}{dt} + q \frac{dJ_1}{dt} = 0.$$

Der Widerstand w_2 besteht aus dem Widerstand der secundären Windungen r und demjenigen der äusseren Leitung l. Also ist:

$$w_2 = r + l.$$

Die secundäre Polspannung (Potentialdifferenz der Punkte CD) ist dann:

$$E_2 = l \cdot J_2.$$

Sind e_1 und e_2 die Amplituden von E_1 und E_2, ist ferner:

$$m = \frac{2\pi}{T},$$

so kann man setzen:

$$E_1 = e_1 \cos(mt),$$

$$E_2 = e_2 \cos(mt - \varphi_2).$$

Man bezeichnet das Verhältniss $\frac{e_2}{e_1}$ als den **Umsetzungscoëfficienten des Transformators**. Mit Benutzung der früheren Rechnungen erhält man abgesehen vom Vorzeichen):

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{lA_2}{e_1} = \frac{lmq}{\sqrt{\rho_1^2 + m^2 p_1^2}\sqrt{(l+r)^2 + m^2 p_2^2}}.$$

Fasst man den Fall ins Auge, dass eine Transformation von kleiner zu grosser Spannung stattfindet und dass l gross ist, so ist annähernd:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{mq}{\sqrt{\rho_1^2 + m^2 p_1^2}}.$$

Ist ferner ρ_1 klein, so ist:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{q}{p_1}.$$

---

1) SWINEBURNE, Elektrotechn. Zeitschr. 11, pag. 65, 515, 575. 1890.

2) Vergl. Handbuch 3 (2), pag. 411.

3) Handbuch 3 (2), pag. 394.

Nach früheren Entwickelungen[1]) ist, wenn n_1 und n_2 die Anzahl der Windungen der primären und secundären Wickelung:

$$q = kn_1 n_2, \quad p_1 = kn_1^2, \quad p_2 = kn_2^2.$$

Also:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

In erster Annäherung verhalten sich also die Polspannungen, wie die Windungszahlen der Wickelungen.

Bezeichnet man ferner mit η_1 den Mittelwerth der Energie des eintretenden Stromes. Ist also:

$$\eta_1 = \frac{1}{T}\int_0^T J_1 E_1 dt,$$

mit η_2 den Nutzeffekt oder den Mittelwerth der Energie des austretenden Stromes, also:

$$\eta_2 = \frac{1}{T}\int_0^T J_2 E_2 dt,$$

so ist der absolute Wirkungsgrad des Transformators:

$$\gamma = \frac{\eta_2}{\eta_1}.$$

Die Rechnung giebt aus den beiden Differentialgleichungen:

$$\eta_1 = \frac{w_1}{T}\int_0^T J_1^2 dt + \frac{w_2}{T}\int_0^T J_2^2 dt,$$

$$\eta_2 = \frac{l}{T}\int_0^T J_2^2 dt.$$

Nach früheren Rechnungen[2]) ist:

$$\eta_1 = \frac{w_1 A_1^2}{2} + \frac{w_2 A_2^2}{2}$$

$$\eta_2 = \frac{l A_2^2}{2}$$

$$\gamma = \frac{l}{l + r + \frac{w_1(w_2^2 + m^2 p_2^2)}{m^2 q^2}}.$$

Für grössere Werthe von l und mq liegt dieser Werth der Einheit nahe. Wir haben bei diesen Berechnungen mehrere Nebenumstände ausser Acht gelassen, besonders die Hysteresis und die Wirbelströme im Eisenkern oder in der Eisenumhüllung, welche einen etwas grösseren Energieverlust bedingen.

Man kann dieselben in der Weise berücksichtigen, dass man noch einen dritten Stromkreis bei der Berechnung hinzunimmt, welcher durch Induction mit dem ersten und zweiten Stromkreis in Wechselwirkung steht[3]).

---

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 374. Hier ist von der Voraussetzung ausgegangen, dass der Eisenkern einen Kreisring bildet.

[2]) Handbuch 3 (2), pag. 345.

[3]) Ferraris, Mem. R. Acc. di Science, Torino (2) 37, pag. 15. 1885. — Vergl. auch über die Theorie der Transformatoren. H. du Bois, Magnetische Kreise, deren Theorie und Anwendung. Berlin 1894, pag. 294—306.

2. Gleichstromtransformatoren und Gleichstrom-Wechselstromtransformatoren.

Um Gleichströme hoher Spannung in Gleichströme niedriger Spannung zu transformiren und umgekehrt, bedient man sich zweier Gleichstrommaschinen, deren Anker eine gemeinsame Drehungsaxe haben. Wird in die eine Maschine ein constanter Strom hineingeleitet, so rotirt dieselbe. Der Anker der anderen Maschine nimmt an dieser Rotation theil. Es wird in derselben ein Gleichstrom inducirt, welchen man von den Polklemmen entnehmen kann. Besitzt der erste Anker eine kleine Anzahl von Windungen eines dicken Drahts, der zweite eine Wickelung von vielen dünnen Windungen, so ist die in der zweiten Maschine inducirte, elektromotorische Kraft bei sonst gleichen Umständen grösser als diejenige der ersten Maschine. Man erhält also eine höhere Klemmspannung bei einem grösseren Ankerwiderstand. Demnach ist ein niedrig gespannter Strom in höher gespannten Strom verwandelt.

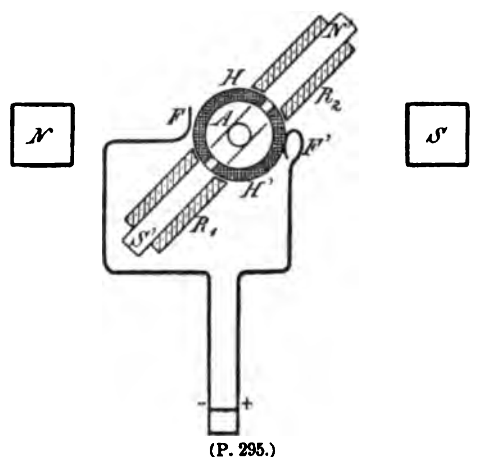
Noch einfacher lässt sich dies bewerkstelligen, wenn man den Anker einer Maschine mit zwei Wickelungen versieht, von denen die eine aus dickem Draht und wenigen Windungen, die andere aus dünnem Draht mit vielen Windungen besteht. Jede Wickelung steht mit einem besonderen Collector in Verbindung. Wird in das eine Bürstenpaar ein niedrig gespannter, starker Strom eingeleitet, so erhält man an dem anderen Bürstenpaar eine höhere Spannung.

Haben eine Gleichstrommaschine und eine Wechselstrommaschine dieselbe Axe, so kann man in die erste Gleichstrom einleiten; von der zweiten Wechselstrom entnehmen oder umgekehrt. Man kann dies als eine Transformation von Gleichstrom in Wechselstrom bezeichnen.

Selbstverständlich stehen diese Transformatoren den früher beschriebenen Wechselstromtransformatoren in der Sicherheit des Betriebes nach.

G. Elektromagnetische Motoren. Historisches.

In Folge der Entdeckung des Elektromagnetismus war die Möglichkeit gegeben, Anziehungs- und Abstossungskräfte hervorzubringen, welche vor den Wechselwirkungen der Stahlmagnete wichtige Vorzüge besitzen. Zunächst übertreffen sie letztere bei geeigneter Anordnung erheblich an Stärke. Ferner können die elektromagnetischen Kräfte in jedem Augenblick durch Stromschluss erzeugt, durch Oeffnung vernichtet, durch Stromwendung umgekehrt werden.



(P. 295.)

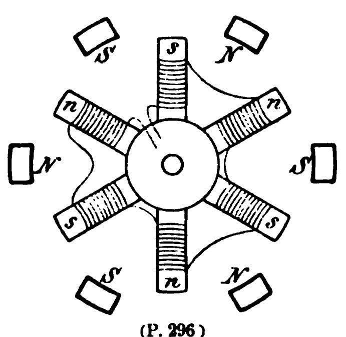
Hiernach lag es nahe, dieselben zum Betrieb von Motoren zu verwenden. Dabei wurden verschiedene Constructionsprincipien angewandt, von denen wir hier eine kurze Uebersicht geben.

Es seien (Fig. 295) N und S die Pole eines feststehenden Stahlmagnets. Zwischen denselben ist ein Eisenkern $N'S'$ um eine vertikale Axe A drehbar. Derselbe trägt zwei Rollen R_1 und R_2, durch welche ein elektrischer Strom geleitet wird. Die Richtung desselben sei derart, dass in dem betreffenden Augenblick die Pole N' und S' erzeugt werden. Dann erhält der Kern durch

Anziehung der benachbarten Pole N auf S' und S auf N' einen Bewegungsantrieb und dreht sich im Sinne des Uhrzeigers. Sobald der Eisenkern die Linie NS passirt, muss der Strom unterbrochen und dann in entgegengesetzter Richtung durch die Rollen geleitet werden. Unterbrechung und Umkehr wird durch eine, an der Axe angebrachte Vorrichtung bewirkt, welche aus zwei von einander isolirten Halbringen (H und H') besteht, auf welchen feste Federn F, F' schleifen, welche mit den Polen der Kette in Verbindung stehen. Bei der neuen Stromrichtung finden Abstossungen von S auf S' und N auf N' statt, welche bewirken, dass die Rotation im gleichen Sinne fortschreitet.

Man kann diese Anordnung in verschiedenster Weise modificiren.

1) Die feststehenden Magnete können Elektromagnete sein, während zwischen denselben ein Stahlmagnet rotirt. Ebenso können beide Magnetsysteme Elektromagnete sein. Die Stromumkehr darf dann selbstverständlich nur bei dem einen Elektromagnet stattfinden.



(F. 296)

2) Die Wirkung wird erheblich verstärkt, wenn an Stelle der beiden Pole N und S eine Reihe von abwechselnden Polen N_1, S_1, N_2, S_2 etc. auf einem Kreise angebracht sind, während das bewegliche System aus einer gleichgrossen Anzahl von Magneten besteht (Fig. 296). Die Umkehrung des Stromes muss dann bei einer Umdrehung ebenso oft erfolgen, als bewegliche oder feste Magnetpole vorhanden sind.

3) Anstatt der Rotation um eine vertikale Axe kann dieselbe um eine horizontale Axe sich vollziehen.

4) Endlich kann die Anordnung getroffen sein, dass die beiden Pole der feststehenden und der beweglichen Magnete bei der Drehung anziehend, resp. abstossend mitwirken.

Maschinen dieser Art wurden construirt von DAL NEGRO, RITCHIE, JAKOBI[1]), GRÜEL[2]) und Anderen.

Bei einer anderen Form elektromagnetischer Motoren benutzt man die Eigenschaft einer Spirale, einen weichen Eisenkern, dessen Axe mit derjenigen der Spirale zusammenfällt, in ihr Inneres hineinzuziehen, wenn durch die Spirale ein Strom geschickt wird.

Durch Anwendung zweier Spiralen, durch welche man abwechselnd einen Strom sendet, kann der Eisenkern in eine hin- und hergehende Bewegung zwischen den beiden Rollen versetzt werden, durch welche man, wie bei der Bewegung des Kolbens einer Dampfmaschine, eine rotirende Bewegung hervorbringen kann.

Nach diesem Princip wurden Motoren von PAGE, FESSEL[3]) und Anderen construirt.

Die meisten dieser Apparate dienten nur zur Demonstration. Nur M. H. JAKOBI[4]) benutzte die von ihm construirte, elektromagnetische Maschine zum Be-

[1]) M. H. JAKOBI, POGG. Ann. 36, pag. 366. 1835.

[2]) POGG. Ann. 89, pag. 153. 1853.

[3]) PLÜCKER, Ueber den FESSEL'schen elektromagnetischen Motor; POGG. Ann. 83, pag. 463. 1851.

[4]) POGG. Ann. 36, pag. 366. — Mémoire sur l'application de l'électromagnetisme au mouvement des machines. Potsdam 1835.

trieb eines Bootes. Dieselbe wurde durch eine Batterie von 64 Grove'schen Elementen in Bewegung gesetzt. Im Jahre 1839 fuhr ein derartiges Boot mit 12 Personen in Petersburg mehrmals über die Newa.

Indess lehrte dieser Versuch, dass der Grossbetrieb von Maschinen durch den elektrischen Strom einer galvanischen Kette viel theurer war, als bei Anwendung einer Dampfmaschine, so dass mehrere Jahrzehnte in dieser Beziehung keine erheblichen Fortschritte gemacht wurden.

H. Elektrische Kraftübertragung.

Erst nach der Erfindung der dynamoelektrischen Maschinen wurde der Gedanke wieder aufgenommen, elektromagnetische Motoren zum Betrieb anderweitiger Maschinen zu verwenden. Die Bedingungen für eine schnelle Entwickelung dieses Zweiges der Elektrotechnik lagen jetzt aus den folgenden Gründen ungleich günstiger wie zuvor.

1) Jede Gleichstrommaschine kann ohne weiteres als elektromagnetischer Motor verwandt werden, wenn man derselben durch die Polklemmen einen constanten Strom zuleitet. Derselbe durchläuft zunächst die Windungen der Elektromagnete und erzeugt dadurch ein starkes Magnetfeld. Ferner geht er durch die Ankerwindungen und zwar durch jede Hälfte derselben in dem Sinne, dass der ganze Anker einen Bewegungsantrieb in gleicher Richtung erhält. Derselbe ist fast vollständig constant. Die Gleichstrommaschinen sind daher viel vollkommenere Motoren als die früher construirten, elektromagnetischen Maschinen, bei denen die Triebkraft erheblichen Schwankungen (Pulsationen) unterworfen ist.

2) Nach dem dynamoelektrischen Princip wird durch Aufwand von Arbeit der elektrische Strom viel billiger erzeugt als durch die chemische Wirkung constanter Ketten.

3) Da diesem Strom unter geeigneten Umständen leicht eine viel grössere Spannung ertheilt werden kann, so ist es möglich, grosse Widerstände einzuschalten oder starke elektromotorische Kräfte entgegenzusetzen, ohne seine Intensität zu sehr zu schwächen. Man kann daher den dynamoelektrischen Strom neben anderen Zwecken auch dazu benutzen, elektromagnetische Motoren zu treiben und dadurch wieder Arbeit zu leisten.

Eine solche, von der Technik mit grossem Erfolg benutzte Anordnung, bei welcher an einem Ort durch Aufwand von Arbeit elektrischer Strom erzeugt, an einem anderen Ort durch denselben Strom Arbeit geleistet wird, bezeichnet man als elektrische Kraftübertragung. Je nach dem Zweck, den man dabei im Auge hat, wollen wir zwei Hauptfälle der Kraftübertragung unterscheiden.

1) An einem bestimmten Ort sei durch die lokalen Verhältnisse Arbeitskraft leicht und billig zu erhalten, also etwa durch Ausnutzung eines Wasserfalls oder eines Flusses mit starkem Gefälle oder durch Benutzung einer Dampfmaschine, welche an einem Ort aufgestellt ist, wohin die Kohlen leicht und billig transportirt werden können. Die zu leistende Arbeit wird aber an einem anderen, mehr oder weniger entfernten Ort gebraucht. Dann wird an dem ersten Ort eine Maschine aufgestellt, welche den Strom erzeugt (der Generator), der Strom wird an den anderen Ort geleitet und es wtrd dort durch eine zweite Maschine (den Motor oder den Receptor) Arbeit geleistet. Diese einfache Kraftübertragung hat bei kleinen Entfernungen keine Schwierigkeit. Bei grossen Entfernungen war anfänglich der Nutzeffekt nur gering. Doch sind in dieser Beziehung in den letzten Jahren bereits überraschende Fortschritte gemacht worden.

2) Die Erzeugung elektrischer Ströme durch Arbeit gestaltet sich dann besonders günstig, wenn es sich um grosse Arbeitsmengen und starke Ströme handelt. Dieselben reichen hin, um an einer ganzen Reihe von Orten durch Benutzung kleinerer Motoren Arbeit in geringerer Menge zu leisten. Man bezeichnet diese Form der Kraftübertragung als Kraftvertheilung.

Zu dem Zweck werden an einer Stelle (der Centrale) mehrere dynamoelektrische Maschinen, gewöhnlich von grossen Dimensionen, aufgestellt, von denen Leitungen ausgehen, die sich nach allen den Orten verzweigen, wo elektrischer Strom zur Arbeitserzeugung (oder zu anderen Zwecken, wie zur Beleuchtung) gebraucht wird. Derartige Centralen sind bereits in vielen Städten errichtet worden und nimmt ihre Anzahl fortdauernd zu.

Besondere Anordnungen sind dabei zu treffen, wenn die Motoren nicht feststehen, sondern in Folge der Kraftübertragung ihren Ort verändern, wie dies bei den elektrischen Bahnen der Fall ist.

Indem wir dazu übergehen, von den Gesetzen und Einrichtungen der Kraftübertragung eine kurze Uebersicht zugeben, verweisen wir zunächst auf eine Reihe von Schriften, welche diesen Gegenstand ausführlicher behandeln.

E. Japing, Die elektrische Kraftübertragung und ihre Anwendung in der Praxis. Dritte Auflage, neu bearbeitet von J. Zacharias. A. Hartleben's elektrotechnische Bibliothek 2. 1891.

E. de Fodor, Die elektrischen Motoren mit besonderer Berücksichtigung der elektrischen Strassenbahnen. A. Hartleben's elektrotechnische Bibliothek 41. 1890.

Gisbert Kapp, Elektrische Kraftübertragung. Ein Lehrbuch für Elektrotechniker, deutsch v. L. Holborn und K. Kahle. 1891.

J. Nutzeffekt und Wirkungsgrad der Kraftübertragung.

Um einen Inductionsstrom durch Bewegung eines Leiters in einem magnetischen Kraftfeld zu erzeugen, ist eine gewisse Arbeit erforderlich. Nach dem Grundgesetze F. Neumann's ist dieselbe der hervorgebrachten, elektromotorischen Kraft proportional oder auch bei passender Wahl der Einheiten gleich, wenn der Leiter von der Stromeinheit durchflossen wird. Folglich ist die ganze aufzuwendende Arbeit A bei der Stromstärke J:

$$A = E \cdot J.$$

Hierbei ist allerdings von der Ueberwindung der Reibung bei der Drehung der Maschine, sowie von anderen Nebenwirkungen abgesehen.

Die gleiche Formel gilt auch für eine als Motor durch den Strom in Bewegung gesetzte Maschine, wenn wir dieselben vereinfachenden Voraussetzungen erreichen, wie zuvor.

Bezeichnen wir die auf den Generator sich beziehenden Grössen mit dem Index 1, die auf den Motor bezüglichen mit dem Index 2, so ist die Arbeit bei dem Generator:

$$A_1 = E_1 J_1,$$

die nutzbare Arbeit des Motors (der Nutzeffekt):

$$A_2 = E_2 J_2.$$

Das Verhältniss beider Arbeitsgrössen (λ) ist der elektrische Wirkungsgrad der Kraftübertragung. Also:

$$\lambda = \frac{A_2}{A_1}.$$

Nehmen wir zunächst an, dass beide Maschinen Hauptschlussmaschinen sind, so ist die Stromstärke im Anker des Generators dieselbe wie in den leitenden Verbindungsdrähten und in dem Anker des Motors. Der Widerstand des ganzen Stromkreises sei W, die Stromstärke:

$$J = J_1 = J_2.$$

Dann ist[1]):

$$A_1 = E_1 J = W J^2 + A_2 \tag{1}$$

$$E_1 J = W J^2 + E_2 J.$$

$$J = \frac{E_1 - E_2}{W} \tag{2}$$

Also:

$$A_1 = \frac{E_1 (E_1 - E_2)}{W} \tag{3}$$

$$A_2 = \frac{E_2 (E_1 - E_2)}{W} \tag{4}$$

$$\lambda = \frac{E_2}{E_1}. \tag{5}$$

Wir machen von diesen Gleichungen einige naheliegende Anwendungen.

a) Aus Gleichung (4) ergiebt sich das Maximum des Nutzeffekts durch die Formel:

$$\frac{dA_2}{dE_2} = 0.$$

Man findet für diesen Fall:

$$E_2 = \frac{E_1}{2}, \quad A_2 = \frac{E_1^2}{4W}, \quad \lambda = \frac{1}{2}.$$

b) Zu demselben Resultat kann man auch auf die folgende Weise gelangen. Aus Gleichung (1) ergiebt sich:

$$J_1 = \frac{E_1 + \sqrt{E_1^2 - 4WA_2}}{2W}.$$

Ferner aus (2):

$$E_2 = \frac{E_1 - \sqrt{E_1^2 - 4WA_2}}{2}.$$

Da J stets reell sein muss, so ist das Maximum des Nutzeffekts:

$$A_2 = \frac{E_1^2}{4W}.$$

Dementsprechend:

$$J = \frac{E_1}{2W}, \quad E_2 = \frac{E_1}{2}, \quad \lambda = \frac{1}{2}.$$

c) Setzt man in Gleichung (4) nach Gleichung (5)

$$E_2 = \lambda E,$$

so ist:

$$A_2 = \frac{E_1^2}{W} \lambda (1 - \lambda).$$

Diese Gleichung ist von Wichtigkeit für die Berechnung von Kraftübertragung bei längeren Leitungen. Sie zeigt, dass man denselben Nutzeffekt bei gleichem Wirkungsgrad erhält, wenn man bewirkt, dass: $\frac{E_1^2}{W}$ constant bleibt. Mit anderen Worten: wenn in Folge der Länge der Leitung W wächst, so hat man entweder den Querschnitt des Leiters derart zu vergrössern, dass W constant bleibt,

[1]) Vergl. auch Handbuch 3 (2), pag. 366.

oder, da dies bei weiten Strecken ausserordentlich grosse Kosten für die Herstellung der Leitung erfordern würde, die elektromotorische Kraft des Generators in dem Maasse zu vergrössern, dass der angeführte Ausdruck den gleichen Werth behält.

In der Praxis kommt zu der elektrischen Arbeit des Motors diejenige Arbeit hinzu, welche zur Ueberwindung der Reibungswiderstände desselben dient — die Leerlaufarbeit. Durch Mitberücksichtigung derselben erfahren die angegebenen Rechnungen Modifikationen, für welche wir auf die früher angeführten Specialwerke verweisen.

K. Gleichstrommotoren und Wechselstrommotoren.

1) Wie schon früher bemerkt, kann jede Gleichstrommaschine auch als Gleichstrommotor benutzt werden. Doch sind die Anforderungen, welche man an die Maschine in dem einen und anderen Fall stellt, etwas verschieden, so dass die Construction der Generatoren und Motoren in einer Reihe von Einzelheiten verschieden sein wird. Dabei kommt Folgendes in Betracht. Bei dem Generator ist es vortheilhaft, die Feldmagnete aus Eisenmassen von bedeutenden Dimensionen zu bilden, damit das von ihnen gebildete Magnetfeld stark ist, und möglichst wenig durch den Magnetismus des Ankers gestört wird. Bei den Motoren spielt das Gewicht derselben eine wesentliche Rolle. Dasselbe darf nicht zu gross sein, wenn der Motor leicht transportabel sein soll. Man wird daher in der Vergrösserung der Elektromagnete nicht so weit bei den Motoren gehen dürfen, wie bei den Generatoren.

Ferner wird der Generator durch eine gleichmässig wirkende Kraft längere Zeit in Betrieb erhalten. Dagegen wird der Motor häufig auf kurze Zeit eingeschaltet und ausgeschaltet werden und Arbeit von verschiedener Grösse zu leisten haben. Man wird aber die Forderung stellen, dass er sich stets mit derselben Geschwindigkeit bewegt. Um dies zu erreichen, sind verschiedene Regulirungsmethoden in Gebrauch, auf welche wir hier nicht näher eingehen können. Wird durch die Maschine constante Klemmspannung erhalten, so ist es zweckmässig, den Motor mit Nebenschluss oder mit gemischter Wickelung einzurichten.

2) Sendet man durch die Armaturspulen einer Wechselstrommaschine, bei welcher die Feldmagnete durch eine andere Stromquelle constant magnetisch erhalten werden, Wechselströme, so wird sich der Anker nicht von selbst in Bewegung setzen, weil anziehende und abstossende Wirkungen schnell auf einander folgen und sich daher autheben. Ist derselbe aber in Rotation versetzt und ist die Geschwindigkeit desselben derart, dass eine Ankerspule in derselben Zeit an Stelle der vorangehenden getreten ist, in welcher ein Stromwechsel stattfindet, so üben jetzt die Feldmagnete eine Triebkraft aus, welche die Bewegung in Gang erhält. Mit anderen Worten, eine Wechselstrommaschine kann nur dann als Motor dienen, wenn ihr Gang synchron mit demjenigen des Wechselstromgenerators ist. Man hat deshalb Wechselstrommotoren mit einem kleinen Gleichstrommotor verbunden, welcher zunächst bei offenem Stromkreise des Wechselstromes, dem Motor die gleiche Umdrehungsgeschwindigkeit mit der Maschine erteilt. Dann erst wird der Wechselstrom in den Motor eingeführt und liefert nun die erforderliche Triebkraft, um die synchrone Drehung zu erhalten. Bei stark wechselnder Belastung kann aber der Synchronismus gestört werden und der Motor kommt dann schnell zum Stillstand. Man hat ferner versucht, Gleichstrommotoren durch Wechselstrom zu betreiben, welchen

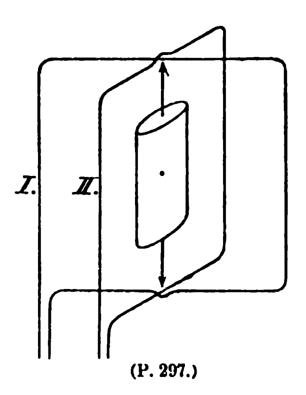
man gleichzeitig durch den Anker und die Feldmagnete leitet. Doch treten dabei sehr starke Funken an dem Collector auf[1]).

Ferner hat die Firma GANZ & Co.[2]) einen Motor construirt, bei welchem durch den Anker und durch die Windungen der Feldmagnete Wechselstrom geschickt wird. Doch wird mit Hilfe eines rotirenden Commentators bewirkt, das der Strom die Elektromagnete stets in derselben Richtung durchläuft. Durch eine besondere Vorrichtung wird die Funkenbildung an dem Commutator vermieden. Dieser Motor geht leicht an und steigert seine Geschwindigkeit, bis er mit dem Generator synchron läuft. Immerhin stehen die beschriebenen Wechselstrommotoren an Einfachheit und Sicherheit des Betriebes den Gleichstrommotoren nach. Es ist daher für die Ausdehnung und Entwickelung der elektrischen Kraftübertragung von grosser Bedeutung, dass in neuester Zeit ein Motor construirt wurde, welcher zwar auch durch Wechselstrom betrieben wird, sich aber principiell von den früheren Wechselstrommotoren unterscheidet und den Gleichstrommotoren in jeder Beziehung an Brauchbarkeit gleichsteht. Da derselbe andererseits auch besondere Anordnungen bei dem Generator erfordert, so wollen wir ihn in einem besonderen Abschnitt behandeln.

L. Mehrphasenströme. Drehströme. Drehstrommotor.

Bei diesen Motoren wird der Anker nach einer Methode in Drehung versetzt, deren Grundgedanke von G. FERRARIS[3]) herrührt.

Zwei verticale Stromkreise (Fig. 297) von quadratischer Form sind so aufgestellt, dass ihre Mittelpunkte zusammenfallen, ihre Ebenen senkrecht zu einander stehen. Wird durch den Kreis I ein Strom geleitet, so ist die elektromagnetische Wirkung im Mittelpunkt senkrecht zur Ebene der Strombahn. Ein Gleiches gilt von dem zweiten Strom. Bei gleichzeitiger Wirkung beider Ströme setzen sich daher die beiden Kräfte zu einer Resultante zusammen, welche bei Gleichheit der Intensität mit den beiden Normalen derselben Winkel von 45° bildet. Ist der eine oder sind beide Ströme von veränderlicher Stärke, so ändert demnach die Resultante der elektromagnetischen Kraft nicht allein ihre Grösse, sondern auch ihre Richtung. Leitet man durch beide Stromkreise Wechselströme von gleicher Schwingungszahl, aber von verschiedener Phase, so dreht sich die Resultante mit gleichzeitig veränderlicher Stärke um 360°. Stellt man die elektromagnetische Kraft durch eine gerade Linie AB dar, wo A der Angriffspunkt der Kraft ist, so beschreibt Punkt B eine Ellipse. Damit dieselbe zu einem Kreis wird, ist es nothwendig, dass die Amplituden der beiden Stromschwingungen einander gleich sind und dass der Phasenunterschied 90° beträgt. In diesem Fall behält also die elektromagnetische Kraft stets dieselbe Stärke, dreht sich aber mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit.



(F. 297.)

FERRARIS erreichte dies dadurch, dass er durch den einen Stromkreis den Strom einer Wechselstrommaschine gehen liess, und denselben Strom durch die

---

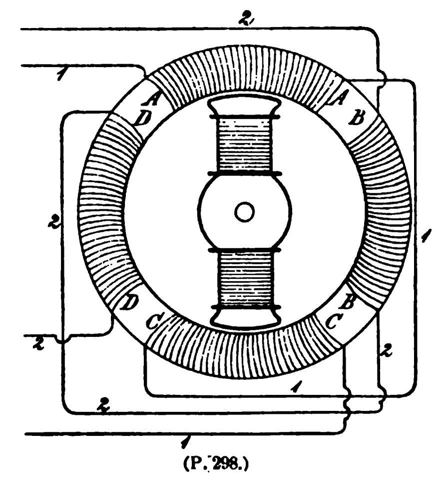
[1]) Vergl. A. DU BOIS-REYMOND, elektrot. Zeitschr. 10, pag. 1—12. 1889.

[2]) Elektrot. Zeitschr. 11, pag. 158—159. 1890.

[3]) G. FERRARIS, Atti della R. Accademia delle scienze die Torino 23, pag. 360. 1888; Elektrot. Zeitschr. 9, pag. 568. 1888.

eine Windungslage eines Transformators führte, während die andere Wickelung desselben mit dem zweiten Stromkreis verbunden war. Bei geeigneter Construction des Transformators und bei Einschaltung passender Widerstände in die beiden Stromkreise kann man bewirken, dass die beiden Wechselströme angenähert die gestellte Bedingung erfüllen. Der Raum in der Nähe des Mittelpunktes kann dann als ein magnetisches Drehfeld bezeichnet werden. Eine auf einer Spitze schwebende Magnetnadel wird in demselben in gleichmässige Rotation versetzt

Aber auch ein Leiter, welcher um eine vertikale, durch den Mittelpunkt gehende Axe drehbar ist, wird in Rotation versetzt, da hier die Bedingungen des Rotationsmagnetismus erfüllt sind[1]. Besteht der Leiter z. B. aus einem vertikalen Cylinder von Kupfer, so inducirt jeder der beiden Wechselströme in demselben Ströme in axialer Richtung. Die elektrodynamische Wirkung der primären auf die secundären Ströme bedingt die Drehung des Cylinders.



(F. 298.)

Ebenso verhält sich auch ein eiserner Hohlcylinder. Die Wirkung wird hier noch verstärkt, wenn er mit einer Wickelung von Drähten versehen ist, welche in sich geschlossen sind.

Auf denselben Principien beruht ein von TESLA[2]) angegebener Motor. Das magnetische Drehfeld wird bei demselben durch einen Eisenring (Fig. 298) mit vier Wickelungen *A*, *B*, *C*, *D* geliefert. Von diesen sind *A* und *C*, ferner *B* und *D* mit einander verbunden. Leitet man einen Strom allein durch *A* und *C*, so wird der Ring so magnetisirt, dass die Ringseite *B* nordmagnetisch, die andere Seite südmagnetisch wird. Die Kraftlinien verlaufen daher von *D* nach *B*. Leitet man den Strom allein durch *B* und *D*, so gehen die Kraftlinien innerhalb des Ringes von *C* nach *A*. Gehen durch beide Wickelungen Wechselströme von gleicher Amplitude, aber mit einem Phasenunterschied von 90°, so entsteht in der Nähe des Mittelpunktes ein magnetisches Drehfeld. Innerhalb des Ringes ist ein Anker drehbar, dessen Windungen in sich geschlossen sind. Die Axe desselben wird sich stets in die Richtung der Kraftlinien einzustellen suchen. Derselbe wird also in gleichmässige Rotation versetzt und kann als Motor dienen.

Während gleichzeitig ähnliche Anordnungen von BRADLEY und HASELWANDER angegeben wurden, war besonders die »Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft« in Berlin und speciell der Chefingenieur derselben, DOLIVO-DOBROWOLSKY[3]), bestrebt, Motoren mit Benutzung von mehreren Strömen verschiedener Phase zu construiren[4]). Letzterer schlug für dieselben die Bezeichnungen Drehstrom und Drehstrommotoren vor.

Wir geben eine kurze Beschreibung dieser Motoren, welche sich auf der elektrotechnischen Ausstellung in Frankfurt a. M. 1891 gut bewährten und eine

---

[1]) Handbuch 3 (2), pag. 407.

[2]) A. DU BOIS-REYMOND, Elektrotechn. Zeitschr. 9, pag. 343—345.

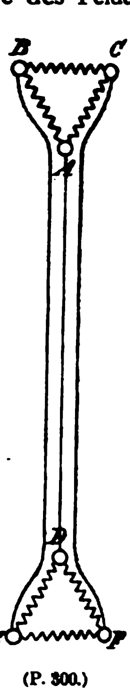
[3]) M. v. DOLIVO-DOBROWOLSKY, Elektrotechn. Zeitschr. 12, pag. 149, 161. 1891.

gewisse Berühmtheit dadurch erlangten, dass sie in Frankfurt in Folge einer Kraftübertragung von Lauffen am Neckar in Bewegung gesetzt wurden.

Wenn bei dem Teslamotor mit zwei Strömen von 90° Phasenunterschied der eine dem Werth $\cos \frac{2\pi t}{T}$, der andere dem Werth $\sin \frac{2\pi t}{T}$ entspricht, so ist für $t = 0$, der erste $= 1$, der zweite $= 0$, wenn dagegen $t = \frac{T}{4}$ gesetzt wird, so ist jeder Strom $= \sqrt{\tfrac{1}{2}}$. Das Magnetfeld hat in diesem Fall nicht allein eine Drehung von 45° erfahren, sondern ist jetzt auch stärker, wie zuvor. Das Magnetfeld ist nicht allein rotirend, sondern auch pulsirend, d. h. die Feldstärke durchläuft bei einer Drehung von 360° vier grösste und vier kleinste Werthe. Durch den letzten Umstand wird die Drehung eines Ankers nachtheilig beeinflusst. Durch Vermehrung der Ankerwickelungen und dementsprechend der Anzahl der eingeleiteten Wechselströme mit verschiedenen Phasen kann die Stärke des Feldes gleichmässiger erhalten bleiben.

In der Praxis ist man bei sechs Wickelungen stehen geblieben, von denen je zwei gegenüberliegende mit einander verbunden sind, so dass drei Ströme von je 120° Phasenunterschied zur Erzeugung des Drehfeldes erforderlich sind. Um derartige Ströme zu erhalten, wird ein Ringanker mit drei Wickelungen versehen, deren Mittelpunkte um 120° von einander abstehen. Rotirt derselbe in dem Magnetfeld einer Dynamomaschine an Stelle des gewöhnlichen Ankers, so kann man von den Enden der einzelnen Wickelungen die oben bezeichneten drei Wechselströme erhalten. Um dieselben zu dem Motor zu führen, wären allerdings drei Leitungen, also im Ganzen sechs Drähte, nöthig. Die Anzahl derselben lässt sich durch geeignete Verzweigung der Mehrphasenströme auf drei heruntersetzen. Dies kann nach zwei verschiedenen Anordnungen geschehen, welche Dolivo-Dobrowolsky als offene und als geschlossene Verkettung der Mehrphasenströme bezeichnet. Dieselben sind in den Fig. 299 und 300 dargestellt.

(P. 299.)



(P. 300.)

Es seien bei der zweiten Anordnung AB, BC, CA die Wickelungen des Generators, DE, EF, FD diejenigen des Motors. In AB, BC, CA seien die elektromotorischen Kräfte thätig:

$$E_1 = E \sin \frac{2\pi t}{T},$$

$$E_2 = E \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi}{3}\right)$$

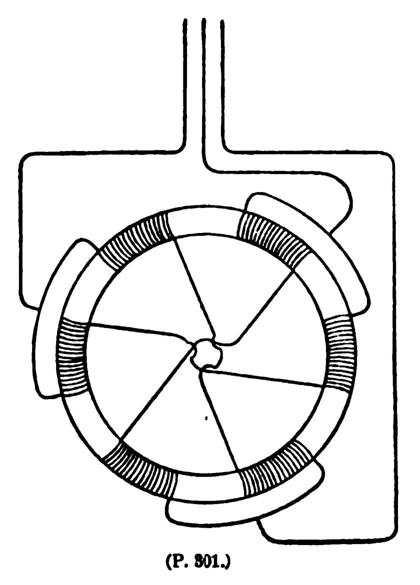
$$E_3 = E \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{4\pi}{3}\right).$$

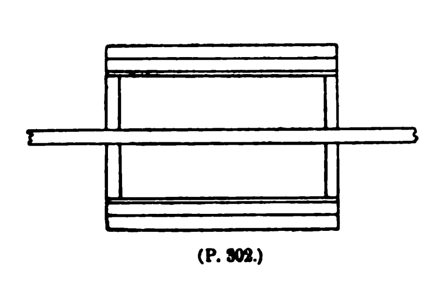
Man hat zunächst zu beachten, dass für jeden Werth von t:

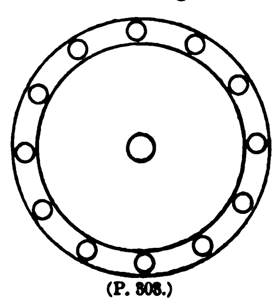
$$E_1 + E_2 + E_3 = 0.$$

Ferner zeigen die Gesetze der Stromverzweigung, wenn man von Selbstinduction absehen darf, und wenn die Widerstände der correspondirenden

Leitungen einander gleich sind, dass die Stromintensitäten in DE, EF, FD den elektromotorischen Kräften E_1, E_2, E_3 einzeln proportional sind. Zu einem ähnlichen Resultat führt die erste Anordnung. In der Praxis ist es zweckmässig, die Mehrphasenströme zunächst zu einem Transformator zu leiten, aus welchem sie als hochgespannte, verkettete Dreiphasenströme zu einem zweiten Transformator durch die Fernleitung mit drei Drähten gehen. Aus diesem werden sie sodann dem Drehstrommotor in niedriger Spannung mitgetheilt. Für letzteren sind bereits verschiedene Constructionen vorhanden. Der Hauptsache nach wird das Drehfeld erzeugt durch einen eisernen Hohlcylinder, welcher nach Art eines Gramme'schen Ringes mit den sechs Wickelungen versehen ist (Fig. 301). Der Anker besteht (Fig. 302 und 303) aus einem Eisencylinder in dem Hohlraum des ersteren. Die Eisenmasse enthält eine Reihe von Durchbohrungen in der Längsrichtung, durch welche dicke Kupferdrähte geführt sind, welche durch zwei Endplatten oder Ringe von Kupfer leitend verbunden sind. Der Drehstrommotor besitzt erhebliche Vorzüge selbst vor den Gleichstrommotoren. Der Anker besitzt keine Zuleitung von aussen. Derselbe geht von selbst an, sowie Drehstrom durch die äusseren Windungen geht und bleibt in Drehung bei mehr oder weniger Belastung.


(P. 301.)


(P. 302.)


(P. 303.)

Ueber den Drehstrom und das Drehfeld sind zahlreiche Abhandlungen erschienen. Wir erwähnen die folgenden:

Sahulka, Theorie des Ferraris'schen Drehfeldes. Elektrotechn. Zeitschr. 12, pag. 537, 549, 561. 1891.

Sohlmann, Zur Theorie des mehrphasigen Wechselstrommotors. Elektrotechn. Zeitschr. 12, pag. 575. 1891.

Kollert, Zur Theorie des Drehstromes. Elektrotechn. Zeitschr. 13, pag. 171, 181. 1892.

Ferner sind Demonstrationsapparate construirt worden, welche die Wirksamkeit eines Drehstromes darthun sollen, sowie kleine Drehstrommaschinen und Drehstrommotoren zum Gebrauch in den Laboratorien. Wir müssen uns hier mit einem kurzen Hinweis auf die betreffenden Abhandlungen begnügen.

W. Weiler, Apparat für Wechsel- und Drehströme. Elektrotechn. Zeitschr. 13, pag. 138. 1892.

Weinhold, Demonstrationsapparat für Drehfeld. Elektrotechn. Zeitschr. 13, pag. 300 u. 370. 1892.

FEIN, Neue Apparate für Unterrichts- und Laboratorienzwecke. Elektrotechn. Zeitschr. 13, pag. 432. 1892. Hier ist eine Maschine beschrieben, welche als Gleichstrommaschine, Wechselstrommaschine und Dreiphasenstrommaschine dienen kann. Dieselbe kann auch benutzt werden, um Gleichstrom in Wechselstrom oder Drehstrom zu transformiren.

Wie schon erwähnt, hat die Benutzung des Drehstroms bei Gelegenheit der elektrotechnischen Ausstellung in Frankfurt a. M. 1891 eine erste Probe glänzend bestanden[1]). Derselbe vermittelte eine Kraftübertragung von Lauffen am Neckar nach Frankfurt auf eine Entfernung von 175 *km*. Die Triebkraft in Lauffen wurde durch eine Turbine von 300 Pf.-K. geliefert, welche durch die Wasserkraft des Neckar in Bewegung gesetzt wurde. Durch dieselbe wurde eine Drehstrommaschine in Betrieb gesetzt. Dieselbe gab bei 150 Umdrehungen 1400 Ampère von 50 Volt. Spannung. Die drei Ströme von je 120° Phasenunterschied gingen zuerst zu einem Transformator mit dem Transformationscoëfficienten 1:160. Hierauf führten drei Drahtleitungen, bestehend aus Kupferdraht von 4 *mm* Durchmesser die Ströme nach Frankfurt.

R R

(P. 304.)

Die gute Isolirung der langen Linie wurde durch Benutzung von Oelisolatoren bewirkt. Die Fig. 304 und 305 geben eine Ansicht von denselben. Das Oel befindet sich in den kreisförmigen Rinnen *R*. In Frankfurt wurde der hochgespannte Strom durch einen zweiten Transformator in starken niedrig gespannten Strom umgesetzt.

R R R R

(P. 305.)

Die eine Hälfte des Stromes diente dazu, 1000 Glühlampen zu speisen. Die andere Hälfte wurde zum Betriebe eines Drehstrommotors verwandt, dessen Maximalleistung auf 100 Pf.-K. berechnet war. Durch denselben wurde eine Centrifugalpumpe in Bewegung gesetzt, welche einen Wasserfall von 10 *m* Höhe speiste.

Der Wirkungsgrad der Anlage betrug nach dem officiellen Bericht 75%.

M. Systeme der Stromvertheilung bei Elektricitätswerken.

In einer grösseren Anzahl von Städten sind bereits Centralen errichtet, von denen aus den einzelnen Abnehmern Strom zum Zweck der Beleuchtung oder der Kraftübertragung zugeführt wird. Hierbei ist eine grössere Anzahl von Vertheilungssystemen zur Anwendung gekommen, von denen wir eine kurze Uebersicht geben[2]).

1) Eine Hauptstation. Stromvertheilung nach:
   a) dem Zweileitersystem,
   b) dem Mehrleitersystem,
   c) dem Mehrleitersystem mit Ausgleichmaschinen,
   d) dem Mehrleitersystem mit Ausgleichung durch Accumulatoren.
2) Mehrere Centralstationen.
3) Eine Hauptstation mit Secundärstationen.
4) Eine Hauptstation mit Transformatoren.

Die Frage, welches dieser Systeme zu bevorzugen ist und ob der Betrieb mit Gleichstrom oder Wechselstrom vorzuziehen ist, kann noch als eine offene betrachtet werden. Ihre Beantwortung wird sich durch die lokalen Verhältnisse jeder Anlage ergeben.

---

[1]) UPPENBORN, Elektrotechn. Zeitschr. 13, pag. 378, 388. 1892.

[2]) O. v. MILLER, Elektrotechn. Zeitschr. 12, pag. 613. 1891.

Technische Anwendungen der Induction.

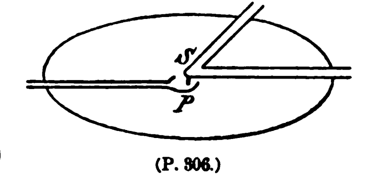
II. Telephonie.

A. Einleitung. Allgemeines. Historisches.

Die Entdeckung, dass man Töne und Geräusche, insbesondere auch die menschliche Sprache mit wenig veränderter Klangfarbe in sehr grossen Entfernungen reproduciren resp. hörbar machen kann, hat sehr bald eine überraschend grosse praktische Bedeutung erhalten. In kürzester Zeit bedeckten sich die grösseren Städte mit einem Netz von Telephondrähten. Von Jahr zu Jahr wächst die Bedeutung des Fernsprechers für den Geschäftsverkehr. Endlich sind in den letzten Jahren mit Erfolg telephonische Verbindungen zwischen Orten hergestellt worden, deren Entfernung mehr als 1000 *km* beträgt.

Diese Resultate konnten nur bei Benutzung des elektrischen Stromes erreicht werden.

Der Natur der Sache nach muss daher jede Fernsprecheinrichtung aus zwei Apparaten bestehen (dem Sender und dem Empfänger), welche durch eine Drahtleitung verbunden sind. Der Sender muss unter dem Einfluss des Schalls einen elektrischen Strom hervorbringen, dessen Veränderungen durch die Natur der Schallschwingungen bedingt sind. In dem Empfänger muss umgekehrt durch den elektrischen Strom ein Mecharismus erregt werden, welcher seinerseits Luftschwingungen erzeugt.



(P. 306.)

Die erste Einrichtung, Schall (zunächst musikalische Töne) auf grössere Entfernungen zu übertragen, wurde im Jahre 1860 durch PHILIPP REISS[1]) getroffen.

Der Sender desselben besteht aus einem Holzkästchen, in dessen Deckel eine kreisförmige Oeffnung sich befindet, welche durch eine Membran verschlossen ist (Fig. 306). An derselben ist in der Mitte eine kleine kreisförmige Platinplatte (P) mit einem radialen Streifen Platinblech befestigt. Darüber ist ein Winkelstück von Messing angebracht. Ein kleiner Stift S berührt nahezu die Platinplatte. Wird die Membran durch einen Ton in Schwingungen versetzt, so erfolgt bei jeder Schwingung ein einmaliger Contakt. In Folge dessen wird jedesmal ein mit Platinplatte und Messingstück verbundener Stromkreis geschlossen.

Der in denselben Stromkreis eingeschaltete Empfänger besteht aus einer langgestreckten Drahtrolle mit einer Stricknadel als Eisenkern. Bei der Magnetisirung durch einen veränderlichen Strom erfährt die Nadel Verlängerungen und Verkürzungen, welche durch zwei an den Enden befestigte Holzstücke auf einen Resonanzkasten übertragen werden und Töne hervorbringen, deren Höhe mit derjenigen des erregenden Tones übereinstimmt.

Denselben Zweck erfüllen eine Reihe von Apparaten, von VARLEY, LACOUR und Anderen, welche gewöhnlich als Musiktelephone bezeichnet werden. Sie waren aber sämmtlich ungeeignet, die menschliche Sprache zu übertragen.

Erst im Jahre 1875 wurde durch GRAHAM BELL ein auf wesentlich anderen Principien beruhendes Telephon construirt, welches sofort praktisch zum Fernsprechen verwandt werden konnte.

---

[1]) Jahresbericht des physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. 1860 u. 1861.

Dasselbe hat besonders die folgenden Vorzüge:

a) Derselbe Apparat kann als Sender und Empfänger dienen.

b) Galvanische Ketten sind bei der Uebertragung der Sprache nicht erforderlich.

c) Die durch das BELL'sche Telephon erregten, elektrischen Ströme sind nicht discontinuirlich, sondern es sind Wechselströme.

d) Das Telephon ist leicht zu handhaben, stets zum Gebrauch bereit.

Hiernach kann also das Telephon an beiden Stationen (zum Sprechen und zum Hören) benutzt werden. Dies geschah anfänglich fast überall.

Dagegen hat man später, bei Beibehaltung des Telephons als Empfänger, für den Sender einen anderen, kurze Zeit nachher erfundenen Apparat, das **Mikrophon** benutzt, der dann besonders vorzuziehen ist, wenn es sich um die Uebertragung von schwachem Schall durch Leitungen von grossem Widerstand handelt.

Wir gehen nun zu einer kurzen Beschreibung der eben genannten Apparate, sowie der für den Fernsprechverkehr getroffenen Einrichtungen über, indem wir für alle Einzelheiten auf die folgenden Specialwerke verweisen.

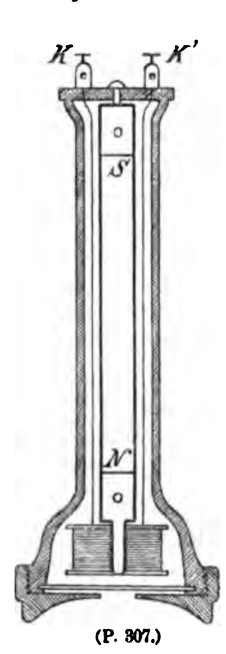
TH. SCHWARTZE, Telephon, Mikrophon, Badiophon. A. HARTLEBEN's Elektrotechnische Bibliothek. 3. Aufl. 1892.

C. GRAWINKEL, Lehrbuch der Telephonie und Mikrophonie. Berlin, J. SPRINGER. 1884. —

V. WIETLISBACH, Die Technik des Fernsprechens. A. HARTLEBEN's Elektrotechnische Bibliothek. 1886.

B. Telephon und Mikrophon.

Das BELL'sche Telephon besteht (Fig. 307) aus einem Stahlmagnet (meist vier prismatische Lamellen) *NS* Derselbe ist mit Polschuhen aus weichem Eisen versehen, von denen der eine eine Spirale von dünnem, gut isolirtem Draht und ziemlich grossem Widerstand trägt. Unmittelbar darüber ist in dem Holzgehäuse des Magnets eine dünne Eisenmembran befestigt.



(F. 307.)

Wird durch die Schallöffnung gegen dieselbe gesprochen, so wird der Magnetismus des aus Stahlmagnet und Eisenmembran bestehenden Systems vergrössert oder verkleinert, je nachdem die Membran sich dem Pol nähert oder von ihm entfernt. Dementsprechend entstehen in der Drahtrolle periodisch verlaufende Ströme, welche den Schwingungen der Eisenmembran genau entsprechen. Von den Klemmschrauben *KK'* des ersten Telephons geht der Wechselstrom zu den Polklemmen des zweiten Telephons und verstärkt oder schwächt dort die magnetische Wirkung des Stahlmagnets auf die Eisenplatte. In Folge dessen führt dieselbe eine Schwingungsbewegung aus, welche sie der Luft mittheilt. Die Verdichtungen und Verdünnungen repräsentiren daher eine der ersten sehr ähnliche Schallbewegung, allerdings von viel geringerer Intensität.

Das BELL'sche Telephon muss gerade in Folge seiner Einfachheit in construktiver Beziehung als ein Meisterwerk bezeichnet werden.

Die einzige, wesentliche Verbesserung, welche dasselbe später erfahren hat, besteht in der Ersetzung des einfachen Magnetstabes durch einen Hufeisenmagnet.

Hierdurch wird erreicht, dass die Eisenmembran in zwei Punkten anstatt in einem angegriffen wird und dadurch Schwingungen von grösserer Amplitude ausführt, und dass andererseits die Inductionswirkung verdoppelt wird, indem man beide Pole mit Rollen versieht.

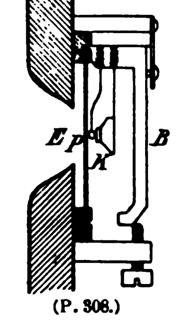
Zweipolige Telephone wurden construirt von SIEMENS und HALSKE, ADER, GOWER u. A.

Das Telephon ist stets als Empfänger benutzt worden. Dagegen wird es gewöhnlich vortheilhafter sein, als Sender einen Apparat zu gebrauchen, welcher Wechselströme von grösserer Amplitude hervorbringt, als ein Telephon. Dies leistet das Mikrophon. Dasselbe wurde in principiell sehr ähnlichen Formen, gleichzeitig von R. LÜDTGE, HUGHES, BERLINER u. A. im Jahre 1878 angegeben.

Bei diesem Apparat bewirken die Luftschwingungen in der folgenden Weise periodische Veränderungen eines elektrischen Stromes.

Eine dünne, gegen Schallschwingungen empfindliche Platte (meist von Holz) trägt zwei Stücke von Kohle, welche mit schwachem Druck gegen einander gepresst sind.

Bei Erregung der Platte durch den Schall wird die Berührungsstelle der beiden Kohlenstücke derart verändert, dass ihr Widerstand gegen einen hindurchgehenden, galvanischen Strom abwechselnd grösser und kleiner wird. An Stelle der Kohle kann man auch andere leitende Substanzen, besonders Metalle, benutzen. Die Empfindlichkeit wird vergrössert, wenn man mehrere veränderliche Contakte in den Stromkreis einschaltet.



(P. 308.)

Die Mikrophone haben für den praktischen Gebrauch eine Reihe verschiedener Constructionen erhalten, von denen sich diejenigen von ADER, CROSSLEY, BERLINER und BLAKE besonders bewährt haben.

Als Beispiel lassen wir hier eine kurze Beschreibung eines BLAKE'schen Mikrophons folgen.

Der Schall trifft bei demselben (Fig. 308) zunächst die Eisenmembran E, gegen welche die Contakte P und K mit schwachem Druck sich anlehnen. Hiervon ist P eine kleine, an einer schwachen Feder befestigte Platinkugel, K eine in einer Messingfassung sitzende Kohlenplatte. Die ganze Contaktvorrichtung ist an einem Eisenbügel B befestigt. Durch Anziehen der Schraube S kann man bewirken, dass der Druck, mit welchem E, P, K gegen einander gepresst werden, grösser wird. Bei Erregung der Eisenplatte durch Schall nimmt der Druck zwischen P und K periodisch zu und ab.

Ist in den Stromkreis des Mikrophons und einer Kette, welche nicht zu stark sein darf, ein Telephon eingeschaltet, so wirken die Stromschwankungen bei Erregung des veränderlichen Contaktes auf dasselbe derart, dass es tönt.

In der Praxis hat man es aber aus verschiedenen Gründen vorgezogen, den Batteriestrom nicht direkt durch das Telephon zu leiten, sondern für letzteres einen Inductionsstrom zu benutzen, welcher durch die Schwankungen des Batteriestromes hervorgebracht wird. Letzterer geht deshalb durch die eine Wickelung eines kleinen Inductionsapparats mit Eisenkern, während das Telephon mit den secundären Windungen in Verbindung steht. Das Inductorium ist gewöhnlich innerhalb des Holzkastens des Mikrophons angebracht. Die primäre Wickelung besteht aus einer kleineren Anzahl Windungen eines dicken, die secundäre Wickelung dagegen aus einer grossen Anzahl Windungen dünnen Drahts.

Hierdurch wird zunächst bewirkt, dass in dem Kreis des Telephons kein constanter Strom verläuft, sondern ein Wechselstrom. Da gewöhnlich die Windungen des Telephons einen grösseren Widerstand besitzen und hierzu noch der Widerstand von Leitungen kommt, deren Länge unter Umständen 1000 *km* übersteigt, so würde der Batteriestrom sehr schwach sein und die Widerstandsänderungen der Contaktstelle nur einen sehr kleinen Bruchtheil des Gesammtwiderstandes betragen. Durch die getroffene Anordnung erhält dagegen der secundäre Stromkreis eine sehr viel höhere elektromotorische Kraft. Die Amplituden des Wechselstroms haben daher trotz des grossen Widerstandes noch einen beträchtlichen Werth.

C. Fernsprechanlagen.

Nach den bisherigen Auseinandersetzungen würde eine praktisch brauchbare Fernsprecheinrichtung in ihrer einfachsten Form für jeden Theilnehmer aus einem Sender (Telephon oder Mikrophon) und einem Empfänger (Telephon) bestehen, wobei eventuell dasselbe Telephon für beide Zwecke dienen kann. Hierzu kommt aber noch eine Vorrichtung, durch welche man benachrichtigt wird, dass eine Unterredung beginnen soll oder umgekehrt, durch welche der Theilnehmer selbst seinen Wunsch zu sprechen ausdrücken kann.

Es dient dazu eine elektromagnetische Klingel, welche als Wecker bezeichnet wird. Dieselbe wird entweder dadurch erregt, dass eine galvanische Kette geschlossen wird (Batteriewecker), oder durch Drehung einer kleinen magnetelektrischen Maschine (Wechselstromwecker). Wird die erste Form benutzt, so ist die Einrichtung getroffen, dass durch Abnehmen des Telephons von dem Fernsprechapparat der Stromschluss erfolgt. Dient ein Mikrophon als Sender, so wird ebenfalls durch Abnehmen des Telephons der Stromkeis desselben geschlossen.

Die angeführten Apparate, die gewöhnlich an einem Brett befestigt sind, bilden eine Einzelstation. Von derselben geht eine Leitung nach einer Centralstation, dem Vermittelungsamt.

Die Leitungen werden entweder oberirdisch oder unterirdisch geführt und bestehen aus dünnem Kupferdraht.

Laufen, wie gewöhnlich, mehrere Leitungen längere Strecken parallel neben einander, so tritt der Uebelstand ein, dass der Wechselstrom der einen Leitung inducirend auf die Nachbarleitungen wirkt, so dass man auf derselben ebenfalls das in der ersten Leitung geführte Gespräch hören kann und dass durch die Nebengeräusche die Verständigung erschwert ist. Bei oberirdischen Leitungen wird dies am einfachsten vermieden, wenn man, mit Verzicht auf Benutzung der Erdleitung, die Verbindung durch zwei neben einander laufende Drähte herstellt (Schlaufe), da jetzt die in dem einen Draht inducirte elektromotorische Kraft durch eine gleich grosse, aber entgegengesetzt wirkende Kraft in dem zweiten Draht aufgehoben wird.

Unterirdische Leitungen werden benutzt, wenn die Anzahl paralleler Leitungen auf derselben Strecke sehr gross ist. In diesem Fall werden die einzelnen, isolirten Leitungen zu einem Kabel vereinigt. Hier würde die Wechselinduction noch störender wirken. Man hat verschiedene Methoden, dieselbe zu verringern, z. B. dadurch, dass man jeden einzelnen Draht mit einer dünnen, metallischen Schutzhölle (Stanniol) versieht.

Eine eingehendere Beschreibung einer Centralstation würde hier zu weit führen. Es müssen dort zunächst Signalapparate vorhanden sein, welche den

Beamten auf diejenigen Theilnehmer aufmerksam machen, welche eine Fernsprechverbindung wünschen, ferner Vorrichtungen (Umschalter), durch welche der Beamte die Verbindung zwischen den beiden Theilnehmern herstellt, welche mit einander sprechen wollen.

Bei der deutschen Reichspostverwaltung dient hierzu der Klappenschrank. Die Verbindung wird durch Einsetzen zweier Stöpsel mit einer Verbindungsschnur in Löcher an der erwähnten Vorrichtung bewirkt.

D. Telephon und Mikrophon als physikalische Apparate.

Die genannten Apparate waren zunächst erfunden worden, um dem praktischen Zweck der Verständigung auf grosse Entfernungen zu dienen. Dass sie denselben sofort und in überraschender Weise erfüllten, rief das Bestreben hervor, ihre Wirkungsweise in allen Einzelheiten kennen zu lernen und die dabei vorkommenden elektrischen und akustischen Vorgänge genauer zu verfolgen.

Ausserdem erwies sich besonders das Telephon als ein bequemer und nützlicher Apparat, schwache elektrische Ströme wahrzunehmen, und kann, ebenso wie auch das Mikrophon, noch zu manchen anderen Zwecken bei wissenschaftlichen Untersuchungen verwandt werden.

Wir schliessen mit einigen Bemerkungen über diese beiden Gegenstände.

1. Eine der merkwürdigsten Eigenschaften des Telephons ist seine Empfindlichkeit gegen die Einwirkung schwacher Ströme. Man hat deshalb mehrfach festzustellen gesucht, welche Minimalstärke ein Strom besitzen muss, wenn ein bestimmtes Telephon bei dem Durchgange des Stromes durch seine Wickelung einen noch eben wahrnehmbaren Schall hervorbringt.

Nach den ersten Versuchen hierüber von Warren de la Rue[1]), Pellat[2]) und Anderen lag die Intensität des Minimalstromes bei 10^{-9} Amp. Genauere Versuche (mit Berücksichtigung der Schwingungszahl des erregenden Tones) hat Ferraris[3]) angestellt. Bezeichnet man die Schwingungszahl mit n, die Minimalstromstärke mit i, so erhielt derselbe die folgenden Resultate:

	n	i
c_3	269	$23 \cdot 10^{-9}$ A.
f_3	352	$17 \cdot 10^{-9}$ „
a_4	440	$10 \cdot 10^{-9}$ „
c_4	523	$7 \cdot 10^{-9}$ „
d_4	594	$5 \cdot 10^{-9}$ „

Die Empfindlichkeit des Telephons nimmt also erheblich mit der Tonhöhe zu.

Uebrigens scheint bei diesen Versuchen auch viel auf die Art der Ton erregung, also auf die Klangfarbe des Tons anzukommen. Ferraris benutzte die Wirkung eines Stromes, welcher durch einen Wagner'schen Hammer unterbrochen wurde. Lord Rayleigh[4]) schickte dagegen einen Wechselstrom durch das Telephon, welcher durch einen rotirenden Magnet oder durch die Schwingungen einer magnetisirten Stimmgabel in einer Inductionsrolle erregt wurde.

---

[1]) Warren de la Rue, Beibl. 3, pag. 47.

[2]) Pellat, Beibl. 5, pag. 624. 1881.

[3]) Ferraris, Atti di Torino 13. 1878. — Beibl. 3, pag. 43.

[4]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5), pag. 285—295. 1894.

Der Verlauf eines solchen Stromes lässt sich durch eine Sinusfunction der Zeit ausdrücken.

Die Werthe der minimalen Stromstärke liegen etwas höher, wie die folgende Tabelle zeigt.

	n	i
Stimmgabel	128	$2800 \cdot 10^{-9}$ *A.*
Rotir. Magnet . . .	192	$250 \cdot 10^{-9}$ „
Stimmgabel	256	$83 \cdot 10^{-9}$ „
Rotir. Magnet . . .	370	$49 \cdot 10^{-9}$ „
Stimmgabel	320	$32 \cdot 10^{-9}$ „
„	384	$15 \cdot 10^{-9}$ „
„	512	$7 \cdot 10^{-9}$ „
„	640	$4{\cdot}4 \cdot 10^{-9}$ „
„	768	$10 \cdot 10^{-9}$ „

Die Schwingungsweite der Eisenmembran bei den schwächsten Bewegungen, bei welchen eben noch der Schall wahrnehmbar ist, beträgt ungefähr ein Milliontel Millimeter[1]).

Die Schallübertragung durch Combination zweier Telephone ist ein Vorgang, der eine grosse Analogie mit der Kraftübertragung hat. Man kann daher nach dem Verhältniss der Intensität des primären Schalles, welcher den Sender erregt, zu der Intensität der secundären Schallbewegung fragen, welche der Empfänger ausgiebt. Hierüber liegt eine Untersuchung von K. VIERORDT[2]) vor. Derselbe producirte einen Schall von messbarer Intensität, indem er eine Kugel auf eine Zinnplatte aus gemessener Höhe fallen liess. Ein über der Platte angebrachtes Telephon wird hierdurch erregt und die Intensität des Schalles soweit vermindert, dass derselbe in einem zweiten, entfernten Telephon eben noch hörbar ist. Hierauf wird der Schall abermals erregt, das Telephon aber durch das Ohr des Beobachters ersetzt und abermals das Minimum der Schallintensität bestimmt, welches eben noch wahrnehmbar ist. Die Schallintensität war im ersten Fall 577 Mal grösser als im zweiten. Der Empfänger würde hiernach nur $\frac{1}{577}$ der Schallintensität reproduciren, welche den Sender trifft.

Untersuchungen des Verlaufs der Telephonströme, besonders bei einer mehrfachen Uebertragung durch Transformatoren, wurden schon früher besprochen[3]). Neuere Versuche über den Verlauf dieser Ströme in längeren Leitungen wurden von A. FRANKE[4]) angestellt. Es spielt dabei, ausser der Selbstinduction, die Capacität der Drähte eine wichtige Rolle.

2) Das Telephon hat vielfache Anwendung gefunden, schwache Ströme, besonders schwache Wechselströme nachzuweisen uud zu constatiren, dass dieselben in einem Leitungszweig zum Verschwinden gebracht worden sind.

Besonders wurde dasselbe zuerst von F. KOHLRAUSCH[5]) angewandt bei der Bestimmung des Widerstandes von Flüssigkeiten mit Hilfe von Wechselströmen.

---

[1]) A. FRANKE, Elektrotechn. Zeitschr. 11, pag. 289. 1890.
[2]) K. VIERORDT, WIED. Ann. 19, pag. 207—213. 1883.
[3]) Handbuch (3) 2, pag. 395.
[4]) A. FRANKE, Elektrotechn. Zeitschr. 12, pag. 447 u. 458. 1891.
[5]) F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 11, pag. 656. 1880.

Wir führen hier nur noch einige Abhandlungen an, welche das Verhalten des Telephons bei dieser Methode betreffen.

BOUTY et FOUSSEREAU, Compt. rend. 101, pag. 373—375. 1888.

M. WIEN, WIED. Ann. 42, pag. 593—621. 1891.

A. ELSASS, WIED. Ann. 44, pag. 666—680. 1891.

F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 49, pag. 225—251. 1893.

Zur Bestimmung von Dielektricitätsconstanten wurde das Telephon benutzt von:

A. WINKELMANN, WIED. Ann. 38, pag. 161—172. 1889. — A. ELSASS, WIED. Ann. 44, pag. 654—665. 1891.

Ueber eine Discussion dieser Methode vergl.

E. COHN, WIED. Ann. 46, pag. 135—138. 1892. — A. WINKELMANN, WIED. Ann. 46, pag. 666—680. 1892.

Ueber das Verhalten des Telephons gegen hoch gespannte Elektricität hat L. WEBER[1]) bemerkenswerthe Versuche angestellt.

Auch unter dem Einfluss eines Magnetfeldes von wechselnder Intensität giebt ein Telephon Töne, ohne dass es nöthig wäre, einen Strom durch dasselbe zu senden. Versuche hierüber hat S. KALISCHER[2]) angestellt.

Wird das Telephon direkt durch einen intermittirenden Strom oder durch einen Wechselstrom erregt, so kann dasselbe bei akustischen Versuchen als Schallquelle dienen[3]).

Endlich kann das Mikrophon zu akustischen Untersuchungen, besonders zur Messung der Schallstärke benutzt werden[4]). A. OBERBECK.

Pyro- und Piëzoelektricität.

I. Pyroelektricität.

Aelteste Beobachtungen. Gewisse Krystalle besitzen die Eigenschaft, durch Temperaturänderungen Elektricität zu entwickeln: man bezeichnet dieselben nach BREWSTER[5]) als pyroelektrisch. Zuerst beobachtet wurde diese Eigenschaft im Jahre 1703 am Turmalin aus Ceylon, indem holländische Juweliere bemerkten, dass dieser, wenn er auf glühende Kohlen gelegt worden war, Aschentheilchen anzog und wieder abstiess. Die elektrische Natur dieser Wirkungen erkannte zuerst AEPINUS[6]) 1756, welcher auch beobachtete, dass an den beiden Enden der Turmalinprismen stets entgegengesetzte elektrische Pole auftreten, und dass deren Vorzeichen bei der Erwärmung das umgekehrte ist, wie bei der Abkühlung, so dass also der eine Pol (der analoge nach RIESS' Bezeichnung) beim Erwärmen, der andere (der antiloge) beim Erkalten positiv elektrisch wird.

---

[1]) L. WEBER, WIED. Ann. 8, pag. 515—525. 1879.

[2]) S. KALISCHER, WIED. Ann. 41, pag. 484—502. 1890.

[3]) Vergl. M. WIEN, WIED. Ann. 36, pag. 834—887. 1889.

[4]) A. OBERBECK, WIED. Ann. 13, pag. 222—255. 1881 u. G. STERN, WIED. Ann. 42, pag. 622—638. 1891.

[5]) BREWSTER, Edinb. Journ. of Science I, pag. 208. 1825. POGG. Ann. 2, pag. 298. 1824.

[6]) AEPINUS, Mém. Akad. Berlin 1756, pag. 105; Recueil sur la tourmaline, Petersburg 1762.

Bald darauf machte CANTON[1]) die wichtige Bemerkung, dass die Elektricitätsentwickelung nicht durch die Erwärmung an sich, sondern durch die Temperaturänderung bedingt ist, und fand dementsprechend die letztgenannte Beobachtung von AEPINUS bestätigt; ferner wies er nach, dass die beiden Elektricitäten stets in gleichen Mengen entwickelt werden, und dass jedes Stück eines Turmalins wieder zwei Pole zeigt, wie der ganze Krystall.

Beziehungen zur Krystallform. Der nächste wesentliche Fortschritt in der Erkenntniss der pyroelektrischen Erscheinungen besteht in der Entdeckung HAUY's[2]), dass die elektrische Axe eine polare Axe der Krystallform ist, d. h. dass die Turmalinkrystalle an den beiden elektrischen Polen von verschiedenen Flächen begrenzt werden. Diesen Zusammenhang fand er auch am Kieselzinkerz bestätigt, sowie am Boracit, welcher an den Ecken des Würfels abwechselnde elektrische Pole aufwies, entsprechend den vier polaren dreizähligen Axen. Demnach hielt HAUY, und nach ihm RIESS, G. ROSE u. A., das Vorhandensein polarer Axen für die wesentliche Bedingung für das Auftreten der Pyroelektricität. Als die Beobachtungen, namentlich durch HANKEL, auf eine grössere Zahl von Krystallen ausgedehnt wurden, fand man aber auch bei solchen mit centrisch symmetrischer Ausbildung, also ohne polare Axen, (z. B. bei Topas, Schwerspath) pyroelektrische Erregbarkeit; daher vertrat HANKEL die Ansicht, dass letztere eine allen Krystallen, soweit sie hinreichend isoliren, zukommende Eigenschaft sei. Indessen hob er selbst hervor, dass die elektrische Vertheilung bei den centrisch symmetrischen Krystallen nicht nur von der inneren Struktur, sondern auch von der zufälligen äusseren Form abhängt und sich somit durch Zerschneiden des Krystalls ändert.

Es besteht hinsichtlich des pyroelektrischen Verhaltens der Krystalle ferner der Unterschied, dass bei gleichförmiger Temperaturänderung nur diejenigen mit einer ausgezeichneten polaren Axe, oder, wie man sagt, die hemimorphen Krystalle, zu welchen die in der Natur noch nicht beobachteten hemiëdrischen Gruppen des monoklinen und triklinen Systems hinzuzufügen sind, pyroelektrisch erregt werden können, da es offenbar bereits eine ausgezeichnete Richtung, die mit der gerade entgegengesetzten nicht physikalisch gleichwerthig ist, im Krystall geben muss, damit derselbe bei gleichförmiger Temperaturänderung, wobei sich ja seine Symmetrie nicht ändert, überhaupt ein elektrisches Moment, also eine elektrische Polarität, annehmen kann. Alle anderen Krystalle können eine Elektricitätsentwickelung nur bei ungleichförmigen Temperaturänderungen zeigen, welche im Allgemeinen von Spannungen begleitet sind; und in der That brachte sowohl die alsbald zu beschreibende Beobachtungsmethode von HANKEL, als auch diejenige von FRIEDEL (bei der die zu prüfende Krystallplatte mit einer erhitzten, mit einem Elektroskop verbundenen metallenen Halbkugel berührt wurde), eine ungleichförmige Temperaturvertheilung mit sich. Nach theoretischen Ueberlegungen, auf die wir unten eingehen werden, sollten freilich auch in diesem Falle nur diejenigen Krystalle, welche, wie z. B. der Quarz, eines Centrums der Symmetrie entbehren, pyroelektrisch werden. Für die mehr oder weniger unregelmässigen und von der Ausbildung der Krystalle abhängigen pyroelektrischen Erscheinungen an centrisch symmetrischen Krystallen ist eine ausreichende Erklärung noch nicht gegeben; in manchen Fällen, wie beim Topas,

---

[1]) CANTON, Phil. Transactions 1759, pag. 51, 398.

[2]) HAUY, Mém. de l'Institut, T. I, pag. 49; Traité de minéralogie III, pag. 15; Grundlehren der Physik, Weimar 1804, Bd. 1, § 459, pag. 488.

scheint sie mit Wachsthumsanomalien im Zusammenhang zu stehen. — Wir werden uns in der unten folgenden Aufzählung specieller Beobachtungsresultate auf die hemimorphen Krystalle beschränken, und verweisen wegen des pyroelektrischen Verhaltens von Krystallen mit mehreren polaren Axen, wie Quarz, Strontiumhyposulfat, Zinkblende, Natriumchlorat, Helvin, Seignettesalz, Asparagin u. a. auf die Abhandlungen von HANKEL, sowie auf dessen Artikel in WIEDEMANN's Elektricitätslehre, Bd. 2, § 378—385, und auf LIEBISCH's physikalische Krystallographie, pag. 255—259.

Beobachtungsmethoden. Die älteren Beobachtungen wurden meist in der Weise angestellt, dass die zu untersuchende Stelle des sich abkühlenden Krystalls mit dem Zuleitungsdraht eines Elektroskops berührt, oder ihr dessen Spitze genähert wurde. RIESS und ROSE[1]) bedienten sich eines BOHNENBERGERschen Elektroskops und erwärmten die Krystalle in einem Bade von feinem Schrot; die beim Herausnehmen des Krystalls etwa entstehende Reibungselektricität wurde durch kurzes Bespülen mit einer Alkoholflamme entfernt. Bei den sehr ausgedehnten Untersuchungen von HANKEL[2]) wurden die Krystalle bis auf die zu prüfende Stelle mit Kupferfeilicht umgeben, in einem kleinen Ofen erhitzt, nach dem Herausnehmen ebenfalls mittelst einer Alkoholflamme von der elektrischen Ladung befreit und dann der Abkühlung überlassen; zur Prüfung diente ein HANKEL'sches Elektrometer.

Sehr erleichtert wurde die Untersuchung der Krystalle auf Pyroelektricität durch das von KUNDT[3]) 1883 angegebene Bestäubungsverfahren, welches gestattet, die Elektricitätsvertheilung auf der ganzen Oberfläche eines Krystalls zugleich sichtbar zu machen. Dieses Verfahren besteht darin, dass man den zu untersuchenden Krystall, der zuvor in einem Luftbade auf die gewünschte Maximaltemperatur erwärmt worden ist, während der Abkühlung mit einem Gemenge von Schwefel und Mennige bestäubt, welches durch ein Sieb von Mousselin hindurchgeblasen wird. Hierbei wird nämlich das Schwefelpulver negativ, das Mennigepulver positiv elektrisch, in Folge wovon das erstere an den positiv, das letztere an den negativ elektrischen Stellen des Krystalls haften bleibt, sodass erstere gelb, letztere roth gefärbt erscheinen. Natürlich darf bei der Erhitzung des Krystalls die Schmelztemperatur des Schwefels nicht überschritten werden; ferner dürfen die Krystalle keine Risse oder stark einspringende Winkel haben. Im Uebrigen gestattet aber die Methode, selbst ganz kleine Krystalle leicht und sicher auf Pyroelektricität zu prüfen, und ist daher bei den neueren qualitativen Untersuchungen fast immer angewandt worden. —

Qualitative Beobachtungsergebnisse. Im Nachstehenden geben wir eine Uebersicht der bisher bekannten Krystalle, welche durch gleichförmige Temperaturänderungen pyroelektrisch erregbar sind. Wir ordnen dieselben nach den Symmetriegruppen und bedienen uns für letztere der von SCHÖNFLIES[4]) vorgeschlagenen Benennungen; um die charakteristischen (»erzeugenden«) Symmetrie-

[1]) RIESS und G. ROSE, Abhandl. Akad. d. Wiss., Berlin 1843, pag. 59. Vergl. auch RIESS, Lehre von der Reibungselektricität, 2. Band, pag. 472.

[2]) HANKEL, Inauguraldissertation 1839, Habilitationsschrift 1840, und zahlreiche Abhandlungen in POGG. Ann. und den Abhandlungen (Bd. 4, 8—12, 14, 18, 21) u. Berichten der k. sächs. Ges. d. Wiss. — Siehe auch G. WIEDEMANN's »Lehre von der Elektricität«, 2. Bd., § 377—387.

[3]) A. KUNDT, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1883, pag. 421. WIED. Ann. 20, pag. 592. 1883. A. KUNDT und E. BLASIUS, WIED. Ann. 28, pag. 145. 1886.

[4]) SCHOENFLIES, Krystallsysteme und Krystallstruktur, Leipzig 1891, pag. 146.

eigenschaften jedesmal kurz angeben zu können, bezeichnen wir symbolisch durch C ein Symmetriecentrum, durch E_x eine zur Richtung X senkrechte Symmetrieebene, durch A_x^m eine in die Richtung X fallende m-zählige Symmetrieaxe, durch S_x^m eine ebensolche »Spiegeldrehungsaxe« (— wegen der Definitionen dieser Symmetrieelemente vergl. das citirte Werk von SCHOENFLIES oder die physikalische Krystallographie von LIEBISCH —). Wir setzen dabei immer ein in zweckmässiger Weise gegen den Krystall orientirtes rechtwinkliges Axensystem X, Y, Z voraus, dessen Z-Axe wir stets, wenn eine vor allen ausgezeichnete Richtung vorhanden ist, in diese legen.

Hemimorphie des monoklinen Systems. A_z^2.

Rohrzucker[1]). Am antilogen Pol treten die Flächen von $(\bar{1}10)$, $(0\bar{1}1)$ und $(\bar{1}\bar{1}1)$, am analogen nur (110) auf.

Milchzucker[2]). Analoger Pol am negativen (linken) Ende der Symmetrieaxe (krystallographischen b-Axe), ausgezeichnet durch die Flächen $(0\bar{1}1)$.

Weinsäure[3]). Bei Rechtsweinsäure liegen die Flächen (011), bei Linksweinsäure $(0\bar{1}1)$ am antilogen Ende der Symmetrieaxe. Sehr leicht elektrisch erregbar. —

Lithiumsulfat, $(Li_2SO_4 + H_2O)$[4]). Die Flächen von (210) treten nur am linken, und zugleich jene von (123) nur am rechten Ende der b-Axe auf, oder umgekehrt; erstere bezeichnen immer den analogen Pol.

Hemimorphie des rhombischen Systems. $A_z^2 E_x$.

Kieselzinkerz[5]). Am analogen Pol liegen die Flächen (001), (101), (301), 011), am antilogen $(1\bar{2}\bar{1})$ und $(01\bar{1})$.

Struvit[6]). Am analogen Pol $(00\bar{1})$ und $(10\bar{3})$, am antilogen (101) und (011) bei der gewöhnlichen Ausbildung. Schon durch die Handwärme merklich elektrisch werdend.

Prehnit[7]). Die meist vom Prisma (110) und der Basis (001) begrenzten Krystalle lassen die Hemimorphie nach der a-Axe nicht durch die Flächenentwickelung, sondern nur durch die Aetzfiguren und das elektrische Verhalten erkennen. Oft sind sie, wie erst TRAUBE nachwies, Zwillinge nach (100), welche dann an beiden stumpfen Prismenkanten gleiche elektrische Pole und in der Mitte der Basis einen entgegengesetzten zeigen und daher von RIESS als centralpolar im Gegensatz zu dem gewöhnlichen »terminal polaren« Verhalten bezeichnet wurden.

---

[1]) HANKEL, De thermoelectr. crystallorum, Diss. 1839; POGG. Ann. 49, pag. 495. 1840. RIESS, Lehre von der Reibungselektricität, Bd. 2, pag. 486. 1853.

[2]) H. TRAUBE, Neues Jahrb. f. Miner. Beilagebd. 7, pag. 432. 1890. — HANKEL u. LINDENBERG, Abh. k. sächs. Ges. d. Wiss. 18. pag. 393. 1893.

[3]) BÖTTGER, POGG. Ann. 43, pag. 659. 1838. HANKEL, POGG. Ann. 49, pag. 500. 1840.

[4]) H. TRAUBE, N. Jahrb. f. Miner. 1892, II, pag. 66.

[5]) KÖHLER, POGG. Ann. 17, pag. 149. 1829. — HANKEL, POGG. Ann. 49, pag. 503. 1840. — RIESS und G. ROSE, Abhandl. d. Akad. d. Wiss. Berlin 1843, pag. 70. POGG. Ann. 59, pag. 362. 1843. — BAUER und BRAUNS, N. Jahrb. f. Miner. 1889. I, pag. 1.

[6]) HAUSMANN, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1846, pag. 121. — RIESS, Reibungselektricität 2, pag. 485. — KALKOWSKY, Ztschr. f. Kryst. 11, pag. 1. 1885.

[7]) RIESS, Abhandl. Akad. d. Wiss. Berlin. 1843, pag. 91. — Reibungselektricität 2, pag. 481. 1853. — HANKEL, Abhandl. k. sächs. Ges. d. Wiss. 12, pag. 28. 1883. — H. TRAUBE, N. Jahrb. f. Miner. Beilagebd. 9, pag. 134. 1894.

Resorcin[1]. Am analogen Pol (101), am antilogen $(11\bar{1})$ und zuweilen auch $(10\bar{1})$. Sehr stark erregbar.

Neutrales weinsaures Kali[2]. Das durch eine gerade Endfläche begrenzte Ende der Symmetrieaxe wird analog elektrisch, das dachförmig zugeschärfte Ende antilog.

Hemimorphie Tetartoëdrie des tetragonalen Systems. $A_z{}^4$.

Weinsaures Antimonoxyd-Baryum[3]. Der analoge Pol ist durch die Flächengruppe $(11\bar{1})$, der antiloge durch (111) und (201) begrenzt.

Succinjodimid[6]. Am analogen Pol $(22\bar{1})$, am antilogen (111).

Hemimorphie des rhomboëdrischen Systems. $A_z{}^3 E_x$.

Turmalin[4]. Die häufigsten Formen sind das hexagonale Prisma $(11\bar{2}0)$, das trigonale Prisma $(10\bar{1}0)$, das Grundrhomboëder $(10\bar{1}1)$ bezw. $(10\bar{1}\bar{1})$, das spitzere Rhomboëder $(02\bar{2}1)$ und das Scalenoëder $(21\bar{3}1)$ am antilogen, das stumpfere Rhomboëder $(01\bar{1}\bar{2})$ und die Basis $(000\bar{1})$ am analogen Pol. Die Pole lassen sich in den meisten Fällen daran unterscheiden, dass die Flächen des Grundrhomboëders am analogen Pol auf die Flächen, am antilogen auf die Kanten des trigonalen Prismas aufgesetzt sind. — Ueber Unterschiede im pyroelektrischen Verhalten der Turmaline verschiedener Fundorte vergl. pag. 532.

Wasserfreies Natrium-Lithiumsulfat[5], $NaLiSO_4$. Die Krystalle sind begrenzt von zwei trigonalen Prismen von verschiedener Flächenbeschaffenheit, dem Rhomboëder $(10\bar{1}1)$ und Skalenoëder $(22\bar{4}3)$; an dem Ende der Hauptaxe, wo die Rhomboëderflächen auf die glatten Prismenflächen gerade aufgesetzt sind, liegt der antiloge Pol. Die meisten Krystalle sind Zwillinge, die mit den analogen Polen verwachsen sind, und zeigen daher bei der Abkühlung an beiden Enden positive, in einer mittleren Zone negative Elektricität.

Bromsaures Kali[8]. Am analogen Ende sind die Flächen $(01\bar{1}2)$ grösser ausgebildet.

Hemimorphe Tetartoëdrie des hexagonalen Systems. $A_z{}^6$.

Rechtsweinsaures Antimonoxyd-Strontium und -Blei[6]. Die prismatischen Krystalle sind am analog elektrischen Ende von $(20\bar{2}\bar{1})$, am antilogen von $(10\bar{1}1)$ begrenzt.

Kalium-Lithium-Sulfat, $KLiSO_4$[7]. Bei einfachen Krystallen liegt der antiloge Pol an dem durch das Auftreten von Pyramidenflächen spitzeren Ende. Die meisten Krystalle sind jedoch Zwillinge, wobei die beiden Individuen mit den analogen Polen verwachsen sind, so dass die Krystalle sich pyroelektrisch ebenso verhalten wie diejenigen des $NaLiSO_4$. Gleiches gilt von den mit $KLiSO_4$ isomorphen Verbindungen $KLiSeO_4$, $K_2SO_4 + Li_2CrO_4$, $18\,KLiSO_4 + 1\,KLiMoO_4$ und Mischkrystallen von $KLiSO_4$ und $KLiCrO_4$; bei der zweiten von ihnen sind die beiden Zwillingsindividuen aber mit den antilogen Polen

---

1) HANKEL und LINDENBERG, Abh. k. sächs. Ges. d. Wiss. 18, pag. 392. 1893.

2) HANKEL, POGG. Ann. 53, pag. 620. 1841.

3) H. TRAUBE, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen. 1892, pag. 365.

4) KÖHLER, POGG. Ann. 17, pag. 148. 1829. — G. ROSE, Abh. Akad. d. Wiss. Berlin 1836, pag. 215; POGG. Ann. 39, pag. 285. 1836. — RIESS und ROSE, Abh. Akad. d. Wiss., Berlin 1843, pag. 59; POGG. Ann. 59, pag. 357. 1843. — H. SCHEDTLER, N. Jahrb. f. Miner. Beil. Bd. 4, pag. 519. 1886.

5) H. TRAUBE, N. Jahrb. f. Miner. 1892, II, pag. 62.

6) H. TRAUBE, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1892, pag. 363.

7) H. TRAUBE, N. Jahrb. f. Miner. 1892, II, pag. 58 und 1894, I, pag. 171.

8) H. TRAUBE, Zeitschr. f. Kryst. 23, pag. 577, 579. 1894.

verwachsen und durchdringen sich oft gegenseitig, was ebenfalls durch die Bestäubung hervortritt[1]).

Bromshikimilacton, $C_7H_9BrO_5$. Am antilogen Pol $(10\bar{1}1)$, am analogen $(20\bar{1}\bar{1})$ (H. Traube).

Tetartoëdrie des rhomboëdrischen Systems. $A_2{}^3$.

Ueberjodsaures Natrium[2]). Das Ende der Symmetrieaxe, an welchem die Basis grösser ausgebildet ist, ist der antiloge Pol.

Quantitative Beobachtungen von Gauguin und Riecke.

Um die quantitativen Beziehungen zwischen der Temperaturänderung und der entwickelten Elektricitätsmenge am Turmalin zu studiren, verband Gauguin[3]) den einen Pol des in einem Luftbad sich erwärmenden oder abkühlenden Krystalls, während dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet war, mit einem zur Selbstentladung eingerichteten Goldblattelektroskop und beobachtete die Anzahl der Entladungen; bei hinreichend kleiner Capacität des Elektroskops giebt diese ein relatives Maass für die entwickelte Elektricitätsmenge. Er gelangte so zu folgenden Resultaten:

1) Die durch eine Erwärmung und die durch eine gleichgrosse Abkühlung entwickelten Elektricitätsmengen sind entgegengesetzt gleich.

2) Die gesammte bei einer bestimmten Temperaturänderung entwickelte Elektricitätsmenge ist nur abhängig von deren Umfange, nicht von der Zeit, in welcher sie stattfindet.

3) Die von verschiedenen Turmalinkrystallen gelieferten Elektricitätsmengen sind unabhängig von deren Länge, aber proportional deren Querschnitten. Dementsprechend erhält man keine Vermehrung der Elektricitätsmengen, wenn man mehrere Turmaline mit ihren ungleichnamigen Polen zu einer Kette verbindet, wohl aber, wenn man sie mit den gleichnamigen Polen verbindet.

Bei den Beobachtungen von Gauguin wurde die Elektricitätszerstreuung während der Erkaltung nicht berücksichtigt, da dieselbe durch die Versuchsanordnung möglichst vermieden war. Eine eingehende Untersuchung, durch welche das Gesetz des Ansteigens und Wiederabnehmens der Ladung frei erkaltender Turmalinkrystalle unter der Wirkung der Zerstreuung, sowie die Beziehung der erreichten Maximalladung zur Anfangstemperatur ermittelt werden sollte, unternahm Riecke[4]) 1885. Die Versuchsanordnung war hier die, dass der Krystall, nachdem er in einem Luftbad von constanter hoher Temperatur während einer gemessenen Zeit erwärmt worden war, an Coconfäden über dem Knopfe eines Goldblattelektroskops aufgehängt, und die Divergenz der Goldblätter während der Abkühlung des Krystalls gemessen wurde. Zunächst wurde durch Veränderung der Erwärmungsdauer festgestellt, dass bei gleicher Erwärmungstemperatur die grösste Elektricitätsentwickelung erreicht wird, wenn der Krystall in seinem ganzen Innern die gleiche Temperatur hatte annehmen können, und dass die im Falle ungleichmässiger Erwärmung entwickelte Elektricitätsmenge ungefähr der Mitteltemperatur des Krystalls entspricht. Das im Verlauf der Abkühlung erreichte Maximum der Ladung zeigte im Allgemeinen ein gleichmässiges Anwachsen mit der Erhitzungstemperatur.

---

1) H. Traube, N. Jahrb. f. Miner. 1894, I, pag. 180.

2) Hankel und Lindenberg, Abh. k. sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 21. 1894.

3) Gauguin, Compt. rend. T. 42, pag. 1264. 1856; T. 43, pag. 916, 1122. 1856; T. 44, pag. 628. 1857. — Ann. de chim. et de phys. (3) 57, pag. 5, 1859 und (4), 6, pag. 41 (Art. 382—388), 1865.

4) Riecke, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1885, pag. 405—440.

Bezüglich des zeitlichen Verlaufs der Ladung η während der Abkühlung ergab sich, dass er dem Gesetze folgt

$$\eta = H \cdot \frac{qe^{-at} - ae^{-qt}}{q - a},$$

worin H das erreichte Maximum der Ladung, t die seit dessen Eintritt vergangene Zeit, a den Coefficienten des NEWTON'schen Erkaltungsgesetzes, und q eine der oberflächlichen Leitungsfähigkeit des Krystalls proportionale Grösse bezeichnet. Letztere erwies sich allerdings selbst je nach der Beschaffenheit der Krystalle mehr oder weniger abhängig von der Temperatur, und zwar nahm sie meist mit sinkender Temperatur zu, offenbar in Folge der dann eintretenden Condensation einer Feuchtigkeitsschicht auf der Oberfläche der Krystalle.

Theoretische Vorstellung von W. THOMSON; Fundamentalversuche von RIECKE.

Das soeben angeführte Gesetz der Elektricitätsentwickelung eines sich frei abkühlenden Turmalins hat Riecke l. c. pag. 430 theoretisch abgeleitet auf Grund der von W. THOMSON[1]) zuerst ausgesprochenen Annahme, dass sich ein pyroelektrischer Krystall mit einer polaren Symmetrieaxe in einem Zustand permanenter gleichförmiger dielektrischer Polarisation nach jener Axe befinde, also einem permanenten Magnete zu vergleichen sei, und dass die Intensität dieser natürlichen dielektrischen Polarisation eine Function der Temperatur sei. Ist der Krystall von einem nicht völlig isolirenden Medium umgeben, oder ist seine Oberfläche etwas leitend, so inducirt jene innere Polarisation eine elektrische Oberflächenbelegung, welche ihre Wirkung nach aussen hin genau compensirt; daher entzieht sich der natürliche Polarisationszustand für gewöhnlich der Wahrnehmung. Erleidet nun aber der Krystall eine Temperaturänderung, so ändert sich die innere Polarisation sogleich in entsprechendem Maasse, während zur Herausbildung der den neuen Polarisationszustand compensirenden Oberflächenschicht längere Zeit erforderlich ist; in Folge davon übt der Krystall während der Temperaturänderung auf seine Umgebung elektrische Kräfte aus, welche zunächst von Null an zu einem gewissen Maximum anwachsen und dann asymptotisch wieder auf Null sinken. Ist diese Vorstellung richtig, so muss ein Turmalin, der, anfangs unelektrisch, in einer völlig isolirenden Umgebung erkaltet, die während der Abkühlung auftretende elektrische Polarität dauernd behalten. Dies fand nun RIECKE[2]) auch durch den Versuch bestätigt, indem er erhitzte Turmalinkrystalle unter einer Luftpumpenglocke, in welcher die Luft sorgfältig getrocknet, von Staub befreit und schwach verdünnt war, isolirt aufhing und die Divergenz eines darunter stehenden Goldblattelektroskops beobachtete; es zeigte sich bei mehreren Turmalinen noch nach 20 bis 30 Stunden eine merkliche Ladung, während die Zeit, nach welcher der Ueberschuss ihrer Temperatur über diejenige des Abkühlungsraumes bis auf $\frac{1}{2}°$ gesunken war nur etwa 1 Stunde betrug.

Durch eine zweite Versuchsreihe wies RIECKE[3]) nach, dass das Vorzeichen der von einem Turmalin entwickelten Elektricität während der ganzen Abkühlung dasselbe bleibt, wie es nach der THOMSON'schen Anschauung zu erwarten war.

---

[1]) W. THOMSON, On the thermoelectric, thermomagnetic and pyroelectric properties of matter, NICHOL's Cyclopaedia of Phys. Sc. 2. ed. 1860. Phil. Mag. (5) 5, pag. 26. 1878. Math.-phys. Papers I, pag. 315.

[2]) RIECKE, WIED. Ann. Bd. 31, pag. 889. 1887.

[3]) RIECKE, l. c., pag. 902.

Bei diesen Versuchen waren die beiden Enden der Krystalle mit Stanniol überzogen, und das eine mit der Erde, das andere mit einem zur Selbstentladung eingerichteten FECHNER'schen Elektroskop verbunden, so dass in analoger Weise, wie bei den Versuchen von GAUGUIN, auch ein relatives Maass der entwickelten Elektricitätsmengen erhalten wurde. Da bei dieser Anordnung die oberflächliche Leitung nicht erheblich zur Geltung kommt, so muss die Elektricitätsmenge vom Beginn der Abkühlung an nach dem Gesetze

$$e = E(1 - e^{-at})$$

wachsen, worin a die frühere Bedeutung hat. Dieses Gesetz fand sich bei den 13 untersuchten Turmalinkrystallen gut bestätigt.

Weitere Messungen von RIECKE an Turmalin. Eine spätere, nach derselben Methode ausgeführte umfangreiche Untersuchung RIECKE's[1]) führte jedoch zu dem Resultat, dass nur bei einer gewissen Klasse von Turmalinen (grünen Krystallen von Brasilien und braunen vom Berge Gouverneur) der Coëfficient a einen constanten Werth besitzt, während er bei anderen (besonders solchen von Mursinsk) erst einige Minuten nach Beginn der Abkühlung constant wird, und bei einer dritten Gruppe von Krystallen (von Elba) während der Abkühlungszeit wächst.

Zu einer ähnlichen Gruppirung der verschiedenen Turmaline führte die Untersuchung der Abhängigkeit der gesammten entwickelten Elektricitätsmenge von der Differenz zwischen Erhitzungstemperatur und Endtemperatur. Ist ϑ diese Differenz, so lässt sich die Elektricitätsmenge durch folgende Formeln darstellen:

für die Turmaline von Brasilien $E = a\vartheta + b\vartheta^2$,
„ „ „ von Elba $E = a\vartheta - b\vartheta^2$,
„ „ schwarzen Turmaline von Mursinsk $E = a\vartheta + b\vartheta^2 - c\vartheta^3$,
„ „ rothen von Mursinsk und einige andere $E = a\vartheta - A$.

Diese Verschiedenheiten sind dadurch zu erklären, dass die Turmaline einerseits eine bei tieferen Temperaturen zunehmende oberflächliche, andererseits theilweise eine erst bei höheren Temperaturen auftretende innere Leitungsfähigkeit besitzen. Die Werthe der Constanten a, b, c, A wurden für 22 verschiedene Krystalle bestimmt, und ebenso die Constanten in den analogen Interpolationsformeln für das Moment der Gewichtseinheit, welches man aus E durch Multiplikation mit der durchschnittlichen Länge des Krystalls und Division durch seine Dichtigkeit erhält. — Die so erhaltenen Werthe sind zunächst auf eine willkürliche Elektricitätseinheit bezogen; um sie auf absolutes elektrostatisches Maass zu reduciren, verglich RIECKE[2]) den an einem bestimmten brasilianischen Turmalin nach der GAUGUIN'schen Methode gefundenen Werth E mit Beobachtungen, welche an demselben Krystall nach der früheren Methode (durch Messung der Divergenz eines gewöhnlichen Elektroskops) angestellt worden waren und die Berechnung der Oberflächendichtigkeit unter der Annahme gestatteten, dass der Krystall durch gerade Endflächen begrenzt, und eine scheinbare elektrische Belegung nur auf diesen vorhanden sei; das Elektroskop war zuvor mit Hilfe einer Probekugel, deren absolute Ladung mit einer Drehwaage gemessen wurde, graduirt worden[3]). Es ergab sich so z. B. die bei einer Abkühlung um 60·5° entwickelte maximale elektrische Dichte zu 32 elektrostatischen *C. G. S.*-Einheiten; hieraus folgt der Werth, den die Dichte bei vollkommener Isolation des

[1]) RIECKE, WIED. Ann. 40, pag. 264—306. 1890.
[2]) RECKE, WIED. Ann. 40, pag. 305.
[3]) RIECKE, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen, pag. 415—421.

Krystalls erreicht hätte, durch Multiplikation mit $(q/a)^{q/q-a}$, wo q und a die früher erwähnte Bedeutung haben, gleich 96 Einheiten, und die gleiche Zahl misst das entsprechende Moment der Volumeinheit. Unter Zugrundelegung dieser Zahl ergiebt sich die auf einem rothen Turmalin von Mursinsk, der die stärkste Erregung zeigte, bei einer Abkühlung um 100° bei vollkommener Isolation entwickelte Oberflächendichtigkeit gleich 180 Einheiten. Dies ist eine Dichtigkeit, welche die bei den gewöhnlichen elektrostatischen Maschienen erzeugte bei weitem übertrifft.

Es seien noch die empirischen Ausdrücke angeführt, welche das elektrische Moment der Volumeinheit in absolutem Maasse als Function der von 18° aus gerechneten Temperaturänderung für 5 verschiedene brasilianische Turmaline darstellen:

$$c_1 = [illegible]\,\vartheta + 0{\cdot}0022\,\vartheta^2,$$
$$c_3 = 1{\cdot}33\,\vartheta + 0{\cdot}0046\,\vartheta^2,$$
$$c_4 = 1{\cdot}18\,\vartheta + 0{\cdot}0051\,\vartheta^2,$$
$$c_5 = 0{\cdot}70\,\vartheta + 0{\cdot}0084\,\vartheta^2,$$
$$c_6 = 1{\cdot}04\,\vartheta + 0{\cdot}0056\,\vartheta^2.$$

II. Piëzoelektricität.

Erste Beobachtungen von J. und P. CURIE. Dass in Krystallen mit polaren Axen auch durch rein mechanische Einwirkung eine elektrische Polarisation erregt werden kann, haben J. und P. CURIE[1]) im Jahre 1880 entdeckt. Sie pressten solche Krystalle auf zwei zu einer polaren Axe senkrechten Flächen, die mit Zinnfolie belegt und mit den Quadranten eines THOMSON'schen Elektrometers verbunden waren, in einem Schraubstock und beobachteten die Ausschläge des Elektrometers; so fanden sie, dass die beiden Flächen bei einer Druckänderung entgegengesetzt elektrisch werden und zwar bei einer Zunahme des Druckes in umgekehrtem Sinne, wie bei einer Abnahme. Indem sie nach dieser Methode das Vorzeichen der an den beiden Enden der polaren Axen durch Druck entwickelten Elektricität bei Turmalin, Kieselzinkerz, Rohrzucker, Weinsäure, Quarz, Zinkblende, Helvin, Natriumchlorat und Seignettesalz bestimmten und mit demjenigen verglichen, welches bei der pyroelektrischen Erregung nach dem Verfahren von FRIEDEL beobachtet wurde, gelangten die genannten Forscher zu dem Resultate, dass durch Compression in der Richtung einer polaren Symmetrieaxe dasjenige Ende derselben positiv elektrisch wird, an welchem bei Abkühlung positive Elektricität auftritt. Dies führte sie zu der allgemeinen Annahme, dass bei der pyroelektrischen Erregung sowohl, wie bei der piëzoelektrischen, die Dilatationen in der Richtung der polaren Axen oder überhaupt die Deformationen der Volumelemente das Maassgebende seien, eine Anschauung, welcher sich auch RÖNTGEN anschloss[2]). Im Jahre 1890 machte VOIGT dieselbe zum Ausgangspunkt einer vollständigen Theorie der Piëzo- und Pyroelektricität[3]), welche gestattet, beide Arten von Erscheinungen

---

[1]) J. und P. CURIE, Compt. rend. T. 91, pag. 294, 383. 1880; Bull. soc. min. de France 3, pag. 90. 1880. — Die Bezeichnung »Piëzoelektricität« für diese Erscheinungen wurde von HANKEL (Abh. sächs. Ges. d. Wiss. 12, pag. 462. 1881) eingeführt.

[2]) J. u. P. CURIE, Compt. rend. 91, pag. 295. 1880. — RÖNTGEN, WIED. Ann. 19, pag. 513. 1883.

[3]) W. VOIGT, Allgemeine Theorie der piëzo- und pyroelektrischen Erscheinungen an Krystallen. Abhandl. Ges. d. Wiss. Göttingen Bd. 36. 1890.

mit Hilfe einer bestimmten Anzahl für jeden Krystall experimentell zu bestimmender Constanten quantitativ vorauszuberechnen.

Von dieser Theorie soll im Folgenden eine kurze Darstellung gegeben werden, und in Verbindung damit werden auch die weiteren Experimentaluntersuchungen auf dem Gebiete der Piëzoelektricität besprochen werden.

Allgemeine Theorie von VOIGT. Die Grundlage der Theorie bildet die Annahme, dass die bei der piëzo- oder pyroelektrischen Erregung an irgend einer Stelle eines Krystalles auftretende dielektrische Polarisation nur von der an derselben Stelle vorhandenen elastischen Deformation abhängt. Dabei werden allerdings gewisse Nebenwirkungen, insbesondere die Modifikation der dielektrischen Polarisation durch Selbstinduction, welche unter Umständen sehr bedeutend werden kann, vernachlässigt, indessen bietet es keine principielle Schwierigkeit, dieselben nachträglich im einzelnen gegebenen Fall in Rechnung zu ziehen. Obiger Annahme gemäss sind die nach den rechtwinkligen Coordinaten x, y, z genommenen Componenten a, b, c des elektrischen Momentes der Volumeinheit Functionen der sechs, die Deformation an derselben Stelle bestimmenden Grössen x_x, y_y, z_z, y_z, z_x, x_y, und zwar in erster Annäherung homogene lineare Functionen, da den Beobachtungen zufolge die elektrische Polarisation mit der sie erregenden Deformation zugleich das Zeichen wechselt (und ein etwa vorhandenes permanentes Moment hier unberücksichtigt bleiben kann). Demnach macht VOIGT folgenden allgemeinen Ansatz:

$$\text{I.}\quad \begin{cases} a = \varepsilon_{11} x_x + \varepsilon_{12} y_y + \varepsilon_{13} z_z + \varepsilon_{14} y_z + \varepsilon_{15} z_x + \varepsilon_{16} x_y, \\ b = \varepsilon_{21} x_x + \varepsilon_{22} y_y + \varepsilon_{23} z_z + \varepsilon_{24} y_z + \varepsilon_{25} z_x + \varepsilon_{26} x_y, \\ c = \varepsilon_{31} x_x + \varepsilon_{32} y_y + \varepsilon_{33} z_z + \varepsilon_{34} y_z + \varepsilon_{35} z_x + \varepsilon_{36} x_y, \end{cases}$$

worin die 18 »piëzoelektrischen Constanten« ε_{hk} von der Natur des Krystalls und der Orientirung des Coordinatensystems abhängen. Falls die Beobachtungen zeigen sollten, dass Temperaturänderungen auch dann noch, wenn dabei jede Deformation verhindert wird, elektrische Momente erregen, so müssten auf der rechten Seite der vorstehenden Ausdrücke noch mit der Temperatur proportionale Glieder hinzugefügt werden, deren Faktoren von drei neuen Constanten des Krystalls gebildet würden. Bisher liegt indessen keine Notwendigkeit zur Einführung dieser Glieder vor (vergl. unten pag. 536).

Da die Grössen x_x . . . . x_y zufolge der Elasticitätstheorie homogene lineare Functionen der elastischen Druckcomponenten X_x, Y_y, Z_z, Y_z, Z_x, X_y sind, so kann man dem Ansatz, soweit Temperaturänderungen ausgeschlossen werden, auch die folgende, für manche Anwendungen bequemere Form geben:

$$\text{II.}\quad \begin{cases} -a = \delta_{11} X_x + \delta_{12} Y_y + \delta_{13} Z_z + \delta_{14} Y_z + \delta_{15} Z_x + \delta_{16} X_y, \\ -b = \delta_{21} X_x + \delta_{22} Y_y + \delta_{23} Z_z + \delta_{24} Y_z + \delta_{25} Z_x + \delta_{26} X_y, \\ -c = \delta_{31} X_x + \delta_{32} Y_y + \delta_{33} Z_z + \delta_{34} Y_z + \delta_{35} Z_x + \delta_{36} X_y, \end{cases}$$

Die darin vorkommenden Constanten δ_{hk} werden von VOIGT die piëzoelektrischen Moduln genannt und sind mit den ε_{hk} durch die Relationen

$$\delta_{hk} = \sum_i \varepsilon_{hi} s_{ik}, \quad \varepsilon_{hk} = \sum_i \delta_{hi} c_{ik}$$

verknüpft, wo die s_{ik} (nach VOIGT's Bezeichnung) die Elasticitätsmoduln, die c_{ik} die Elasticitätsconstanten bedeuten.

Diese Ansätze behalten die allgemeinste Form mit 18 unabhängigen Constanten nur für die hemimorphen Krystalle des triklinen Systems, während für die übrigen Krystallgruppen in Folge ihrer Symmetrieeigenschaften bei Einführung eines passend gewählten Coordinatensystems eine mehr oder weniger grosse

Vereinfachung eintritt, welche sich dadurch ergiebt, dass die Gleichungen bei einer Vertauschung des Coordinatensystems mit einem krystallographisch äquivalenten ihre Form nicht ändern dürfen. In allen Gruppen mit einem Centrum der Symmetrie ergeben sich alle Constanten $= 0$, d. h. es kann überhaupt keine piëzoelektrische Erregung auftreten; dasselbe folgt ausserdem für die enantiomorphe Hemiëdrie des regulären Systems. Für die übrigen Gruppen geben wir nachstehend eine Uebersicht der specialisirten Gleichungen (II), wobei die Wahl des Coordinatensystems aus den jeder Gruppenbezeichnung beigefügten Symbolen für die erzeugenden Symmetrieelemente ersichtlich ist.

1) Triklines System, Hemiëdrie. Allgemeine Gleichungen II.

2) Monoklines System, Hemiëdrie. E_z.

$$-a = \delta_{11}X_x + \delta_{12}Y_y + \delta_{13}Z_z + \delta_{16}X_y,$$
$$-b = \delta_{21}X_x + \delta_{22}Y_y + \delta_{23}Z_z + \delta_{26}X_y,$$
$$-c = \delta_{34}Y_z + \delta_{35}Z_x.$$

3) Monoklines System, Hemimorphie. A_z^2.

$$-a = \delta_{14}Y_z + \delta_{15}Z_x, \quad -b = \delta_{24}Y_z + \delta_{25}Z_x,$$
$$-c = \delta_{31}X_x + \delta_{32}Y_y + \delta_{33}Z_z + \delta_{36}X_y.$$

4) Rhombisches System, Hemiëdrie. $A_z^2 A_x^2$.

$$-a = \delta_{14}Y_z, \quad -b = \delta_{25}Z_x, \quad -c = \delta_{36}X_y.$$

5) Rhombisches System, Hemimorphie. $A_z^2 E_x$.

$$-a = \delta_{15}Z_x, \quad -b = \delta_{24}Y_z, \quad -c = \delta_{31}X_x + \delta_{32}Y_y + \delta_{33}Z_z.$$

6) Tetragonales System, enantiomorphe Hemiëdrie. $A_z^4 A_x^2$.

$$-a = \delta_{14}Y_z, \quad -b = -\delta_{14}Z_x, \quad c = 0.$$

7) Tetragonales System, hemimorphe Hemiëdrie. $A_z^4 E_x$.

$$-a = \delta_{15}Z_x, \quad -b = \delta_{15}Y_z, \quad -c = \delta_{31}(X_x + Y_y) + \delta_{33}Z_z.$$

8) Tetragonales System, hemimorphe Tetartoëdrie. A_z^4.

$$-a = \delta_{14}Y_z + \delta_{15}Z_x, \quad -b = \delta_{15}Y_z - \delta_{14}Z_x, \quad -c = \delta_{31}(X_x + Y_y) + \delta_{33}Z_z.$$

9) Tetragonales System, sphenoidische Hemiëdrie. $S_z^2 A_x^2$.

$$-a = \delta_{14}Y_z, \quad -b = \delta_{14}Z_x, \quad -c = \delta_{36}X_y.$$

10) Tetragonales System, sphenoidische Tetartoëdrie. S_z^2.

$$-a = \delta_{14}Y_z + \delta_{15}Z_x, \quad -b = -\delta_{15}Y_z + \delta_{14}Z_x, \quad -c = \delta_{31}(X_x - Y_y) + \delta_{36}X_y.$$

11) Rhomboëdrisches System, enantiomorphe Hemiëdrie. $A_z^3 A_x^2$.

$$-a = \delta_{11}(X_x - Y_y) + \delta_{14}Y_z, \quad -b = -\delta_{14}Z_x - 2\delta_{11}X_y, \quad c = 0.$$

12) Rhomboëdrisches System, hemimorphe Hemiëdrie. $A_z^3 E_x$.

$$-a = \delta_{15}Z_x - 2\delta_{22}X_y, \quad -b = -\delta_{22}(X_x - Y_y), \quad -c = \delta_{31}(X_x + Y_y) + \delta_{33}Z_z.$$

13) Rhomboëdrisches System, Tetartoëdrie. A_z^3.
Superposition der Ausdrücke unter 11 und 12.

14) Hexagonales System, enantiomorphe Hemiëdrie. $A_z^6 A_x^2$. — Wie 6.

15) Hexagonales System, hemimorphe Hemiëdrie. $A_z^6 E_x$. — Wie 7.

16) Hexagonales System, hemimorphe Tetartoëdrie. A_z^6. — Wie 8.

17) Hexagonales System, Hemiëdrie mit 3-zähliger Symmetrieaxe. $A_z^3 E_z A_x^2$.

$$-a = \delta_{11}(X_x - Y_y), \quad -b = -2\delta_{11}X_y, \quad c = 0.$$

18) Hexagonales System, Tetartoëdrie mit 3-zähliger Symmetrieaxe. $A_z^3 E_z$.

$$-a = \delta_{11}(X_x - Y_y) - 2\delta_{22}X_y, \quad +b = \delta_{22}(X_x - Y_y) + 2\delta_{11}X_y, \quad c = 0.$$

19) Reguläres System, hemimorphe Hemiëdrie. $S_x^2 S_y^2$.

$$-a = \delta_{14}Y_z, \quad -b = \delta_{14}Z_x, \quad -c = \delta_{14}X_y.$$

20) Reguläres System, Tetartoëdrie. $A_x^2 = A_y^2 = A_z^2$. — Wie 19.

Der Ansatz (I) specialisirt sich in ganz analoger Weise, mit dem einzigen Unterschied, dass bei den Gruppen, wo die Z-Axe 3zählige Symmetrieaxe ist, **nicht x_y, sondern $\frac{1}{2}x_y$** an die Stelle von X_y tritt.

Von den zahlreichen Anwendungen, welche VOIGT von seiner Theorie gemacht hat, können wir hier nur diejenigen besprechen, welche zu bereits vorliegenden Beobachtungen in Beziehung stehen.

Die elektrischen Momente, welche durch eine gleichförmige Temperaturänderung ϑ (oder überhaupt eine solche, bei welcher keine Spannungen auftreten), erregt werden, erhält man aus dem Ansatz (1), indem man $x_x = a_1\vartheta$, $y_y = a_2\vartheta$, ... $x_y = a_6\vartheta$ setzt, wo a_1, a_2, a_3 die linearen Ausdehnungscoëfficienten parallel den Axen X, Y, Z, und a_4, a_5, a_6 die Coëfficienten der thermischen Winkeländerungen zwischen diesen Axen bedeuten. Dabei ergiebt sich das schon pag. 526 erwähnte Resultat, dass nur bei den Gruppen 1, 2, 3, 5, 7, 8, 12, 13, 15, 16, welche, ausgenommen 1 und 2, eine ausgezeichnete polare Axe besitzen, überhaupt ein elektrisches Moment auftritt, welches natürlich nach dieser Axe gerichtet ist. Analoges gilt übrigens für die Elektricitätsentwickelung durch allseitig gleichen Druck. Speciell für die Gruppe des Turmalins (12) wird

$$a = b = o, \ c = (2a_1\varepsilon_{31} + a_3\varepsilon_{33})\vartheta.$$

Für brasilianischen Turmalin fanden RIECKE und VOIGT durch weiter unten zu besprechende Beobachtungen $\varepsilon_{31} = -3{\cdot}48 \cdot 10^4$, $\varepsilon_{33} = -9{\cdot}35 \cdot 10^4$ in absolutem elektrostatischen Maass; verbindet man diese Werthe mit denjenigen der Ausdehnungscoëfficienten senkrecht bezw. parallel zur Hauptaxe, nämlich $a_1 = 7{\cdot}73 \cdot 10^{-6}$, $a_3 = 9{\cdot}37 \cdot 10^{-6}$ nach PFAFF, oder $a_1 = 3{\cdot}57 \cdot 10^{-6}$, $a_3 = 8{\cdot}67 \cdot 10^{-6}$ nach FIZEAU für die Temperatur von 28°, bei welcher ε_{31} und ε_{33} bestimmt wurden, so erhält man

$$\frac{\partial c}{\partial \vartheta} = 1{\cdot}41 \quad \text{bezw.} \quad 1{\cdot}07.$$

Dagegen folgt aus den pag. 533 besprochenen pyroelektrischen Beobachtungen von RIECKE an fünf verschiedenen brasilianischen Turmalinen für die gleiche Temperatur im Durchschnitt

$$\frac{\partial c}{\partial \vartheta} = 1{\cdot}23.$$

Das Vorzeichen und die Grössenordnung des direkt beobachteten pyroelektrischen Moments und des unter der Voraussetzung, dass die Dilatation dessen alleinige Ursache sei, berechneten, stimmen also überein; doch sind die Zahlenwerthe selbst wegen der Verschiedenheit der untersuchten Turmaline noch zu unsicher, um eine Entscheidung darüber, ob jene Voraussetzung in Strenge erfüllt ist, zu gestatten.

Um die elektrische Erregung durch einseitigen Druck zu erhalten, hat man in den Formeln II zu setzen

$$X_x = p\gamma_1^2, \ Y_y = p\gamma_2, \ Z_z = p\gamma_3^2, \ Y_z = p\,\gamma_2\gamma_3, \ Z_x = p\gamma_3\gamma_1, \ X_y = p\gamma_1\gamma_2,$$

wenn p die Grösse des Druckes, und γ_1, γ_2, γ_3 seine Richtungscosinus bezeichnen.

Specielles Interesse haben die so erhaltenen Formeln wegen der vorhandenen Beobachtungen für die Gruppe des Quarzes (No. 11, pag. 535):

$$\text{III.} \quad -a = p[\delta_{11}(\gamma_1^2 - \gamma_2^2) + \delta_{14}\gamma_2\gamma_3], \quad +b = p(\delta_{14}\gamma_3 + 2\delta_{11}\gamma_2)\gamma_1, \quad c = 0,$$

sowie für diejenige (12) des Turmalins:

$$\text{IV.} \quad \left| \begin{array}{l} a - = p(\delta_{15}\gamma_1\gamma_3 - 2\delta_{22}\gamma_1\gamma_2), \quad b = p[\delta_{22}(\gamma_1^2 - \gamma_2^2) - \delta_{15}\gamma_2\gamma_3], \\ \qquad -c = p[\delta_{31}(\gamma_1^2 + \gamma_2^2) + \delta_{33}\gamma_3^2], \end{array} \right.$$

ferner für die Gruppen 19) und 20) des regulären Systems:

$$\text{V.} \quad -a = \delta_{14}p\gamma_2\gamma_3, \quad -b = \delta_{14}p\gamma_3\gamma_1, \quad -c = \delta_{14}p\gamma_1\gamma_2,$$

und die rhombisch-hemiëdrische Gruppe (5):

$$\text{VI.} \quad -a = \delta_{14}p\gamma_2\gamma_3, \quad -b = p\delta_{25}\gamma_3\gamma_1, \quad -c = p\delta_{36}\gamma_1\gamma_2.$$

Um sich die piëzoelektrische Erregung durch einseitigen Druck zu veranschaulichen, kann man entweder die Projection des Momentes auf die Druckrichtung, oder das Gesammtmoment für alle möglichen Druckrichtungen durch die Radienvectoren einer Fläche darstellen. Erstere Darstellung hat VOIGT[1]) für die Gruppen 11), 12) und 19), letztere RIECKE[2]) für die Gruppe 12) und VOIGT[1]) für die Gruppe 19) durchgeführt. —

Messungen der Elektricitätsentwickelung durch einseitigen Druck haben zuerst J. und P. CURIE[3]) am Turmalin und Quarz angestellt. Dieselben benutzten rechtwinklige Parallelepipeda, welche auf zwei gegenüberliegenden Flächen mit Stanniol belegt waren und einer gleichförmigen Compression nach jeder ihrer Kantenrichtungen unterworfen werden konnten. Eine der Stanniolbelegungen war zur Erde abgeleitet, die andere mit dem einem Quadrantenpaar eines THOMSON'schen Elektrometers verbunden; die Belastung wurde dann so regulirt, dass die auf der letzteren Belegung entwickelte Elektricitätsmenge m das Elektrometer gerade auf das gleiche Potential lud, wie ein DANIELL'sches Element. Nachdem noch die Capacität der Elektrometerquadranten (einschliesslich der belegten Krystallfläche) durch eine zweite, nach Hinzufügung einer bekannten Capacität (eines Luftcondensators) angestellte Beobachtung ermittelt worden war, konnte also die durch jene Belastung entwickelte Elektricitätsmenge m selbst oder auch das elektrische Moment nach der Normale der belegten Fläche, welches gleich m dividirt durch deren Inhalt ist, gefunden werden. Das Turmalinprisma besass zwei zur Hauptaxe parallele Flächenpaare vom Inhalt q_x, q_y und ein zu ihr senkrechtes q_z; letzteres trug die Stanniolbelegung, es wurde also nur das Moment c gemessen und zwar erstens für $p = \frac{P}{q_x}$ und $\gamma_1 = 1$, zweitens für $p = \frac{P}{q_y}$ und $\gamma_2 = 1$, drittens für $p = \frac{P}{q_z}$ und $\gamma_3 = 1$, wo P den gesammten ausgeübten Druck bezeichnet.

Die Formeln IV ergeben für die Elektricitätsmengen bei diesen 3 Druckrichtungen:

$$m_x = -P\frac{q_z}{q_x}\delta_{31}, \quad m_y = -P\frac{q_z}{q_y}\delta_{31}, \quad m_z = -P\delta_{33},$$

und enthalten somit vollständig folgende empirisch von J. und P. CURIE gefundenen Gesetze:

1) Die Elektricitätsmenge ist bei gegebenem Gesammtdruck stets unabhängig von der absoluten Grösse des Krystallprismas;

2) bei Compression parallel der Hauptaxe ist sie auch unabhängig von den Verhältnissen der Kantenlängen;

3) bei Compression parallel der X-Axe ist sie proportional dem Verhältniss der zu X parallelen zu der zu Z parallelen Kante, analog ist es bei einem Druck parallel Y;

4) Bei gleichen Querschnitten giebt ein Druck parallel X dieselbe Wirkung wie ein gleicher parallel Y (oder irgend einer anderen zur Hauptaxe senkrechten Richtung).

---

[1]) VOIGT, Verhandl. d. Ges. deutscher Naturforscher u. Aerzte, 64. Vers. zu Halle 1891, II. Theil, pag. 36—39. Catalog der math. u. math.-phys. Modelle, München 1892, No. 288.

[2]) RIECKE, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1891, pag. 223.

[3]) J. und P. CURIE, Journ. de phys. (2) I, pag. 245. 1882; Compt. rend. 92, pag. 186, 350. 1881; 93 pag. 204. 1882.

Auch die in der Theorie vorausgesetzte Proportionalität der Elektricitätsmenge mit dem Druck war gut erfüllt.

Der absolute Werth von δ_{33} in *C. G. S.* Einheiten ergab sich $= - 5{\cdot}3 \cdot 10^{-8}$.

Beim Quarz untersuchten J. und P. CURIE in analoger Weise die Ladungen auf den zur X Axe (einer der drei zweizähligen Symmetrieaxen) normalen Flächen, und fanden, dass Drucke $\parallel Z$ gar keine, gleiche Drucke $\parallel X$ und $\parallel Y$, bei gleichen Dimensionen parallel diesen Richtungen, entgegengesetzt gleiche Elektricitätsmengen entwickeln. Auch dieses Resultat wird durch die Theorie geliefert, denn für den Druck P nach X, Y, Z wird m oder aq_x bezw. $= - P\delta_{11}$, $+ P\frac{q_x}{q_y}\delta_{11}$, 0. In absoluten Einheiten wurde $\delta_{11} = + 6{\cdot}3 \cdot 10^{-8}$ gefunden.

Ein bemerkenswerth einfaches Resultat folgt aus den obigen Formeln für die piëzoelektrische Erregung des Quarzes durch einen Druck, dessen Richtung in der XY-Ebene liegt. Ist nämlich φ der Winkel zwischen der Druckrichtung und der X-Axe, so wird

$$a = - \delta_{11} p \cos 2\varphi, \quad b = \delta_{11} p \sin 2\varphi,$$

was besagt, dass das resultirende Moment bei stets gleicher absoluter Grösse $p\delta_{11}$ in eine Richtung fällt, welche mit der X-Axe den Winkel -2φ bildet. Für die nach der Druckrichtung und der zu ihr senkrechten Richtung in der XY-Ebene genommenen Momente folgen aus IV die Ausdrücke $-p\delta_{11} \cos 3\varphi$ bezw. $-p\delta_{11} \sin 3\varphi$, die durch Beobachtungen CZERMAK's eine Bestätigung gefunden haben[1]).

Zu einer vollständigen Prüfung der Theorie und Bestimmung aller Constanten war es nothwendig, bei verschiedenen, auch gegen die Coordinatenaxen geneigten Druckrichtungen zu beobachten. Eine solche Untersuchung ist von RIECKE und VOIGT[2]) am Quarz und Turmalin durchgeführt worden. Die Beobachtungsmethode war im Wesentlichen gleich der oben erwähnten von J. und P. CURIE; während aber letztere die Belastung des Krystallprismas variirten, bis das entwickelte Potential demjenigen eines Daniell gleich geworden war, verglichen RIECKE und VOIGT den durch eine constante Belastung oder Entlastung (von 2 *kgr*) erzeugten Elektrometerausschlag, welcher unter Berücksichtigung des Elektricitätsverlustes aus den ersten 5 Umkehrpunkten abgeleitet wurde, mit demjenigen, welchen ein Normal-Clarkelement hervorbrachte. Um schliesslich die Elektricitätsmengen und damit die Momente in absolutem Maasse zu erhalten, wurde die Capacität der mit der belegten Krystallfläche verbundenen Elektrometerquadranten in analoger Weise, wie oben angedeutet, bestimmt; sie wurde bei allen Versuchen nahe gleich (nämlich $= 69{\cdot}3$ *cm*) gefunden, da die Capacität der Krystallflächen gegen die des Elektrometers sehr klein war. Es war also bei dieser Beobachtungsmethode die Selbstinduction in den Krystallprismen ohne merklichen Einfluss.

Zu den Beobachtungen am Quarz dienten 4 Parallelepipeda, welche alle ein zur X-Axe senkrechtes Flächenpaar, das mit der Stanniolbelegung versehen wurde, besassen und im Uebrigen so orientirt waren, dass die Druckrichtung unter den Winkeln $\vartheta = 22\frac{1}{2}°$, $45°$, $112\frac{1}{2}°$, $135°$ in der XZ-Ebene gegen die Z-Axe geneigt war; ausserdem wurde durch Compression $\parallel Y$ das (zufolge dem Resultat 4) von CURIE) dem Azimuth $\vartheta = 90°$ entsprechende Moment gefunden. Aus den Formeln III folgt, wenn q der belastete Querschnitt ist,

$$\frac{m_x q}{p q_x} = \delta_{11} \sin^2 \vartheta - \delta_{14} \sin \vartheta \cos \vartheta,$$

[1]) P. CZERMAK, Sitzungsber. Akad. d. Wiss. Wien, Bd. 96, pag. 1217. 1887. — W. VOIGT, Allgem. Theorie etc., pag. 45.

[2]) E. RIECKE und W. VOIGT, WIED. Ann. 45, pag. 523. 1892.

so dass die Beobachtungen fünf lineare Gleichungen für δ_{11} und δ_{14} lieferten. Als Mittelwerthe dieser Constanten fanden sich

$$\delta_{11} = -6{\cdot}45 \cdot 10^{-8},\ \delta_{14} = +1{\cdot}45 \cdot 10^{-8},$$

und nachstehende Tabelle zeigt, dass die hiermit nach obiger Formel berechneten Momente mit den beobachteten gut übereinstimmen:

	$\vartheta = 22\frac{1}{2}°$	45°	90°	$112\frac{1}{2}°$	135°
$10^8 \cdot \frac{m_x q}{p q_x}$ ber.	− 1·45	− 3·96	− 6·45	− 5·00	− 2·50
beob.	− 1·49	− 4·02	− 6·29	− 5·10	− 2·57.

Mit Hilfe der von VOIGT[1]) bestimmten Elasticitätsconstanten des Quarzes lassen sich aus δ_{11}, δ_{14} auch die piëzoelektrischen Constanten ε_{11} und ε_{14} berechnen; man findet

$$\varepsilon_{11} = -4{\cdot}80 \cdot 10^{4},\ \varepsilon_{14} = -1{\cdot}34 \cdot 10^{4}.$$

Im Vorhergehenden ist immer vorausgesetzt, dass die positive Y-Axe nach derjenigen Seite hin gerichtet ist, wo am positiven Ende der Z-Axe eine Fläche des positiven Rhomboëders liegt. Dann liegen die Flächen der trigonalen Pyramide $s = (11\bar{2}1)$ bei einem rechten Krystall am positiven, bei einem linken am negativen Ende der X-Axe. Da nun der untersuchte Krystall ein linker war, so besagt das negative Vorzeichen von δ_{11} und ε_{11}, dass durch Compression bezw. Contraction dasjenige Ende einer polaren Nebenaxe negativ elektrisch wird, an welchem die Flächen jener trigonalen Pyramide liegen. Diese Regel ergab sich auch aus den ersten qualitativen Versuchen von J. und P. CURIE[2]) und zwar sowohl für linke, als für rechte Krystalle.

Für die piëzoelektrischen Moduln des Quarzes ergaben später nach der oben beschriebenen nur wenig modificirten Methode ausgeführte Beobachtungen von POCKELS[3]) die Werthe:

$$\delta_{11} = -6{\cdot}27 \cdot 10^{-8},\ \delta_{14} = +1{\cdot}925 \cdot 10^{-8};$$

ersterer stimmt nahe mit dem von J. und P. CURIE sowie dem von RIECKE und VOIGT gefundenen Werthe überein, und auch P. CZERMAK[4]) erhielt einen nahe gleichen Werth.

Bei der Untersuchung des brasilianischen Turmalins benutzten RIECKE und VOIGT zwei rechtwinklige Prismen, deren Kanten parallel den früher festgelegten Coordinatenaxen, und zwei andere, deren Kanten bezw. parallel der X-Axe und unter $\pm 45°$ gegen die Y und Z-Axe geneigt waren; bei den fünf hierdurch gegebenen Druckrichtungen wurde die elektrische Ladung theils auf den zu ihr senkrechten, theils auf den zu ihr und zur X-Axe parallelen Flächen gemessen, wodurch acht Gleichungen für die 4 Moduln δ_{15}, δ_{31}, δ_{33}, δ_{22} erhalten wurden. Deren Auflösung ergab

$$10^8 \cdot \delta_{22} = 0{\cdot}676,\ 0{\cdot}642,\ 0{\cdot}743, \text{ im Mittel } 0{\cdot}687;\quad 10^8 \delta_{15} = -11{\cdot}02;$$
$$10^8 \delta_{31} = -0{\cdot}912 \text{ und } -0{\cdot}845, \text{ im Mittel } -0{\cdot}88;$$
$$10^8 \delta_{33} = -5{\cdot}81 \text{ und } -5{\cdot}65, \text{ im Mittel } -5{\cdot}73.$$

Die Uebereinstimmung der einzelnen Werthe derselben Constanten zeigt, dass auch hier die aus der Theorie abgeleiteten Formeln mit genügender Genauigkeit erfüllt sind.

Durch Einsetzung der von VOIGT[5]) für denselben Krystall bestimmten Werthe

---

1) W. VOIGT, WIED. Ann. 31, pag. 721. 1887.

2) J. und P. CURIE, Compt. rend. 91, pag. 383. 1880.

3) F. POCKELS, Einfluss des elektrostatischen Feldes auf das optische Verhalten piëzoelektrischer Krystalle. Theil II, § 4. Abhandl. Ges. d. Wiss. Göttingen, 39. 1894.

4) P. CZERMAK, Sitzungsber. Akad. d. Wiss. Wien, 96, pag. 1217. 1887.

5) W. VOIGT, WIED. Ann. 41, pag. 722. 1890.

der Elasticitätsconstanten ergeben sich schliesslich die **piëzoelektrischen Constanten des Turmalins:**

$\varepsilon_{22} = +0{\cdot}49 \cdot 10^4, \quad \varepsilon_{15} = -7{\cdot}28 \cdot 10^4, \quad \varepsilon_{31} = -3{\cdot}48 \cdot 10^4, \quad \varepsilon_{33} = -9{\cdot}35 \cdot 10^4.$

Die Vorzeichen gelten unter der Voraussetzung, dass die + *Z*-Axe nach dem antilogen Pol, und die + *Y*-Axe nach der an jenem liegenden Fläche des Grund-Rhomboëders hin gerichtet ist.

Die Uebereinstimmung des beobachteten **pyroelektrischen** Verhaltens mit demjenigen, welches nach der VOIGT'schen Theorie aus vorstehenden Resultaten folgt, wurde bereits oben dargelegt.

Ausser am Quarz und Turmalin wurden quantitative Bestimmungen des piëzoelektrischen Verhaltens bisher nur am **Natriumchlorat** und **Seignettesalz** ausgeführt[1]). Die Krystalle des **Natriumchlorats** gehören der Gruppe 20 an, welche durch eine piëzoelektrische Constante charakterisirt ist. Dieselbe lässt sich am einfachsten bestimmen durch Beobachtungen, bei welchen ein Druck p parallel der Halbirungslinie des Winkels zwischen zwei Würfelnormalen — etwa der *Y*- und *X*-Axe — ausgeübt, und das erregte Moment in der Richtung der dritten Würfelnormale (der *Z*-Axe) gemessen wird; es ist nämlich nach den Gleichungen V, je nachdem die Druckrichtung den Winkel ($+X^0$, $+Y^0$) oder ($+X^0$, $-Y^0$) halbirt,

$$a = 0, \quad b = 0, \quad c = \mp \tfrac{1}{2}\delta_{14} p.$$

Die Forderung der Theorie, dass jenen beiden Druckrichtungen entgegengesetzt gleiche Momente entsprechen sollen, fand sich völlig bestätigt; denn bei der ersten wurde $\frac{c}{p} = 0{\cdot}03505 \cdot C \cdot 10^{-8}$, bei der zweiten $= -0{\cdot}03515 \cdot C \cdot 10^{-8}$ beobachtet, wo C die Capacität des Elektrometers etc. bezeichnet; diese wurde $= 69{\cdot}0$ *cm* bestimmt, und somit

$$\delta_{14} = -4{\cdot}84 \cdot 10^{-8}.$$

Beobachtungen an einer Platte, die parallel einer Octaëderfläche geschliffen war und senkrecht zu dieser gepresst wurde, ergaben für das durch die Druckeinheit entwickelte Moment in dieser Richtung den Werth $2{\cdot}9 \cdot 10^{-8}$, während derselbe nach der Theorie $\frac{-\delta_{14}}{\sqrt{3}} = 2{\cdot}79 \cdot 10^{-8}$ sein muss. — Das Coordinatensystem war hier so gewählt, dass eine der am Krystall auftretenden Tetraëderflächen im ersten Octanten lag; somit bedeutet das negative Vorzeichen von δ_{14}, dass durch (homogene) Compression parallel einer Würfeldiagonale dasjenige Ende derselben, an welchem die Würfelecke durch eine Tetraëderfläche abgestumpft ist, positiv elektrisch wird.

Die Krystalle der hemiëdrischen Gruppe des rhombischen Systems (5), in welcher das **Seignettesalz** (rechtsweinsaures Kali-Natron) krystallisirt, besitzen drei verschiedene piëzoelektrische Moduln, welche sich, wie die Formeln VI. zeigen, durch Compression parallel den Halbirungslinien der Winkel zwischen je zwei der Symmetrieaxen *X*, *Y*, *Z* bei analoger Versuchsanordnung, wie beim Natriumchlorat, bestimmen lassen. Bei der Ausführung derjenigen Beobachtungen, wobei das erregte Moment in die krystallographische *a*-Axe fiel, zeigten sich jedoch eigenthümliche, wahrscheinlich von innerer Leitungsfähigkeit der Krystalle herrührende Schwierigkeiten, in Folge deren hinsichtlich des Moduls δ_{14} nur ermittelt werden konnte, dass er einen sehr grossen positiven Werth von etwa $1000 \cdot 10^{-8}$ besitzt; für die anderen Moduln ergaben sich die Werthe

$$\delta_{25} = -165 \cdot 10^{-8}, \quad \delta_{36} = +35{\cdot}4 \cdot 10^{-8}.$$

[1]) F. POCKELS, l. c., II. Theil, § 4 und V. Theil, § 4.

Bemerkenswerth sind die sehr grossen absoluten Beträge von δ_{14} und δ_{25}, die zeigen, dass die piëzoelektrische Erregbarkeit des Seignettesalzes ganz ausserordentlich viel grösser ist, als die der anderen bisher quantitativ untersuchten Krystalle; ferner das verschiedene Vorzeichen der Constanten, welches u. A. die Folge hat, dass es beim Seignettesalz keine Richtung giebt, für welche, wie bei den Krystallen der Gruppe 19 und 20 immer für die Octaëdernormalen, das durch einseitigen Druck erregte Moment in die Druckrichtung fällt.

Wenn es sich um die elektrische Erregung durch nicht homogene Deformationen, wie Biegung oder Torsion, handelt, so entsteht eine erhebliche Complikation dadurch, dass die elektrische Polarisation nicht mehr durch eine Oberflächenbelegung allein ersetzbar ist, und dass daher zur Anwendung der Theorie auf die gebräuchlichen Messungsmethoden und selbst auf die qualitativen Beobachtungsmethoden (das Bestäubungsverfahren) die im Allgemeinen schwierige Berechnung des Potentials der ganzen elektrischen Vertheilung nothwendig wird. In gewissen Fällen lässt sich aber diese Berechnung soweit durchführen, dass anschauliche allgemeine Resultate daraus zu entnehmen sind. Von besonderem Interesse ist unter diesen der folgende Satz[1]: »Ein beliebig orientirter Kreiscylinder aus einem piëzoelektrischen Krystall, dessen Länge gross ist gegen seinen Durchmesser, wird durch gleichförmige Biegung oder Torsion, wenn überhaupt, jederzeit so erregt, dass sich seine Mantelfläche in vier gleiche, zur Axe parallele Zonen abwechselnd entgegengesetzter elektrischer Wirkung theilt.« Dieser Satz enthält nämlich die Erklärung einer eigenthümlichen Beobachtung von Röntgen[2], welcher an Quarzcylindern, deren Axen der Hauptaxe des Quarzes parallel sein sollten, bei Torsion eine Elektrisirung des Mantels in vier solchen durch eine Symmetrieebene des Quarzes und die dazu senkrechte getrennten Zonen beobachtete und glaubte, daraus auf eine niedere Symmetrie des Quarzes schliessen zu müssen. Nach obigem Satze wird man die Ursache dieser Erscheinung lediglich in einer geringen Abweichung der Cylinderaxe von der Hauptaxe des Quarzes sehen, zumal Röntgen selbst erwähnt, dass deren Orientirung keine genaue war.

Endlich wollen wir noch auf einige Anwendungen der Voigt'schen Theorie auf die pyroelektrische Erregung durch ungleichförmige Erwärmung kurz hinweisen, wenngleich wir wegen der Einzelheiten dieser Untersuchungen auf die inhaltsreiche Originalabhandlung[3] verweisen müssen. Der eine Fall ist derjenige einer oberflächlichen Erwärmung oder Abkühlung einer Krystallkugel. Unter der Voraussetzung nämlich, dass nur eine sehr dünne oberflächliche Schicht der Kugel eine von derjenigen des Inneren merklich verschiedene Temperatur besitzt, lässt sich das im Allgemeinen sehr schwierige Problem der elektrischen Erregung durch ungleichförmige Temperaturvertheilung in gewisser Annäherung lösen. Um die Wirkung derselben auf äussere Punkte zu bestimmen, ist dann im Allgemeinen wieder die Berechnung des Potentials nothwendig; bei denjenigen Krystallen jedoch, welche durch gleichförmige Erwärmung nicht elektrisch werden, genügt im Falle einer Kugel die Kenntniss der elektrischen Momente, weil bei ihnen das Potential in derselben Weise mit der Richtung variirt, wie die Dichte der scheinbaren Oberflächenbelegung. Diese Bedingung ist erfüllt beim Quarz, und da für diesen das elektrische Verhalten

[1]) Voigt, Allgemeine Theorie der piëzo- u. pyroelektr. Ersch. an Kryst., pag. 62.

[2]) Röntgen, Wied. Ann. 39, pag. 16—24. 1890.

[3]) W. Voigt, Allgemeine Theorie der piëzoelektr. u. pyroelektr. Ersch. §§ 11 und 12.

einer erkaltenden Kugel von RÖNTGEN[1]) nach dem Bestäubungsverfahren untersucht worden ist, so ist hier eine Prüfung der Theorie möglich. Die von letzterem beobachteten Erscheinungen, insbesondere die Theilung der Kugeloberfläche in sechs abwechselnd entgegengesetzt elektrische Felder, welche durch die zu den polaren Nebenaxen senkrechten Meridianebenen ausgeschnitten werden, stimmen mit den Resultaten der Theorie völlig überein.

Das zweite Problem ist dasjenige der elektrischen Erregung einer kreisförmigen, senkrecht zur Hauptaxe geschnittenen Quarzplatte, welche entweder vom Centrum oder vom Rande her erwärmt wird. Die Theorie zeigt hier, dass in der Nähe des Randes eine Theilung in sechs abwechselnd positive und negative Felder eintreten muss und zwar so, dass der Theil, welcher die $+X$-Axe enthält, bei Erwärmung von der Mitte aus negativ, bei Erwärmung vom Rande her positiv elektrisch wird, falls $\varepsilon_{11} < 0$ ist. Auch dieses Resultat steht in vollem Einklange mit Beobachtungen, welche RÖNTGEN[2]) unter den angegebenen Bedingungen ausgeführt hat.

Molekulartheorien der Piëzo- und Pyroelektricität.

Die Vorstellung von einer permanenten elektrischen Polarität der Moleküle, welche W. THOMSON sich zur Erklärung der Pyroelektricität des Turmalins gebildet hatte, hat RIECKE[3]) auf alle elektrisch erregbaren Krystalle ausgedehnt und zur Grundlage einer molekularen Theorie der piëzo- und pyroelektrischen Erscheinungen gemacht, welche in ihren Resultaten mit der allgemeinen VOIGT-schen Theorie vollkommen übereinstimmt. RIECKE macht die Annahme, dass die Mittelpunkte der Moleküle nach einem Raumgitter, welches den Symmetriecharakter des betreffenden Krystallsystems besitzt, angeordnet sind, und dass jedes Molekül von einem System positiver und negativer elektrischer Pole von entsprechender oder höherer Symmetrie umgeben ist; die Moleküle selbst betrachtet er als dielektrisch polarisirbare Kugeln. Im Allgemeinen werden schon im natürlichen Zustande des Krystalls von den die Moleküle umgebenden Polsystemen elektromotorische Kräfte ausgeübt werden, und dementsprechend permanente elektrische Momente vorhanden sein; diese entziehen sich aber der Beobachtung, weil sie durch eine inducirte Oberflächenbelegung in ihrer Wirkung nach aussen compensirt werden. Es handelt sich daher nur um die Bestimmung derjenigen elektromotorischen Kräfte, welche durch die mit elastischen oder thermischen Deformationen verbundenen gegenseiigen Verschiebungen und Drehungen der Moleküle neu erregt werden. Die von den einzelnen Polsystemen ausgeübten elektrischen Kräfte werden durch Differentialquotienten von Kugelfunctionen verschiedener Grade ausgedrückt, und somit die gesammten Aenderungen der elektromotorischen Kraft durch dreifache Summen über solche Ausdrücke, welche eine Vereinfachung erfahren, wenn man die Symmetrieeigenschaften der Raumgitter einführt. Die inducirten Momente ergeben sich schliesslich als lineare Functionen der Deformationsgrössen mit jenen Summen als Coëfficienten. RIECKE zeigt nun, dass diese linearen Functionen genau dieselbe Form, welche sie zu Folge der Theorie von VOIGT besitzen müssen (cf. pag. 534—536), annehmen, wenn man folgende Polsysteme oder gewisse Combinationen derselben annimmt.

---

[1]) RÖNTGEN, WIED. Ann. 19, pag. 513—515. 1883.

[2]) RÖNTGEN, WIED. Ann. 19, pag. 515. 1883.

[3]) RIECKE, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1891, pag. 191; Abhandl. Ges. d. Wiss. Göttingen 38. 1892.

I. Das einaxige Polsystem (Γ); zwei entgegengesetzt gleiche elektrische Massenpunkte auf entgegengesetzten Seiten des Molekülmittelpunktes.

II. Das trigonale Polystem (E); abwechselnd entgegengesetzt gleiche Pole in den Ecken eines mit dem Molekül concentrischen regulären Sechsecks.

III. Das dihexagonale Polsystem (H), abwechselnd positive und negative Pole in den Ecken zweier regulärer Zwölfecke, die in zwei parallelen Ebenen symmetrisch zum Molekül liegen und um 30° gegen einander gedreht sind.

IV. Das tetraëdrische Polsystem (Δ); vier positive und vier negative Pole in den Ecken eines Würfels so vertheilt, dass die gleichnamigen je die Ecken eines regulären Tetraëders bilden.

V. Das ditetragonale Polsystem (Θ); analog dem dihexagonalen, nur aus Achtecken statt aus Zwölfecken gebildet.

Folgende Uebersicht zeigt, welche von diesen Polsystemen den einzelnen Krystallgruppen, die wie auf pag. 535 nummerirt werden mögen, zukommen.

1., 2., 3., 5., 7. und 15.: Γ. — 4., 9., 19., 20.: Δ. — 6.: Θ. — 8.: Θ combinirt mit Γ. — 10.: Δ in zwei um 45° gegen einander gedrehten Stellungen. — 11.: E mit H. — 12.: Γ mit E. — 13.: Γ, H und E in zwei um 90° verschiedenen Stellungen. — 14.: H. — 16.: Γ mit H. — 17.: E. — 18.: E in zwei um 90° verschiedenen Stellungen. —

Wie man sieht, besitzen diese Polsysteme zum Theil höhere Symmetrie, als die Krystalle der betreffenden Gruppe. Da dies in gewisser Hinsicht unwahrscheinlich ist, so hat VOIGT[1]) gezeigt, wie man die RIECKE'sche Molekulartheorie ohne Specialisirung der Polsysteme durchführen kann, indem man lediglich über das Potential der Polsysteme die Annahme macht, dass es die Symmetrieeigenschaften der Krystallgruppe besitzt (— die Symmetrie des Polsystems selbst kann in manchen Fällen eine niedrigere sein —). Ferner hat VOIGT die Moleküle selbst hinsichtlich ihrer dielektrischen Polarisirbarkeit als krystallinisch mit der Symmetrie des ganzen Krystalls behandelt, wodurch die Schlussresultate übrigens der Form nach keine Aenderung erfahren.

Specielle Polsysteme, welche Potentiale von den vorausgesetzten Symmetrieeigenschaften besitzen, construirt VOIGT in systematischer Weise durch das Verfahren der »Multiplikation nach verschiedenen Richtungen«, darin bestehend, dass man zunächst mit einem einfachen Polpaare (einaxigen Polsystem) dasjenige verbindet, welches aus ihm durch eine unendlich kleine Verschiebung λ nach einer beliebigen Richtung l und gleichzeitige Umkehrung der Vorzeichen erhalten wird, dann auf dieses System von vier Polen dasselbe Verfahren anwendet u. s. f. Das Potential eines so construirten Polsystems hat stets die Form

$$P = \varkappa \frac{\partial^{\nu}\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial l_0{}^{\alpha} \partial l_1{}^{\beta} \partial l_2{}^{\gamma} \dots},$$

wo α, β, γ ... die Anzahl der Multiplikationen in den einzelnen Richtungen, γ die Gesammtzahl der Multiplikationen bezeichnet. VOIGT giebt a. a. O. pag. 662 bis 668 eine tabellarische Uebersicht darüber, wie die Multiplikationsrichtungen für die einzelnen Krystallgruppen deren Symmetriecharakter entsprechend zu wählen sind; ihre Anzahl ν ist für die Gruppen mit Centrum der Symmetrie stets gerade, für die Gruppen ohne ein solches ungerade. Von den RIECKE'schen Polsystemen tritt hier nur das tetraëdrische auf, die anderen würden erst durch Combination mehrerer

[1]) VOIGT, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1893, pag. 649.

der VOIGT'schen zu erhalten sein, mit Ausnahme des einaxigen, welches wegen seiner unendlichzähligen Symmetrieaxe hier überhaupt nicht vorkommen kann.

Wie schon erwähnt, haben die von VOIGT angegebenen Polsysteme den Vorzug, genau der Symmetrie der Krystallstruktur zu entsprechen — was namentlich von Wichtigkeit ist, wenn man den elektrischen Kräften einen bestimmenden Einfluss bei der Krystallbildung zuschreiben will —; dazu kommt noch der andere, dass sie keine permanenten Momente besitzen, wodurch die Annahme einer im natürlichen Zustande der Krystalle jene compensirenden Oberflächenbelegung, welche eine sehr grosse Dichtigkeit besitzen und dann zu gewissen, noch nicht beobachteten Erscheinungen Anlass geben müsste, in Wegfall kommt. Andererseits haben sie freilich den Nachtheil, bei manchen Krystallgruppen aus einer sehr grossen Anzahl von einzelnen Polen zu bestehen, was indessen weniger bedenklich erscheint; wenn man erwägt, dass die hier betrachteten Krystallmoleküle sich aus einer grossen Anzahl chemischer Moleküle zusammensetzen können.

Abgesehen von den besprochenen Modifikationen der RIECKE'schen Molekulartheorie schlägt VOIGT[1]) auch eine Auffassung vor, welche sich von derjenigen RIECKE's principiell darin unterscheidet, dass die Moleküle nicht als dielektrisch polarisirbar, dagegen die mit ihnen verbundenen elektrischen Pole als gegeneinander verschiebbar betrachtet werden; dann würden sowohl die elektrische Erregung durch Deformationen, wie auch die dielektrische Polarisation im elektrischen Felde, lediglich durch Verschiebungen der etwa an den Atomen haftenden elektrischen Pole im Molekül verursacht sein. Nimmt man an, dass jene Verschiebungen den Deformationen des Volumelementes proportional, aber für ungleichwerthig gelegene Pole verschieden sind, so kommt man unter Berücksichtigung der Symmetrieverhältnisse wieder zu denselben linearen Beziehungen zwischen den Deformationen und den durch sie erregten Momenten, welche VOIGT ursprünglich ohne Benutzung einer speciellen Vorstellung abgeleitet hatte.

Einer speciellen Annahme, welche ganz der soeben besprochenen Vorstellung von VOIGT entspricht, hat sich Lord KELVIN[2]) bedient, um das piëzoelektrische Verhalten des Quarzes (für Druckrichtungen senkrecht zur Hauptaxe) zu erklären. Er nimmt an, dass die Moleküle aus sechs abwechselnd positiv und negativ geladenen Atomen bestehen, die im natürlichen Zustande in den Ecken eines regulären Sechsecks angeordnet sind (also ein »trigonales Polsystem« bilden) und welche bei Deformationen des Krystalls ihren Abstand vom Mittelpunkt des Moleküls, sowie die Lage auf den diese Mittelpunkte verbindenden Geraden beibehalten; indem dann die von letztgenannten Geraden gebildeten Dreiecke ungleichseitig werden, nimmt jedes Molekül ein elektrisches Moment an, und es ist leicht zu zeigen, dass die so entstehenden Momente dem von der allgemeinen Theorie gelieferten Gesetze folgen. Lord KELVIN sucht auch wahrscheinlich zu machen, dass Potentialdifferenzen der Atome von der Grössenordnung derjenigen zwischen Kupfer und Zink ausreichen würden, um die beobachtete Stärke der piëzoelektrischen Erregung des Quarzes zu erklären.

Eine verwandte Vorstellung, nach welcher die Moleküle aus Theilen von constanter, durch Contact verursachter elektrischer Potentialdifferenz bestehen, aber die Entstehung bezw. Aenderung des elektrischen Moments nicht

[1]) W. VOIGT, Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1893, pag. 669. Die Möglichkeit einer Veränderung der Polsysteme selbst hat auch RIECKE schon erwähnt (Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen 1891, pag. 194), aber weiterhin von der Betrachtung ausgeschlossen.

[2]) Lord KELVIN, Philos. Magazine (5) XXXVI, pag. 331. 1893.

auf eine Verschiebung dieser Atome innerhalb des Moleküls, sondern auf die gegenseitige Lagenänderung der Moleküle zurückgeführt wird, haben J. und P. CURIE[1]) schon 1881 angewandt, um die elektrische Erregung des Turmalins durch Contraction parallel der Hauptaxe zu erklären. Sie denken sich einen Turmalinkrystall analog einer Säule aus Paaren zusammengelötheter Kupfer- und Zinkplatten, welche durch isolirende elastische Zwischenlagen von einander getrennt sind; bei einer Compression einer solchen Säule ändert sich die Capacität der von je zwei einander gegenüberstehenden Metallplatten gebildeten Condensatoren, und in Folge davon werden auf den beiden Endplatten entgegengesetzt gleiche Elektricitätsmengen frei. Lord KELVIN[2]) hat später ein solches Modell eines piëzoelektrischen Krystalls mit einer polaren Axe wirklich ausgeführt, ohne die Andeutung von J. und P. CURIE zu kennen, und hat gezeigt[3]), wie man auf Grund desselben Princips ein Modell eines ganz beliebigen piëzoelektrischen Krystalls construiren könnte. Die Moleküle eines solchen stellt er sich dabei vor als starre Körper von beliebiger Gestalt, deren Oberfläche aus Stücken verschiedener metallischer Leiter zusammengesetzt ist, welche sich durch Contactelektricität stets auf constante Potentialdifferenzen laden; die Moleküle sollen nach Raumgittern angeordnet und gleichsam durch nichtleitende elastische Federn mit einander verbunden sein. Lord KELVIN hebt hervor, dass dieser Anschauung zufolge Temperaturänderungen auch dann, wenn die sie von Natur begleitenden Deformationen durch mechanische Einwirkung verhindert werden, elektrische Momente erregen können, so dass sich die schon pag. 534 erwähnte, durch drei der Temperaturänderung proportionale Glieder erweiterte Form des allgemeinen VOIGT'schen Ansatzes I ergeben würde. Diese Ergänzungsglieder können natürlich nur bei denjenigen, früher angeführten Krystallgruppen auftreten, bei denen eine elektrische Erregung durch gleichförmige Erwärmung möglich ist.

III. Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde.

Mittelst der Principien der Thermodynamik lässt sich zeigen, dass ein durch elastische Deformation elektrisch polarisirbarer Krystall umgekehrt, wenn er durch äussere elektrische Kräfte polarisirt wird, elastische Deformationen erleiden muss, und zwar lassen sich diese Deformationen quantitativ voraus bestimmen, wenn die piëzoelektrischen Constanten bekannt sind. Diese reciproken Beziehungen sind zuerst von LIPPMANN[4]) für einen speciellen Fall, sodann allgemein von POCKELS[5]) aufgestellt worden. Am einfachsten gestaltet sich ihre Ableitung mit Hilfe des Ausdruckes für die freie Energie der Volumeinheit eines Krystalls, welcher sich im Zustande homogener dielektrischer Polarisation und homogener elastischer Deformation befindet[6]). Bezeichnet man das gewöhnliche elastische Potential $\frac{1}{2}s_{11}X_x^2 + \frac{1}{2}s_{22}Y_y^2 + \ldots + s_{16}X_xX_y$ mit f, die elektrischen Kräfte mit A, B, C, die Constanten der dielektrischen Polarisation für die elektrischen Symmetrieaxen, welche als Coordinatenaxen gewählt werden sollen, mit $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$, ferner die Temperatur, bezogen auf eine Normaltemperatur θ als Nullpunkt,

---

1) J. und P. CURIE, Compt. rend. 62, pag. 351. 1881.

2) Lord KELVIN, Phil. Mag. (5) XXXVI, pag. 342 und 384.

3) Lord KELVIN, Phil. Mag. (5) XXXVI. pag. 453; Compt. rend. 117, pag. 463. 1893.

4) LIPPMANN, Ann. de chim. et de phys. (5) XXIV, pag. 164. 1881; Journ. de phys. (1) X, pag. 391.

5) POCKELS, N. Jahrb. f. Miner. Beil.-Bd. VII, pag. 224. 1890.

6) DUHEM, Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme II, pag. 467. Ann. de l'École Normale Supérieure (3) IX, pag. 167. 1892 (vergl. dazu eine Berichtigung von POCKELS, N. Jahrb. f. Miner. Beil. Bd. VIII, pag. 407. 1892). — Ferner E. RIECKE, Nachr. Ges. d. Wiss., Göttingen 1893, pag. 3—13, dessen Darstellung wir uns hier anschliessen.

mit ϑ, die thermischen Dilatationscoëfficienten mit $a_1 \ldots a_6$, die Dichte mit ε, die specifische Wärme bei constanten Drucken mit c, das mechanische Wärmeäquivalent mit $\mathfrak{A}$ und endlich die 3 pyroelektrischen Constanten (ohne eine Annahme über ihren Zusammenhang mit den piëzoelektrischen zu machen) mit f_1, f_2, f_3, so gilt für die freie Energie, lediglich auf Grund der Entwickelung nach ihren Argumenten $X_x \ldots X_y$, A, B, C und ϑ, der folgende Ausdruck:

$$\text{VII.}\quad \begin{aligned} F = f &- \frac{1}{2}(\varkappa_1 A^2 + \varkappa_2 B^2 + \varkappa_3 C^2) - \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{A}\varepsilon c \vartheta^2}{\Theta} \\ &+ A(\delta_{11} X_x + \delta_{12} Y_y + \delta_{13} Z_z + \delta_{14} Y_z + \delta_{15} Z_x + \delta_{16} X_y) \\ &+ B(\delta_{21} X_x + \delta_{22} Y_y + \delta_{23} Z_z + \delta_{24} Y_z + \delta_{25} Z_x + \delta_{26} X_y) \\ &+ C(\delta_{31} X_x + \delta_{32} Y_y + \delta_{33} Z_z + \delta_{34} Y_z + \delta_{35} Z_x + \delta_{36} X_y) \\ &- \vartheta(a_1 X_x + a_2 Y_y + a_3 Z_z + a_4 Y_z + a_5 Z_x + a_6 X_y) \\ &- \vartheta(f_1 A + f_2 B + f_3 C). \end{aligned}$$

Nun liefern die negativen partiellen Differentialquotienten von F nach den elektrischen Kraftcomponenten die elektrischen Momente a, b, c, und diejenige nach den elastischen Druckcomponenten die Deformationen. Also erhält man erstens

$$\begin{aligned} a &= \varkappa_1 A - (\delta_{11} X_x + \delta_{12} Y_y + \delta_{13} Z_z + \delta_{14} Y_z + \delta_{15} Z_x + \delta_{16} X_y) + f_1 \vartheta, \\ b &= \varkappa_2 B - (\delta_{21} X_x + \ldots\ldots\ldots + \delta_{26} X_y) + f_2 \vartheta, \\ c &= \varkappa_3 C - (\delta_{31} X_x + \ldots\ldots\ldots + \delta_{36} X_y) + f_3 \vartheta, \end{aligned}$$

welche Formeln die bekannten Gesetze für die dielektrische Polarisation durch äussere elektrische Kräfte, durch piëzoelektrische und pyroelektrische Erregung enthalten; zweitens aber ergiebt sich

$$\begin{aligned} x_x &= -(s_{11} X_x + \ldots + s_{16} X_y) - (\delta_{11} A + \delta_{21} B + \delta_{31} C), \\ y_y &= -(s_{21} X_x + \ldots + s_{26} X_y) - (\delta_{12} A + \delta_{22} B + \delta_{32} C), \\ z_z &= -(s_{31} X_x + \ldots + s_{36} X_y) - (\delta_{13} A + \delta_{23} B + \delta_{33} C), \\ y_z &= -(s_{41} X_x + \ldots + s_{46} X_y) - (\delta_{14} A + \delta_{24} B + \delta_{34} C), \\ z_x &= -(s_{51} X_x + \ldots + s_{56} X_y) - (\delta_{15} A + \delta_{25} B + \delta_{35} C), \\ x_y &= -(s_{61} X_x + \ldots + s_{66} X_y) - (\delta_{16} A + \delta_{26} B + \delta_{36} C), \end{aligned}$$

und in diesen Formeln giebt der Ausdruck in der zweiten Klammer rechts die Deformationen, welche der Krystall im elektrischen Felde, ohne mechanischen Kräften ausgesetzt zu sein, erleidet. Man sieht, dass diese Deformationen bei gegebenen elektrischen Kräften (einschliesslich der Wirkung der Selbstinduction des Krystalls, wenn solche vorhanden) aus den piëzoelektrischen Moduln allein ohne Kenntniss der Elasticitätsconstanten und der dielektrischen Polarisationsconstanten, berechnet werden können; es ist also, abgesehen von der durch die Kleinheit der Deformationen bedingten Schwierigkeit, eine experimentelle Prüfung der Theorie leicht möglich. Eine solche ist in der That von J. und P. CURIE[1]) am Quarz ausgeführt worden. Die fraglichen Deformationen sind beim Quarz gegeben durch: $x_x = \delta_{11} A$, $y_y = -\delta_{11} A$, $z_z = 0$, $y_z = \delta_{14} A$, $z_x = -\delta_{14} B$, $x_y = -2\delta_{11} B$ Dielektrische Polarisation parallel der X-Axe bewirkt also (abgesehen von einer geringen Winkeländerung in der YZ-Ebene) eine Dilatation parallel der X-Axe und eine gleich grosse Contraction in der Richtung der Y-Axe, oder umgekehrt. Die Dilatation in der Richtung der elektrischen Kraftlinien haben die genannten Forscher in sehr sinnreicher Weise durch ein piëzoelektrisches Manometer sichtbar gemacht, d. h. durch eine Anordnung, bei welcher ein durch Ladung seiner zur X-Axe senkrechten Endflächen sich dilatirendes Quarzprisma

[1]) J. und P. CURIE, Compt. rend. 93, pag. 1137. 1881. — Journ. de phys. (2) 8, pag. 149. 1889. — Lumière électrique 30, pag. 423, 479, 521. 1888.

durch seine Ausdehnung eine ebenso orientirte Quarzplatte comprimirte und dadurch auf deren Endflächen eine durch ein empfindliches Elektrometer nachweisbare Elektricitätsentwickelung veranlasste. Zu wirklichen Messungen eignete sich freilich dieser Apparat nicht; solche konnten aber für die Dilatation parallel der Y-Axe einfach mit Hilfe eines Fühlhebels und Mikroskops ausgeführt werden, weil sich in diesem Fall die Längenänderung dadurch sehr steigern lässt, dass man die Dimension der Quarzplatte parallel Y möglichst gross und gleichzeitig in der Richtung X senkrecht zu den zu ladenden Flächen möglichst klein macht. Die bei diesen Messungen von J. und P. Curie erhaltenen Resultate stimmten sehr gut mit denen überein, welche die Berechnung mit Hilfe der von ihnen bestimmten Constante δ_{11} ergab. — J. und P. Curie haben die elektrische Dilatation des Quarzes sogar zur Construction eines Elektrometers benutzt[1]), welches vor den meisten anderen den Vortheil besitzt, dass seine Ausschläge in weiten Grenzen dem Potential einfach proportional sind. Dasselbe besteht aus zwei mit den Breitseiten an einander gekitteten Quarzplatten von der eben beschriebenen Orientirung, welche bei der elektrischen Ladung entgegengesetzte Längenänderungen erleiden, so dass eine Krümmung der Doppelplatte entsteht, die mittelst mikroskopischer Ablesung genau messbar ist.

IV. Aenderung der Doppelbrechung piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde.

Röntgen[2]) und Kundt[3]) haben nahezu gleichzeitig gefunden, dass ein Quarzkrystall, so in ein elektrisches Feld gebracht, dass die Kraftlinien senkrecht zur Hauptaxe verlaufen, optisch zweiaxig wird, und dass diese Aenderung der Doppelbrechung qualitativ mit derjenigen übereinstimmt, welche durch die soeben behandelte Deformation des Krystalles verursacht werden muss; dieser Erklärung schloss sich auch Czermak[4]) an, der die Erscheinung weiter verfolgte. Pockels[5]) hat jedoch gezeigt, dass sich die fraglichen optischen Aenderungen in völliger Uebereinstimmung mit den Beobachtungen auch ohne die Voraussetzung, dass sie lediglich von den im elektrischen Felde stattfindenden Deformationen herrühren, aus den Symmetrieverhältnissen ableiten lassen, und dass es erst quantitativer Untersuchungen bedarf, um über die Richtigkeit dieser Annahme zu entscheiden. Derselbe hat sodann durch hierauf gerichtete Messungen[6]) für Quarz, Natriumchlorat und Seignettesalz nachgewiesen, dass die erwähnte Annahme thatsächlich nicht zutrifft, mithin die elektrische Polarisation das optische Verhalten dieser Krystalle anders beeinflusst, als die mit ihr verbundene Deformation, wenn sie durch mechanische Einwirkung hervorgebracht wäre.

V. Wärmeeffekt in pyroelektrischen Krystallen durch dielektrische Polarisation.

Da die negative partielle Ableitung der freien Energie F nach der Temperatur die Entropie, bezw. deren Ueberschuss über diejenige im Normalzustande, liefert, so wird diese zufolge dem Ansatz VII:

---

1) J. u. P. Curie, Compt. rend. 106, pag. 1287. 1888. — Lumière électr. 31, pag. 66. 1888.

2) Röntgen, Wied. Ann. 18, pag. 227 u. 547, 548. 1883; 19, pag. 320. 1883.

3) Kundt, Wied. Ann. 18, pag. 230. 1883.

4) Czermak, Sitzungsber. Akad. d. Wiss. Wien. 97, (2), pag. 301—324. 1888.

5) Pockels, N. Jahrb. f. Miner. Beilage. — Bd. 7, pag 201. 1890.

6) Pockels, Einfluss des elektrostatischen Feldes auf das optische Verhalten piëzoelektrische Krystalle. Abhandl. Ges. d. Wiss. Göttingen. Bd. 39. 1894.

$$\mathfrak{A}\, U = \frac{\mathfrak{A}\,\varepsilon c \vartheta}{\theta} + (a_1 X_x + a_2 Y_y + \ldots + a_6 X_y) + f_1 A + f_2 B + f_3 C,$$

und daraus folgt die Wärmezufuhr, welche erforderlich ist, um bei gleichzeitig stattfindenden Aenderungen $X_x \ldots X_y$ und A, B, C die Temperaturerhöhung ϑ zu bewirken,

$$Q = \theta\, U = \varepsilon c \vartheta + \frac{\theta}{\mathfrak{A}} (a_1 X_x + \ldots + a_6 X_y) + \frac{\theta}{\mathfrak{A}} (f_1 A + f_2 B + f_3 C).$$

Das letzte Glied dieses Ausdruckes zeigt, dass bei fehlender Wärmezufuhr ein pyroelektrischer Krystall, wenn er in ein elektrisches Feld mit den Kraftcomponenten A, B, C gebracht wird, eine Erwärmung oder Abkühlung erfahren muss, je nach den Vorzeichen der Grössen f_1, f_2, f_3. Eine experimentelle Bestätigung dieses merkwürdigen, zuerst von W. THOMSON[1]) gefundenen Satzes liegt zur Zeit noch nicht vor. F. POCKELS.

Erklärungsversuche für die elektrischen Erscheinungen.

A. Fernwirkungstheorien.

Eine grosse Anzahl elektrischer Erscheinungen lässt sich durch die Annahme verständlich machen, dass dasjenige, was wir Elektricität nennen, ein sehr feiner, leicht beweglicher Stoff sei, der so geringe Masse hat, dass sein Gewicht mit unseren Methoden nicht messbar ist, der also als frei von Gravitation angesehen werden kann, d. h. dass die Elektricität ein fast gewichtsloses Fluidum sei. Dabei aber verlangt der polare Unterschied zwischen positiver und negativer Elektricität zunächst sofort zwei solche Fluida. Ein unelektrischer Körper ist danach ein solcher, welcher gleiche Mengen positiver und negativer Elektricität (gebunden) enthält. Diese Mengen müssen so gross angenommen werden, dass es nicht möglich ist, einem Körper die eine Art Elektricität ganz zu entziehen. Diese Hypothese, die Hypothese zweier Fluida, rührt von SYMMER (1759) her[2]). Einen Körper positiv elektrisiren, heisst danach eine gewisse Menge positiven Fluidums von einem anderen Körper auf ihn übertragen, oder eine gewisse Menge negativen Fluidums ihm wegnehmen und auf einen anderen Körper überführen. Von den kleinsten Theilchen dieser Fluida wird zunächst angenommen, dass sie sich nach dem COULOMB'schen Gesetz abstossen oder anziehen. Wenn zwei Körper A und B zunächst neutral sind und man entzieht dem Körper A P Einheiten positiver Elektricität und bringt sie nach B, entzieht ebenso dem Körper B N Einheiten negativer Elektricität und bringt sie nach A, so ist das Resultat, dass der Körper B $P+N$ Einheiten positiver Elektricität frei besitzt, dass dagegen seine gebundene Elektricität sich um N Einheiten von + und — Elektricität vermindert hat. Entsprechendes gilt für A. Wenn man dagegen, was zu demselben Resultat führt, $P+N$ positive Einheiten von A nach B führt, so ist Körper B ebenso positiv elektrisch, aber seine gebundene Elektricität hat sich nicht vermindert. Bringt man drittens $P+N$ negative Einheiten von B nach A, so ist die gebundene Elektricität von B um $P+N$ positive und negative Einheiten vermindert. Die

---

[1]) W. THOMSON, Math. phys. papers I, pag. 316. 1877.

[2]) PRIESTLEY, Geschichte d. Elektricität, pag. 166 ff.

Hypothese setzt also voraus, dass bei jeder Elektrisirung auch die Menge der gebundenen Elektricität geändert werden kann. Man kann die Thatsache, dass sich das grössere oder geringere Quantum gebundene Elektricität durch nichts kenntlich macht, nur so verstehen, dass man das absolute Quantum gebundener Elektricität in jedem, auch dem kleinsten, Körper als ungeheuer gross ansieht. Das ist eine von den vielen Schwierigkeiten dieser Hypothese. Andere werden im Folgenden vorgebracht werden.

Eine andere Hypothese ist von FRANKLIN[1]) aufgestellt worden, die Hypothese eines einzigen Fluidums. Das eine von den beiden obigen Fluida wird beibehalten, z. B. das positive. Ein Körper ist dann positiv, wenn er mehr von diesem Fluidum enthält, als im normalen Zustande, negativ, wenn er weniger enthält. Man muss bei dieser Hypothese anch die wägbare Materie mit in Rechnung ziehen und hat dann eigentlich die Hypothese zweier Fluida, nur dass das eine, etwa das negative, durch die Materie ersetzt ist. Zwei Theilchen des Fluidums stossen sich nach dem COULOMB'schen Gesetz ab, ebenso zwei Theilchen der Materie. Dagegen ziehen sich Fluidumtheilchen und Materientheilchen nach demselben Gesetz an. Dagegen kann man, um die gewöhnliche Gravitation mit zu erklären, annehmen, dass die Anziehung zwischen Fluidum und Materie *caeteris paribus* grösser ist, als die Abstossung zwischen Fluidum und Fluidum, oder zwischen Materie und Materie. Ein zusammengesetztes Element, aus einem Körpertheilchen und Fluidum bestehend, zieht daher ein ebensolches Element an. Daher erklärt sich die gewöhnliche Attraction. Die normale Ladung mit Fluidum hat ein Körper dann, wenn sein Fluidum ein ausserhalb des Körpers befindliches Fluidumtheilchen ebenso stark abstösst, wie seine Materie es anzieht. MAXWELL[2]) macht darauf aufmerksam dass nach dieser Hypothese sehr viel elektrisches Fluidum zur normalen Ladung eines Gramms Materie gehöre. Denn 1 *grm* Gold, zu einem Blatt von 1 Quadratmeter ausgewalzt, kann mindestens noch 60000 elektrostatische Einheiten negativer Elektricität fassen. Seine normale Ladung muss also noch grösser sein. Es ist dabei unverständlich, dass die Dichtigkeit des elektrischen Fluidums so gering sein muss, dass keine noch so hohe Elektrisirung das Gewicht eines Körpers ändert.

Die beiden Hypothesen erklären an sich die rein elektrostatischen Erscheinungen gleich gut. Die Ladung eines Körpers durch Mittheilung von Elektricität beruht einfach auf einer Zuführung resp. Wegnahme von Fluidum. Die Influenzwirkungen auf einem neutralen Leiter kommen durch die fernwirkenden Kräfte der Fluida zu Stande. Die ganze ältere mathematische Theorie der Elektrostatik spricht stets von solchen Elektricitätstheilchen, ohne dass jedoch ihre Folgerungen mit dieser Hypothese fallen. Denn im Grunde beruht sie nur auf dem erfahrungsmässig bekannten CONLOMB'schen Gesetz. Zur Erklärung der Contaktelektricität wird nur noch die Erfahrungsthatsache hinzugenommen, dass an der Grenzfläche zweier heterogener Körper eine Kraft auftritt, welche die Elektricitäten scheidet. Diese lässt sich durch eine verschieden starke Anziehung der verschiedenen Körpermaterien aut die Elektricität erklären[3]). Der Unterschied von Leitern und Nichtleitern wird auf eine freie Beweglichkeit des Fluidums in den ersten, und ein Festhaften derselben an den Molekülen in den zweiten geschoben.

---

[1]) FRANKLIN, s. PRIESTLEY, a. a. O.

[2]) MAXWELL, Elektr. u. Magnetismus, § 37.

[3]) v. HELMHOLTZ, Gesamm. Abhandl. I, pag. 858.

Was den elektrischen Strom, der dem OHM'schen Gesetz folgt, betrifft, so legt zunächst die Thatsache, dass der Strom eine Richtung hat (was sich speciell aus den elektrolytischen Erscheinungen ergiebt), die Annahme nahe, dass das elektrische Fluidum selbst in den Leitern strömt. Da aber anderseits die Theorie zeigt[1]), dass im Innern eines constanten Stromes keine freie Elektricität vorhanden sein kann, so folgt nothwendig bei der Theorie zweier Fluida, dass die beiden Elektricitäten in gleichen Beträgen nach entgegengesetzten Seiten durch jeden Querschnitt fliessen. Der zuerst complicirt erscheinende Mechanismus einer solchen Doppelbewegung wird anschaulicher gemacht durch die elektrolytische Leitung, bei der die Elektricität an den Ionen haftet und sich mit ihnen bewegt. Bei dieser geht aus den Versuchen von HITTORF und anderen hervor, dass die Ionen sich thatsächlich in einer solchen Doppelbewegung befinden, dass die Anionen nach der einen Seite, die Kationen nach der anderen Seite im Stromkreis wandern. Der früher oft gegen die dualistische Theorie erhobene Einwand in Folge der Unverständlichkeit dieser Doppelbewegung ist also nicht stichhaltig.

Die KIRCHHOFF'sche Theorie, die für das Innere eines constanten Stromes keine freie Elektricität ergiebt, beruht übrigens auf einer Reihe von mechanischen Grundlagen, die BUDDE[2]) erörtert hat.

Da ein wirklicher elektrischer Strom in einer Doppelbewegung der beiden Elektricitäten besteht, so ist von vornherein nicht zu sagen, ob die Bewegung einer einzigen Elektricität durch Convection, also mit ihrem Träger, dieselben Wirkungen hat wie ein galvanischer Strom. Versuche darüber hat zunächst ROWLAND[3]) angestellt, indem er zeigte, dass ein geladener Sektor einer Kreisscheibe bei der Rotation dieser Kreisscheibe auf eine Magnetnadel ebenso wirkt wie ein im Kreise fliessender Strom. Aehnliche Versuche hat zunächst LECHER[4]) mit negativem Erfolg wiederholt, dann aber wurden dieselben von RÖNTGEN[5]) und insbesondere ausführlich von HIMSTEDT[6]) und nochmals von ROWLAND[7]) mit unzweifelhaft bejahender Antwort von Neuem angestellt. Es hat danach die convective Fortführung der Elektricität einer Art dieselben elektromagnetischen Wirkungen wie ein elektrischer Strom. (Ueber gewisse Divergenzen zwischen Convectionsströmen und gewöhnlichen galvanischen Strömen s. w. u. die Arbeiten von BOLTZMANN und AULINGER). Indess wäre es voreilig, aus dieser Thatsache zu schliessen, dass nun thatsächlich in einem galvanischen Strom das elektrische Fluidum strömt.

Das OHM'sche Gesetz setzt nun weiter die Intensität des Stromes in jedem Moment proportional der in diesem Moment wirkenden elektromotorischen Kraft. Wenn thatsächlich der Strom durch Strömung eines Fluidums hervorgebracht wird, so kann dieses Fluidum danach keine Trägheit besitzen, da sonst die Stromintensität nicht der augenblicklich herrschenden Kraft proportional wäre. Zu den wirkenden elektromotorischen Kräften muss man aber dabei auch die bei veränderlichem Strom etwa wirkenden Inductionskräfte hinzurechnen.

---

1) KIRCHHOFF, Ges. Abh., pag. 49.
2) BUDDE, WIED. Ann. 15, pag. 558. 1882.
3) ROWLAND, POGG. Ann. 158, pag. 487. 1875.
4) LECHER, Rep. d. Phys. 20, pag. 151. 1884.
5) RÖNTGEN, Berl. Ber. 1885, pag. 198; WIED. Ann. 40, pag. 93. 1890.
6) HIMSTEDT, WIED. Ann. 38, pag. 560. 1889; WIED. Ann. 40, pag. 720. 1890.
7) ROWLAND und HUTCHINSON, Phil. Mag. 27, pag. 445. 1889.

Würden sich Abweichungen der so berechneten elektromotorischen Kräfte von den beobachteten ergeben, so würde das auf eine Trägheit der Elektricität schliessen lassen[1]). Diese Frage wurde von HERTZ[2]) untersucht. Er zeigte, dass, wenn die Elektricität träge Masse habe, dass dann die elektromotorische Kraft der Extraströme ebenso wenig wie die Integralströme der fremden Induction durch solche Trägheit beeinflusst werden können, dass dagegen die Integralintensität des Extrastromes dadurch grosser sein müsse, als sie ohne diese Annahme berechnet wäre. Wenn in der Volumeneinheit eines Leiters λ Einheiten positiver Elektricität vorhanden sind und jede Einheit ρ *mgr* wiegt, so ist die ganze in einem Leiter vom Querschnitt q und der Länge l bewegte träge Masse $= \rho q \lambda l$ *mgr*. Fliesst ein Strom von der Intensität i durch den Draht, so ist die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche durch jeden Querschnitt fliesst, einerseits $= 155370 \cdot 10^6 i$ (bei der WEBER'schen Messmethode für den elektrischen Strom), andererseits $= \lambda q$ mal der Geschwindigkeit der Strömung. Also ist

$$v = \frac{155370 \cdot 10^6 i}{q\lambda}$$

und die kinetische Energie der Strömung ist:

$$= \frac{1}{2} l \rho q \lambda \left(\frac{155370 \cdot 10^6}{\lambda}\right)^2 \frac{i^2}{q^2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{li^2}{q} \rho \frac{155370^2 \cdot 10^{12}}{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \frac{li^2}{q}.$$

Die Grösse $\frac{li^2}{q}$ ist messbar, $\mu = \frac{\rho \cdot 155370^2 \cdot 10^{12}}{\lambda}$ ist diejenige Grösse, welche zu bestimmen ist. Hat die Elektricität keine Trägheit, so ist $\mu = 0$, anderenfalls ist μ von Null verschieden. μ (in *mgr mm*) ist die kinetische Energie der Strömung in 1 mm^3 eines Leiters, in welchem die magnetische Stromdichtigkeit 1) herrscht. Aus seinen ersten Versuchen mit Kupferdrähten erhielt HERTZ für μ den Werth $< 0{\cdot}008$ *mgr mm*, d. h.:

Die kinetische Energie der elektrischen Strömung in einem mm^3 eines kupfernen Leiters, welcher von einem Strome von der Dichtigkeit 1 (im magnetischen Maass) durchflossen wird, ist kleiner als 0·008 Milligrammmillimeter. Da man über die Geschwindigkeit v der Strömung nichts weiss, so kann man daraus auch nicht etwa auf die Masse eines Elektricitätstheilchens schliessen. Während dieser Werth von μ aus der Intensität von Extraströmen abgeleitet war und nur unter gewissen Annahmen richtig war, ergab sich bei einer zweiten ganz anderen Versuchsanordnung (über die die Originalarbeit nachzusehen ist) das bestimmte Resultat, dass $\mu < 0{\cdot}000185$ *mgr mm* ist. HERTZ macht übrigens darauf aufmerksam, dass in Elektrolyten die elektrischen Ströme zweifellos erhebliche Trägheit besitzen, da die Elektricität sich bei diesen nur mit träger Masse zugleich bewegt[3]).

Während so die Erscheinungen der Elektrostatik und der Elektrokinetik des constanten Stromes sich auf Grund der Annahme der zwei Fluida (von welcher die Hypothese eines Fluidums nach dem Obigen nur ein specieller Fall ist) und auf Grund der Annahme des COULOMB'schen Gesetzes als des Grundgesetzes der Wirkung zwischen zwei Theilchen dieser Fluida erklären lassen, versagt diese

[1]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen, insbes. über elektr. Schwingungen. Ber. d. sächs. Ges. 6, pag. 710. 1864.

[2]) HERTZ, WIED. Ann. 10, pag. 414. 1880; 14, pag. 581. 1881.

[3]) Versuche über dieselbe Frage s. L. LORENZ, WIED. Ann. 7, pag. 161. 1879.

Erklärung zunächst, sobald es sich um die elektrodynamischen und Inductionserscheinungen handelt. Wenn es sich um zwei Stromelemente handelt, so hat man in jedem eine doppelte Bewegung der Elektricität anzunehmen und man hat dann vier Wechselwirkungen zwischen den Elektricitätsmengen, zwei abstossende zwischen den beiden positiven und den beiden negativen und zwei anziehende zwischen der positiven Masse im ersten und der negativen im zweiten und zwischen der negativen im ersten und der positiven im zweiten Stromelement. Diese anziehenden und abstossenden Kräfte sind aber einander gleich und entgegengesetzt nach dem COULOMB'schen Gesetz, und daher würden zwei Stromelemente keine Kraft aufeinander ausüben, entgegen der Erfahrung, welche in dem AMPÈRE'schen Gesetz niedergelegt ist. Will man also den elektrischen Strom durch die Bewegung der elektrischen Fluida erklären, so muss man annehmen, dass die Kraft zwischen den Theilchen derselben nicht bloss von ihrer Menge und ihrer Entfernung, sondern auch von ihrer Bewegung abhängt und man kommt so folgerichtig zu dem WEBER'schen Grundgesetz[1]), welcher das COULOMB-sche als speciellen Fall enthält.

Es ist dabei noch auf folgendes aufmerksam zu machen. Die AMPÈRE'schen Gesetze beziehen sich auf die an den Stromträgern angreifenden Kräfte, die elektrostatischen Kräfte auf die Elektricitäten. Die Resultante der elektrostatischen Kräfte wird an dem Stromträger angreifen, wenn die Elektricität mit diesem fest verbunden ist. Das ist aber im galvanischen Strom nicht der Fall. Aber, wenn auch die Elektricitäten in der Richtung des Leitungsdrahtes verschiebbar sind, so sind sie doch in dieser Richtung nicht frei beweglich. Denn sonst müsste der Strom auch bei Ausschaltung der elektromotorischen Kraft dauernd fortbestehen. Der Träger der Elektricitäten übt also thatsächlich einen Widerstand gegen die Bewegung der Elektricitäten aus und in Folge dieses Widerstandes werden die Kräfte, die auf die Elektricitäten wirken, mittelbar auf den Träger übertragen.

Aus den AMPÈRE'schen Beobachtungen zieht nun W. WEBER den Schluss, dass zwei elektrische Massen desto schwächer (abstossend oder anziehend, je nachdem sie gleichartig oder ungleichartig sind) auf einander wirken, je grösser das Quadrat ihrer relativen Geschwindigkeit ist und durch weitere Analyse des AMPÈRE'schen Gesetzes findet er, dass die Kraft, mit der zwei elektrische Massen ee' in der Entfernung r auf einander wirken, ist

$$K = \frac{ee'}{r^2}\left[1 - a^2\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + 2a^2 r\frac{d^2 r}{dt^2}\right].$$

Diese Formel, die das WEBER'sche Gesetz ausdrückt, giebt also die Kraft zwischen zwei Elektricitätsmengen ganz allgemein. Dass durch diese Annahme über die Kraft das AMPÈRE'sche Gesetz sich ableiten lässt, hat WEBER in folgender Weise am einfachsten gezeigt.

Die AMPÈRE'sche Formel für die abstossende Kraft zweier Stromelemente ist

$$-\frac{ii'}{r^2}\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta'\right)ds ds',$$

worin ds, ds' die Längen der Stromelemente i, i' die Stromstärke, r die Entfernung, ε den Winkel (ds, ds'), ϑ den Winkel (r, ds), und ϑ' den Winkel (r, ds') bedeuten.

---

[1]) W. WEBER, Elektrodyn. Maassbestimmungen I. 1846; zweiter Abdruck Leipzig 1890.

Es sei nun e die Menge positiver Elektricität, welche in einer Längeneinheit des Drahtes enthalten ist, also eds die im Element ds. Es sei u die Geschwindigkeit der positiven Elektricität im Strom von der Stärke i, dann ist

$$i = aeu,$$

wo a eine Constante ist. Dann wird die AMPÈRE'sche Formel

$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\,a^2uu'\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta'\right).$$

Dieser Ausdruck lässt sich umformen in

$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\,a^2\left[uu\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{1}{4}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds^2}\right] - u'u'\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{ds'}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds'^2}\right]\right],$$

wenn man nur die Einwirkung zweier positiver Elektricitätsmengen aufeinander ausdrücken will. Derselbe Ausdruck gilt für zwei negative Elektricitätsmengen. Wenn man dagegen die Einwirkung zweier ungleichnamiger Massen auf einander einführt, und ihren Abstand mit r_2 bezeichnet, so wird die Kraft

$$+ eds\,e'ds'a^2\,\frac{1}{r_2^2}\left[\left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r_2\frac{d^2r_2}{dt^2}\right] - \frac{1}{4}\left[\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds^2}\right]\frac{uu}{r^2} - \left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{ds'}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{ds'^2}\right]\frac{u'u'}{r^2}.$$

Da beide Ausdrücke die AMPÈRE'sche Kraft darstellen, so muss es auch ihre halbe Summe thun. Diese Ueberlegung giebt für die AMPÈRE'sche Kraft, wenn man $r_2 = r$ setzt

$$-\frac{a^2}{2}\,\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] + \frac{a^2}{2}\,\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}r\frac{dr^2}{dt^2}\right].$$

Dieser transformirte Ausdruck lässt sich aber als Summe von 4 Thln. darstellen, von denen jeder eine Elementarkraft zwischen den Elektricitätsmengen giebt, nämlich

$$+\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad \text{als Wirkung von } + eds \text{ auf } + e'ds'$$

$$+\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad \text{,, ,, ,, } - eds \text{ auf } + e'ds'$$

$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad \text{,, ,, ,, } + eds \text{ auf } - e'ds'$$

$$-\frac{eds\,e'ds'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right] \quad \text{,, ,, ,, } - eds \text{ auf } + e'ds'$$

Diese 4 Einzelkräfte folgen alle dem Grundgesetz für zwei Elektiicitätsmengen

$$\frac{ee'}{r^2}\left[1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}r\frac{d^2r}{dt^2}\right].$$

Der hohe Werth dieser WEBER'schen Ableitung ergab sich sofort daraus, dass es WEBER auch gelang, ganz allgemein die Gesetze der Volta-Induction aus diesem Grundgesetz abzuleiten. Er brauchte zu diesem Zwecke nur die Aenderungen der Geschwindigkeiten der beiden Elektricitätsarten in Rechnung zu ziehen, welche einerseits durch Veränderung der Stromstärke, d. h. durch Veränderung der Geschwindigkeiten der Elektricitäten im Leiter, andererseits durch die Bewegung des Stromleiters, der die Elektricitäten mit sich führt, hervorgebracht wurden.

Es wird also z. B. die elektromotorische Kraft gesucht, die in einem Stromelement ds' dadurch hervorgebracht wird, dass ein Stromelement ds sich im Raume bewegt und zugleich Aenderungen in seiner Stromstärke unterworfen ist.

Da ds' positive und negative Elektricität enthält, so ist die Wirkung auf ds' die Differenz der Wirkungen von ds auf die beiden Elektricitäten, und da diese Wirkungen in der Verbindungslinie von ds und ds' stattfinden, so findet die Gesammtwirkung ebenfalls in derselben Richtung statt. Die elektromotorische Kraft in ds' erhält man dann durch Projection dieser Wirkung auf die Richtung von ds'. Es seien die Geschwindigkeiten der beiden Elektricitäten in ds v und v_1 und in ds' v_1 und v_1'. Dann ist, wenn e und e_1 die beiden Elektricitäten in ds sind $[(e + e_1) = 0]$, die auf die positive Elektricität e' von ds' wirkende elektromorische Kraft gleich $(ve + v_1 e_1)$, die auf die negative Elektricität e_1' wirkende gleich $-(ve + v_1 e_1)$. Bewegt sich ds im Raume relativ gegen ds' mit der Geschwindigkeit V nach einer beliebigen Richtung, die die Winkel $(V, ds)(V, ds')$ mit ds und ds' bilden, so ist das Quadrat der relativen Geschwindigkeit zweier Elektricitätstheilchen

$$u^2 = v^2 + v'^2 + V^2 - 2vv' \cos \varepsilon - 2 Vv \cos (Vds) - 2 Vv' \cos (V, ds').$$

Die elektromotorische Kraftwirkung hängt hierbei ab von dem Gliede $2 Vv \cos (V, ds)$. Ferner ist

$$\frac{dr}{dt} = v \frac{\partial r}{\partial s} + v' \frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial r}{\partial t},$$

also:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = v^2 \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)^2 + v'^2 \left(\frac{\partial r}{\partial s'}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 + 2vv' \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} + 2v \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial t} + 2v' \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial t}$$

Die elektromotorische Kraftwirkung hängt dabei ab von $v \frac{dr}{ds} \frac{dr}{dt}$.

Ferner ist:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = v^2 \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} + 2vv' \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} + v'^2 \frac{\partial^2 r}{\partial s'^2} + \frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial s'} + v \frac{\partial v}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s}$$
$$+ v' \frac{\partial v'}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}.$$

Die elektromotorische Wirkung hängt ab von $\frac{\partial v}{\partial t} \frac{\partial r}{\partial s}$.

Er wird dann nach der WEBER'schen Formel die in ds' erzeugte elektromotorische Kraft nach einigen Umformungen

$$dE = \frac{1}{r^2} ds ds' \left(r \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial i}{\partial t} - i \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial t} \right) \frac{\partial r}{\partial s'}$$

oder

$$dE = \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{i}{r}\right) ds ds'.$$

Ist der Strom ds geschlossen, während ds' ein Element bleibt, so ist die elektromotorische Kraft

$$E = ds' \frac{\partial}{\partial t} i \int_S \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} ds.$$

Fügt man dazu noch:

$$\int_S \frac{\partial^2 r}{ds ds'} ds = 0$$

und beachtet, dass

$$\int \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} ds = \int \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} \right) ds = - \int \frac{\cos \varepsilon ds}{r},$$

so ist:

$$E = - ds' \frac{\partial}{\partial t} i \int \frac{\cos \varepsilon ds}{r}.$$

Ist der Strom ds' ebenfalls geschlossen und setzt man

$$\iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds' = P,$$

so ist die gesammte elektromotorische Kraft in S'

$$A = - \frac{\partial}{t} \left(iP \right)$$

und das ist der erfahrungsmässige Ausdruck für A. Es ist P das gegenseitige Potential der beiden Stromkreise.

Es ist dabei jedoch zu bemerken, dass, während man Anfangs die Ableitung der Inductionsgesetze aus dem auf die AMPÈRE'sche Formel aufgebauten WEBER-schen Gesetz für ein ausgezeichnetes Argument für die Richtigkeit dieses Gesetzes betrachtete, man jetzt einsieht, dass die Induction in dieser Form sich durch das Princip der Erhaltung der Energie direkt aus der AMPÈRE'schen Formel ergeben muss.

Das WEBER'sche Gesetz umfasst also thatsächlich alle elektrischen Erscheinungen der Elektrostatik, Elektrodynamik und Induction. Dagegen scheint es mit den Erscheinungen, welche von HERTZ und seinen Nachfolgern beobachtet wurden, nicht in Einklang zu sein [1]).

WEBER selbst hatte bei seiner Ableitung die Theorie der zwei Fluida und der elektrischen Doppelbewegung im Strome zu Grunde gelegt. Doch lässt sich, wie C. NEUMANN [2]) gezeigt hat, dasselbe Gesetz auch ableiten, wenn man annimmt, dass nur die eine der beiden Elektricitäten sich bewegt, die andere aber nicht. Ob sich diese Ableitung auch auf den Fall übertragen lässt, dass die ruhende Elektricität mit der Körpermaterie identificirt wird, so dass man die Theorie eines Fluidums hätte, ist fraglich. Natürlich lässt sich die Ableitung dabei ganz ebenso machen, wie bei WEBER, aber es ist möglich, ja sogar wahrscheinlich [3]) dass man dabei zu Widersprüchen mit der Erfahrung gelangt. Es würden gerade die Convectionsströme ein *experimentum crucis* für die WEBER'sche Theorie abgeben [4]).

Uebrigens ist durch die Einwände von HELMHOLTZ und die sich daran anschliessende Diskussion gezeigt worden, dass das WEBER'sche Gesetz an sich, als Punktgesetz, auf gewisse unwahrscheinliche Folgerungen führt. Diese Erörterungen, die, so wichtig sie sind, hier auszuführen zu weitläufig wäre, sind in den unten citirten Aufsätzen enthalten [5]).

---

[1]) HERTZ, Ausbreitung der el. Kraft, pag. 19.

[2]) C. NEUMANN. Ber. der sächs. Gesellschaft 1871, pag. 386.

[3]) CLAUSIUS, mechan. Wärmetheorie II, pag. 232.

[4]) BOLTZMANN, WIED. Ann. 29, pag. 598. — LORBERG, WIED. Ann. 27, pag. 666. 1886; 31, pag. 131. 1887. — AULINGER, WIED. Ann. 27, pag. 119. 1886.

[5]) v. HELMHOLTZ, Ges. Abhandl. I, pag. 545. 1870; pag. 647. 1873; pag. 702. 1874; pag. 763. 1874; pag. 774. 1875; pag. 687 1881. — W. WEBER, Abh. d. sächs. Akad. 10, pag. 1. 1871. — WIED. Ann. 156, pag. 21. 1875. — Abh. d. sächs. Akad. 11, pag. 688. 1878. — WIED. Ann. 4, pag. 366. 1878. — C. NEUMANN, Abh. d. sächs. Akad. 1871. — POGG. Ann. 155, pag. 211. 1875. — Abh. d. sächs. Ges., 11., pag. 77. 1875. — Ber. d. sächs. Akad. 1872, pag. 162; 1874, pag. 132; 1875, pag. 1; 1880, pag. 35. — Abh. d. sächs. Akad., 10, pag. 417. — Mathem. Annal. 5, pag. 602. 1872; 6, pag. 350. 1873.

Von demselben Gedanken wie WEBER ausgehend, hatte GAUSS ein ähnliches Punktgesetz gefunden, welches aber erst nach seinem Tode veröffentlicht wurde[1]). Scin Gesetz steht aber mit dem Prinzip der Erhaltung der Energie nicht in Einklang[2]).

Ein anderes elementares Punktgesetz ist von Riemann aufgestellt worden[3]), welches ebenfalls auf der dualistischen Theorie beruht und mit der Theorie eines Fluidums nach CLAUSIUS (l. c.) nicht vereinbar ist. CLAUSIUS[4]) hat ein von diesem Mangel freies Grundgesetz aus den bis dahin bekannten Erfahrungen abgeleitet, welches für die Kraft zwischen zwei Elektricitätstheilchen einen von ihrer absoluten Geschwindigkeit im Raume abhängigen Werth giebt. Es ist das bei jedem derartigen Gesetz, welches die unitarische Theorie anwendet, eine nothwendige Folge. Denn, wenn man das elektrische Fluidum mit dem Aether identificirt, so bewegt sich nach der unitarischen Theorie der Aether in einem gewissen Körper gegen den übrigen, als ruhig angenommenen Aether. Absolute Bewegung ist aber eine solche, welche auf einen im Raume festen, d. h. in dem mit Aether angefüllten Raume festen Punkt sich bezieht. Daher muss das CLAUSIUS'sche Gesetz und es müsste auch das der unitarischen Theorie adaptirte WEBER'sche Gesetz die absoluten Geschwindigkeiten enthalten.

Eine Reihe von experimentellen Combinationen, durch welche man zwischen den drei Punktgesetzen von WEBER, RIEMANN, CLAUSIUS entscheiden könnte, hat BUDDE[5]) angegeben. Aus seiner Untersuchung seien folgende Resultate mitgetheilt:

Es giebt eine Anzahl von Versuchen, die zwischen den drei Grundgesetzen zu entscheiden gestatten.

Die besten sind folgende:

a) Ladung und Entladung eines metallischen Hohlkörpers, in dem ein Magnet an einem Coconfaden so suspendirt ist, dass seine magnetische Axe vertikal hängt. Der Magnet erleidet nach CLAUSIUS keine Wirkung, nach WEBER einen sehr schwachen, nach RIEMANN einen dreimal stärkeren rotatorischen Stoss.

b) Rotatorische Schwingungen eines möglichst grossen isolirten Magnets und Ableitung desselben von dem Punkt, wo die Rotationsaxe seine Oberfläche schneidet, in dem Augenblick, wo er seine Maximalgeschwindigkeit hat. Wenn er zur Ruhe kommt, findet man ihn nach RIEMANN geladen, nach den beiden andern Gesetzen ungeladen.

Weniger gut, aber mit ausserordentlichen Mitteln vielleicht noch erreichbar, sind folgende Versuche:

c) Rotation einer stark elektrisirten Scheibe, wie bei dem ROWLAND'schen Versuch, während ein ruhender Drahtring so befestigt ist, dass seine Medianebene durch die Rotationsaxe geht. Nach WEBER entsteht in dem Ring ein stationärer Strom, nach den beiden andern Gesetzen nicht.

d) Rotation eines kreisförmigen Multiplikators, entweder in einem magnetischen Feld oder mit einem Commutator, der den im Ring fliessenden galvanischen Strom nach jeder halben Drehung umkehrt. Die Axe der Drehung ist horizontal zu legen, und in der Horizontalebene, welche dnrch die Axe geht,

---

1) GAUSS Werke, Bd. V, pag. 616. 1867.

2) MAXWELL, Elektricität und Magnetismus II, § 852.

3) RIEMANN, Schwere, Elektricität und Magnetismus. 1876.

4) CLAUSIUS, Mechan. Wärmetheorie II, pag. 227.

5) BUDDE, WIED. Ann. 29, pag. 488. 1886; 30, pag. 100. 1887.

ein fein suspendirter, polarelektrischer Körper anzubringen. Nach WEBER wird derselbe abgelenkt, nach RIEMANN und CLAUSIUS nicht.

Als hoffnungslos sind zu verwerfen: 1) Alle Versuche über geokinetische Wirkungen nach dem CLAUSIUS'schen Gesetz; 2) alle Versuche, in denen blos freie Elektricität vorkommt[1]).

Zusammenfassend ergiebt sich also, dass die Fernkraft-Hypothesen der elektrischen Fluida, um alle Erscheinungen der Elektricität zu erklären, zwischen zwei Theilchen des elektrischen Fluidums Kräfte annehmen müssen, die von der Geschwindigkeit und der Beschleunigung der Theilchen abhängen. Dabei macht die dualistische Theorie diese Kraft abhängig von den relativen Bewegungen, während die unitarische Theorie sie von den absoluten Bewegungen abhängen lässt. Die Frage nach der Richtigkeit der Fernkraft-Theorie kommt also hinaus auf die Frage nach der Richtigkeit dieser elektrodynamischen Kraftgesetze. Abgesehen von den Einwänden, welche v. HELMHOLTZ gegen das WEBER'sche Gesetz erhoben hat, ist durch die HERTZ'schen Versuche eine definitive Entscheidung gegen diese Gesetze gegeben, in sofern als diese Versuche sich aus diesen Gesetzen nicht theoretisch ableiten lassen.

B. Modificirte Fernwirkungs-Theorien.

Einige Theorien nehmen an, dass die elektrischen Kräfte Zeit brauchen, um von einem Punkt zum andern zu gelangen. Sie machen aber keine Annahme über die Natur des Mediums, in dem die Fortpflanzung vor sich geht. Sie können deshalb nur als etwas modificirte Fernkrafttheorien angesehen werden. Die am meisten ausgearbeitete ist die Theorie von EDLUND.

Theorie von EDLUND.

Die Theorie der Elektricität die EDLUND[2]) aufgestellt hat, nimmt den Lichtäther als denjenigen Stoff an, dessen grössere oder geringere Menge in einem Körper die Elektrisirung, dessen Strömung den elektrischen Strom bedingt. Ein Körper besteht aus materiellen Molekülen mit Aetherhüllen und freiem Aether. Ein Ueberschuss an letzterem über den normalen Betrag macht den Körper positiv elektrisch, ein geringerer Betrag negativ elektrisch. Die Anziehungen und die dadurch hervorgebrachten Bewegungen zwischen zwei Körpern finden nicht im leeren Raume, sondern im Aether statt, müssen also nach dem ARCHIMEDI'schen Princip berechnet werden.

Der galvanische Strom entsteht durch Fortbewegung des Aethers. Die Stromstärke ist der Aethermenge proportional, die durch einen Querschnitt pro Secunde hindurchgeht. Die elektromotorische Kraft wirkt wie eine Pumpe, die den Aether durch den Leitungskreis treibt. Der Widerstand wird durch den hydrostatischen Druck erklärt, nicht etwa durch eine Reibung zwischen den Molekülen. Der so definirte Widerstand ist der Stromstärke proportional. Es ergiebt sich dann, dass der Widerstand eines Leiters von seiner absoluten Ge-

---

[1]) Aehnliche Untersuchungen: FRÖHLICH, WIED. Ann. 9, pag. 261. 1880; 12. pag. 121. 1881. — DELSAULX, Beibl. 5, pag. 891. 1881 — LORBERG, POGG. Ann. Erg. 8, pag. 599. 1877. — SCHATZ, Ueber das Grundgesetz der Elektrodynamik. Bonn, Dissert. 1880.

[2]) EDLUND, Arch. sc. phys. nat. Nouv. Sér 43, pag. 209. 1871. — POGG. Ann., Ergbd. 6, pag. 95. 1873. — Kongl Svenska Vetenskaps Akademiens Handlingar, 12, No. 8. 16, No. 1. — POGG. Ann. 148, pag. 421; 149, pag. 87. 1873; 156, pag. 590. 1875. — WIED. Ann. 2, pag. 347. 1877; 15, pag. 165. 1882.

schwindigkeit abhängen muss, ein Resultat, welches wieder zeigt, dass bei unitarischen Theorien — und eine solche ist die EDLUND'sche — die absolute Geschwindigkeit im Raume eine wesentliche Rolle spielt. Die elektrodynamischen Wirkungen werden dadurch erklärt, dass die Kraft, die zwischen zwei Körpern wirkt, Zeit braucht, um vom ersten zum zweiten zu gelangen. Daher hängt diese Kraft ab von der Bewegung der beiden Theilchen. Entwickelt man den Ausdruck für diese Kraft nach dem TAYLOR'schen Lehrsatz, so müssen dann die relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen und eventuell noch höhere Potenzen auftreten. Die bei dieser Entwickelung sich ergebenden Constanten bestimmt EDLUND aus dem Ampère'schen Gesetz.

Im Wesentlichen ist also die EDLUND'sche Theorie — bis auf Einzelheiten — eine unitarische Stofftheorie, bei welcher das positive Fluidum mit dem Aether identificirt wird. Die wesentliche Frage, ob die Kraft, die von einem elektrisirten Körper ausgeht, in der Zwischenzeit bis sie zu einem zweiten Körper gelangt, in dem Zwischenmedium etwa Veränderungen hervorbringt und welcher Art diese sind, wird nicht berührt und nicht beantwortet[1]).

Einwände gegen die EDLUND'sche Theorie sind von BAUMGARTEN[2]), CHWOLSON[3]), HERWIG[4]), ROITI[5]), LECHER[6]) erhoben worden und zum Theil von EDLUND widerlegt worden. ROITI hat eine Entscheidung der Frage, ob der elektrische Strom ein Aetherstrom ist, dadurch zu finden gesucht, dass er zeigte, es müsse der Durchgang des Lichtes durch leitende Körper im bejahenden Fall geändert werden. Seine Versuche zeigten das nicht, eben so wenig die von LECHER. Doch hat EDLUND dieses Experiment mit Recht überhaupt nicht als entscheidend anerkannt.

C. Mechanische Theorien.

Eine eigentliche Erklärung der elektrischen Erscheinungen, d. h. eine Zurückführung auf bekanntere Erscheinungen wird durch die Fernwirkungstheorien nicht gegeben. Eine solche ist erst dann vorhanden, wenn man einen Mechanismus zwischen den einzelnen Theilen eines elektrischen und magnetischen Systems so annimmt, dass durch bestimmte Bewegungen oder Zustände in einem Theile dieses Systems, welche man mit gewissen elektromagnetischen Erscheinungen identificirt, vermöge dieses Mechanismus auch in den andern Theilen dieses Systems solche Veränderungen, seien es Bewegungen oder statische Zustände, erzeugt werden, dass diese mit den dort durch elektromagnetische Einwirkungen wirklich erzeugten identificirt werden können. Wenn man also z. B. den elektrischen Strom in einem Drahte als eine wirklich strömende Bewegung

---

[1]) So wie bei EDLUND die elektrodynamischen Kräfte nur aus der Annahme abgeleitet werden, dass die Kraft Zeit braucht, um sich fortzupflanzen, ohne dass näher untersucht wird wie diese Fortpflanzung geschieht, ebenso geschieht dies nicht bei einigen andern Theorien, die hier nur citirt werden können. Die oben erwähnten Formeln von GAUSS (Werke Bd. V) und RIEMANN, (POGG. Ann. 131, pag. 237. 1867) gehören dazu, und die Arbeiten von LORENZ, POGG. Ann. 118, pag. 111. 1863; 121, pag. 579. 1864; 131, pag. 243. 1867; WIED. Ann. 7, pag. 161. 1879. — CARL NEUMANN, die elektrischen Kräfte, Leipzig, TEUBNER 1875. — LOSCHMIDT, Wien. Ber. 58, pag. 17. 1868.

[2]) BAUMGARTEN, POGG. Ann. 154, pag. 305. 1875.

[3]) CHWOLSON, POGG. Ann. Erg. 8, pag. 140, 478. 1876. — EDLUND, POGG. Ann. 151, pag. 133. 1874; 152, pag. 643. 1874; 153, pag. 612. 1874.

[4]) HERWIG, POGG. Ann. 150, pag. 623. 1873.

[5]) ROITI, POGG. Ann. 150, pag. 164. 1873.

[6]) LECHER, Rep. d. Phys. 20, pag. 151. 1884.

ansieht, so muss man einen Mechanismus suchen, durch welchen diese Strömung 1) in den angrenzenden nicht leitenden Substanzen magnetische Erscheinungen hervorruft, 2) etwa vorhandene Magnete in Bewegung setzt, 3) in benachbarten Leitern Inductionsströme erzeugt, 4) benachbarte Ströme in Bewegung setzt, 5) zu den Erscheinungen der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in den Nichtleitern Veranlassung giebt.

1) Allgemeine dynamische Betrachtungen von MAXWELL.

Eine der bedeutendsten Leistungen MAXWELL's ist es nun, dass er ganz allgemein zeigte, dass es mechanische Systeme bestimmter Art giebt, welche diese Bedingungen erfüllen. Seine Betrachtungen dabei sind ganz unabhängig von irgend einem speciell gewählten Mechanismus, wenn ihm auch ein solcher wohl als Leitfaden gedient hat. Sie basiren allein auf der Anwendung der mechanischen Principien auf die elektromagnetischen Erscheinungen und machen nur die eine Voraussetzung, dass in einem galvanischen Strome thatsächlich irgend eine Bewegungserscheinung vorhanden ist.

Der Gedankengang bei MAXWELL ist dabei folgender[1]). In einem elektrischen Strome findet sicher irgend eine Bewegung statt, nicht ein blosser Zustand. Die Wirkungen eines Stromes sind alle progressiver Art, wie namentlich die Elektrolyse beweist. Was ihn in Bewegung setzt, ist die elektromotorische Kraft. Die Arbeit, die eine elektromotorische Kraft leistet, wird zum Theil zur Ueberwindung des Widerstandes im Leiter verbraucht, zum Theil zur Hervorbringung der elektrodynamischen Erscheinungen, der Rest wird zur Vermehrung der kinetischen Energie des Stromes benutzt und zeigt sich in den Extraströmen.

Es sei nun ein System von Strombahnen gegeben, deren Gestalt und Lage durch die Variablen x_1, x_2 bestimmt seien. Die Geschwindigkeiten, mit der die materiellen Theile dieser Systeme sich ändern, sind dann durch $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$ gegeben und die kinetische Energie dieser Bewegung der materiellen Theile des Systems hat den Ausdruck:

$$T_m = \tfrac{1}{2}[(x_1 x_1)\dot{x}_1^2 + (x_1 x_2)\dot{x}_1 \dot{x}_2 + (x_1 x_3)\dot{x}_1 \dot{x}_3 + \ldots]$$
$$+ \tfrac{1}{2}[(x_1 x_2)\dot{x}_1 \dot{x}_2 + (x_2 x_2)\dot{x}_2^2 + (x_2 x_3)\dot{x}_2 \dot{x}_3 + \ldots],$$

wo $(x_1 x_1)(x_1 x_2)$ u. s. w. Grössen bezeichnen, die wohl von den Variablen $x_1 x_2 \ldots$ (jede im Allgemeinen von allen x), nicht aber von den Geschwindigkeiten $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$ abhängen.

Ausserdem aber sollen in den Strombahnen elektrische Ströme fliessen; die Variablen, durch welche diese Bewegung bestimmt wird, seien $y_1 y_2 \ldots$ ihre Geschwindigkeiten $\dot{y}_1$, $\dot{y}_2 \ldots$ Dann ist die gesammte Energie des Systems aus drei Theilen zusammengesetzt:

$$T = T_m + T_e + T_{me},$$

worin T_m sich auf die materielle Bewegung allein bezieht, T_e sich auf die elektrischen Bewegungen allein und T_{me} sich auf den Zusammenhang beider bezieht. Es sind dabei in entsprechender Bezeichnung

$$T_e = \tfrac{1}{2}[(y_1 y_1)\dot{y}_1^2 + (y_1 y_2)\dot{y}_1 \dot{y}_2 + \ldots],$$
$$T_{me} = (x_1 y_1)\dot{x}_1 \dot{y}_1 + (x_1 y_2)\dot{x}_1 \dot{y}_2 + \ldots$$

Die Coëfficienten (xx), (yy), (xy) könnten von allen x und allen y abhängen Da aber, wenn die Leiter in Ruhe und die Ströme in ihnen constant sind, sich

[1]) MAXWELL, Elektricität und Magnetismus II, Cap. VI. Scientif. papers. I.

der Zustand des Systems nicht mehr ändert, so können die y im Ausdruck für T nicht vorkommen. Unter $\dot{y}_k$ ist die Stärke des Stromes im $k$ten Leiter zu verstehen, wenn das System nur lineare Leiter enthält. Aehnliche Ausdrücke wie oben bekäme man für ein System von beweglichen Röhren, in denen Wasser fliesst. Diese aber würden in T_e nur die Quadrate der $\dot{y}$ enthalten und in T_{me} nur die Produkte $\dot{x}_k \dot{y}_k$ mit gleichen Indices, während in dem allgemeinen Problem auch Glieder von der Form vorkommen $(y_r y_s) \dot{y}_r \dot{y}_s$ und $(x_r y_s) \dot{x}_r \dot{y}_s$ welche zeigen, dass in dem Felde eine Bewegung stattfindet, die von den beiden Strömen $\dot{y}_r$ und $\dot{y}_s$ abhängt.

Wendet man auf dieses System die LAGRANGE'schen Gleichungen an, so kann man aus dem Ausdruck für T die Kräfte berechnen, die an den einzelnen Theilen des Systems angreifen und man erhält die Kraft X', welche die Veränderung von x bewirkt, zusammengesetzt aus 3 Theilen

$$X' = X_m' + X_e' + X'_{me},$$

worin:

$$X'_m = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_m}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T_m}{\partial x}$$

$$X'_e = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_e}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T_e}{\partial x}$$

$$X'_{me} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T_{me}}{\partial x}.$$

Darin ist X'_m eine gewöhnliche mechanische Kraft, X'_e wird, da T_e von $\dot{x}$ unabhängig ist, $= -\frac{\partial T_e}{\partial x}$. Es ist $X_e = -X'_e$ die elektromagnetische Kraft, von der ein Leiter im Felde angegriffen wird. Endlich besteht die Kraft X'_{me} aus 2 Componenten. Die eine verschwindet, wenn die Leiter in Ruhe verharren, die andere, wenn die Ströme constant in gleicher Stärke erhalten werden. Beide stellen eine Art Trägheitswirkung der Elektricität dar. Da solche sich bisher nicht zu erkennen gaben, obwohl MAXWELL direkt daraufhin Versuche anstellte[1]), so nimmt MAXWELL X'_{me} im Ganzen als Null an. In entsprechender Weise erhalten wir die Kräfte, welche auf die Elektricität selbst wirken, also elektromotorische Kräfte und zwar, da T von y unabhängig ist.

$$Y' = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right).$$

Das ist diejenige elektromotorische Kraft, die die inducirte neutralisirt. Die elektromotorische Kraft der Induction ist daher

$$Y = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right)$$

und sie zerfällt wieder in drei Theile

$$Y_m = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_m}{\partial \dot{y}}\right)$$

$$Y_e = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_e}{\partial \dot{y}}\right)$$

$$Y_{me} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{y}}\right).$$

Da T_m von $\dot{y}$ unabhängig ist, ist Y_m gleich Null. Dagegen stellt Y_e die inducirte elektromotorische Kraft in Folge von Stromschwankungen und relativen

---

1) MAXWELL, Treatise II, § 574. — HERTZ s. o. — COLLEY, WIED. Ann. 17, pag. 55. 1882.

Lagenänderungen und Y_{me} diejenige in Folge von Bewegungsänderungen dar. Es müsste, wenn Y_{me} existirt, möglich sein, in einem Leitersystem — auch wenn in keinem vorher ein Strom verhanden wäre — durch Bewegung der Leiter allein inducirte Ströme zu erzeugen; es wäre also eine Abhängigkeit der elektrischen Erscheinungen von der absoluten Bewegung der Leiter vorhanden. Da eine solche bisher nicht beobachtet wurde, kann man Y_{me} und damit überhaupt T_{me} vernachlässigen.

Diese Betrachtungen zeigen allgemein, dass man sowohl die elektrodynamischen Kräfte, wie die Inductionskräfte, die in einem solchen System entstehen, auf mechanischem Wege durch irgend eine passende mechanische Anordnung des Systems erklären kann. MAXWELL leitet dann aus diesen Gleichungen, mit Zuhilfenahme nur qualitativer Erfahrungssätze, die allgemeinen Gleichungen des variablen, elektromagnetischen Feldes her, welche, da sie den allgemeinsten Fall elektrischer Bewegung umfassen, alle besonderen Zweige der Elektricitätslehre, insbesondere Elektrostatik, Elektrokinematik, ruhenden Magnetismus als specielle Fälle in sich umfassen. Die Ableitung dieser Gleichungen und ihre Zurückführung auf die einfachste Form, wie sie von HERTZ gegeben wurde, ist in dem Kapitel über Elektromagnetismus enthalten. Es sei hier nur erwähnt, dass principiell bei MAXWELL das Dielektricum als an allen Vorgängen im Felde wesentlich betheiligt, ja dieses sogar überhaupt bestimmend erscheint. Es werden insbesondere in dem Dielektricum elektrische Verschiebungen angenommen, deren Veränderungen in der Zeit ganz dieselben Wirkungen haben, wie elektrische Ströme, also insbesondere elektromagnetische, elektrodynamische und Inductionswirkungen. Es sei hier nur die — noch ganz allgemeine, also von speciellen Hypothesen über die Natur der elektrischen und der magnetischen Bewegungen freie — Ableitung gegeben, durch welche MAXWELL die Kraftwirkungen eines elektromagnetischen Feldes durch einen Zwangszustand des Mediums erklärt, welches das Feld ausfüllt[1]).

Hat man ein Volumenelement des Mediums $dx\,dy\,dz$ und wird dasselbe von Kräften $X dx\,dy\,dz$, $Y dx\,dy\,dz$, $Z dx\,dy\,dz$, angegriffen, die zugleich Kräftepaare $L_x\,dx\,dy\,dz$, $L_y\,dx\,dy\,dz$, $L_z\,dx\,dy\,dz$ um die drei Axen ergeben, also das Element drehen können (ein Fall, den man in der gewöhnlichen Elasticitätstheorie ausschliesst), so lassen sich die Kräfte wie die Drehungsmomente durch 9 Drucke darstellen, analog wie es in der Elasticitätstheorie geschieht, nämlich:

$$X = \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zx}}{\partial z}$$

$$Y = \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zy}}{\partial z}$$

$$Z = \frac{\partial P_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z}$$

$$L_x = P_{yz} - P_{zy}$$

$$L_y = P_{zx} - P_{xz}$$

$$L_z = P_{xy} - P_{yx}.$$

Nun ergeben sich aber im allgemeinsten Fall, wo ein Körper magnetisirt ist und zugleich von einem Strom durchflossen wird, die Kraftcomponenten und Drehungsmomente an einer Stelle xyz als abhängig, 1) von den Componenten

[1]) MAXWELL, Treatise II, Cap. 11 § 641. S. dazu HERTZ, Ausbreitung der elektrischen Kraft, pag. 275. — HELMHOLTZ, WIED. Ann. 47, pag. 1. 1892.

der magnetischen Induction abc des Feldes an dieser Stelle, 2) von den Componenten der magnetischen Kraft $\alpha\beta\gamma$ an dieser Stelle, und zwar in folgender Weise:

$$X = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(a\alpha - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) + \frac{\partial}{\partial y}(b\alpha) + \frac{\partial}{\partial z}(c\alpha)\right)\right]$$

$$Y = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(b\beta - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) + \frac{\partial}{\partial y}(c\beta) + \frac{\partial}{\partial z}(a\beta)\right)\right]$$

$$Z = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(c\gamma - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) + \frac{\partial}{\partial x}(a\gamma) + \frac{\partial}{\partial y}(b\gamma)\right)\right]$$

$$L_x = \frac{1}{4\pi}(b\gamma - c\beta)$$

$$L_y = \frac{1}{4\pi}(c\alpha - a\gamma)$$

$$L_z = \frac{1}{4\pi}(a\beta - b\alpha).$$

Ein Vergleich dieser Werthe mit den obigen giebt für die Druckcomponenten folgende Ausdrücke:

$$P_{xx} = \frac{1}{4\pi}\left[a\alpha - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\right]$$

$$P_{yy} = \frac{1}{4\pi}\left[b\beta - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\right]$$

$$P_{zz} = \frac{1}{4\pi}\left[c\gamma - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\right]$$

$$P_{yz} = \frac{1}{4\pi}b\gamma, \quad P_{zy} = \frac{1}{4\pi}c\beta$$

$$P_{zx} = \frac{1}{4\pi}c\alpha, \quad P_{xz} = \frac{1}{4\pi}a\gamma$$

$$P_{xy} = \frac{1}{4\pi}a\beta, \quad P_{yx} = \frac{1}{4\pi}b\alpha.$$

Dieser Zwang besteht in:

1) einem Druck, der nach allen Richtungen mit derselben Stärke wirkt, nämlich

$$p = \frac{1}{8\pi}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) = \frac{1}{8\pi}H^2.$$

2) einer Spannung, deren Richtung in jedem Punkte des Körpers den Winkel 2ε zwischen der dort vorhandenen magnetischen Kraft H und der dort vorhandenen magnetischen Induction B halbirt, und welche Spannung die Grösse hat

$$T = \frac{1}{4\pi}BH\cos^2\varepsilon.$$

3) Einem Druck, senkrecht zu der eben in 2 bestimmten Richtung von der Grösse

$$p_1 = \frac{1}{4\pi}BH\sin^2\varepsilon.$$

4) Einem Kräftepaar, das jedes Element des Körpers von der Richtung der magnetischen Kraft in die Richtung der magnetischen Induction (in der Ebene beider) zu drehen sucht und das Moment hat

$$D = \frac{1}{4\pi}BH\sin(B, H)$$

Die allgemeinen dynamischen Betrachtungen MAXWELL's sind von BOLTZMANN[1]) in etwas anderer und zum Theil einfacherer Form dargestellt worden, indem er von denjenigen Bewegungen ausging, welche HELMHOLTZ als monocyklische bezeichnet hat, und welche dadurch definirt sind, dass das System, welches diese Bewegungen ausführt, einerseits nur cyklische Vaiiablen enthält, welche in den LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen nicht selbst auftreten, sondern von denen nur die Geschwindigkeiten erscheinen, (die y in den obigen MAXWELL'schen Gleichungen) und andererseits sehr langsam veränderliche Variable. Eine Reihe solcher Monocyklen bildet ein polycyklisches System. Das obige System MAXWELL's ist ein solches.

2) Modelle.

BOLTZMANN hat zugleich die Erscheinungen, welche zwei Stromkreise bieten (Inductionsströme, Extraströme aus verschiedenen Ursachen, elektrodynamische Anziehungen) zur Erläuterung dieser allgemeinen dynamischen Betrachtungen durch ein instructives Modell veranschaulicht. Dasselbe besteht im Wesentlichen aus drei übereinander auf dieselbe Axe gesetzten Centrifugalregulatoren mit Parallelogrammführung. Das oberste und unterste System tragen horizontale Zahnräder, in welche zwei vertikale Zahnräder, die mit dem mittleren System verbunden sind, durch konische Verzahnung eingreifen. Mit diesem Apparat kann man folgende Versuche machen.

1) Man bringt bloss das unterste System in Rotation. So lange dessen Geschwindigkeit wächst, dreht sich vermöge der Zahnräderübertragung das oberste im entgegengesetzten Sinne. Ist die Drehung constant geworden, so bleibt das obere still. Nimmt die Drehung unten ab, so dreht sich das obere gleichsinnig. Diese Processe entsprechen also der Entstehung von Inductionsströmen.

2) Wenn man das untere Rohr mit constanter Geschwindigkeit dreht und plötzlich die mittlere Stange, die alle Centrifugalapparate trägt, senkt, so entspricht das einer Vermehrung der Selbstinduction. Man erhält oben eine entgegengesetzte Drehung. Umgekehrt wenn man die Stange hebt.

3) Dreht man das oberste und unterste System in gleichem Sinne, so wird die Stange gesenkt, was einer Vermehrung der gegenseitigen Induction, also elektrodynamischer Anziehung entspricht.

4) Dreht man das obere System in entgegengesetztem Sinne wie das untere, so wird die Stange gehoben, was also einer Abstossung zweier entgegengesetzt fliessender Ströme entspricht.

Aehnliche Modelle, die auf cyklischer Bewegung beruhen, sind von MAXWELL[2]) selbst, dann von LODGE[3]) und EBERT[4]) construirt worden[5]). Namentlich das Modell von EBERT zeichnet sich durch sehr einfache und anschauliche Anordnung aus.

3) Specielle Theorien.

Um nun ein mechanisches System zu construiren, welches dieselben Eigenschaften wie ein System von Strömen und Magneten besitzt, hat man zu ver-

---

[1]) BOLTZMANN, Vorlesungen über MAXWELL's Theorie I.

[2]) MAXWELL, Treatise 3. Aufl., II., Cap. 7.

[3]) LODGE, Modern vieus of electricity, Cap. 10.

[4]) EBERT, WIED. Ann. 49, pag. 642. 1893.

[5]) Andere Modelle für einige elektrische Eigenschaften. FITZGERALD, Dubl. Proc. R. S. pag. 407. 1885; — Sir W. THOMSON, Rep. Brit. Ass. 1888, pag. 567; — RAYLEIGH, Proc. Phys. Soc. Lond. 10, pag. 484. 1890.

schiedenen Bewegungsarten seine Zuflucht genommen und diese Bewegungen mit verschiedenen elektrischen oder magnetischen Grössen identificirt. Die hauptsächlichsten derselben sind im folgenden klassificirt.

a) Hydrodynamische Theorien.

Manche Erscheinungen, die die Elektricität und der Magnetismus bieten, lassen sich durch hydrodynamische Vorrichtungen nachmachen und die letzteren sind daher geeignet, ein Bild und damit eventuell eine Erklärung der ersteren zu bieten. Von besonderem Interesse sind die Analogien, die BJERKNES[1]) studirt und ausgearbeitet hat. Wird ein Metallring beiderseits mit Kautschuk bespannt und an einer Röhre befestigt unter Wasser getaucht, und bewirkt man durch rasch aufeinanderfolgendes Verdichten und Verdünnen der Luft zwischen den Kautschukmembranen, dass diese in eine pulsirende Bewegung kommen, so werden durch die entstehenden Strömungen in der Flüssigkeit auf einen anderen eingetauchten Körper Druckkräfte ausgeübt. Lässt man daher zwei solche Körper gleichzeitig in Wasser pulsiren, so entstehen Abstossungs- resp. Anziehungserscheinungen. Zwei solche Körper verhalten sich wie zwei Magnetpole, nur dass, wenn sie in gleichsinniger Pulsation sich befinden, Anziehung, bei ungleichsinniger Abstossung stattfindet, umgekehrt wie bei Magnetpolen. Die hübschen Versuche von BJERKNES sind durch von ihm construirte Apparate leicht zu wiederholen.

Eine Reihe von solchen Analogien zwischen elektrodynamischen und hydrodynamischen Theorien, welche jedenfalls die Möglichkeit zeigen, scheinbare Fernkräfte durch Bewegung eines Zwischenmediums zu erzeugen, sind von RIECKE[2]) mathematisch durchgeführt worden.

Auch sonst müssen viele mechanische Theorien dem Aether zum Theil Eigenschaften einer Flüssigkeit zuschreiben. Es scheint zuerst HELM[3]) gewesen zn sein, der eine halb hydrodynamische Theorie der elektrischen Erscheinungen aufgestellt hat. Nach seiner Hypothese ist jeder Körper ein Aggregat von flüssigen Aethermolekülen, welche in festem elastischem Aether eingelagert sind, dessen Eigenschaften von jenen Molekülen mitbedingt werden. Sind verhältnissmässig wenig flüssige Moleküle vorhanden, so dass der Körper wesentlich festen elastischen Aether enthält, so ist der Körper ein Dielektrikum. Ist dagegen der Körper hauptsächlich flüssig, umschliesst diese Flüssigkeit die festen Theile nur wie ein Meer eine Insel, so ist der Körper ein Leiter. Zwischen dem flüssigen Aether und dem festen findet Reibung statt. Aus dieser Auffassung ergeben sich eine ganze Reihe der elektrischen Erscheinungen mit bemerkenswerther Vollständigkeit und Eleganz. Ein elektrisch geladener Körper ist ein solcher, der das umgebende Medium in einen Zustand der Spannung versetzt. Positiv soll ein Körper sein, der das Medium verdünnt. Der Strom im Leiter ist einfach ein Strom des flüssigen Aethers. Vermöge der Reibung (die in anderer als der gewöhnlichen Form eingeführt wird) an den inneren Theilen des festen Aethers wird Wärme, an den äusseren Theilen elastische Verschiebung erzeugt, die dann auf weiter abliegende Leiter inducirend resp. elektrodynamisch wirkt. Die magnetischen Erscheinungen werden durch Wirbel in dem flüssigen, resp. durch Torsionsspannungen in dem festen Aether erzeugt (s. w. u. »Elastische Theorien«).

---

[1]) BJERKENS, Nature 24, pag. 360. 1881; Compt. rend. 73, pag. 303. 1881.
[2]) RIECKE, Math. Ann. Bd. 30, pag. 309. 1887.
[3]) HELM, WIED. Ann. 14, pag. 149. 1881.

b) Wirbeltheorieen.

Die Theorie von HANKEL[1]).

HANKEL hat eine Theorie aufgestellt, durch welche die Fernwirkungen zwischen elektrisirten Körpern und elektrischen Strömen mechanisch erklärt werden. Er nimmt ein Medium an, welches den Raum zwischen den Körpern erfüllt, und welches event. der Lichtäther sein kann. Die Elektricität selbst wird aufgefasst als kreisförmige Schwingung des Aethers, die, je nachdem es sich um die positive oder negative Modifikation handelt, in dem einen oder entgegengesetzten Sinne erfolgen. Indess schwingen bei den Vorgängen der freien Elektricität nicht die einzelnen Moleküle des Aethers oder auch der ponderablen Substanzen für sich, sondern eine grössere Anzahl derselben bilden ein mit gemeinsamer Rotation begabtes Scheibchen (Wirbel), dessen Dimensionen jedoch klein sind. Die positive Elektricität soll so definirt werden, dass auf einem positiv elektrischen Körper die Schwingungen um den nach aussen gerichteten Theil der Normale eines Oberflächenelements des Körpers rechts herum geschehen. Die Schwingungen an der Oberfläche eines geladenen Körpers sind stehende, dagegen gehen die Wirbel durch Isolatoren fortschreitend hindurch. Die Rotationsdauer eines Wirbels braucht nicht constant zu sein. Es sei nun zunächst eine Reihe übereinander liegender Scheibchen von gleichem Durchmesser gegeben, und es werde die unterste Schicht in Umschwung versetzt, so theilt sich diese Bewegung den über ihr liegenden Schichten successive mit und pflanzt sich nach der Richtung der Umdrehungsaxe in einer Secunde um die Länge V fort. V soll für ein und dasselbe Medium constant, für verschiedene verschieden angenommen werden. Liegen auf der Längeneinheit n solche Schichten und bezeichnet ω die Rotationsgeschwindigkeit des untersten Wirbels, so eilt die unterste der nächst oberen um den Winkel $\frac{\omega}{nV}$ voraus. Dieser Winkeldifferenz ist die Kraft proportional, welche die obere Schicht in Bewegung setzt. Die Einwirkung eines Wirbels geht aber nicht bloss in der Richtung der Rotationsaxe auf die andere über, sondern nach allen Richtungen, wobei die an einem Punkt in der Entfernung r erzeugte Kraft proportional mit $\frac{\omega}{r^2}$ wird. Hat man zwei Schwingungssysteme, so wird die Einwirkung derselben auf einander eine Abstossung hervorbringen, die proportional dem Quadrat der Differenz der beiden Rotationsgeschwindigkeiten (an demselben Punkt), jede mit ihren Vorzeichen genommen, ist. Daraus ergeben sich die Gesetze der Elektrostatik vollständig.

Bei einem elektrischen Strom bilden die in jedem Querschnitt des Drahtes liegenden Aethermoleküls unter Betheiligung der materiellen Moleküle des Drahtes einen in gemeinsamer Rotation um die Axe des Drahtes befindlichen Wirbel und zwar je nach der Richtung des Stromes in dem einen oder anderen Sinne. Die Einwirkung zweier Ströme auf einander entsteht dann durch die von diesen Stromwirbeln ausgehenden Bewegungen im Aether, welche an einem entfernten Strom entweder Beschleunigungen oder Verzögerungen der Rotation hervorbringen. Das Gesetz der Kraftwirkung zwischen zwei Stromelementen ist das GRASSMANN'sche. Ist z. B. an einem Stromelement von der Länge ds' eine Wirbelgeschwindigkeit vorhanden, die der Stromstärke i' dort proportional ist, so

[1]) HANKEL, POGG. Ann. 126, pag. 440. 1865. — Ber. d. sächs. Ges. 1865, pag. 30. — Ber. d. sächs. Ges. 1866, pag. 269. — POGG. Ann. 131, pag. 607. 1867.

erzeugt diese an einem Ort C eine Geschwindigkeit $\frac{i'ds'}{r^2}$, die senkrecht auf der durch C und ds' gelegten Ebene ist. Ebenso alle anderen Elemente ds' eines kreisförmigen Stromes. Liegt C in der Axe dieses Stromes, die die z-Axe sei, so sind alle Componenten dieser Wirkung in der XY-Ebene paarweise gleich und entgegengesetzt, und es bleiben nur die nach der z-Axe hin gerichteten Geschwindigkeiten übrig, deren Summe $\frac{i'\pi\rho \sin c}{r^2}$ ist, wo c der Winkel der z-Axe mit dem Radius Vector von C nach ds' ist. Das Element ds selbst hat eine Rotationsgeschwindigkeit und die beiden Rotationen selbst erzeugen eine Kraft $\frac{ii'ds\pi\rho \sin c \cos\psi}{r^2}$, die in der XY-Ebene liegt[1]).

Da das Gesetz der Erhaltung der Energie vorausgesetzt wird, so ergeben sich in ähnlicher Weise die Inductionserscheinungen.

In neuerer Zeit hat HANKEL die Auffassung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes nach seiner Theorie näher präcisirt[2]). Danach vernichten sich bei zwei gleichen aufeinandergelegten Leitern die molekularen Rotationen, während bei zwei verschiedenen Leitern eine der Differenz beider entsprechende Rotationsbewegung entsteht, die die elektromotorische Kraft ist. Werden die Pole eines galvanischen Elements durch einen Leiter verbunden, so sucht die elektromotorische Kraft in den Molekülen dieselben rotirenden Bewegungen zu erzeugen. Diesem Bestreben stellen die einzelnen Moleküle einen Widerstand entgegen, der von ihrer Beschaffenheit abhängt. Ein Theil der elektromotorischen Kraft wird dazu verbraucht, um diesen Widerstand zu überwinden, und der übrige Theil bleibt als Rotation vorhanden und giebt den Strom. Es ist demnach, wenn e die elektromotorische Kraft, i die Stromstärke, U den Widerstand bedeutet

$$e = i + U.$$

Da erfahrungsgemäss für einen Leiter der Widerstand W im gewöhnlichen Sinne constant ist $= \frac{e}{i}$, so ist der hier eingeführte Widerstand U der Stromstärke proportional, also

$$U = ui.$$

Die Grösse u wird die Absorptionszahl des Leiters genannt, sie giebt den Betrag an, welcher bei $i = 1$ von e absorbirt wird. Für u ergeben sich dieselben Abhängigkeiten von Form und Verzweigung des Leitersystems, wie in der gewöhnlichen Theorie für W[3]).

Wirbeltheorie von MAXWELL.

Die bisher am weitesten ausgearbeitete und allen Anforderungen am meisten entsprechende Theorie der elektrischen Erscheinungen ist diejenige, die MAXWELL bereits 1861—62 publicirt hat, unter dem Titel »On physical lines of force«[4]). Wegen der Wichtigkeit dieser Theorie geben wir eine etwas eingehendere Analyse derselben.

---

1) HANKEL, WIED. Ann. 36, pag. 92. 1889.

2) HANKEL, WIED. Ann. 39, pag. 369. 1890.

3) Andere ähnliche Theorien der Aetherbewegung rühren her von REYNARD, Ann. de Chim. de Phys. (4) 19, pag. 272. 1870. — MOUTIER, Ann. chim. phys. (5) 4, pag. 267. 1875.

4) MAXWELL, I. u. II. Phil. Mag. (4) 21. 1861; III. Phil. Mag. (4) 23. 1862. Wieder abgedruckt in MAXWELL, Scientif. papers I., pag. 451.

Der erste Theil ist betitelt: Theorie der Molekularwirbel angewendet auf magnetische Phänomene. MAXWELL stellt sich darin zunächst nur die Aufgabe, die Beschaffenheit eines Mediums zu finden, welches im Stande ist, die Anziehungserscheinungen von Magneten durch seinen Bewegungs- oder Spannungszustand zu erklären. Durch die von ihm aufgestellte Hypothese gelingt es ihm aber nicht bloss, dieses zu leisten, sondern auch die elektromagnetischen Eigenschaften und die Induction zu erklären.

Die magnetische Kraft an irgend einem Punkt eines magnetischen Feldes hat Richtung und Grösse und lässt sich darstellen durch eine mechanische Spannung, die in einer Richtung, der Axe, grösser oder kleiner ist als in allen anderen, und durch Drucke, rechtwinklig zu dieser, die nach allen Richtungen gleich sind. Ein solcher Spannungszustand lässt sich immer zerlegen in 1) einen gewöhnlichen hydrostatischen Druck und 2) einen einfachen Druck oder Zug längs der Axe. Wenn der Druck in der Axe kleiner ist, als senkrecht dazu, so ist der zweite Theil in dieser Zerlegung ein Zug. Das ist der Fall im magnetischen Feld.

Ein solcher Zustand eines Mediums, welches in einer Richtung einen kleineren Druck hat als in jeder dazu senkrechten Richtung, leitet auf den Gedanken, dass der Ueberschuss des Druckes in der Aequatorialrichtung durch eine Centrifugalkraft entsteht. Wenn man in dem Medium lauter Wirbel annimmt, deren Axen den Kraftlinien parallel sind, so zeigt ein solches Medium grösseren Druck senkrecht zu den Kraftlinien, als in ihnen. Nimmt man also an, dass alle Wirbel in einem Theil des Feldes sich in derselben Richtung um nahezu parallele Axen drehen, dass dagegen in einem anderen Theil des Feldes die Richtung der Axen, die Drehungsgeschwindigkeit und die Dichtigkeit der Substanz der Wirbel sich ändern, so hat man drei Elemente, durch deren Veränderung man das System von Wirbeln verschiedenen Bedingungen anpassen kann.

Wenn ein Wirbel mit der Umfangsgeschwindigkeit v rotirt und in seiner Axe der Druck p_0 herrscht, so herrscht an dem Umfang, wenn ρ die Dichtigkeit ist, der Druck

$$p_1 = p_0 + \tfrac{1}{2}\rho v^2.$$

Der mittlere Druck eines Wirbels parallel der Axe ist also

$$p_2 = p_0 + \tfrac{1}{4}\rho v^2.$$

Die Differenz der Drucke p_1 senkrecht zu den Axen, und p_2 parallel der Axen bei einer Reihe kreisförmiger Wirbel ist also

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{4}\rho v^2$$

bei anders gestalteten Wirbeln mit anderer Dichtigkeit ist allgemeiner

$$p_1 - p_2 = C\rho v^2 = \frac{1}{4\pi}\mu v^2,$$

wo μ eine von der Dichtigkeit abhängige Constante ist.

Ein solches Medium, mit Wirbeln gefüllt, würde sich seitlich ausbreiten, wenn es nicht durch geeignete Drucke daran gehindert wird. Um diese zu finden, muss man untersuchen, wie gross die Drucke sind, die ein solches Wirbelsystem, dessen Axen die Cosinus lmn mit drei Axen bilden, auf die drei Coordinatenebenen ausübt, sowohl in normaler wie in tangentialer Richtung. Diese erhält man, wenn man die Componenten der Umfangsgeschwindigkeit eines Wirbels mit $\alpha\beta\gamma$ bezeichnet, also

$$\alpha = vl, \quad \beta = vm, \quad \gamma = vn$$

setzt, in der Form

$$p_{xx} = \frac{1}{4\pi}\mu\alpha^2 - p_1, \quad p_{\ y} = \frac{1}{4\pi}\mu\beta\gamma$$

$$p_{yy} = \frac{1}{4\pi}\mu\beta^2 - p_1, \quad p_{zx} = \frac{1}{4\pi}\mu\gamma\alpha$$

$$p_{xx} = \frac{1}{4\pi}\mu\gamma^2 - p_1, \quad p_{zy} = \frac{1}{4\pi}\mu\alpha\beta.$$

Daraus findet man sofort die (pro Volumeneinheit berechneten) Kraftcomponenten, die auf ein Element im Innern des Mediums wirken, aus der Formel

$$X = \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{xz}}{\partial z}$$

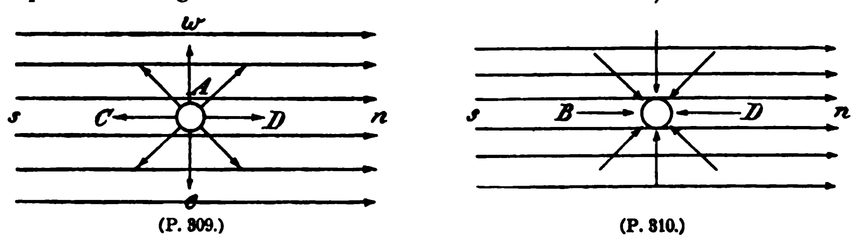
und den entsprechenden für Y und Z.

Es wird so

$$X = \frac{\alpha}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\mu\alpha) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\beta) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu\gamma)\right] + \frac{1}{8\pi}\mu\frac{\partial}{\partial x}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

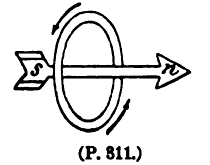
$$- \mu\beta\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y}\right) + \mu\gamma\cdot\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x}\right) - \frac{\partial p_1}{\partial x}$$

Um diese Gleichungen zu interpretiren, nimmt Maxwell an, dass die Umfangsgeschwindigkeiten der Wirbel $\alpha\beta\gamma$ die Componenten der magnetischen Kraft darstellen (die Componenten der Kraft, welche auf den Nordpol einer Magnetnadel von der Stärke 1 wirken würde).



(P. 309.) (P. 310.)

Ferner soll μ die magnetische inductive Capacität darstellen, dann sind $\mu\alpha$, $\mu\beta$, $\mu\gamma$ die Componenten der magnetischen Induction und



(P. 311.)

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mu\alpha) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\beta) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu\gamma)$$

ist gleich $4\pi \times$ der Menge Nordmagnetismus m in dem betreffenden Element.

Der erste Theil von X ist daher

$$\alpha m$$

und zeigt an, dass aus den Wirbeln eine Kraft entsteht, welche einen Nordpol nach der x-Axe verschiebt.

Es seien in Fig. 309 und 310 sn die Richtungen der Wirbelaxen, die Wirbel selbst mögen in der durch Fig. 311 gekennzeichneten Weite rotiren. Dann entspricht die Richtung der Pfeile in den Linien sn der Richtung, in die ein Nordpol sich einstellt. Nun möge ein Nordpol A in dieses Feld gebracht werden. Von ihm gehen dann die Kraftlinien nach allen Richtungen so aus, wie es Fig. 309 zeigt. Denn alle andern Nordpole würden sich in der Richtung dieser Pfeile bewegen. Man sieht, dass bei D die Wirbel des Feldes und die des Magnetpols sich verstärken, bei C schwächen. Es wird also ein stärkerer Zug in der Richtung der Axen bei D, als bei C stattfinden, d. h. A wird sich in der Richtung nach n bewegen. Das Umgekehrte findet für einen Südpol statt, wie man aus Fig. 310 ebenso erkennt.

Der zweite Theil von X, nämlich

$$\frac{1}{8\pi}\,\mu\,\frac{\partial}{\partial x}\,(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$$

zeigt, dass jeder Körper im Feld zu Stellen grösserer magnetischer Intensität hingetrieben wird, wobei die diamagnetischen Erscheinungen aufzufassen sind als die Erscheinungen, welche ein schwächer magnetischer Körper in einer stärker magnetischen Umgebung zeigt[1]).

Der dritte Term von X

$$-\mu\beta\,\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y}\right)$$

lässt sich folgendermaassen definiren. Die Grössen

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\right) = p, \quad \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x}\right) = q, \quad \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y}\right) = r$$

lassen sich auffassen als die Stromdichten eines elektrischen Stromes senkrecht zu den Axen der xyz. Die Kraft

$$-\mu\beta\cdot r$$

zeigt dann an, dass, wenn die magnetische Induction $\mu\beta$ nach y gerichtet und der Strom r nach z gerichtet ist, dass dann der Strom nach $-x$ gedrängt wird, d. h. ein aufsteigender Strom in einem nach Norden gerichteten Felde erhält eine Bewegung nach Westen.

In Fig. 312 ist ein magnetisches Feld sn und der Durchschnitt C eines stromführenden Drahtes gezeichnet. Um diesen herum bilden sich die kreisförmigen Kraftlinien in der Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengeht. Die beiden Systeme von Wirbeln verstärken sich bei e, schwächen sich bei w, so dass die Wirbel bei e sich mehr in äquatorialer Richtung ausbreiten als bei w und dass daher der Strom nach w gedrängt wird.

(F. 312.)

Dasselbe gilt vom vierten Term

$$+\frac{\mu\gamma}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x}\right) = +\mu\gamma q.$$

Endlich der fünfte Term

$$-\frac{\partial p_1}{\partial x}$$

zeigt an, dass das Element in der Richtung des abnehmenden hydrostatischen Drucks gedrängt wird.

Das so construirte System von Wirbeln erklärt also die Wirkung eines Feldes 1) auf magnetische Pole, 2) auf magnetisch inducirbare Körper, 3) auf elektrische Ströme. Die bisher angestellten Betrachtungen hängen im Grunde nur davon ab, dass angenommen wird, dass in Richtung der Kraftlinen ein geringerer Druck herrscht, als senkrecht dazu. Die Einführung des Wirbels dient nur zur Veranschaulichung eines solchen Zustandes. Nimmt man aber solche Wirbel an, so ist es schwer einzusehen, wie solche neben einander bestehen können, wenn sie sich um parallele Axen drehen, und noch mehr, wie ein Wirbel einen benachbarten erzeugen kann, da sie sich an der Berührungsstelle ja im entgegengesetzten Sinne drehen.

Um dafür ein mechanisches Bild zu haben, nimmt MAXWELL nun weiter an, dass zwischen je zwei Wirbeln kleine Partikeln vorhanden sind, die sich jedes

[1]) In Betreff dieser Glieder s. BOLTZMANN, WIED. Ann. 48, pag. 106. 1893.

um seine eigene Axe drehen können und die durch die benachbarten Wirbel in umgekehrter Richtung, also wie Zahnräder, in Bewegung versetzt werden und so auch die Bewegung weiter übertragen.

In der That, wenn ein Wirbel die Geschwindigkeitscomponenten $\alpha\beta\gamma$ hat und an einem seiner Umfangspunkte die Normale die Cosinus lmn mit den Axen bildet, so sind die Geschwindigkeitscomponenten an dieser Stelle nach den 3 Axen

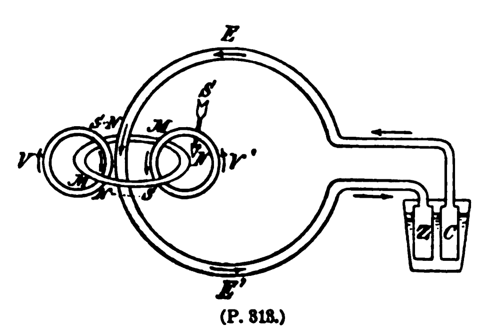
$$n\beta - m\gamma, \quad l\gamma - n\alpha, \quad m\alpha - l\beta.$$

Werden die entsprechenden Grössen für einen zweiten benachbarten Wirbel durch $\alpha'\beta'\gamma'$ bezeichnet, so erhält ein dazwischen liegendes Zahnradtheilchen die Geschwindigkeit nach der x-Axe,

$$u = \tfrac{1}{2}m(\gamma' - \gamma) - \tfrac{1}{2}n(\beta' - \beta).$$

Daraus folgt, dass die gesammte Zahl der Theilchen, welche in der Einheit der Zeit durch die Flächeneinheit hindurchgeht in Richtung der x-Axe ist:

$$p = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\right),$$



(P. 313.)

dass also durch die Bewegung dieser Zwischenpartikel vollständig ein elektrischer Strom dargestellt wird (s. o).

Wenn in Fig. 313 der Kreis EE einen elektrischen Strom von C nach Z in der Richtung der Pfeile darstellt, und die Linie MM' eine magnetische Kraftlinie darstellt, so stellen V und V' die Wirbel um diese Axe dar. Wenn V und V' benachbart sind, so treiben sie die Partikelchen, die zwischen ihnen liegen, nach unten, und wenn umgekehrt die Partikelchen durch eine äussere Kraft nach unten geschoben werden, so drehen sie die Wirbel in dem angegebenen Sinne.

Die Grösse der Partikel kann sehr klein gegenüber der der Wirbel angenommen werden, und im Allgemeinen können sich innerhalb eines Moleküls eine ganze Menge Wirbel befinden. Innerhalb eines Moleküls ist die Bewegung der Partikelchen widerstandslos. Wenn dagegen die Partikelchen von einem Molekül zum benachbarten übergehen, so erfahren sie im Allgemeinen einen Widerstand, und die elektrische Energie wird dadurch in Wärme umgewandelt. Die gesammte Energie eines Mediums, welches Wirbel enthält, ist pro Volumeneinheit

$$\frac{1}{8\pi}\mu(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2),$$

wo μ die obige, von der Dichtigkeit des Mediums abhängige Constante ist.

Wenn ein Wirbel von Partikelchen rings umgeben ist und wenn PQR die Kraftcomponenten sind, welche zwischen einem Partikel und dem Wirbel entstehen und wenn V das Volumen des Wirbels ist, so ist die in der Einheit der Zeit von den Partikeln auf den Wirbel übertragene Arbeit

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4\pi}\left[\alpha\left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y}\right) + \beta\left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z}\right) + \gamma\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right)\right]V.$$

Da aber die Aenderung der gesammten Energie des Wirbels in der Zeiteinheit ist

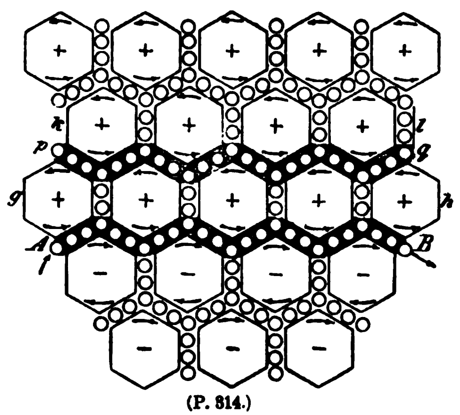
$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4\pi}\mu V\left(\alpha\frac{d\alpha}{dt} + \beta\frac{d\beta}{dt} + \gamma\frac{d\gamma}{dt}\right),$$

so folgt

$$\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} = \mu \frac{d\alpha}{dt}$$
$$\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{d\gamma}{dt}$$
$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = \mu \frac{d\gamma}{dt}.$$

Diese Gleichungen geben die Beziehungen zwischen den Aenderungen des Zustandes des magnetischen Feldes und den dadurch hervorgebrachten elektromotorischen Kräften (PQR).

Der Vorgang, durch den ein inducirter Strom zu Stande kommt, wird danach durch Fig. 314 erläutert. Darin bedeuten die grossen Sechsecke oberhalb und unterhalb AB die Wirbel, und die kleinen Kreise bedeuten die Elektricität.



(P. 314.)

Wenn nun ein Strom in AB von links nach rechts anfängt, so werden die Wirbel in gh umgekehrt wie ein Uhrzeiger in Rotation versetzt (+ Richtung). Die Schicht kl ist dann noch in Ruhe, und daher werden die Partikel pq im entgegengesetzten Sinne in Bewegung kommen, es wird ein inducirter Strom entstehen. Zugleich werden durch diese Bewegung von q nach p die Wirbel in kl in Bewegung gesetzt werden und immer rascher rotiren, bis sie dieselbe Geschwindigkeit haben wie die in gh. Dann wird der inducirte Strom aufhören. Das Umgekehrte findet statt, wenn der Strom in AB plötzlich aufhört.

Wenn man den allgemeineren Fall betrachtet, dass die Centra der Wirbel nicht wie bisher in Ruhe bleiben, sondern sich auch bewegen können, so dass ein Punkt, der vorher die Coordinate xyz gehabt hat, nun Zuwächse δx, δy, δz bekommt, so entsteht dadurch eine Aenderung der Winkelgeschwindigkeit der Wirbel, welche sich ausdrücken lässt durch

$$\delta\alpha = \alpha \frac{\partial}{\partial x} \delta t + \beta \frac{\partial}{\partial y} \delta z + \gamma \frac{\partial}{\partial z}.$$

Die ganze Aenderung der Winkelgeschwindigkeit der Wirbel besteht daher aus 2 Theilen, 1) der durch die elektromotorische Kraft PQR erzeugten und 2) der eben besprochenen, so dass

$$\delta\alpha = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\delta t + \alpha \frac{\partial}{\partial x}\delta x + \beta \frac{\partial}{\partial y}\delta y + \gamma \frac{\partial}{\partial z}\delta z.$$

Dafür kann man schreiben, wenn man

$$\alpha = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y}\right), \quad \beta = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial z}\right), \quad \gamma = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial x}\right)$$

setzt,

$$P = \mu\gamma \frac{dy}{dt} - \mu\beta \frac{dz}{dt} + \frac{dF}{dt} - \frac{\partial \psi}{\partial x}$$
$$Q = \mu\alpha \frac{dz}{dt} - \mu\gamma \frac{dx}{dt} + \frac{dG}{dt} - \frac{\partial \psi}{\partial y}$$
$$R = \mu\beta \frac{dx}{dt} - \mu\alpha \frac{dy}{dt} + \frac{dH}{dt} - \frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

Durch eine solche Veränderung der Form und Geschwindigkeit der Wirbel werden also ebenfalls elektromotorische Kräfte inducirt, deren Gesetze sich aus den letzten Gleichungen ergeben. Die Grössen F, G, H sind die Componenten desjenigen Zustandes, den FARADAY den **elektrotonischen** genannt hat. Nur seine Veränderung mit der Zeit kommt in den Gleichungen vor. Die Kräfte PQR sind tangentiale Kräfte zwischen Wirbeln und Zwischenpartikeln, die Grösse ψ entspricht dem Drucke oder der Spannung zwischen den einzelnen Zwischenpartikeln.

Während so alle Eigenschaften des elektromagnetischen Feldes durch diesen Mechanismus vollständig erklärt sind und die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes sich dadurch in der Form und Vollständigkeit ergeben, welche heute nach den Versuchen von HERTZ als die wirklich richtigen anzusehen sind[1]), gelingt es nicht ohne Weiteres, die elektrostatischen Erscheinungen davon abzuzuleiten. Diese und die Einwirkung des Magnetismus auf Licht sind Gegenstand der dritten Abhandlung von MAXWELL. In dieser stellt er zunächst fest, dass die Veränderung einer elektrischen Verschiebung in einem Dielektrikum ganz dasselbe ist wie ein elektrischer Strom und es handelt sich also im Wesentlichen darum, die Eigenschaften des Mediums herauszufinden, welche es in den Stand setzen, unter dem Einfluss elektromotorischer Kraft elektrische Verschiebung zu zeigen. Diese Eigenschaften findet MAXWELL dadurch, dass er den Zellen, in welchen die Wirbel stattfinden, auch **Elasticität** zuschreibt. Die elektrische Verschiebung fgh ist dann nichts anderes als die elastische Verschiebung der Zellen. Wenn eine Schicht von Zwischenpartikeln verschoben wird, so tordiren sie vermöge ihrer Tangentialkräfte die elastische Substanz der Zellen und rufen eine gleich grosse und entgegengesetzt gerichtete elastische Kraft hervor. Wenn die Kraft aufhört, so kommt die Zelle wieder in ihre ursprüngliche Form zurück. Die Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft R in Richtung der x-Axe und der elastischen (elektrischen) Verschiebung h in derselben Richtung ist dann

$$R = -4\pi E^2 h,$$

wo E^2 eine Constante ist, die von der Elasticität des Mediums abhängt. Sie liegt zwischen $E^2 = \pi m$ und $3\pi m$, wo m der Rigiditätsmodul ist. Wenn daher die Zellen zugleich magnetisch in Rotation versetzt werden, so ist die Stärke des Stromes pro Flächeneinheit nicht mehr wie oben,

$$p = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}\right),$$

sondern jetzt

$$p = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z} - \frac{1}{E^2}\frac{dP}{dt}\right)$$
$$q = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x} - \frac{1}{E^2}\frac{dQ}{dt}\right)$$
$$r = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial v} - \frac{1}{E^2}\frac{dR}{dt}\right).$$

Ein elektrisirter Leiter ist daher ein Körper, an welchem das angrenzende elastische Medium in einem Zustand des Druckes oder der Spannung ist. Die elektrische Dichtigkeit erscheint hierbei nur als Grösse $-\frac{1}{4}\pi\Delta V$, wo V das Potential von PQR ist, welches im Ruhezustand existirt.

---

[1]) Es ist möglich, dass MAXWELL erst durch diesen Mechanismus allmählich auf das System *seiner* Gleichungen gekommen ist (BOLTZMANN).

Eine transversale Wellenbewegung pflanzt sich in einem elastischen Medium mit der Rigidität m fort mit der Geschwindigkeit

$$V = \sqrt{\frac{m}{\rho}},$$

wo ρ die Dichtigkeit ist. Da $\rho = \frac{\mu}{\pi}$, und $E^2 = \pi m$ gesetzt wurden, so ist

$$V = \frac{E}{\sqrt{\mu}}.$$

Da in Luft $\mu = 1$ und E sich zugleich als Verhältniss der elektrostatischen zur elektromagnetischen Einheit definiren lässt, welche nach den Messungen gleich der Lichtgeschwindigkeit ist, so folgt, dass das elastische, elektromagnetische Medium zugleich der Lichtäther ist und dass Lichtschwingungen elektromagnetische Schwingungen sind. Da E^2 umgekehrt wie die Dielektricitätsconstante D variirt, so folgt daraus

$$D = \frac{i^2}{\mu},$$

wo i der Brechungsindex ist.

Aus derselben Hypothese — der Molekularwirbel — leitet MAXWELL zum Schluss eine Erklärung und eine Formel für die Drehung der Polarisationsebene des Lichts im magnetischen Feld ab. In der That, wenn ein Lichtstrahl in Richtung der Axe eines Wirbels hindurchgeht, so werden die Verschiebungen des Mediums nicht bloss hervorgebracht von den gewöhnlichen Elasticitätskräften, sondern auch beeinflusst von den Drehungen durch die Wirbel, und man sieht ohne Rechnung ein, dass ein polarisirter Lichtstrahl so verändert werden muss, dass seine Schwingungsrichtung in der Richtung der Drehung der Wirbel verschoben werden muss. Mathematisch stellt sich das so dar, dass die elastischen Beschleunigungen eines Theilchens, das von einer in Richtung der z-Axe fortschreitenden, transversalen, ebenen Welle in Bewegung gesetzt wird, nämlich $\frac{d^2\xi}{dt^2}$, $\frac{d^2\eta}{dt^2}$, nicht bloss von den gewöhnlichen, elastischen Kräften $\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}$, $\frac{\partial^2\eta}{\partial z^2}$ herrühren, sondern auch von den durch die Wirbel entstehenden Kräften

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{4\pi}\mu r \frac{d\beta}{dt}\right) \text{ und } -\frac{d}{\partial z}\left(\frac{1}{4\pi}\mu r \frac{d\alpha}{dt}\right),$$

wo r der Radius eines Wirbels ist. Die entsprechenden Gleichungen schreiben sich dann, wenn man unter γ die Umfangsgeschwindigkeit der Wirbel versteht, und $\frac{1}{4\pi}\frac{\mu r}{\rho}\gamma = c^2$ setzt:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} + c^2 \frac{\partial^2\eta}{\partial z^2 dt}$$

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} = a^2 \frac{{}^2\eta}{\partial z^2} - c^2 \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2 dt}.$$

Es ergiebt sich daraus, wenn man nach FRESNEL die Dichte des Aethers ρ in einem Körper $= s i^2$ setzt, wo s die Dichte des freien Weltäthers ist, und wenn man noch γ durch die magnetische Intensität Z ausdrückt, der Winkel ϑ, um den die Polarisationsebene sich dreht

$$\vartheta = 90^\circ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{r}{s^{\frac{1}{2}}} \frac{\mu i Z z}{\Lambda^2 V},$$

wo z die Dicke der durchstrahlten Substanz, μ die magnetische inductive Capacität, λ die Wellenlänge in Luft ist.

Später hat MAXWELL diese Formel noch für die Dispersion erweitert[1]).

Da in dieser Formel alle Grössen messbar sind, ausser r und s, so kann man, wie GRAETZ[2]) gezeigt hat, daraus zunächst ein relatives Maass für die Grösse der Wirbel in verschiedenen Substanzen finden. Es ergiebt sich diese Grösse für feste und flüssige Körper im Allgemeinen nicht sehr verschieden, für gasförmige dagegen viel kleiner. Es wird z. B. der Radius der Molekularwirbel, wenn er für Wasser = 1 gesetzt wird, für

Schwefelkohlenstoff	2·23,	Salpetersäure	0·60,
FARADAY's Glas	3·20,	Kreosot	0·77.

Dagegen für

Wasserstoff 0·00057, Sauerstoff 0·00047, Kohlenoxyd 0·00100.

Für Eisen dagegen wird $r = 3000$, für Nickel etwa 1500, für Kobalt 3400.

Diese Grösse von r für die stark magnetischen Substanzen legt die Annahme nahe, die schon MAXWELL ausgesprochen hat, dass im Eisen die Moleküle als Ganzes wirbeln. Dadurch erhält man absolute Werthe von r. Es ist danach der Radius eines Molekularwirbels im Wasser

$$r \leqq 3{\cdot}1 \cdot 10^{-12}\ cm,$$

und so entsprechend für die anderen Substanzen.

Ferner ergiebt sich dann eine untere Grenze für die Dichtigkeit des freien Lichtäthers, nämlich

$$s < 9 \cdot 10^{-16}.$$

Eine obere Grenze für s ist nach einer Betrachtung von W. THOMSON

$$s > 10^{-18}.$$

Wenn auch die Theorie von MAXWELL in bemerkenswerther Vollständigkeit die elektrischen Erscheinungen erklärt, so leidet sie doch an tiefen, inneren Schwierigkeiten, von denen die hauptsächlichsten sind, dass erstens die Wirbelsubstanz selbst als flüssig und doch als elastisch fest angenommen wird und dass zweitens im Grunde ausser dem Aether ein noch feinerer Stoff, der der Zwischenpartikeln, eingeführt wird[3]).

c) Molekulartheorie.

J. J. THOMSON[4]) hat versucht, die Eigenschaften der Elektricität und des Magnetismus durch eine eigenthümliche Molekulartheorie verständlich zu machen. Er nimmt an, dass in einem elektrostatischen Feld die Röhren elektrostatischer Induction reale Existenz haben, dass sie entweder in sich zurücklaufende Ringröhren sind, oder dass sie zwei Atome von Körpern oder eines einzigen Körpers mit einander verbinden. Ihre Form und Lage soll beliebig veränderlich sein. Die Atome eines Moleküls sind durch kurze Röhren mit einander verbunden. Freie Elektricität zeigt immer freie Atome an. Es mögen $f g h$ die Anzahl von Einheitsröhren parallel drei Axen sein, welche sich in einem Dielektricum befinden, und es möge der Zustand des Dielektricums sich irgendwie verändern. Dann werden die Röhren sich bewegen: u, v, w seien ihre Geschwindigkeiten,

---

[1]) MAXWELL, Treatise II, § 829.

[2]) GRAETZ, WIED. Ann. 25, pag. 165. 1885.

[3]) In Betreff dieser Theorie s. noch GLAZEBROOK, Phil. Mag. (5) 11, pag. 397. 1881. — ROWLAND, Amer. Journ. of Math. 3, pag. 89. 1880. — J. J. THOMSON, Nat. 24, pag. 204. 1883. Siehe auch neuere Betrachtungen von EBERT, WIED. Ann. 51, pag. 260. 1894; 52, pag. 417, 1894.

[4]) J. J. TOHMSON, Phil. Mag. (5) 31, pag. 149. 1891; Phys. Revue I, pag. 316. 1892.

ausserdem werden sie sich aber auch deformiren. Die zeitliche Aenderung von f pro Volumeneinheit, die aus diesen beiden Ursachen folgt, ist

$$\frac{df}{dt} = \frac{d}{dy}(gu - fv) - \frac{d}{dz}(fw - hu) - u\left(\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz}\right).$$

Das letzte Glied

$$\frac{df}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dh}{dz} = \rho$$

stellt die Dichtigkeit der freien Elektricität in dem betreffenden Volumenelement dar, und da $\frac{df}{dt} + u\rho$ die Stromdichtigkeit parallel x ist, so folgt, da nach MAXWELL

$$4\pi\left(\frac{df}{dt} + u\rho\right) = \frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z}$$

ist, u. s. w.

$$\alpha = 4\pi(hv - gw),$$
$$\beta = 4\pi(fw - hu),$$
$$\gamma = 4\pi(gu - fv).$$

Die Grössen $\alpha\beta\gamma$ stellen die magnetische Kraft dar, die durch die Bewegung der Röhren entsteht. Sie ist gleich 4π mal der Stärke der Röhren multiplicirt mit der zu ihrer Axe senkrechten Geschwindigkeitscomponente.

Die elektrische Kraft, welche eine sich bewegende Röhre erzeugt, hat dann die Componenten

$$X = w\beta - v\gamma,$$
$$Y = u\gamma - w\alpha,$$
$$Z = v\alpha - u\beta.$$

Sie ist also gleich dem Produkt aus der Geschwindigkeit der Röhre und der durch dieselbe erzeugten magnetischen Kraft und steht senkrecht zur Bewegungsrichtung der Röhre und zur magnetischen Kraft.

Wenn die Röhren elektrostatischer Induction in einen Leiter eindringen, so schrumpfen sie zu molekularen Dimensionen zusammen und das dem Leiter pro Zeiteinheit mitgetheilte Moment parallel der x-Axe ist

$$\gamma q - \beta r,$$

wenn pqr die Anzahl der Röhren bedeuten, welche pro Zeiteinheit in den Leiter nach der x, y, z-Richtung eindringen.

Daher sind die Kräfte auf einen mit der Stromdichte pqr fliessenden Leiter im magnetischen Felde

$$\gamma q - \beta r,$$
$$\alpha r - \gamma p,$$
$$\beta p - \alpha q,$$

Man erhält also auf diese Weise ebenfalls die gewöhnlichen Gleichungen des magnetischen Feldes.

Die elektrischen und magnetischen Grössen erscheinen dabei als direkt bedingt durch die Anzahl und die Bewegung solcher reeller Röhren. Es ist jedoch nicht zu verkennen, dass die eigentliche Schwierigkeit dabei die ist, zu erklären, warum eine solche Röhre an ihren Enden die Wirkungen freier Elektricität zeigt. Das Wesen der freien Elektricität ist dabei immer noch so räthselhaft, wie es war.

d) Elasticitäts-Theorien.

Die Erscheinungen der Elektricität und des Magnetismus durch dieselben elastischen Eigenschaften des Aethers zu erklären, durch welche man die Licht-

schwingungen erklärt, erwies sich, so vielfach es auch versucht wurde, als unmöglich. Man muss vielmehr, wie es scheint, dem Aether eine von den gewöhnlichen elastischen Körpern abweichende Elasticität zuschreiben, und insbesondere berücksichtigen, dass der Aether, wenn er als Träger der elektromagnetischen Erscheinungen dienen soll, in manchen Fällen die Eigenschaften eines festen, elastischen. in anderen die eines flüssigen Körpers hat.

Diese letztere Einsicht führte schon, wie oben erwähnt, im Jahre 1881 HELM[1]) dazu, anzunehmen, dass der Aether in den leitenden Körpern flüssig sei.

Einen andern Weg hat zuerst W. THOMSON[2]) eingeschlagen. Er denkt sich nämlich den Aether als einen Stoff, welcher absolut incompressibel ist und sich wie eine Flüssigkeit bewegt, der also einer Formänderung gar keinen Widerstand entgegensetzt, so dass er gar keine Elasticität besitzt. Dagegen soll er einer Rotation seiner Volumenelemente einen Widerstand entgegensetzen, der der Grösse der Verdrehung proportional ist. Diese Eigenschaft bezeichnet THOMSON als Quasirigidität, und den Aether selbst als quasirigid. Hat ein Aethertheilchen die Verschiebungen F, G, H, so sind die Drehungen, doppelt genommen:

$$a = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}$$
$$b = \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}$$
$$c = \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}.$$

Durch die Quasirigidität wirken dann im Volumenelement $d\tau$ die Drehungsmomente

$$\frac{a\,d\tau}{2\pi\mu}, \qquad \frac{b\,d\tau}{2\pi\mu}, \qquad \frac{c\,d\tau}{2\pi\mu}.$$

wo μ eine Constante ist.

Aus dieser Annahme ergeben sich die Grundgleichungen der MAXWELL'schen Theorie.

BOLTZMANN[3]) macht darauf aufmerksam, dass man die MAXWELL'schen Gleichungen erhält, wenn man, unter FGH elastische Verschiebungscomponenten verstanden, für die Energie des elastischen Aethers einen Ausdruck bekommt

$$L = \frac{K}{2}\left\{\left(\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)^2\right\}, \tag{1}$$

während der Ausdruck für die elastische Energie des gewöhnlichen Aethers ist

$$L = K\left[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial G}{\partial z} + \frac{\partial H}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 + \vartheta\left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}\right)^2\right]. \tag{2}$$

Die Form 1 für die Energie erhält man nun thatsächlich, wenn man den quasirigiden Aether annimmt. Man erhält sie aber auch, wenn man $\vartheta = -1$ setzt. Nun kann aber für einen gewöhnlichen, elastischen Körper ϑ keinen negativen Werth haben. Der Werh $\vartheta = -1$ würde einem Aether entsprechen,

[1]) HELM, WIED. Ann. 14, pag. 149. 1881.

[2]) W. THOMSON, Math. and phys. papers III, pag. 436 ff. Art. 99, 100, 102.

[3]) BOLTZMAMM, WIED. Ann. 48, pag. 84. 1893.

den THOMSON als quasilabilen Aether bezeichnet hat, und der sehr eigenthümliche Eigenschaften hätte[1]).

Dabei ist aber andererseits vorausgesetzt, sowohl bei dem quasirigiden, wie bei dem quasililabilen Aether, dass er sich sonst wie eine incompressible Flüssigkeit bewegen kann, wobei er durch Körpermoleküle oder sonst auf eine Weise einen seiner Geschwindigkeit proportionalen Widerstand erfährt.

Ebenfalls von dem THOMSON'schen quasirigiden Körper ausgehend hat SOMMERFELD[2]) die elektromagnetischen Erscheinungen dadurch abgeleitet, dass er die Verschiebungen FGH nicht der elektrischen Kraft, sondern der magnetischen Kraft proportional setzt. Ausserdem aber braucht er noch die Annahme, dass der Aether sich bewegt wie eine incompressible Flüssigkeit, welche Quasi-Viscosität besitzt; d. h. die gewöhnliche Strömung des Aethers findet ohne Reibung statt, dagegen setzt sich der Rotation eines Volumenelements eine reibende Kraft entgegen, welche der Drehungsgeschwindigkeit proportional ist.

In den Leitern bewegt sich danach der Aether wie eine quasiviskose Flüssigkeit, in den Nichtleitern wie ein quasirigider Körper. Die »elektrische Verschiebung« MAXWELL's entspricht bei dieser Theorie der Drehung eines Aethertheilchens, die Geschwindigkeit im Strom ist eine Winkelgeschwindigkeit. Insofern die Elektricität als eine Drehung angesehen wird, hat diese Theorie eine gewisse entfernte Aehnlichkeit mit derjenigen von HANKEL. Auf gewisse Schwierigkeiten dieser Annahme hat BOLTZMANN aufmerksam gemacht[3]). Er zeigt nämlich, dass bei dieser Darstellung eine gleichförmig elektrisirte Kugel unmöglich erscheine.

Aehnlich hat HELM[4]) die Gleichungen von MAXWELL, in der Form wie sie HERTZ gegeben hat[5]), auf die Bewegungsgleichungen eines den Raum stetig erfüllenden Mittels zurückgeführt, ohne dass jedoch die Bedeutung der einzelnen Grössen in seiner bisherigen Darstellung deutlich hervortritt. Der Aether verhält sich bei ihm wie ein elastischer fester Körper, bei dem aber in jedem Volumenelement noch eine besondere Kraft herrscht, und der sich in den Leitern wie eine Flüssigkeit mit reibungsartigen Kräften bewegt.

In sehr klarer Weise hat BOLTZMANN[6]) die verschiedenartigen, elastischen Theorien, zu denen auch die MAXWELL'sche gehört, übersichtlich klassificirt.

In dem irgendwie elastischen Aether möge in jedem Volumenelemente irgend eine, noch unbestimmte Bewegung möglich sein, deren Componenten F, G, H seien. Sie werde die tonische Bewegung genannt, weil F, G, H nach MAXWELL (s. o.) die Componenten des elektrotonischen Zustandes sind. Ihre Geschwindigkeiten seien:

$$P = \frac{dF}{dt}, \qquad Q = \frac{dQ}{dt}, \qquad R = \frac{dH}{dt}.$$

Die lebendige Kraft der tonischen Bewegung sei (pro Volumeneinheit)

$$T = \frac{K}{8\pi}(P^2 + Q^2 + R^2).$$

[1]) LOSCHMIDT, Ueber die Natur des Aethers, Wien 1862. Fortschritte der Physik 1862, pag. 68. — W. THOMSON, Math. and phys. papers. l. c.

[2]) SOMMERFELD, WIED. Ann. 46, pag. 139. 1892. — s. auch REIFF, Elektricität und Elasticität, Freiburg 1893.

[3]) BOLTZMANN, WIED. Ann. 48, pag. 95. 1893.

[4]) HELM, WIED. Ann. 47, pag. 743. 1892.

[5]) HERTZ, Ausbreitung der el. Kraft.

[6]) BOLTZMANN, Vorlesungen über die MAXWELL'sche Theorie II, erste Vorlesung.

Durch diese tonische Bewegung mögen aber innere (etwa elastische) Kräfte in dem Aether geweckt werden, deren Potential pro Volumeneinheit sei

$$V = \frac{1}{8\pi\mu}\left[\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)\right]. \qquad \text{(I)}$$

K und μ sind zwei Constanten des Körpers

Ausserdem soll noch eine den Geschwindigkeiten proportionale Widerstandskraft in jedem Element herrschen, deren Componenten pro Volumeneinheit sind

$$-CP, \quad -CQ, \quad -CR,$$

wo C eine neue Constante ist.

An manchen Stellen sollen ausserdem noch besondere Kräfte herrschen (elektromotorische aller Art), deren Componenten pro Volumeneinheit seien

$$-CX, \quad -CY, \quad -CZ.$$

Die bei einer Verschiebung FGH im Zeitelement dt durch die beiden letzteren Arten von Kräften entwickelte Energie ist

$$C(P^2 + Q^2 + R^2) - C(XP + YQ + ZR).$$

Bei irgend einer Verschiebung FGH muss die Zunahme der lebendigen Kraft gleich der Abnahme der potentiellen Energie weniger der Arbeit der Widerstands- und sonstigen Kräfte sein. Daraus erhält man die Gleichungen

$$K\frac{dP}{dt} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)\right] - 4\pi C(P + X)$$

$$K\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right)\right] - 4\pi C(R + Y)$$

$$K\frac{dR}{dt} = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right)\right] - 4\pi C(R + Z).$$

Das sind aber die MAXWELL'schen Gleichungen.

Es kommt also hauptsächlich darauf an, wie die Verschiebungen FGH angenommen werden müssen, und welche Eigenschaft der Aether haben muss, damit dann die potentielle Energie den oben stehenden Werth I bekommt.

Nimmt man FGH (die dielektrischen Verschiebungen) als gewöhnliche Verschiebungen ξ, η, ζ, so ist $\frac{K}{4\pi}$ die Dichte des Aethers und der Aether müsste dann der quasirigide von THOMSON sein.

Nimmt man FGH als Drehungscomponenten an, so kommt man auf die SOMMERFELD'sche Hypothese, welche nur noch die Quasiviskosität braucht.

BOLTZMANN interpretirt die Gleichungen so, dass er in jedem Volumenelement einen Kern annimmt, dessen Drehung die Componenten FGH habe. Zwischen je zwei Kernen sollen ähnliche Frictionspartikelchen liegen, wie bei MAXWELL, die sich verschieben können. Durch ihre Verschiebung soll aber eine proportional entgegenwirkende Kraft geweckt werden. Dann hat die potentielle Energie den oben verlangten Werth. Es ist diese Hypothese in einer Hinsicht eine Umkehrung der MAXWELL'schen. Denn während bei MAXWELL die magnetischen Kräfte als Drehungsgeschwindigkeiten auftreten, treten hier die elektrischen als solche auf. MAXWELL hat in seiner Theorie ausführlich gezeigt, dass seine Annahme plausibler ist, weil der Magnetismus wohl den Charakter des rotatorischen hat, nicht aber der elektrische Strom.

Das Schlussresultat dieser Uebersicht über die Erklärungversuche der Elektricität ist ein unbefriedigendes. Obwohl bewiesen ist, dass es eine ganze An-

zahl von mechanischen Systemen giebt, welche dieselben Eigenschaften aufweisen, wie ein elektromagnetisches System, sind alle bisherigen Versuche, wirklich ein derartiges System aufzustellen, das nicht bloss dieselben Eigenschaften hat, sondern auch anschaulich ist, misslungen. Nimmt man den Lichtäther als den Träger der elektrischen Erscheinungen allein an, so muss man ihm Eigenschaften zuschreiben, die einander nach unseren sonstigen Erfahrungen nahezu ausschliessen. Nimmt man, wie MAXWELL, noch Zwischenpartikel an, so kommt man wohl zu einer verständlichen Darstellung, aber man hat einen neuen Stoff, abgesehen vom Lichtäther, nothwendig und der Gewinn an Einsicht gegenüber der alten Fluidumstheorie ist dann ein illusorischer. GRAETZ.

Nachträge zu Bd. III, 2.

pag. 54: Magnete von der zweiten der unter 3) angeführten Formen werden, wenn es Elektromagnete sind, häufig RUHMKORFF'sche Elektromagnete genannt, auch im weiteren Texte dieses Bandes.

pag. 170, Anmerkung 1. Neuerdings auch GROTRIAN, WIED. Ann. 52, pag. 735. 1894.

pag. 180. Inzwischen ist eine systematische Darstellung der Lehre von den magnetischen Kreisen von H. DU BOIS (Berlin 1894) erschienen.

pag. 237, Z. 14. Die Arbeit von HEYDWEILLER ist inzwischen in ausführlicherer Darstellung erschienen: WIED. Ann. 52, pag. 264. 1894.

Bedauerlicherweise wurde bei Angabe der quantitativen Untersuchungen über die Drehung der Polarisationsebene eine Abhandlung von QUINCKE (WIED. Ann. 24, pag. 606; 1885) übersehen, aus der hier wenigstens einige Zahlen nachgetragen werden mögen:

Schwefelkohlenstoff	0·04409′	bei 21°
Wasser	0·01414′	„ 22°
Quarz senkrecht zur Axe	0·01805	bei 18—20°.
Alkohol	0·01124	
Aether	0·01119	
Methylalkohol	0·00989	

In Lösungen, z. B. von Eisenchlorid in Manganchlorür oder Wasser nimmt die specifische Drehung mit der Concentration enorm zu, während der Atommagnetismus von ihr unabhängig ist. In historischer Hinsicht ist noch zu bemerken, dass die QUINCKE'sche Arbeit nach denen von Lord RAYLEIGH und ARONS dagegen vor denen von KOEPSEL, DU BOIS, PERKINS und WACHSMUTH veröffentlicht worden ist.

Sachregister.

(Die Zahlen geben die Seiten an.)

A

Absolutes Maass bei magnetischen Grössen 473; bei elektrischen Grössen 474; Beziehungen zwischen elektrischen und magnetischen Grössen 475; Ableitung der verschiedenen Maasssysteme 476; absolute Einheiten und Dimensionen der einzelnen Grössen nach den beiden Hauptsystemen 477; das internationale absolute Maasssystem 479; Ohmbestimmungen 480.

AMPÈRE'sche Regel 297; AMPÈRE'sche Theorie des Magnetismus 308; AMPÈRE'sches Grundgesetz 338.

Arbeit beim Magnetisiren 175.

Atommagnetismus 212.

B

Bifilarmethoden, magnetische 72.

BIOT-SAVART'sches Gesetz 299.

C

Coërcitivkraft der Magnete 51.

Compass 87.

Compensationsmethode, magnetische 71.

Constitution der Magnete 29.

Cylinderinductor 491.

D

Diamagnetismus 53 199; Theorie 220.

Disjunctoren oder Analysatoren 353.

Doppelbrechung, circulare durch Magnetismus 293.

Drehströme 516.

Drehstrommotor 516.

Dynamoelektrische Maschinen 490; Gleichstrommaschinen und Wechselstrommaschinen 492; Construction und Wirkungsweise der Gleichstrommaschinen 492; Hauptbestandtheile der Gleichstrommaschinen 496; Theorie d. Gleichstrommaschinen 500; Hauptstrommaschinen 502; Nebenschlussmaschinen 503; Maschinen mit gemischter Wickelung 504; Wechselstrommaschinen 505; Transformatoren 507; elektrische Kraftübertragung 512; Nutzeffekt und Wirkungsgrad der Kraftübertragung 513; Gleichstrommotoren und Wechselstrommotoren 515; Mehrphasenströme 516; Systeme der Stromvertheilung bei Elektricitätswerken 520.

E

Eisenchlorid, Magnetismus desselben 206.

Elektrische Kraftübertragung 512.

Elektrische Schwingungen von sehr grosser Schwingungszahl 415; Experimentelle Untersuchungen von HERTZ 415 ff.; Untersuchungen, welche den Nachweis und die Erregung sehr kurzer, elektrischer Schwingungen betreffen 423 ff.; Untersuchungen über Fortpflanzung u. Fortpflanzungsgeschwindigkeit sehr kurzer elektrischer Schwingungen in Drähten und in der Luft 430; Verhalten von Isolatoren, leitenden Flüssigkeiten und verdünnten Gasen gegen elektrische Schwingungen 444; die Kräfte elektrischer Schwingungen i. Raume 466; Fortpflanzung elektrischer und magnetischer Schwingungen in einem unbegrenzten, homogenen Medium 469; Reflexion ebener, elektrischer Wellen an einer der Wellenebene parallelen Metallwand 471.

Elektromagnetismus 296; Wirkung von Strömen auf Magnete 297; AMPÈRE'sche Regel 297; BIOT-SAVART-sches Gesetz 299; geradliniger Strom im gleichförmigen Magnetfelde 301; Wirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol 302; Wirkung eines Kreisstromes 303; Wirkung von Spulen 304; Aequivalenz von Strömen und Magneten 306; Wirkung von Magneten auf elektrische Ströme 309; elektromotorische Rotations- und Schwingungsapparate 312; Unterbrechungsapparate 317; Magnetisirung durch elektrische Ströme 319; HALL'sches Phänomen 322; Thermomagnetischer Transversaleffekt 328; Galvanomagnetischer Transversal- und Longitudinaleffekt 330.

Elektromagnetische Motoren 510.

Elektromagnetische Inductionsapparate 357.

Elektrodynamik 337; AMPÈRE'sches Grundgesetz 338; WEBER'sches Grundgesetz 343; GRASSMANN'sches Elementargesetz 343; Anwendungen der Elektrodynamik 345.

Erdinductor 90.

Erdmagnetismus, Verticalintensität 82; Deklination und Inklination 84; Erdinductor 90; örtliche Vertheilung 106; Isogonen 108; Isoklinen 110; Horizontalisodynamen 112; Totalisodynamen 113; Kraft- und Niveaulinien 116;

zeitliche Aenderungen 119; Theorie 127; GAUSS'sche Theorie 128; Einfluss der Land- und Wassertheilung 132; Einfluss der Bodengestaltung 133; Gebirgsmagnetismus 133; Beziehungen zur Temperatur 134; Polarlichter 135; Erdströme 138.
Erklärungsversuche für die elektrischen Erscheinungen 550; Fernwirkungstheorien 550; WEBER's Grundgesetz 554; Theorie von EDLUND 559; allgemeine dynamische Betrachtungen von MAXWELL 561; Modelle zur Erläuterung 565; Hydrodynamische Theorien 566; Theorie von HANKEL 567; Wirbeltheorie von MAXWELL 568; Molekulartheorie 576; Elasticitätstheorien 577.

F

Feld, magnetisches 20; gleichförmiges 24.
Fernsprechanlagen 524.
Ferromagnetismus 188.
Flüssigkeiten, Magnetismus derselben 207 ff.

G

Galvanomagnetischer Transversal- und Longitudinaleffekt 330.
Gase, Magnetismus derselben 213 ff.
Drehung der Polarisationsebene in Gasen 288.
Gebirgsmagnetometer 99.
Gleichstrommaschinen 492.
Gleichstrommotoren und Wechselstrommotoren 515.
GRASSMANN'sches Elementargesetz 343.

H

HALL'sches Phänomen 322.
Hauptstrommaschinen 502.
Hysteresis, magnetische 174.

I

Induction, magnetische 48 139; allgemeine Theorie 141; Gestaltungscoëfficient 146; Anwendung der Theorie auf einzelne Körperformen 149; Ellipsoid 151; Cylinder 153; Ring 154; Molekulartheorie 156; Theorien von WEBER und MAXWELL 159; experimentelle Untersuchungen 161; Messungsmethoden 165; Messungsergebnisse 166; Hysteresis 174; Kreisprocess, Arbeit beim Magnetisiren 175; magnetische Nachwirkung 176; WALTENHOFEN'sches Phänomen 178; Entmagnetisirung 179; magnetischer Kreis 180; empirische Magnetisirungsformeln 183.
Induction 346; Grunderscheinungen 346; Experimentelle Gesetze der Induction 350; Apparate zur Verstärkung und zur Anwendung der Inductionserscheinungen 353; mathematische Theorie der Induction in geschlossenen Leitungen 360; Beispiele und Anwendungen der Gesetze der Induction in geschlossenen Leitungen 368; unipolare Induction 371; Inductionscoëfficienten von Drahtleitungen auf einander und auf sich selbst 373; Verlauf von Inductionsströmen sowie allgemein von veränderlichen Strömen in Drahtleitungen 377; veränderliche Ströme bei Einschaltung und Ausschaltung constanter Ketten 381; Wechselströme oder elektrische Schwingungen 387; Induction in körperlichen Leitern 403; elektrische Schwingungen von sehr grosser Schwingungszahl, Ausbreitung der elektrischen Kraft 415.
Inductionscoëfficienten von Drahtleitungen auf einander und auf sich selbst 373.
Intensitätsvariometer 95.

K

KERR'sches Phänomen 291.
Kobalt, Magnetismus desselben 148.
Kraftlinien, magnetische 21.
Kreis, magnetischer 180.
Krystall-Magnetismus 223.

L

Licht, Beziehungen zum Magnetismus 275.

M

Magnete. Constitution 59; Wirkung nach Aussen 36; magnetische Axe 39; Coërcitivkraft 51; Sättigung 52; Schirmwirkung 53; Material, Form und Herstellung 54; Tragkraft 103; Aequivalenz v. Strömen u. Magneten 306; Wirkung von Magneten auf elektrischen Ströme 309.
Magneteisenstein 195.
Magnetelektrische Maschinen 355.
Magnetismus. Grunderscheinungen 3; magn. Moment 19; magn. Feld 20; magn. Kraftlinien 21; magn. Potential 22; Contitution der Magnete 29; Gesammt- u. freier Magnetismus 31; magn. Axe 39; magn. Induction 48; Permanente und temporäre Magnetisirung 50; Coërcitivkraft 51; Material, Form und Herstellung der Magnete 54; magn. Messungen, s. Messungen; Magnetismus der verschiedenen Körper 187; Ferromagnetismus 188; Magnetismus von Nickel 196, von Kobalt 198; von Eisenchlorid 206; von Flüssigkeiten 207 ff.; Molekularmagnetismus 211; Atommagnetismus 212; Magnetismus der Gase 213 ff.; Krystallmagnetismus 223; Beziehung zum longitudinalen Zug und Druck 234; Beziehung zur Biegung 239; Beziehung zur Torsion 240; Beziehung z. Volumen 244; Magnetostriction 245; Beziehungen zu den mechanischen Constanten der Körper 251; Beziehung zu Bewegungsvorgängen 251; Erzeugung von Schall durch Magnetismus 254; Beziehungen zur Wärme 256; Einfluss des Magnetismus auf das thermische und chemische Verhalten 273; Beziehungen zum Licht 275; Drehung der Polarisationsebene des Lichtes beim Durchgange durch magnetische Körper 275; Drehung der Polarisationsebene in Gasen 288; cirkulare Doppelbrechung 293; Theorie der magneto-optischen Erscheinungen 294; AMPÈRE'sche Theorie d. Magnetismus 308; Einfluss des Magnetismus auf elektr. Entladungen und auf das elektr. Licht 334.
Magnetisirungsformeln, empirische 183.
Magnetographen 97.
Magnetometer 60.
Magneto-optische Erscheinungen, Theorie 294.
Magnetostriction 245.
Magnetpole 5; Gesetz der Wirkung zwischen Polen 6; Einheit die Polstärke 7; Wirkung zwischen Polpaaren 8; gewöhnliche und äquivalente Pole 46; Messung des Polabstandes 105

Mehrphasenströme 516.
Messungen, magnetische. Magnetometer 60; GAUSS'sche Methode zur Bestimmung des Magnetismus eines Stabes und der Horizontalintensität des Erdmagnetismus 63; Compensationsmethode 71; Bifilarmethode 72; magn. Waagen 78; Methode der Inductionsströme 81; Verticalintensität des Erdmagnetismus 82; Deklination und Inklination 84; Erdinductor 90; Intensitätsvariometer 95; Magnetographen 97; Gebirgsmagnetometer 99; Messung magn. Felder 100; Ermittelung der Axe eines Magneten 104; Messung des Polabstand 105.
Mikrophon 522.
Molekularmagnetismus 211.
Moment, magnetisches 19 34 ff.

N

Nachwirkung, magnetische 176.
Nebenschlussmaschinen 593.
Nickel, Magnetismus desselben 196.

O

Ohmbestimmungen 480; W. WEBER's Methode des Erdinductors 481; W. WEBER's Methode des Rotationsinductors 482; W. WEBER's Dämpfungsmethode 483; Methode der VOLTA-Induction (KIRCHHOFF'sche Methode) 484; Methode der rotirenden Platte von LORENZ 485.

P

Paramagnetismus und Diamagnetismus 199; Theorie 217.
Permanente und temporäre Magnetisirung 50.
Piëzoelektricität 535; allgemeine Theorie von VOIGT 536 ff.; Messungen 539; Molekulartheorie 544; Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 547; Aenderung der Doppelbrechung piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 549.
Polarisationsebene, Drehung derselben durch magnetische Körper 275.
Polarlichter 135.
Polstärke, Einheit derselben 17.
Pyroelektricität 527; Beziehungen zur Krystallform 528; Beobachtungsmethoden 529; Beobachtungsergebnisse 529, Theoretische Vorstellung von W. THOMSON 533; Fundamentalversuche von RIECKE 533; Molekulartheorie 544; Wärmeeffekt in pyroelektrischen Krystallen durch dielektrische Polarisation 549.

R

Ringinductor 496.
Rotationsapparate, elektromagnetische 312.

S

Scheibeninductor 496.
Schwingungen s. elektrische Schwingungen.
Schwingungsapparate, elektromagnetische 312.
Selbstinductionscoëfficienten 365.
Stromvertheilungssysteme bei Elektricitätswerken 520.

T

Telephon 521; Telephon und Mikrophon 522; Fernsprechanlagen 524; Telephon und Mikrophon als physikalische Apparate 525.
Theorie d. Elektricität n. MAXWELL 449 ff.; nach HERTZ 455 ff.; Begründung und Erweiterung der MAXWELL-HERTZschen Theorie 462 ff.; siehe ferner »Erklärungsversuche f. d. elektr. Erscheinungen«.
Thermomagnetische Motoren 267.
Thermomagnetischer Transversaleffekt 328.
Tragkraft der Magnete 103.
Transformatoren 507.
Trommelinductor 496.

U

Unipolare Induction 371.
Unterbrechungsapparate 317.
v, Bestimmung dieser Constanten, von welcher die Verhältnisse der elekromagnetischen zu den elektrostatischen Einheiten abhängen 487.

W

Waagen, magnetische 78.
WALTENHOFEN'sches Phänomen 178.
Wärme, Beziehungen des Magnetismus 256; Wärmewirkung der Magnetisirung 268.
WEBER'sches Grundgesetz 343.
Wechseltrommaschinen 505.
Wismuth, Diamagnetismus desselben 205.

Namenregister.

(Die Zahlen geben die Seiten an.)

A

ABRAHAM, Bestimmung der Constante v. 489.
ABT, Magneteisenstein 195.
ADLER, Magnetische Induction 165; Arbeit beim Magnetisiren 176; Magnetostriction 245 248.
AEPINUS, Pyroelektricität 527.
AMBRONN, Krystallmagnetismus 232.
AMPÈRE, Astatische Nadeln 55; AMPÈRE'sche Regel der Magnet-Ablenkung 297; Theorie des Magnetismus 308 u. f.; Elektromagnetische Rotationsapparate 313 u. f.; AMPÈRE'sches Grundgesetz 336.
ANGSTRÖM, Messung magnetischer Felder 102.
ARAGO, Rotationsmagnetismus 407.
ARONS, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 285; Nachweiss HERTZscher Schwingungen 424; (und RUBENS) Fortpflanzung elektrischer Schwingungen in Isolatoren 445.
AUBEL, VAN, Längsänderung durch Magnetisirung 239; Widerstandsänderung im Magnetfeld 327.
AUERBACH, Magnetische Nachwirkung 178 u. f.; Dauer der magnetischen Induction 182; Magnetisirungsformel 184; Magnetismus von Eisenpulver 196; Magnetismus von Nickelpulver 198; Widerstandsänderung im Magnetfelde 327; Theorie der Gleichstrommaschine 500 u. f.

AULINGER, Zu WEBER's elektrischem Grundgesetz 557.
AYRTON und PERRY, Inductionscoëfficienten 386; Secohmeter 386; Bestimmung der Constante v. 489.

B

BACHMETJEFF, Magnetische Nachwirkung 179; Erzeugung von Schall durch Magnetismus 255; Zusammenhang des Magnetismus mit dem Atomgewicht 275; Einfluss des Magnetismus auf die Thermoelektricität 332.
BANTI, Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240.
BARLOW, Erdströme 138; BARLOW'sches Rad 318.
BARUS und STROUHAL, Magnetismus von Eisen und Stahl 191.
BARRETT, Längsänderung durch Magnetisirung 238; Beziehung des Magnetismus zum Volumen 244; Recalescenz 267.
BATTELLI, Erdströme 138; Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung des Eisens 273.
BAUER und BRAUNS, Pyroelektricität 530.
BAUMGARTEN, Einwände gegen die elektrische Theorie von EDLUND 560.
BAUR, C., Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 257; Magnetische Induction von Ringen 169.
BECQUEREL, Diamagnetismus des Wismuths 203; Magnetismus der Gase 215; Theorie des Diamagnetismus 221; Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 285 u. f.
BEER, C., Magnetische Induction 140; Theorie des Krystallmagnetismus 224; Unipolare Induction 372.
BEETZ, Längsänderung durch Magnetisirung 238; Wechselwirkung zwischen veränderlichen Strömen und Eisenmassen 412.
BELLATI, s. NACCARI.
BELTRAMI, Magnetische Induction 140.
BENOIT, s. MASCART.
BERLINER, Mikrophon 523.
BERSON, Einfluss der Erschütterung auf den Magnetismus 253.
BERTIN, A., Rotation von Flüssigkeiten unter dem Einfluss von Magneten 315.
BEZOLD, v., Elektrische Schwingungen 415.
BIDWELL, Längsänderung durch Magnetisirung 238.
BICHAT, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 282.
BJERKNES, Apparat zur Messung secundärer Schwingungen 428, Dämpfung elektrischer Schwingungen 432 u. f.; 441 u. f.; Analogien zwischen hydrodynamischen und elektrodynamischen Erscheinungen 566.
BIOT, Constitution der Magnete 32; (und SAVART) Astasirung 55; das BIOT-SAVART-sche Gesetz 299.
BIRKELAND, Telephon beim Studium elektrischer Schwingungen 429.
BLONDLOT, Theorie des Diamagnetismus 221; Fortpflanzung elektrischer Wellen 439 u. f.; Elektrische Schwingungen und Dielektricitätsconstanten 445.
BOLTZMANN, Magnetische Induction 155; Theorie der magnetischen Induction in schwach magnetischen Körpern 217; Magnetostriction 245; Theorie des HALL'schen Phänomens 333; HALL'sches Phänomen 336; Nachweiss elektrischer Schwingungen 427; MAXWELL's Theorie der Elektricität 450 464; Reflexion ebener elektrischer Wellen 471; Zu WEBER's eletrischem Grundgesetz 557; Darstellung der MAXWELL-schen Theorie 563; Modell für elektrische Erscheinungen 565; Zur Theorie der Elektricität 578.
BORGMANN, Einwirkung eines zeitlic hveränderlichen Kraftfeldes auf ruhende Leiter 411.
BÖRNSTEIN, R., Magnetismus von Eisenpulver 195; Wirksamkeit des Inductionsapparates 359.
BOSANQUET, Magnetischer Kreis 180.
BOUTY, Vergleichung von Stabmagnetismen 94; Magnetische Nachwirkung 177; (u. FOUSSEREAU) Telephon bei Widerstandsmessungen 527.
BÖTTGER, Pyroelektricität 530.
BRANDER, Erdströme 138.
BRAUN, Theorie des Diamagnetismus 221; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 244; Deformationsströme 414.
BRAUNS, s. BAUER.
BREWSTER, Pyroelektricität 527.
BRILLOUIN, Inductionscoëfficient 377 386.
BROWN, Einfluss der Erschütterung auf den Magnetismus 253.
BRUGMANS, Diamagnetismus des Wismuths 203.
BUDDE, Zu KIRCHHOFF's Theorie des elektrischen Stromes 552; Zum elektrischen Grundgesetz 558.
BUFF, Analysator 354.

C

CANCANI, Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 262.
CANTON, Pyroelektricität 528.
CANTONE, Magnetostriction 245 250.
CAZIN, Wärmewirkung der Magnetisirung 269.
CHREE, VILLAR'sche Wirkung beim Kobalt 237.
CHRISTIE, Diamagnetismus des Wismuths 205.
CHRYSTALL, Beziehung des Magnetismus zur Torsion 242.
CHWOLSON, Wirkung zwischen Polpaaren 10; Magnetische Induction 155; Theorie der magnetischen Induction 160; Widerstandsänderung im Magnetfelde 327; Einwände gegen die elektrische Theorie von EDLUND 560.
CLAUSIUS, elektrisches Grundgesetz 345; Absolutes Maasssystem 475; Theorie der Gleichstrommaschine 505; Elektrisches Grundgesetz 558.
COHN, E., Bestimmung der Dielektricitätsconstanten mit Hilfe elektrischer Schwingungen 446; Theorie der Elektricität 450; Telephon bei Messung von Dielektricitätsconstanten 527; (und F. und HEERWAGEN) Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen 436 u. f.
COLARDEAU, magnetische Niveauflächen 23.
COLLEY, Wirksamkeit des Inductionsapparates 359; Spiegeloscillometer und Gasflammenoscillometer 390.
COULOMB, Wirkungsgesetz zwischen Magnetpolen 6; Scheidungshypothese bei Magneten 31; Constitution der Magnete 33; Magnetismus von Eisen 189; Magnetismus von Eisenpulver 195.
CURIE, Magnetismus von Sauerstoff 215.

CURIE, J. u. P., Entdeckung der Piëzoelektricität 535, Messungen der Piëzoelektricität 539; Theorie der Piëzoelektricität 547; Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 548 u. f.
CZERMAK, Piëzoelektrische Messungen 540; Aenderung der Doppelbrechung piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 549 (s. KLEMENCIC).

D

DAL NEGRO, Magnetelektrische Maschine 356.
DAVY, Rotation von Flüssigkeiten unter dem Einfluss von Magneten 315.
DE LA RIVE, Wirkung des Magnetismus auf elektrische Entladungen 335 (s. SARAZIN).
DELSAULX, Zum elektrischen Grundgesetz 559.
DONLE, Quermagnetismus 56.
DOLIVO-DOBROWOLSKY, Drehstrommotor 517.
DORN, Ohmbestimmungen 482 484 486.
DOVE, Disjunctor 354; Differentialinductor 397.
DRAGOUMIS, Nachweiss HERTZscher Schwingungen 424.
DRUDE, KERR'sches Phänomen 290; Theorie der magnetooptischen Erscheinungen 295; (und NERNST) Einfluss der Temperatur auf den HALL-Effekt 276; Widerstandsänderung im Magnetfeld 327.
DUB, Constitution der Magnete 33.
DU BOIS, magnetische Induction 140 155 165; Ferromagnetismus 188; Magnetismus von Eisen und Stahl 194 195; Magnetismus von Nickel 197; Tabelle des Magnetismus verschiedener Körper 208; Magnetismus von Manganchlorür und von Cerchlorid 210; Magnetismus der Gase 214; Magnetismus von Wasser und von Lösungen 217; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 257 266; Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Körper 277 f.; KERR'sches Phänomen 289 f.; Transformator 509.
DU BOIS-REYMOND, A., Gleichstrommotoren 516.
DUFOUR, Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 261.
DUHEM, magnetische Induction 140 156; Unmöglichkeit diamagnetischer Körper 220; Theorie des Krystallmagnetismus 224; Magnetostriction 245; Einfluss des Magnetismus auf chemische Reactionen 274; Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 547.

E

EBERT, Theorie der Elektricität 464; Modell für elektrische Erscheinungen 565; Theorie der Elektricität 576. (und WIEDEMANN, E.), Einfluss elektrischer Schwingungen auf verdünnte Gase 430; Verhalten verdünnter Gase gegen elektrische Schwingungen 448.
EDELMANN, Magnetometer mit constanten Ablenkungswinkeln 72.
EDISON, thermomagnetischer Motor 267.
EDLUND, Selbstinductionscoëfficienten 384; elektrische Theorie 559.
EFIMOFF, Magnetismus der Gase 215.
ELLINGER, Brechungsexponenten elektrischer Schwingungen 445.
ELSASS, Differentialinductor 397; Fortpflanzung elektrischer Wellen 437; Telephon bei Widerstandsmessungen 527.
ERMANN und PETERSEN, Rechnungen zum Erdmagnetismus 130.
ESCHENHAGEN, Einfluss der Land- u. Wasservertheilung auf den Erdmagnetismus 132.
ETTINGSHAUSEN, v., magnetische Induction von Ringen 169; Diamagnetismus des Wismuths 205; anderer Körper 207; Widerstandsänderung im Magnetfeld 327; galvanomagnetischer Transversal-Effekt 330; Wechselwirkung zwischen veränderlichen Strömen und Eisenmassen 412; (und NERNST) Messung magnetischer Felder 101; HALL-Effekt 324; thermomagnetischer Transversaleffekt 328; thermomagnetischer Longitudinaleffekt 329 s. TÖPLER.
EWING, magnetische Induction 141; magnetische Induction von Ringen 169; Theorie der magnetischen Induction 161 172 175; Dauer der magnetischen Induction 182; Magnetismus von Eisen u. Stahl 193; Magnetismus v. Nickel 197; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240; Einfluss der Erschütterung auf den Magnetismus 252; Aenderung des Magnetismus durch Zug 254; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 257; Wärmewirkung der Magnetisirung 268 270 272. (und LOW), magnetische Induction 165 172.

F

FAÉ, Widerstandsänderung im Magnetfeld 327.
FALK, Wechselströme und Polarisation 393.
FARADAY, magnetische Kraftlinien 22; Diamagnetismus des Wismuths 203; Magnetismus der Gase 215; Theorie des Magnetismus 219; Theorie des Diamagnetismus 222; Krystallmagnetismus 224; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 266; Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Körper 275 f.; elektromagnetische Rotationsapparate 313; Entdeckung der Induction 346 ff.; Erklärung der Inductionserscheinungen 360.
FEDDERSEN, Wärmewirkung der Entladungsströme 401.
FEILITZSCH V., Theorie des Diamagnetismus 222.
FELICI, Wechselwirkung zwischen veränderlichen Strömen und Eisenmassen 412.
FERRARIS, Transformator 509; Mehrphasenströme 516; Empfindlichkeit des Telephons 525.
FITZGERALD, KERR'sches Phänomen 289.
FÖPPL, Theorie der magnetischen Induction 160; MAXWELL's Theorie der Elektricität 450.
FOSSATI, Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung des Eisens 273.
FOUCAULT, Unterbrechungsvorrichtung 358; FOUCAULTsche Ströme 410.
FOUSSEREAU, s. BOUTY.
FRANKE, Apparat zur Messung secundärer Schwingungen 428; Schwingungsweite beim Telephon 526; Verlauf der Telephonströme 526.
FRANKLIN, Hypothese eines elektrischen Fluidums 551.

FREYBERG, erdmagnetische Waage 80; magnetisches Variometer 97.
FRANKENBACH, magnetische Kraftlinien 22.
FROMME, magnetische Induction von Ellipsoïden 169; magnetische Nachwirkung 178 f.; Einfluss der Erschütterung auf den Magnetismus 254; anomale Magnetisirung 413.
FRÖHLICH, Magnetisirungsformel 184; zum elektrischen Grundgesetz 559.
FRÖHLICH, O., Theorie der Gleichstrommaschine 500 ff; photographische Nachbildung elektrischer Schwingungen 390.

G

GANZ & Co., Wechselstrommotor 516.
GARRET, s. LUCAS.
GAUGUIN, Pyroelektrische Messungen 532.
GAUSS, Wirkung zwischen Polpaaren 10; Wirkung des Erdmagnetismus auf Magnete 15 ff.; Scheidungshypothese bei Magneten 31; Satz von der äquivalenten Massentransposition 39; Methode zur Bestimmung des magnetischen Moments eines Stabes und der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus 63 ff.; Bifilarmagnetometer 72; Deklinatorium 85; Theorie des Erdmagnetismus 128; absolutes Maassystem für magnetische Grössen 473; elektrisches Grundgesetz 558; (u. WEBER), Magnetometer 61.
GEITLER v. RITTER, Reflexion elektrischer Drahtwellen 440.
GILBERT, Magnete 3.
GLAZEBROOK, DODDS u. SARGANT, Ohmbestimmung 484.
GOLDHAMMER, Theorie des HALL-schen Phänomens 333.
GORDON, Messung magnetischer Felder 101; Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 285; KERR-sches Phänomen 289.
GORE, GORE'sches Phänomen 267.
GOVY, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 283.
GRAETZ, Radius der Molekularwirbel 576.
GRAHAM-BELL, Telephon 521.
GRAILICH u. v. LANG, Krystallmagnetismus 230.
GRAMME, GRAMME'scher Ring 493 497.
GRASSMANN, elektrodynamisches Elementargesetz 343.
GRAWINKEL, Telephonie und Mikrophonie 522.
GREEN, Constitution der Magnete 32; magnetische Induction 154.
GRIMALDI, elektromotorische Kraft des Magnetismus 331.
GRÜEL, elektromagnetische Maschine 511.
GRUMNACH, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 289.

H

HÄBLER, Modifikation der GAUSS-schen Methode zur Bestimmung des magnetischen Moments etc. 69.
HALL, KERR'sches Phänomen 289; HALL'sches Phänomen 322.
HAMMERL, magnetische Induction von Ringen 168.
HANKEL, Magnetismus von Nickel 196; Krystallmagnetismus 232; Beobachtungsmethode der Pyroelektricität 529; Pyroelektricität verschiedener Krystalle 530; Theorie der Elektricität 567.
HANSTEEN, Wirkung des Erdmagnetismus auf Magnete 15 ff.; Theorie des Erdmagnetismus 127.
HAUBNER, Magnetismus von Eisenpulver 196.
HAUSMANN, Pyroelektricität 530.
HAUY, Beziehung der Pyroelektricität zur Krystallform 528.
HEAVISIDE, Theorie der Elektricität 450 464.
HEERWAGEN, s. COHN.
HEFNER-ALTENECK, Trommelanker 497.
HENNIG, Magnetismus der Gase 214.
HELM, Theorie der Elektricität 463 566 578 579.
HELMHOLTZ v., Magnetische Waage 79; Dauer der magnetischen Induction 182; Magnetostriction 245; Theorie der Induction 366; Allgemeine Gesetze über den Verlauf von Inductionsströmen 378 ff.; Uebertragung der Klangfarbe durch Wechselströme 395; Elektrische Schwingungen in einem metallischen Schliessungskreis ohne Funkenstrecke 403; Induction in körperlichen Leitern 404; Induction in Leitern, welche in einem magnetischen Kraftfeld bewegt werden 407; Theorie der Elektricität 449 452 ff. 462 464; Absolutes Maasssystem 475; Erklärung der Contaktelektricität 551; Zu WEBER's elektrischem Grundgesetz 557.
HENRICHSEN, Tabelle des Magnetismus verschiedener Körper 209; Atommagnetismus 213; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 265.
HENRY, Inductionsströme höherer Ordnung 351.
HERTZ, Rotirender Commutator 354; Inductionscoëfficient 377; Induction bei Rotation einer Kugel in einem Magnetfeld 409; Elektrische Schwingungen von sehr grosser Schwingungszahl 415 ff.; Beweiss, dass sehr schnelle elektrische Schwingungen nicht durch den Querschnitt des Drahtes gehen 440; Mechanische Wirkungen elektrischer Drahtwellen auf Leiter 427; Absolutes Maasssystem 475; Theorie der Elektricität 450 ff. 458 462; die Kräfte elektrischer Schwingungen im Raum 466; Ueber die Trägheit der Elektricität 553; WEBER's elektrisches Grundgesetz 557.
HERWIG, Magnetische Induction von Röhren 170; Theorie d. Gleichstrommaschine 500; Einwände gegen die elektrische Theorie von EDLUND 560.
HEYDWEILER, Villarische Wirkung beim Nickel 237; Bestimmung der Windungsfläche 370.
HIMSTEDT, Selbstthätiger Disjunctor 354; Bestimmung der Windungsfläche 370; dämpfende Wirkung der Inductionsströme 409; Dämpfung und Hysteresis 414; Ohmbestimmung 484; Bestimmung der Constante v 489; Wirkung der convectiven Fortführung der Elektricität 552.
HIRSCH, E., Drehung d. Polarisationsebene durch Magnetismus 282.
HITTORF, Wirkung des Magnetismus auf elektrische Entladungen 335.
HOFE, Magnetische Induction von Ringen 169.
HOLBORN, Magnetismus von Eisen und Stahl 194.
HOLZ, A. L., Magnetische Induction von Ellipsoïden 169; Magneteisenstein 195.

HOPKINSON, Magnetischer Kreis 180; Magnetismus von Eisen und Stahl 193; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 257 264 266; Magnetische Induction 164; Arbeit beim Magnetisiren 175.
HOUSTON u. THOMSON, J., Thermomagnetischer Motor 267.
HOWARD, s. LODGE.
HURION, KERR'scher Phänomen 289.
HUGHES, Inductionswaage 397; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240; Mikrophon 523.

J

JAHN, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 287.
JANET, Zusammenwirkung verschiedener Magnetisirungen 182.
JACOBI, Elektrischer Motor 319 s. LENZ.
JACQUES, s. ROWLAND.
JAKOBI, M. H., Elektromagnetische Maschine 511.
JOHMANN, Induction in körperlichen Leitern 404; Induction bei Rotation von Körpern in einem Magnetfeld 409.
JONES, Ohmbestimmung 485.
JOUBERT, s. MASCART.
JOULE, Längsänderung durch Magnetisirung 238; Wärmewirkung der Magnetisirung 269.
IRA REMSEN, Einfluss des Magnetismus auf chemische Reactionen 274.
ISENBECK, Zum Verständniss der dynamoelektrischen Maschine 493.

K

KALISCHER, S., Tönen des Telephons im Magnetfeld 527.
KALKOWSKY, Pyroelektricität 530.
KAPP, Magnetisirungsformel 184.
KAZ, KERR'sches Phänomen 289.
KELVIN, Lord, s. THOMSON, W.
KERR, KERR'sches Phänomen 289.
KIRCHHOFF, Magnetische Induction 140 153 u. f.; Magnetostriction 245; magnetisches Feld 300; Inductionscoëfficient 374 ff.; Schwingungsdauer elektrischer Schwingungen 401; Induction in körperlichen Leitern 403; Induction in Leitern, welche in einem magnetischen Kraftfeld bewegt werden 407; Circulare Magnetisirung eines Eisendrahtes 414; Absolute Widerstandsmessung 479; Ohmbestimmung 484; Theorie des elektrischen Stromes 552.
KIRWAN, Drehungshypothese bei Magneten 31.
KLEMENCIC, Nachweiss elektrischer Schwingungen 427; Ausbreitung elektrischer Schwingungen 443; Absorption u. Verzweigung elektrischer Schwingungen 442; (und CZERMAK) Bestimmung der Constanten v 489.
KNOBLAUCH und TYNDALL, Krystallmagnetismus 229.
KNOCHENHAUER, Wärmewirkung der Entladungsströme 401.
KNOTT, Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240; Beziehung des Magnetismus zum Volumen 244.
KÖHLER, Pyroelektricität verschiedener Krystalle 530 ff.
KOHLRAUSCH, F., Magnetische Messungen 66; compensirtes Magnetometer 71; Bifilarmagnetometer 73; bifilargalvanische Methode zu magnetischen Messungen 76 ff.; Ablenkungs-Variometer 98; Lokalvariometer 99; Messung des Polabstandes 105; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 262; Inductionsapparat 359; Bestimmung der Windungsfläche 370; Sinusinductor 388; Ohmbestimmung 484; Wechselströme mit polarisirbaren Elektroden 393; Verwendung des Telephons bei Widerstandsmessungen von Flüssigkeiten 526.
KOHLRAUSCH, W., Theorie der Gleichstrommaschine 505.
KOLLERT, Drehstrom 519.
KÖNIG, W., Krystallmagnetismus 230 ff.; Beziehungen des Magnetismus zu den mechanischen Constanten der Körper 251.
KOOSEN, Magnetische Induction 168.
KÖPSEL, Magnetische Waage 79.
KRÜGER, Messung der Vertikalintensität des Erdmagnetismus 84.
KUNDT, Drehung d. Polarisationsebene durch Magnetismus 277 u. f.; KERR'sches Phänomen 289 u. f.; Beobachtungsmethode der Pyroelektricität 529 u. f.; Aenderung der Doppelbrechung piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 549; (und RÖNTGEN), Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Körper 275 ff. 288.
KUNZ, Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 263.
KUPFFER, Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 256.
LAMONT, Wirkung zwischen Polpaaren 10; günstigste Form von Magneten 57; magnetische Messungen 66 ff; magnetischer Theodolith 86; Messung der Inklination 89; Erdströme 138; Theorie der magnetischen Induction 161; Magnetisirungsformel 183.
LANG, v., Einwirkung eines zeitlich veränderlichen Kraftfeldes auf ruhende Leiter 411.
LA ROCHE, C., magnetische Induction an Platten 170.
LECHER, Nachweiss HERTZ'scher Schwingungen 424; Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen 436; elektrische Schwingungen u. Dielektricitätsconstanten 445; Wirkung der convektiven Fortführung der Elektricität 552; Einwände gegen die elektrische Theorie von EDLUND 560.
LEDUC, Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung des Wismuths 273.
LEHMANN, magnetische Induction 155; magnetische Induction von Ringen 169; magnetischer Kreis 181.
LENARD, Messung magnetischer Felder 101.
LENZ, Satz über den Zusammenhang der elektromotorischen Kraft der Induction und der Gesetze des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik 351.
LENZ und JACOBI, Magnetisirungsformel 183.
LINDECK, magnetische Kraftlinien 22.
LINDENBERG, Pyroelektricität verschiedener Krystalle 530.
LIPHART, v., Magnetisirung durch Entladung von Leydener Flaschen 413.
LIPPMANN, Messung magnetischer Felder 102; Ohmbestimmung 485; Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 547.
LIPSCHÜTZ, magnetische Induction 141.
LIZNAR, Messung der Inklination 89.
LLOYD, Wechselwirkung zwischen drei Magneten 15; Verticalintensität des Erdmagnetismus 83; Messung der Inklination 89.

LOBACH, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 282.
LOCKE, Einfluss der Bodengestaltung auf den Erdmagnetismus 133.
LODGE, Modell für elektrische Erscheinungen 565; (und HOWARD), Concentration elektrischer Schwingungen durch Cylinderlinsen 446.
LÖSCHER, magnetische Folgepunkte 56.
LOMMEL, magnetisches Feld 300.
LORBERG, Magnetostriction 245; Induction in einer Kugel 404; zu WEBER's elektrischem Grundgesetz 557; zum elektrischen Grundgesetz 559.
LORENTZ, Theorie des HALL-schen Phänomens 333.
LORENZ, Ohmbestimmung 485.
LOSCHMIDT, Natur des Aethers 579.
LÖW, s. EWING.
LÜDTGE, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 283; Mikrophon 523.
LUCAS und GARRET, Nachweiss HERTZ'scher Schwingungen 423.

M

MACH, magnetische Kraftlinien 22.
MAGGI, Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung des Eisens 273.
MASCART, DE NERVILLE und BENOIT, Ohmbestimmung 483 484; (und JOUBERT) Beziehung der Temperatur zum Magnetismus 134.
MATTEUCCI, Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240: Aenderung des Magnetismus durch Zug 234.
MAXWELL, magnetische Niveauflächen u. Kraftlinien 23 ff; Theorie der magnetischen Induction 159; Theorie des Diamagnetismus 221; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 242; Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Körper 279: magnetisches Feld 301 u. f.; Inductionscoëfficient 375 376 383; Induction bei Rotation von Körpern in einem Magnetfeld 409; Theorie der Elektricität 462; Bestimmung der Constante v 488; zum elektrischen Grundgesetz 558; allgemeine dynamische Betrachtungen über elektrische Erscheinungen 561 ff.; Modell für elektrische Erscheinungen 565; Wirbeltheorie 568 ff.
MAYER, A. M., Längsänderung durch Magnetisirung 238.
MAYER, TOB., Theorie des Erdmagnetismus 127.
MENZZER, Einfluss der Land- u. Wasservertheilung auf den Erdmagnetismus 132.
MERCANDIER, absolutes Maasssystem 477.
MEUNIER, magnetische Kraftlinien 22.
MEYER, H., Magnetismus von Eisen und Stahl 191.
MEYER, O. E., Gebirgsmagnetometer 99; Gebirgsmagnetismus 133; Theorie der Gleichstrommaschine 501 u.f.
MEYER, P., Magnetismus von Eisen und Stahl 194.
MILLER, O. v., Systeme der Stromvertheilung 520.
MIOT, Messung magnetischer Felder 102.
M'KICHAN, Bestimmung der Constante v 488.
MOSER, Ausübung einer Schirmwirkung durch Gase 447; (s. RIESS).
MÜHLENBEIN, Vorrichtung für die Fundamentalversuche der Elektrodynamik 346.
MÜLLER, J., Magnetisirungsformel 183; Magnetismus von Eisen und Stahl 189.

N

NACCARI und BELLATI, Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung d. Eisens 273.
NAGAOKA, Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240.
NAUMANN, Beziehung der tektonisch-geologischen Verhältnisse zum Erdmagnetismus 133.
NEEF, Unterbrechungsapparat 317; Inductionsapparat 357.
NEGBAUR, Magnetismus v. Eisen und Stahl 194.
NERVILLE DE s. MASCART.
NEUMANN, C., magnetische Induction 140; zu WEBER's elektrischem Grundgesetz 557.
NEUMANN, F., magnetische Induction 140; Satz v. LENZ 352; Gesetze der inducirten Ströme 361 ff.
NERNST, longitudinaler HALL-Effekt 328; galvanomagnetischer Longitudinaleffekt 331; (s. DRUDE u. ETTINGSHAUSEN, v.).
NEWALL und TRONTON, Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 263.

O

OBERBECK, A., Magnetische Induction von Ringen 169; Dauer der magnetischen Induction 183; Demonstrationselektrodynamometer 346; elektrodynamische Interferenz 389 f.; Verlauf von Wechselströmen 392 f.; Wechselströme und Polarisation 393 f.; Verbreitung elektrischer Schwingungen in der WHEATSTONE'schen Brückenverzweigung 396 f.; Theorie der Inductionswaage 398; Induction bei Rotation eines Cylinders in einem Magnetfeld 409; Wechselwirkung zwischen veränderlichen Strömen und Eisenmassen 412; Verwendung des Telephons zur Messung der Schallstärke 527.
OERSTEDT, Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom 297.
OETTINGEN, v., periodischer Zeichenwechsel des Rückstandes der Leydener Flaschen 401.
OHM, Drehungshypothese bei Magneten 31.

P

PAALZOW, Nachweis von Wechselströmen bei Entladung von Leydener Flaschen 401; (und RUBENS) Nachweis HERTZ'scher Schwingungen 424.
PACINOTTI, GRAMME'scher Ring 493.
PARIS, internationaler elektrischer Congress zu Paris 480, die dort bestimmten Einheiten.
PASSAVANT, Normalwiderstände 480.
PELLAT, Minimalstromstärke beim Telephon 525.
PEUCKERT, magnetische Nachwirkung 178; anomale Magnetisirung 413.
PERKIN, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 288.
PERKINS, Einfluss der Temperatur auf d. Magnetismus 257.
PETERSEN, s. ERMANN.
PETRUSCHEWSKY, Messung des Polabstandes 105.
PFANNSTIEL, Modifikation der GAUSS'schen Methode zur Bestimmung des magnetischen Mamants etc. 69.
PIXII, magnetelektrische Maschine 356.
PLESSNER, Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 264.

Plücker, Wägungsmethode bei magnetischen Untersuchungen 201; Magnetismus verschiedener Körper 207; Krystallmagnetismus 224 f.; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 265; Wirkung des Magnetismus auf elektrische Entladungen und auf das elektrische Licht 334 u. f.; unipolare Induction 372; Fessel's elektromagnetische Maschine 511.

Pockels, Magnetostriction 245; piëzoelektrische Messungen 541 u. f.; Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 547; Aenderung der Doppelbrechung piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 549.

Poggendorff, Wirksamkeit des Inductionsapparates 359.

Poincaré, Ableitung der multiplen Resonanz 436; Maxwell's Theorie der Elektricität 450.

Poisson, Scheidungshypothese bei Magneten 31.

Poisson, Magnetische Induction 140. Krystallmagnetismus 224.

Pouillet, Messung der Inklination 89.

[illegible], Selbstinductionscoëfficient [illegible].

Q

Quincke, Messung magnetischer Felder 102; Manometrische Methode bei magnetischen Untersuchungen 201; Tabelle des Magnetismus verschiedener Körper 208; Magnetismus von Manganchlorür verschiedener Concentration 210; Atommagnetismus 212; Magnetismus der Gase 213 f; Magnetostriction 248; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 264 f.; siehe Nachträge pag. 581.

Quintus, Julius v., Rechnungen zum Erdmagnetismus 131; magnetische Induction von Ellipsoïden 169.

R

Rayleigh, Lord, magnetische Induction 167 170; Arbeit beim Magnetisiren 176; Dauer der magnetischen Induction 182; Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 285; Inductionscoëfficient 375 385; Durchgang eines zeitlich veränderlichen Stromes durch einen dicken Draht 464; Ohmbestimmung 483 486; Empfindlichkeit des Telephons 525; (und Schuster), Ohmbestimmung 483; (und Sidgwick), Ohmbestimmung 485.

Rees, van, Constitution der Magnete 32.

Reiss, Telephon 255 521.

Riecke, Aequivalente Pole 47; Inductionscoëfficient eines Magnetstabes 82; Messung der Verticalintensität des Erdmagnetismus 83; magnetische Induction 140 162; magnetische Induction von Ellipsoïden 169; Wirkung von Magneten auf elektrische Ströme 310 f.; Rotation von Flüssigkeiten unter dem Einfluss von Magneten 316 f.; pyroelektrische Messungen 532 ff.; Theorie der Piëzoelektricität 539 544 f.; Deformation piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 547 f.; Analogien zwischen hydrodynamischen und elektromagnetischen Erscheinungen 566; (und Voigt) piëzoelektrische Messungen 540 f.

Righi, Theorie der magnetischen Induction 160; magnetische Nachwirkung 178; Längsänderung durch Magnetisirung 238; Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung des Wismuths 273; Kerr'sches Phänomen 289; circulare Doppelbrechung durch Magnetismus 293; Widerstandsänderung im Magnetfeld 327; anomale Magnetisirung 413.

Riemann, elektrisches Grundgesetz 558.

Riess, Wärmewirkung der Entladungsströme 401; Pyroelektricität 530; (und Moser), Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 261; (und Rose) Beobachtungsmethode der Pyroelektricität 529.

Ritter, Nachweis elektrischer Schwingungen 427.

Roiti, Ohmbestimmung 484; Einwände gegen die elektrische Theorie von Edlund 560.

Röntgen, Piëzoelektricität 535 543 u. f.; Wirkung der convectiven Fortführung der Elektricität 552; Aenderung der Doppelbrechung piëzoelektrischer Krystalle im elektrischen Felde 549 (s. Kundt).

Rössler, magnetische Induction von Ellipsoïden 169.

Rowland, magnetische Induction von Ringen 169; Magnetismus von Nickel 196; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 257; Einfluss des Magnetismus auf chemische Reactionen 274; Theorie des Hall'schen Phänomens 333; magnetische Wirkungen durch convective Bewegung der Elektricität 459; Ohmbestimmung 484; Versuche über die Wirkung der bewegten Elektricität 552; (Kimbal und Duncan) Ohmbestimmung 485; (und Jacques), Diamagnetismus des Wismuths 205; Krystallmagnetismus 232.

Rubens, elektrische, stehende Wellen 426 (s. Paalzow).

Ruhts, Magnetisirungsformel 183.

S

Sahulka, Theorie des Ferraris'schen Drehfeldes 519.

Sarasin und de La Rive, Fortpflanzung elektrischer Schwingungen 430; multiple Resonanz 431 435.

Sarvat, s. Biot.

Savary, Entladungsstrom von Leydener Flaschen wirkt magnetisirend 413.

Schalk, v., Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Körper 281.

Schatz, zum elektrischen Grundgesetz 559.

Schedtler, Pyroelektricität 531.

Schering, E. und K., Quadrifilar-Magnetometer 96.

Schering, K., Galvanometerconstante 484.

Schering, Messung der Inklination 92; Erdströme 138.

Schiller, Bestimmung von Capacitäten mittelst elektrischer Schwingungen 403.

Schilling, s. Wassmuth.

Schnebeli, Messung des Polabstandes 105.

Schwartze, Telephon, Mikrophon, Radiophon 522.

Schwedoff, thermomagnetischer Motor 267.

Schuhmeister, Magnetismus verschiedener Körper 207.

Schuster, s. Rayleigh.

Silow, Magnetismus von Eisenchloridlösung 216.

Scoresby, Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 256.

Shida, Bestimmung der Constante v 488.
Siemens, W., magnetische Induction von Röhren 170; magnetischer Kreis 180; Zusammenwirkung verschiedener Magnetisirungen 182; Dauer der magnetischen Induction 183; Theorie der magnetischen Induction 161; Widerstandseinheit 479; Cylinderinductor 491; dynamoelektrische Maschine 491; (und Halske), Innenpolmaschinen 498.
Sinsteden, Untersuchung der magnetelektrischen Maschine 357; Wirksamkeit des Inductionsapparates 359.
Sissingh, Kerr'sches Phänomen 279.
Smith, F. J., Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240.
Sohlmann, mehrphasiger Wechselstrommotor 519.
Sohncke, Magnetisirungsformel 184.
Sommerfeld, Theorie der Elektricität 463; Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen 579.
Stephan, Schirmwirkung des Eisens 53; magnetische Induction 140; Theorie der magnetischen Induction 161; magnetische Induction 164; Tragkraft und Anziehung der Magnete 186 f.; thermomagnetischer Motor 267; Einfluss des Magnetismus auf die specifische Wärme 273; elektrodynamisches Elementargesetz 343; Inductionscoëfficient 375; Schirmwirkung von Metallmassen gegen schnelle elektrische Schwingungen 441; Durchgang eines zeitlich veränderlichen Stromes durch einen dicken Draht 464.
Stenger, Messung magnetischer Felder 102; Krystallmagnetismus 230 f.
Stöhrer, magnetelektrische Maschine 356.
Stockes, Wirkung des Magnetismus auf elektrische Entladungen 335.
Stoletow, magnetische Induction von Ringen 169; Bestimmung der Magnetisirungszahl 374; Bestimmung der Constanten v 489.
Streintz, Einfluss der Erschütterung auf den Magnetismus 253.
Strecker, Normalwiderstände 480.
Strouhal, s. Barus.
Swinburne, Transformator 508.
Symmer, Hypothese zweier elektrischer Fluida 550.

T

Tanakadaté, Messung der Deklination 86; Wärmewirkung bei der Magnetisirung 271.
Tesla, Wechselstrommaschine 399; Teslaströme 402; Drehstrommotor 517.
Töpler, Kreuzweise verbundene Magnetstäbe 55 71; erdmagnetische Waage 80; Diamagnetismus des Wismuths 205; Verwendung der Influenzmaschine für elektrische Schwingungen 429; (und v. Ettingshausen), Magnetismus von Eisenpulver 195; (und Hennig), Magnetismus der Gase 214 f.
Thomson, Elihu., Einwirkung eines zeitlich veränderlichen Kraftfeldes auf ruhende Leiter 410 f.
Thomson, J. J., Arbeit beim Magnetisiren 176; Verhalten von Isolatoren gegen elektrische Schwingungen 444; Fortpflanzung elektrischer Schwingungen in Isolatoren 445; Verhalten stark verdünnter Gase gegen schnelle elektrische Schwingungen 447; Bestimmung der Constanten v 489; Molekulartheorie der Elektricität und des Magnetismus 576 s. Houston.
Thomson, W., magnetisches Solenoid 35; magnetische Schale 36; Wirkung der Magnete nach Aussen 37; Theorie der magnetischen Induction in schwach magnetischen Körpern 217 f.; Theorie des Krystallmagnetismus 224; Aenderung des Magnetismus durch Zug 234; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240 f.; Wärmewirkung bei der Magnetisirung 270; Bestimmung der Constante v 488; Theorie der Pyroelektricität 532 546 f.; Wärmeeffekt in pyroelektrischen Krystallen durch dielectrische Polarisation 550; Theorie der Elektricität 578.
Tomlinson, Aenderung des Magnetismus durch Zug 234 f.; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240; Beziehungen des Magnetismus zu den mechanischen Constanten der Körper 251; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 257 267; Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung des Eisens 275.
Traube, Pyroelektricität verschiedener Krystalle 30 f.
Trowbridge, Dauer der magnetischen Induction 183; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 257; Einfluss des Magnetismus auf die Wärmeleitung des Eisens 273.
Trouton, Dauer der magnetischen Induction 183; s. Newall.
Tumlirz, Krystallmagnetismus 233.
Tyndall, Krystallmagnetismus 232; s. Knoblauch.

U

Udny, Yule, Brechungsexponenten und Dielektricitätsconstanten durch elektrische Schwingungen 446.
Uppsenborn, elektrische Kraftübertragung 520.

V

Venske, Theorie des Hall'schen Phänomens 333.
Verdet, Messung magnetischer Felder 100; Verdet'sche Constante 101; Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Körper 278 f.
Vierordt, Intensität des durch das Telephon übertragenen Schalles 526.
Villari, Zusammenwirkung verschiedener Magnetisirungen 182; Aenderung des Magnetismus durch Zug 234; Einfluss der Erschütterung auf den Magnetismus 253.
Voigt, W., Theorie der Piëzo- und Pyroelektricität 535 ff.; Elektricitätsconstanten des Quarzes 541; s. Rieke.

W

Wachsmuth, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetisirung 287.
Wähner, Tabelle des Magnetismus verschiedener Körper 208; Magnetismus von Eisenchloridlösung verschiedener Concentration 210.
Waitz, multiple Resonanz bei elektrischen Schwingungen 432; Fortpflanzung elektrischer Schwingungen in Isolatoren 445.
Waltenhofen, v., magnetische Nachwirkung 178; Magne-

tisirungsformel 183; Magnetismus von Eisen u. Stahl 191; Magnetismus v. Eisenpulver 195; anomale Magnetisirung 413; dämpfende Wirkung der Inductionsströme 409.
WARBURG, E., magnetische Hysteresis, Kreisprocess und Arbeit beim Magnetisiren 175; Einfluss von Schwingungen auf den Magnetismus 254; Wärmewirkung der Magnetisirung 268 f.; magnetische Hysteresis 412; Dämpfung und Hysteresis 414; Veränderung des Magnetismus durch Deformation 414.
WARREN DE LA RUE, Minimalstromstärke beim Telephon 525.
WASSMUTH, Beziehung des Magnetismus zum Volumen 244; Einfluss des Magnetismus auf die specifische Wärme 273; (u. SCHILLING), Wärmewirkung der Magnetisirung 268.
WEBER, C. L., magnet. Waage 93.
WEBER, H. F., Uebertragung d. Klangfarbe durch Wechselströme 395; Ohmbestimmung 484.
WEBER, L., Erdinductor 91; magnetische Induction 140; Verhalten des Telephons gegen hochgespannte Elektricität 527.
WEBER, W., Drehungshypothese bei Magneten 31; Bifilargalvanometer 76; Erdinductor 90; Theorie der magnetischen Induction 157; Diamagnetometer 200; Theorie des Diamagnetismus 223; WEBER'sches Grundgesetz 343; experimentelle Untersuchung der Induction 352; Wirkung der magnetelektrischen Maschine 357; Theorie der Induction 367 ff.; unipolare Induction 371; Rotation eines Magnetstabes in einer Multiplikatorrolle 388; absolutes Maasssystem für elektrische Grössen 473 479; über die Trägheit der Elektricität 533; elektrisches Grundgesetz 554 557; (u. KOHLRAUSCH, R.), Bestimmung der Constante v 487; (u. ZÖLLNER), Ohmbestimmung 482; s. GAUSS.
WEDDING, Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 283.
WEIHRAUCH, Wechselwirkung zwischen drei Magneten 15.
WEILER, Wechsel- und Drehströme 519.
WEINHOLD, Demonstrationsapparat für das Drehfeld 519.
WEINSTEIN, Polarlichter 135; Erdströme 138; Inductionscoëfficient 376.
WERTHEIM, Aenderung des Magnetismus durch Zug 234; Längsänderung durch Magnetisirung 238; Beziehung des Magnetismus zur Biegung 239; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240; Beziehungen des Magnetismus zu den mechanischen Constanten der Körper 251; Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 283.
WHEASTONE, dynamoelektrische Maschine 492.
WICHERT, Nachweiss elektrischer Schwingungen 427.
WIEDEMANN, E., s. EBERT.
WIEDEMANN, G, Theorie der magnetischen Induction 161; magnetische Nachwirkung 177 u. f.; Zusammenwirkung verschiedener Magnetisirungen 182; Magnetismus von Eisen und Stahl 189; Torsionsmethode bei magnetischen Untersuchungen 201; Magnetismus der gelösten Salze 211, Molekularmagnetismus 211; Atommagnetismus 212; Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240 u. f.,; Einfluss der Erschütterung auf den Magnetismus 253; Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus 256 ff.; Drehung der Polarisationsebene durch magnetische Körper 278 u. f.; Disjunctor 354; Ohmbestimmung 482 486.
WIEN, Inductionswaage 339.
WIEN, M., optisches Telephon 390 397; Telephon bei Widerstandsmessungen 527.
WIEN, W., Lokalisirung der Energie 460; Bewegung der Kraftlinien im elektromagnetischen Felde 461.
WIENER, O., Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus 283.
WIETLISBACH, Technik des Fernsprechers 522.
WILD, Bifilarmethode bei magnetischen Messungen 75; Verticalmagnetometer 83; Ohmbestimmung 484.
WINKELMANN, A, Phasenänderung durch Polarisation 393; Telephon bei Messung von Dielektricitätsconstanten 527.
WNILLKUMIER, Ohmbestimmung 485.
WYSS, v., Widerstandsänderung im Magnetfelde 327.

Z

ZEEMANN, KERR'ches Phänomen 289.
ZEHNDER, Beziehung des Magnetismus zur Torsion 240 244; Deformationsströme 414; Nachweiss HERTZ'scher Schwingungen 424.
ZICKERMANN, Fortpflanzung elektrischer Schwingungen 430.
ZÖLLNER, Rotation von elektrischen Strömen um Magnete 315 s. WEBER, W.

Breslau, Eduard Trewendt's Buchdruckerei (Setzerinnenschule).





